

TP méthodes variationnelles IMA203

Samia Abrik

1 Débruitage par régularisation quadratique

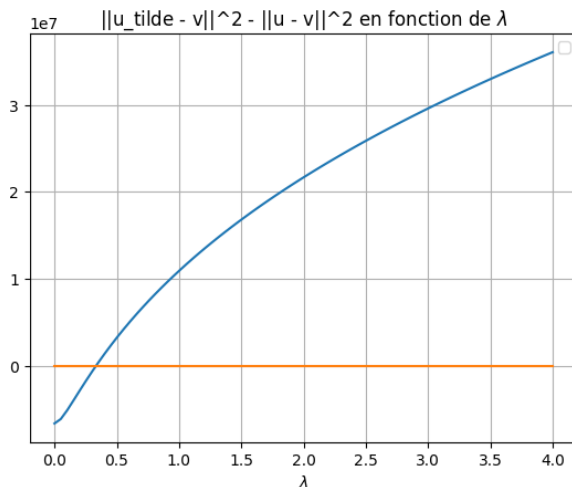
1. On décompose l'énergie en somme de terme de la forme $\|K_i * u - v_i\|^2$:

$$E_1(u) = \|u - v\|^2 + \lambda \|\nabla(u)\|^2 = \|Id * u - v\|^2 + \|K_x * u\|^2 + \|K_y * u\|^2$$

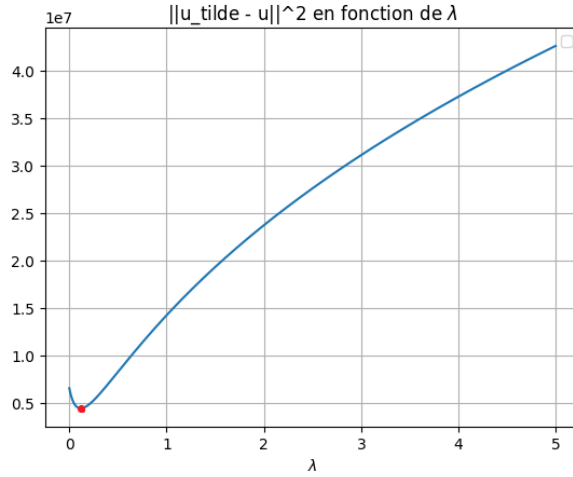
où K_x et K_y représente les noyaux du gradient suivant x et y. Puis on donne à la fonction **ressoud_quad_fourier** le tuple $((Id, K_x, K_y), (v, 0, 0))$ comme argument.

2. Lorsque λ est très grand, le terme d'attache aux données est négligeable devant le terme de régularisation, donc l'image qui minimiserait le terme $\|\nabla(u)\|$ est une image dont le gradient est nul, et donc elle est constante. Si λ est petit, le terme d'attache aux données est le plus important est donc l'image qui minimise l'énergie devrait être proche de l'image observée.

3. Après avoir ajouter un bruit d'écart type $\sigma = 5$ à l'image lena, on trouve par dichotomie que le paramètre λ pour lequel $\|\tilde{u} - v\|^2 \sim \|u - v\|^2$, c'est à dire le paramètre lequel l'image reconstruite \tilde{u} est à la même distance de l'image dégradé v que ne l'est l'image parfaite u , est $\lambda = 0.33$ comme on peut le voir sur le graphe suivant:



4. On trouve encore, une fois par dichotomie, que le paramètre λ qui minimise $\|\tilde{u} - u\|^2$ est $\lambda = 0.12$:

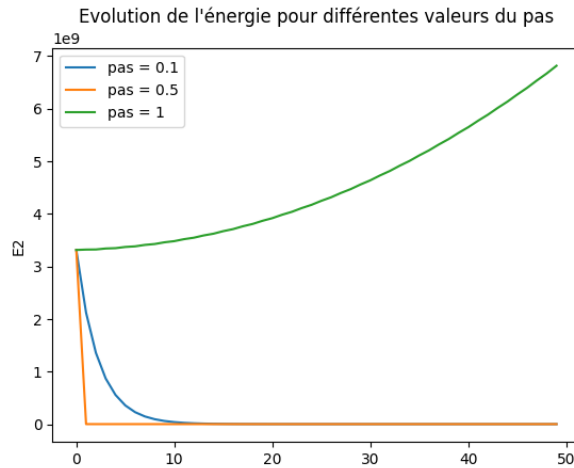


En minimisant $\|\tilde{u} - v\|^2 - \|u - v\|^2$ dans la question précédente, on a obtenue une erreur égale à $\|\tilde{u} - u\|^2 = 12137982$, tandis qu'en minimisant directement cette erreur dans cette question on a obtenu $\|\tilde{u} - u\|^2 = 4456768$ soit 2.72 fois inférieur à la première erreur, donc on constate que le deuxième méthode est plus efficace pour trouver une image reconstruite plus proche de l'image parfaite, mais elle suppose connaitre l'image parfaite d'avance ce qui n'est pas le cas en général.

2 Débruitage par variation totale

2.1 Descente de gradient

On constate que le minimum d'énergie atteint dépend du choix du pas de descente. De plus, la convergence de l'algorithme descente de gradient n'est assurée que pour certaines valeurs du pas. Le choix d'un pas inapproprié peut entraîner une convergence lente, une divergence ou une convergence vers un minimum local plutôt qu'un minimum global. Par conséquent, expérimenter avec différentes valeurs de pas est souvent nécessaire pour trouver une convergence stable et rapide.



2.2 Projection Chambolle

En comparaison avec la descente de gradient, la méthode de Chambolle souvent converge plus rapidement et est plus précise pour la minimisation effective de E_2 . La méthode de Chambolle a l'avantage de prendre en compte la structure de variation totale dans l'image, ce qui peut conduire à des résultats de débruitage améliorés.

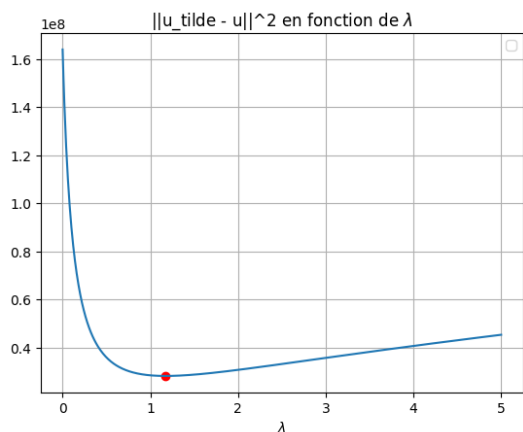
3 Comparaison

Après avoir fixé une image bruitée par un bruit d'intensité 25, nous avons entrepris de débruiter l'image en utilisant deux approches différentes : la méthode de minimisation quadratique et la méthode de variation totale avec l'algorithme de Chambolle.

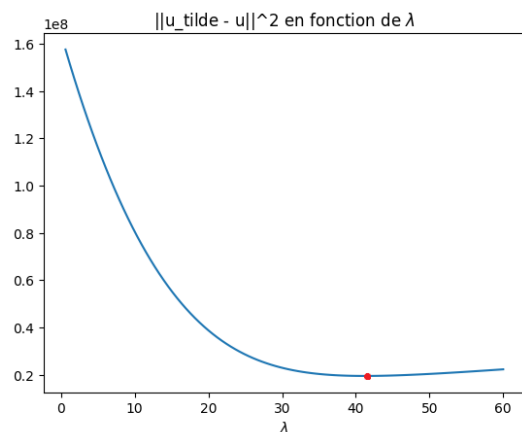
En ajustant le paramètre de régularisation λ , nous avons déterminé les valeurs optimales pour chaque méthode. Pour la méthode quadratique, le meilleur λ était trouvé à 1.17, tandis que pour la méthode de Chambolle, le meilleur λ était de 41.3.

Comparons maintenant qualitativement les résultats obtenus par ces deux méthodes. Tout d'abord, la méthode de variation totale s'est révélée être au moins aussi rapide que la méthode quadratique, en grande partie grâce à l'évitement du calcul des transformations de Fourier. De plus, quantitativement, l'erreur $\|\tilde{u} - u\|^2$ obtenue avec la méthode de variation totale était 1.2 fois plus petite que celle obtenue avec la méthode quadratique.

Cependant, le résultat présente des nuances subtiles. L'application de la variation totale a réduit le bruit de l'image, mais cela semble s'accompagner d'une perte de contraste.



(a) Minimisation quadratique



(b) Minimisation TV avec projection Chambolle