



Plan de mélange pour chocolat au lait

PROJET D'ETUDE EN PLAN D'EXPERIENCES

Chergui Samir | Plan d'expériences (STA106) | 15/05/2019

le cnam

Sommaire :

1/ Formulation du problème (choix des facteurs, domaine de variation des facteurs...)

2/ Construction du plan d'expérience

3/Réalisation des essais

4/Exploration des données et analyse des résultats

5/ Conclusion de l'étude

1/ Formulation du problème (choix des facteurs, domaine de variation des facteurs...)

Objet de l'étude : Une entreprise cherche à produire du chocolat au lait avec un minimum de coût lors de la production (elle proposera un produit estampillé bas de gamme). Pour ce faire, elle doit connaître la composition précise du chocolat au lait lui permettant de minimiser son coût de production. Elle aura cependant pour objectif de respecter les proportions minimales établies par la loi concernant les composants.

Le chocolat au lait a trois composants et chaque composant a les caractéristiques suivantes:

- ➔ Il contient du cacao à hauteur de 35% minimum
- ➔ Il contient de la poudre de lait à hauteur de 18% minimum
- ➔ Enfin, le reste du mélange ne contient que du sucre avec au minimum 1% de sucre dans la composition finale.

La quantité de chaque composant dépendra de la quantité des autres dans la mesure où la somme des proportions sera égale à 100, en d'autres termes, les composants sont dépendants les uns avec les autres.

L'objectif final sera d'obtenir un produit qui sera en concordance avec les seuils minimaux demandés par la loi tout en ayant un coût de production le plus faible possible.

Pour réaliser ce projet, nous élaborerons un plan de mélange de type II car il y a en effet des contraintes inférieures avec un modèle cubique spécial qui permettra de trouver le mélange approprié de trois composants pour réduire les coûts de production.

Nous sélectionnerons donc un simplexe-centroïde puis un modèle cubique spécial ce qui nous donnera initialement 7 essais car nous soupçonnons une interaction triple.

(Le modèle cubique complet aura l'avantage d'améliorer le coefficient de détermination ajusté.)

Aussi, on procédera à une augmentation du plan afin de minimiser les corrélations entre les effets et pour ensuite grâce à la hausse du nombre d'essais faire le test du lack of fit.

L'ensemble de l'étude sera conduit à l'aide du logiciel Statgraphics.

Le plan de mélange utilisé sera le suivant :

Attributs du plan de mélange

Type du plan: Mélange

Nom du plan: Simplexe-centroïde

Nom du fichier: <Sans titre>

Plan de base

Nombre de composants: 3

Nombre de réponses: 1

Nombre d'essais: 10

Type de modèle: Spécial-cubique

Randomisation: Oui

Composants	Bas	Haut	Unités
Cacao	0,35	0,81	
Poudre de lait	0,18	0,64	
Sucre	0,01	0,47	

Total du mélange = 1,0

Réponses	Unités
Chocolat au lait	Prix en euros par tonne

Vous avez créé un plan Simplexe-centroïde qui va étudier les effets de 3 composants sur 10 essais.

Le plan sera exécuté en un seul bloc.

L'ordre des expériences a été entièrement randomisé.

Cela vous permettra de vous protéger contre les effets de variables perturbatrices.

Comme le modèle sélectionné est spécial-cubique, le plan a pour but d'ajuster un modèle contenant tous les termes des premier et deuxième ordre et des termes du troisième ordre.

2/ Construction du plan d'expérience

Compte tenu des contraintes de fabrication, nous avons le plan suivant :

N°Essai	Cacao (Quantité en pourcentages)	Poudre de lait (Quantité en pourcentages)	Sucre (Quantité en pourcentages)
1	35	41	24
2	35	64	1
3	58	18	24
4	58	41	1
5	50,33	33,33	16,33
6	81	18	1
7	35	18	47
8	42,67	48,67	8,67
9	42,67	25,67	31,67
10	65,67	25,67	8,67

Le plan possède 10 essais dont 7 essais liés au plan simplexe-centroïde et 3 essais liés à l'augmentation du plan.

Ces 7 essais nous permettent d'analyser uniquement les coefficients mais dans la mesure où l'on aura besoin de faire l'analyse de l'ANOVA ainsi que le test du lack of fit, il nous faut rajouter 3 essais supplémentaires ce qui nous fera un total de 10 essais.

3/Réalisation des essais

Grâce au plan obtenu, l'entreprise peut planifier les expériences en suivant les consignes données par le logiciel.

N°Essai	Prix du chocolat au lait en euros par tonne produite
1	148
2	84,8
3	250

4	141
5	172
6	245,6
7	280,6
8	114
9	218,8
10	204

Les résultats nous indiquent le prix du chocolat au lait en fonction des composants :

Ici, l'entreprise constate que l'essai avec le coût le plus faible est le numéro 2, correspondant à l'utilisation de 35% de cacao, 64% de poudre de lait et 1% de sucre.

Ici, on peut considérer que les hypothèses sont satisfaites :

- ➔ Il n'y a pas d'autocorrélation des résidus
- ➔ L'espérance des résidus est nulle
- ➔ La variance des résidus est constante

4/Exploration des données et analyse des résultats

Après analyse du plan, nous constatons les résultats suivants :

Analyse du mélange - Coût du chocolat au lait

Nom du fichier: <Sans titre>

Effets estimés du modèle complet pour Coût du chocolat au lait (en euros par tonne)

Source	Somme des carrés	DDL	Moyenne quadratique	Rapport F	Proba.
Moyenne	304263,	1	304263,		
Linéaire	35155,5	2	17577,7	67,30	0,0001
Quadratique	1561,3	3	520,435	267,12	0,0004
Spécial-cubique	0,0234309	1	0,0234309	0,01	0,9367
Erreur	5,82156	2	2,91078		
Total	340985,	9			

Résultats du modèle complet

Modèle	Erreur-type	R-carré	R-carré ajusté
Linéaire	16,1614	95,73	94,31
Quadratique	1,39583	99,98	99,96
Spécial-cubique	1,7061	99,98	99,94

Le terme quadratique ici est le terme le plus élevé du modèle qui est hautement significatif, le modèle quadratique permet également la maximisation du R-carré ajusté.

On utilise le R carré ajusté car contrairement au R carré « simple », le R carré ajusté permet de comparer des modèles ayant un nombre de variables différentes.

En effet, en utilisant le R carré simple, on aura un R carré augmentant à chaque ajout de variables supplémentaires ce qui n'est pas pertinent.

Il apparaît donc que le modèle quadratique est adéquat alors que nous avions supposés à tort que le modèle qui convient est le modèle cubique centroïde.

ANOVA pour Coût du chocolat au lait

Source	Somme des carrés	DDL	Moyenne quadratique	Rapport F
Modèle quadratique	36716,8	5	7343,36	3768,06
Erreur totale	5,84654	3	1,94885	
Total (corr.)	36722,6	8		

Proba.
0,0000

R-carré = 99,9841%

R-carré (ajusté pour les ddl) = 99,9575 %

On remarquera ici que la moyenne quadratique n'a pas pu être calculée pour le total à cause du manque de répétitions.

Le R-carré ajusté montre que le modèle explique 99,96% de la variabilité du coût de production du chocolat au lait.

Par ailleurs, compte tenu du fait que nous sommes dans un modèle quadratique, nous n'avons pas assez de points pour utiliser le test de lack of fit.

Maintenant, essayons d'observer si les interactions entre les facteurs sont significatives et le cas échéant s'ils seront inclus dans le modèle final.

Résultats du modèle quadratique ajusté pour Coût du chocolat au lait

Paramètre	Estimation	Erreur	Statistique	Probabilité
		type	t	
A:Cacao	245,695	1,38459		
B:Poudre de Lait	84,2158	1,35141		
C:Sucré	280,889	1,35141		
AB	-98,1153	6,28687	-15,6064	0,0006
AC	-51,9699	6,28687	-8,26641	0,0037
BC	-139,728	6,20656	-22,513	0,0002

R-carré = 99,9841%

R-carré (ajusté pour les ddl) = 99,9575 %

On voit que chaque facteur et toutes les interactions de facteurs sont hautement significatifs compte tenu des p-values inférieures à 0,001.

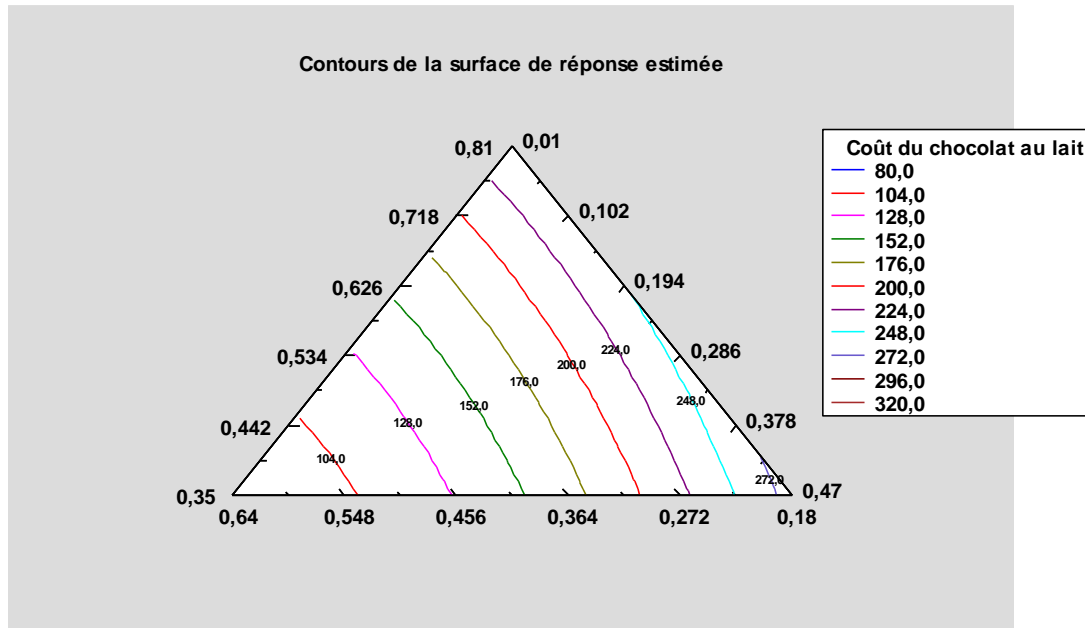
L'équation du modèle ajusté est donc :

Coût du chocolat au lait = 245,695*Cacao + 84,2158*Poudre de Lait + 280,889*Sucré - 98,1153*Cacao*Poudre de Lait - 51,9699*Cacao*Sucré - 139,728*Poudre de Lait*Sucré.

Il est difficile d'interpréter cette équation de modèle compte tenu des estimations et interactions.

Pour savoir précisément la composition précise du chocolat au lait permettant de minimiser son coût, nous utiliserons une analyse graphique à l'aide des courbes d'iso-réponse.

5/ Conclusion de l'étude

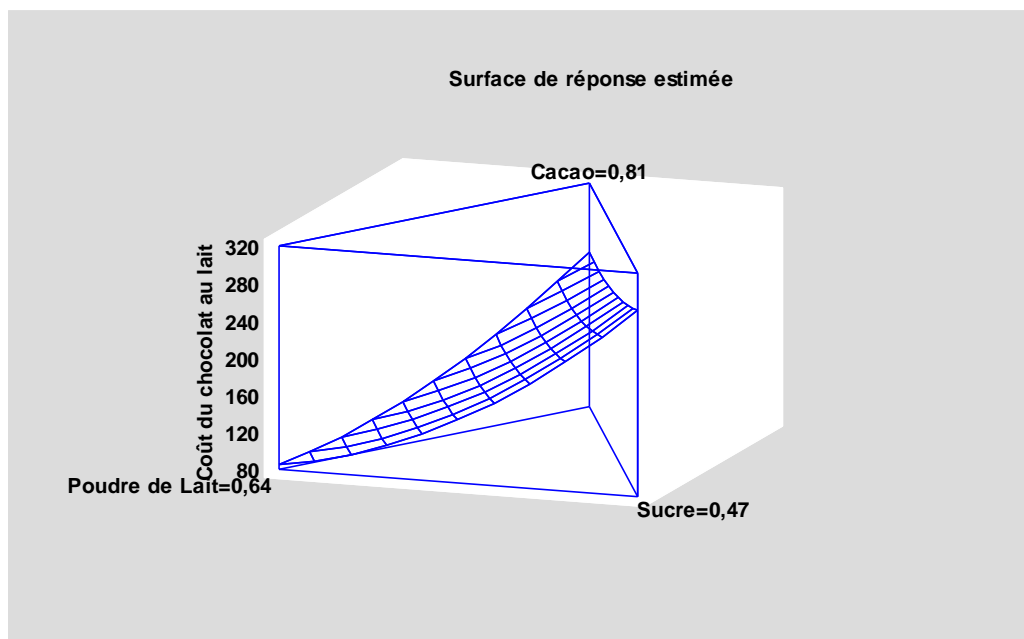


On observe finalement que pour minimiser le coût de production du chocolat au lait, l'entreprise va aligner la composition de son mélange avec les caractéristiques de la courbe d'iso-réponse ayant le coût le plus faible.

Ici, nous pouvons établir que pour un chocolat au lait à 104 euros la tonne, l'entreprise devra mélanger dans sa composition :

- ⇒ Une faible quantité de cacao (minimisation du cacao utilisé)
- ⇒ Une faible quantité de sucre (minimisation de la quantité de sucre utilisée)
- ⇒ Une forte quantité de poudre de lait (maximisation de la quantité de poudre de lait utilisée)

Ici, il est important de souligner que l'objectif est uniquement de minimiser le coût de production du chocolat au lait sans prendre en compte la qualité de celui-ci.



Le graphique de surface de réponse montre qu'il serait éventuellement possible d'atteindre un coût de production de 80 euros par tonne produite en appliquant la stratégie décrite sur chacun des composants.

Finalement, compte tenu de son objectif, l'entreprise devrait utiliser 1% de sucre, 35% de cacao et 64% de poudre de lait pour avoir le produit le moins cher possible.