

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ПЕТРА  
ВЕЛИКОГО

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

**Отчет по лабораторной работе №1  
по дисциплине "Интервальный анализ"**

Выполнил:

Студент: Байрамов Самир

Группа: 5030102/00201

Принял:

к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2023 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Теория</b>	<b>2</b>
2.1	Определения . . . . .	2
2.2	Критерий Баумана . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Результаты</b>	<b>2</b>
3.1	Задача регрессии . . . . .	2
3.1.1	Графический способ . . . . .	2
3.1.2	критерий Баумана . . . . .	3
3.2	Задача томографии . . . . .	3
3.2.1	Графический способ . . . . .	3
3.2.2	критерий Баумана . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Вывод</b>	<b>4</b>

# 1 Постановка задачи

Найти минимальную  $\delta$ , чтобы матрица была особенной  
Пусть  $\mathbf{X}$  - интервальная матрица и

$$\text{mid}(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 1.05 & 1 \\ 0.95 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Необходимо рассмотреть матрицы  $X_1$  и  $X_2$  для задачи регрессии и томографии соответственно:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} [1.05 - \delta, 1.05 + \delta] & [1, 1] \\ [0.95 - \delta, 0.95 + \delta] & [1, 1] \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} [1.05 - \delta, 1.05 + \delta] & [1 - \delta, 1 + \delta] \\ [0.95 - \delta, 0.95 + \delta] & [1 - \delta, 1 + \delta] \end{pmatrix} \quad (3)$$

## 2 Теория

### 2.1 Определения

- Середина матрицы  $\text{mid}(\mathbf{A}) = \{A \mid a_{ij} = \text{mid}(\mathbf{a}_{ij})\}$
- Радиус матрицы  $\text{rad}(\mathbf{A}) = \{A \mid a_{ij} = \text{rad}(\mathbf{a}_{ij})\}$
- Матрица  $\mathbf{A} \in \mathbb{IR}$  называется особенной, если  $\exists A \in \mathbf{A} : \det(A) = 0$ .
- Числа  $\sigma_1 \dots \sigma_k$ , равные квадратным корням из собственных значений матрицы  $AA^T$ , называется сингулярными числами матрицы  $A$ .
- Множество вершин интервальной матрицы  $\text{vert}(\mathbf{A}) = \{A \in \mathbb{IR}^{m \times n} \mid A = (a_{ij}) \ a_{ij} \in \{\underline{\mathbf{a}}_{ij}, \bar{\mathbf{a}}_{ij}\}\}$

### 2.2 Критерий Баумана

Интервальная матрица  $\mathbf{A}$  неособенна тогда и только тогда, когда

$$(\det(A')) * (\det(A'')) > 0 \quad \forall A', A'' \in \text{vert}(\mathbf{A}) \quad (4)$$

## 3 Результаты

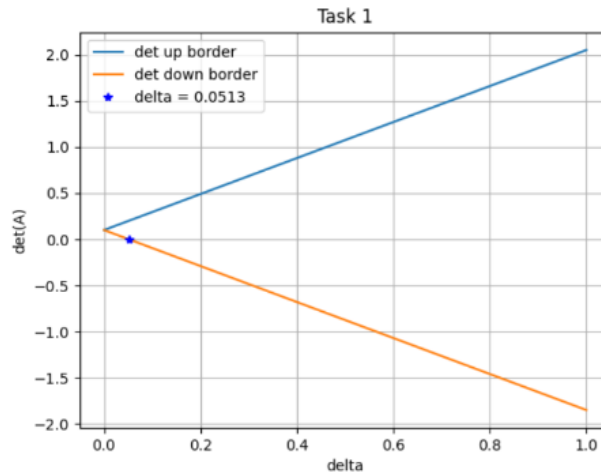
### 3.1 Задача регрессии

#### 3.1.1 Графический способ

Определитель матрицы  $2 \times 2$  :

$$\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Получим график нижней и верхней границы интервала при  $\delta \in [0, 1]$ :



Получается, что  $\det(X_1)$  содержит 0 при  $\delta \geq 0.05128$

### 3.1.2 критерий Баумана

Множество  $\text{vert}(\mathbf{A})$  состоит из 4 элементов:

$$\text{vert}(X_1) = \left\{ \begin{pmatrix} 1.05 \pm \delta & 1 \\ 0.95 \pm \delta & 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (5)$$

Получим таблицу результатов для некоторых  $\delta$

$\delta$	особенность матрицы
0.051273	неособенная
0.051276	неособенная
0.051279	неособенная
0.051282	неособенная
0.051285	особенная
0.051288	особенная
0.051291	особенная
0.051294	особенная

Таким образом, матрица особенная при  $\delta \geq 0.051285$

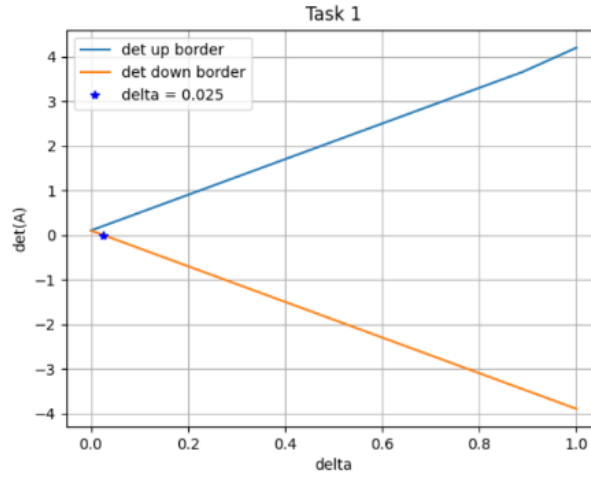
## 3.2 Задача томографии

### 3.2.1 Графический способ

Определитель матрицы 2x2 :

$$\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Получим график нижней и верхней границы интервала при  $\delta \in [0, 1]$ :



Получается, что  $\det(X_2)$  содержит 0 при  $\delta > 0.025$

### 3.2.2 критерий Баумана

Множество  $\text{vert}(X_2)$  состоит из 16 элементов:

$$\text{vert}(X_2) = \left\{ \begin{pmatrix} 1.05 \pm \delta & 1 \pm \delta \\ 0.95 \pm \delta & 1 \pm \delta \end{pmatrix} \right\} \quad (6)$$

Получим таблицу результатов для некоторых  $\delta$

$\delta$	особенность матрицы
0.02473	неособенная
0.02482	неособенная
0.02491	неособенная
0.02500	неособенная
0.02509	особенная
0.02518	особенная
0.02527	особенная
0.02536	особенная

Таким образом, матрица особенная при  $\delta > 0.025$

## 4 Вывод

Данные матрицы  $X_1$ ,  $X_2$  являются неособенными при  $\delta < 0.05$  и  $\delta \leq 0.025$ .  $\delta_1 > \delta_2$ , так как в задаче регрессии меньше интервальных элементов (2 интервала), чем в задаче томографии (4 интервала). Определитель вычисляется за большее число арифметических операций, при этом интервалы сужаться не могут, и поэтому детерминант раньше начинает содержать ноль.