$f(x) \cong a(x-x_2)^2 + b(x-x_2) + c$

$x_2 = \dfrac{x_0+x_1}{2}$

$(x-x_2)^2 = x^2 - 2xx_2 + x_2^2$

$f(x) \cong f(x_0) + f[x_0,x_1](x-x_0) + f[x_0,x_1,x_2](x-x_0)(x-x_1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x-x_0)(x-x_1) &= x^2 - x(x_0+x_1) + x_0x_1 \\ &= x^2 - 2xx_2 + x_2^2 - x_2^2 + x_0x_1 \\ &= ((x-x_2)^2 - x_2^2 + x_0x_1)\, a \end{aligned}$$

$$\underbrace{f[x_0,x_1,x_2]}_{a}(x-x_2)^2 + f[x_0,x_1,x_2](x_0x_1 - x_2^2)$$

$$\begin{aligned} a &= (f[x_1,x_2] - f[x_0,x_1])/(h_2 - h_1) \\ b &= f[x_1,x_2] + ah_2 \\ c &= f(x_2) \end{aligned}$$

$$a = f[x_0,x_1,x_2] = \frac{f[x_1,x_2] - f[x_1,x_0]}{\underbrace{x_2 - x_0}_{x_2 - x_1 + x_1 - x_0}} = \frac{f[x_1,x_2] - f[x_1,x_0]}{h_2 - h_1}$$

$$f(x_2) = a(x_2-x_2)^2 + b(x_2-x_2) + c = c$$

$$f(x_1) = a(x_1-x_2)^2 + b(x_1-x_2) + c = ah_2^2 - bh_2 + f(x_2)$$

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{h_2} = ah_2 - b \Rightarrow b = ah_2 - \frac{f(x_1)-f(x_2)}{h_2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} + ah_2 = f[x_1,x_2] + ah_2$$

i) Debemos encontrar x_3, donde $p(x) = c + b(x-x_2) + a(x-x_2)^2$, si aplicamos la formula cuadratica, tenemos dos casos, la raiz positiva y la raiz negativa pero nosotros sabemos que esta debe tomar el valor más cercano a x_2.

Ahora... $$x_3 - x_2 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2-4ac}}$$

$\Rightarrow b \pm \sqrt{b^2-4ac}$ debe ser lo más grande posible

Si $b \geq 0 = \sqrt{b^2-4ac} > 0 \Rightarrow b + \sqrt{b^2-4ac}$

Si $b < 0 \Rightarrow \sqrt{b^2-4ac} \leq 0 \Rightarrow b - \sqrt{b^2-4ac}$

Así, esta es la única forma de tener $|x_3 - x_2|$ lo más pequeña posible y que converja la raiz.