

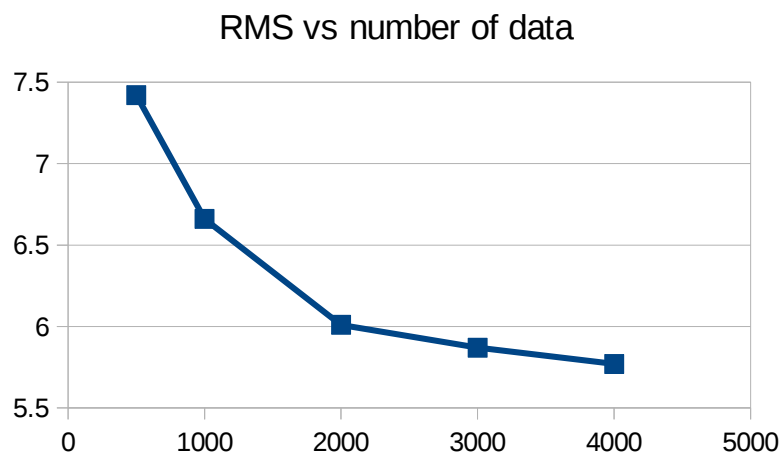
1. 請簡明扼要地闡述你如何抽取模型的輸入特徵 (feature)

答: 將前九個小時的 18 個 feature, 以及這些 feature 的平方值、兩兩相乘值經過 normalize 後, 共 1701 個值作為輸入特徵, 經過線性迴歸可以得到每個特徵值的權重, 將這些權重的絕對值排序, 取最大的 100 個, 這 100 個權重對應的 features, 即為最後所要抽取的 features。

2. 請作圖比較不同訓練資料量對於 PM2.5 預測準確率的影響

答: 本題固定使用的 features 為前九個小時的全部 feature, 表格中為 RMS error

Training size	Training set	Validation set(size=1000)
100	368.78	1386
500	4.55	7.42
1000	5.29	6.66
2000	5.50	6.01
3000	5.59	5.84
4000	5.65	5.77



顯然的, 隨著資料量的提升, validation set 上的 error 也就愈小, 這是由於大的資料量可以降低 training data 的 noise 對模型造成之干擾。

3. 請比較不同複雜度的模型對於 PM2.5 預測準確率的影響

答: 表格中為 RMS error

	Training set(size = 4642)	Validation set(size = 1000)
只用 PM2.5 作為 feature	6.19	5.83
18 個 features 皆用	5.69	5.75
18 個 features、features 平方	5.51	5.78
18 個 features、平方、兩兩相乘	4.25	20.4

隨著模型的複雜度增加，在 **validation set** 上的 **root mean square error** 是先下降，而又上升。一開始 **rms error** 會下降的原因是由於複雜的模型之 **bias** 變小，但隨著模型愈來愈複雜，**overfitting** 的現象會愈來愈嚴重，導致雖然在 **training set** 上之 **error** 很小，但 **validation set** 上之 **error** 很大。

4. 請討論正規化(regularization)對於 PM2.5 預測準確率的影響

答：本題使用的 **features** 為 18 個 **feature** 加上平方項、兩兩相乘，使用 **L2 – regularization** 表格中為 **RMS error**

Lamda	Training set(size = 4642)	Validation set(size = 1000)
0	4.25	20.4
0.1	4.30	17.7
1	4.36	13.9
10	4.43	9.41
100	4.54	7.66
1000	4.68	7.12
100000	5.05	6.31
1000000	12.12	12.07

regularization 可以用來抑制複雜模型之 **overfitting** 的問題，由上表可知，隨著調增 **regularization** 的比重，**validation set** 上的 **error** 是可以達到顯著的下降的，不過如表格最後一列顯示，若是 **regularization** 的比重過重，則又可能會對模型造成 **bias**，因而又使 **error** 提高。

5. 在線性回歸問題中，假設有 **N** 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (**feature**) 為一向量 \mathbf{x}_n ，其標註(**label**)為一存量 y_n ，模型參數為一向量 \mathbf{w} (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(**loss function**)為 $\sum_{n=1}^N (y_n - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_n)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_N]$ 表示，所有訓練資料的標註以向量 $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_N]^T$ 表示，請以 \mathbf{X} 和 \mathbf{y} 表示可以最小化損失函數的向量 \mathbf{w} 。

答：

Loss Function = $(\mathbf{X}^T \mathbf{w} - \mathbf{y})^T (\mathbf{X}^T \mathbf{w} - \mathbf{y})$ ，由 **Loss Function** 對 \mathbf{w} 微分等於零可得 \mathbf{w} 如下：

$$\mathbf{w} = (\mathbf{X} \mathbf{X}^T)^{-1} \mathbf{X} \mathbf{y}$$