

Probabilidad y Estadística

Unidad 1: Introducción a la toma de decisiones

Lic. Maite San Martín

Marzo 2024

¿Qué es la estadística?

Un poco de historia sobre la estadística

Etimológicamente el término estadística proviene del latín *statisticus*, y quiere decir “relativo al Estado”.

Los orígenes de la estadística son muy antiguos. La historia antigua de la estadística se remonta al registro de la población que hicieron los egipcios, hebreos, chinos, griegos y romanos, desde hace unos 20 a 50 siglos. Se trata de mediciones que realizaba el Estado con fines tributarios, de enrolamiento militar y eclesiásticos.

A partir del año 1800 se comenzaron a crear sociedades estadísticas alrededor del mundo, lo que permitió la comparación de estadísticas a través de los países con el fin de evaluar el desarrollo económico. El primer censo nacional en Argentina se realizó en el año 1869. Recién en 1968 se crea el INDEC. Años antes, en 1952 se crea la SAE, organización técnico científica dedicada a promover el desarrollo de la Estadística en nuestro país.

Un poco de historia sobre la estadística

Hasta los comienzos del siglo XX la estadística se restringía a la estadística descriptiva, que, a pesar de sus limitaciones, hizo grandes aportes al desarrollo de las ciencias experimentales. A partir de esa época y durante la primera mitad del siglo XX, comenzaría la inferencia estadística clásica, con el surgimiento de los diseños estadísticos para obtener datos y el desarrollo de métodos para analizarlos. Los avances en el estudio y cálculo de probabilidades llevaron a la creación de la estadística teórica que, en cierto modo, se alejó de las ideas estadísticas primitivas centradas en el análisis y recogida de datos.

Los avances y desarrollos teóricos partieron de la investigación matemática y de la observación del mundo y la realidad que rodeaba a los investigadores. En un primer momento el problema se centraba en recolectar y resumir datos, mientras que más adelante el problema pasó a ser el de ajustar modelos a los datos recolectados.

Un poco de historia sobre la estadística

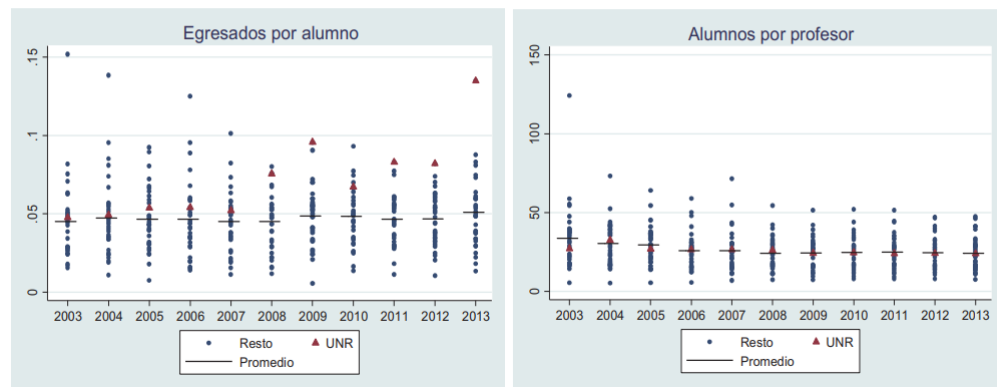
En la segunda mitad del siglo XX, con el desarrollo exponencial de la informática y la posibilidad de manejar volúmenes de datos cada vez mayores, surge la inferencia estadística moderna. Fueron los últimos 50 años, en especial con el advenimiento de las computadoras, los que vieron la explosión de su desarrollo y aplicación.

Puesto que era fácil analizar grandes muestras ya no había por qué limitarse a los métodos estadísticos basados en distribuciones conocidas, cuya principal aplicación eran las pequeñas muestras. Tampoco había por qué restringirse a analizar una o unas pocas variables, porque el tiempo de cálculo ya no era un obstáculo y era preferible aprovechar toda la información disponible. Como consecuencia, durante las últimas décadas se han desarrollado análisis de datos que no existían hasta el momento.

Ejemplos de uso de la estadística

Educación

Gráfico 1.10 Indicadores de performance universitaria. Años 2003-2013.



Fuente: <https://observatorio.unr.edu.ar/wp-content/uploads/2018/09/UNR-Graduados-online-final.pdf>

Economía

Tabla 2 | Grupos de población económicamente activa por año.
Total de aglomerados urbanos. I y II trimestre de 2019 y 2020.

Grupo	I TRIM 2019	II TRIM 2019	I TRIM 2020	II TRIM 2020	Var. interanual I TRIM (en pp)	Var. interanual II TRIM (en pp)
A- Desocupados abiertos	10,1%	10,7%	10,4%	13,1%	0,3%	2,4%
B- Ocupados demandantes de empleo	17,5%	18,3%	17,9%	11,6%	0,4%	-6,7%
Sub Ocupados demandantes	8,4%	9,2%	8,2%	5,0%	-0,2%	-4,2%
Otros ocupados demandantes	9,1%	9,1%	9,7%	6,6%	0,6%	-2,5%
C- Ocupados no demandantes disponibles	10,7%	5,9%	11,6%	7,1%	0,9%	1,2%
Sub Ocupados no demandantes	3,4%	3,9%	3,5%	4,6%	0,1%	0,7%
Otros ocupados no demandantes	7,5%	2,1%	8,3%	2,5%	0,8%	0,4%
D- Ocupados no demandantes ni disponibles	61,7%	65,1%	60,1%	68,2%	-1,6%	3,1%
Población Económicamente Activa	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	0,0%	0,0%
Presión sobre mercado de trabajo (A+B+C)	38,3%	34,9%	39,9%	31,8%	1,6%	-3,1%

Fuente: Observatorio Económico Social | UNR en base a INDEC

Fuente:
https://drive.google.com/uc?id=1FU0mWIUioKm73_jTcO7zASqHRBS5zRVe&export=download

Ejemplos de uso de la estadística

Salud

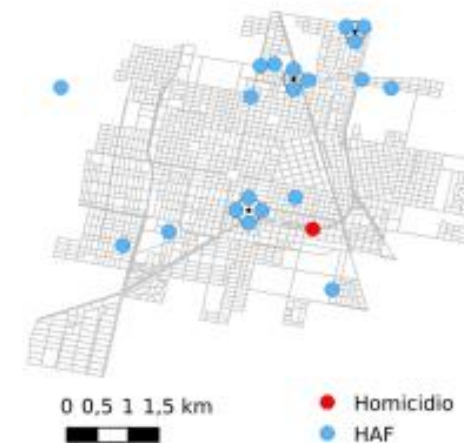


Fuente:

<https://www.argentina.gob.ar/salud/coronavirus-COVID-19/sala-situacion>

Seguridad

Mapa 12. Distribución territorial de HAF y homicidios en Rafaela. Año 2022 (al 30/06).



Fuente:

<https://www.santafe.gob.ar/ms/osp/informes/informe-bimestral-sobre-violencias-altamente-lesivas-en-departamento-de-castellanos-y-ciudad-de-rafaela-mayo-junio-2022/>



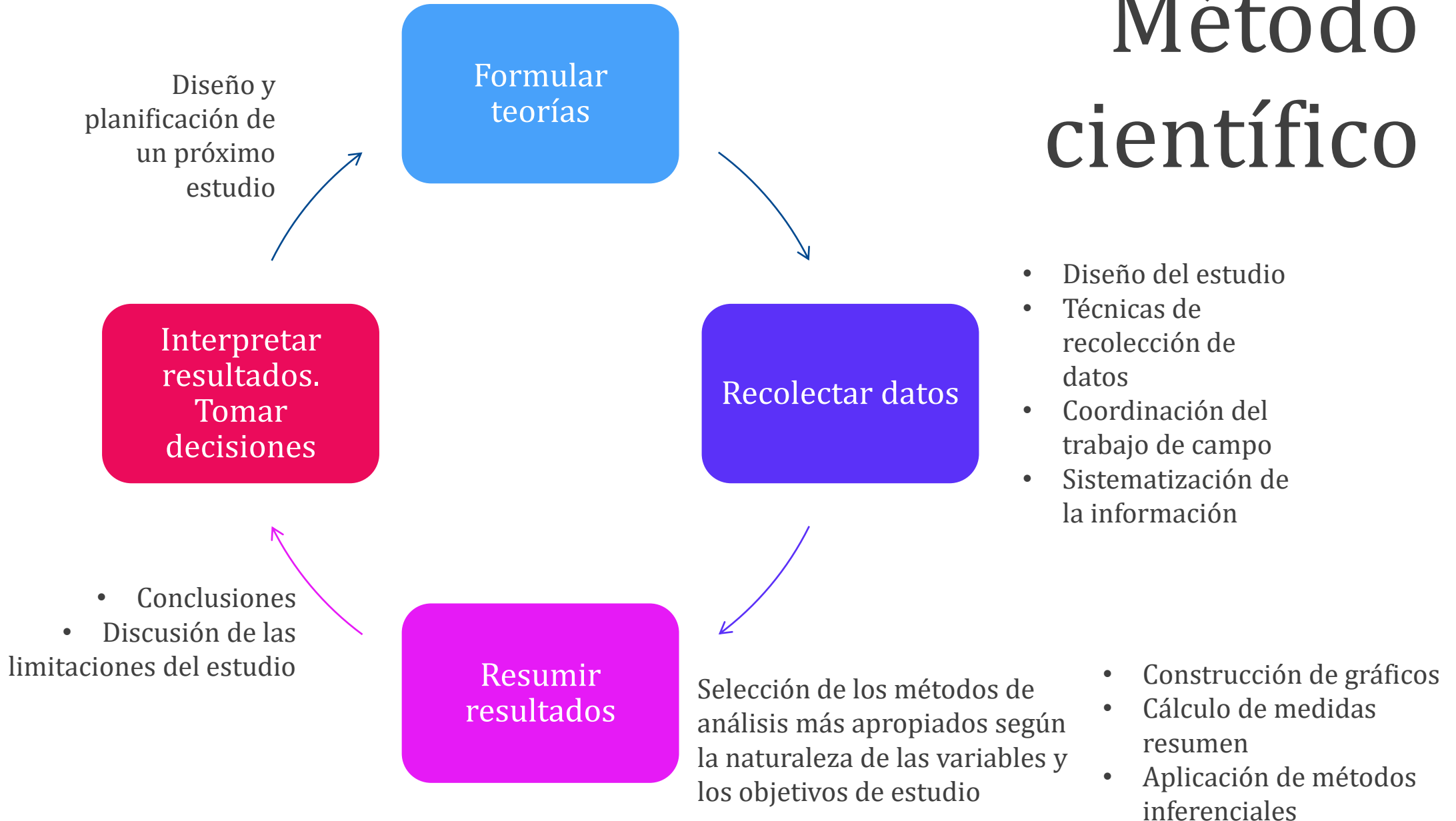
El suicidio es la **segunda** causa de defunción entre las personas de **15 a 29 años**



Más Ejemplos de uso de la estadística
Y DE SU PODER
PARA ABORDAR
TEMAS
TRANSVERSALES
DE INTERÉS



Método científico



¿Qué es la estadística?

La estadística moderna es la ciencia que abarca la recolección, presentación y caracterización de información para ayudar tanto en el análisis de datos como en el proceso de la toma de decisiones. Es el conjunto de métodos científicos que facilitan el análisis e interpretación de la información.

(Berenson y Levine, 2014; Fernández Fernández y col., 2002)

La **estadística** como disciplina de estudio.

La **estadística** o las **estadísticas** como resultados que presentan organismos oficiales de estadística

Un **estadístico** como procedimiento para obtener un número a partir de valores de una variable

Un **estadístico** o una **estadística** como una persona que tiene a la estadística como profesión

ESTADÍSTICO ≠ ESTADISTA

“Persona con gran saber y experiencia en los asuntos del Estado”

Real Academia Española

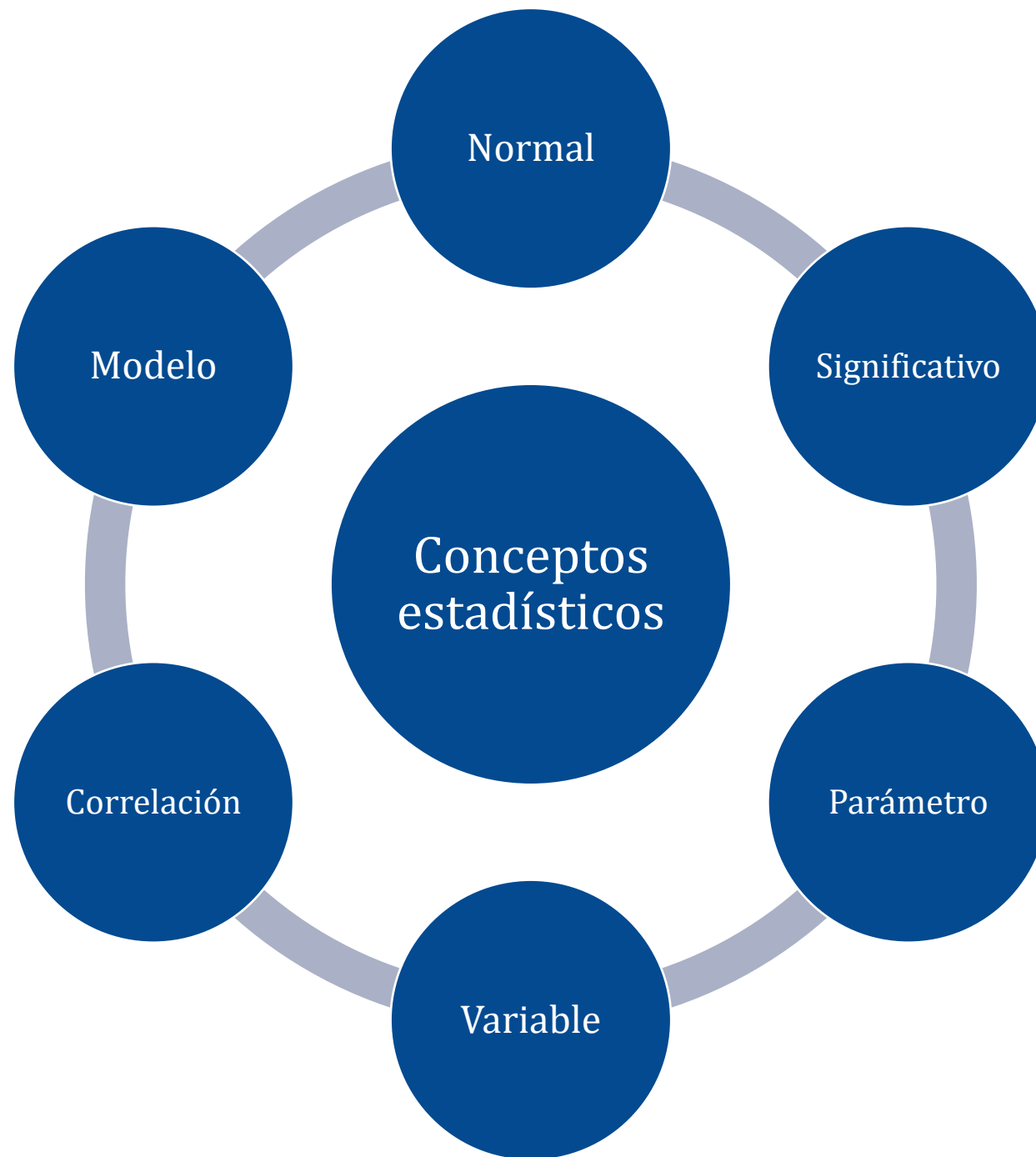


Cultura estadística

- La comprensión y correcta aplicación de los conceptos y procedimientos estadísticos básicos.
- La comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio (como algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo).
- La actitud crítica para al cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística

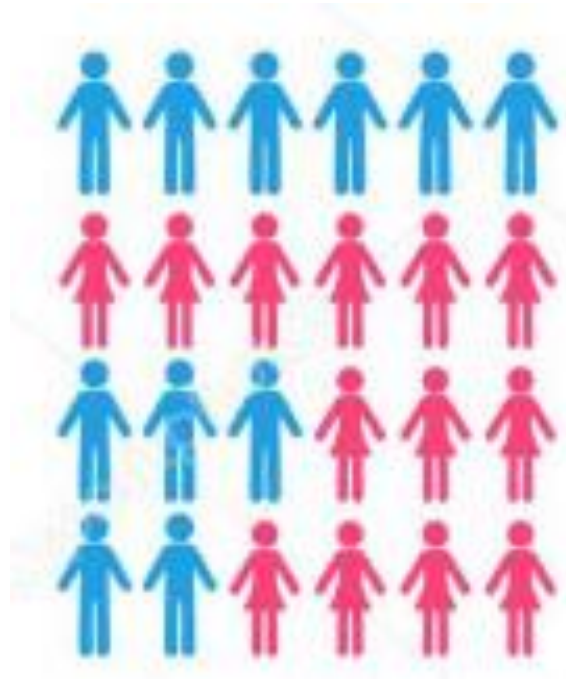
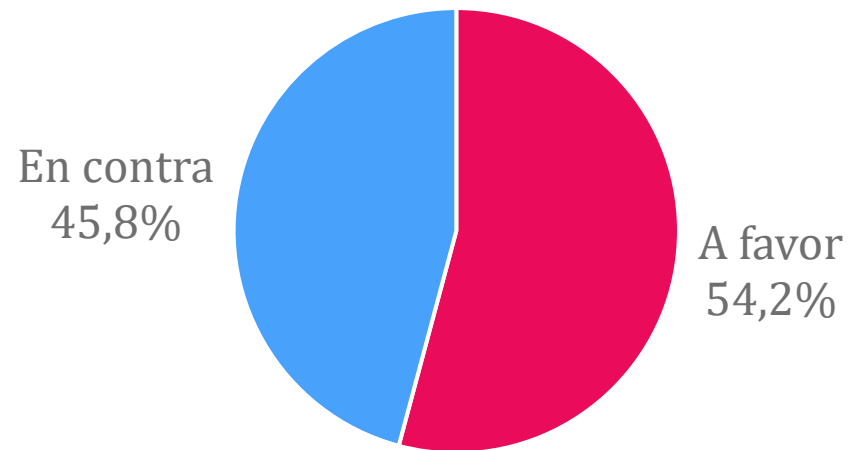
Permite a los investigadores en particular, y a los ciudadanos en general, participar en la sociedad de la información.

Terminología específica

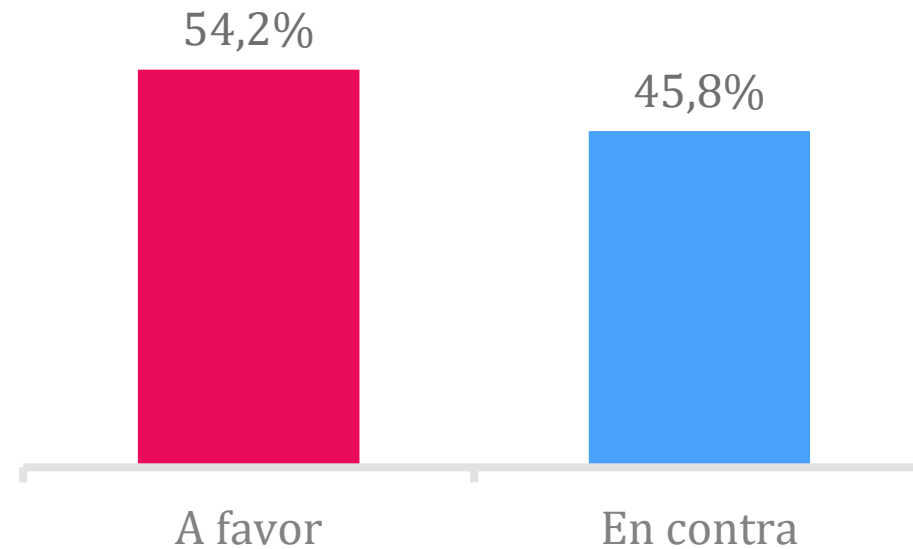


(Des) Información

Entre 5 y 6 de cada diez
personas están a favor
de la legalización de la
marihuana

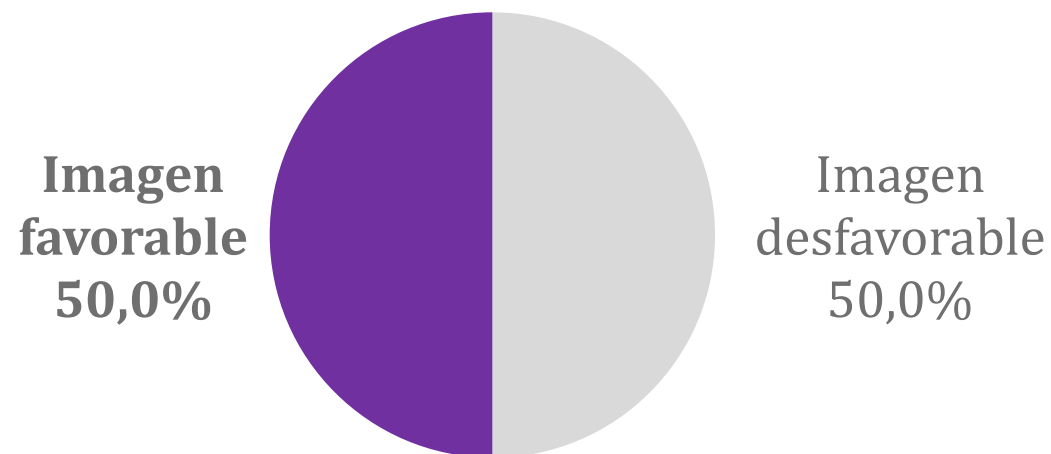


El 54,2% de los
encuestados está a favor
de la legalización de la
marihuana.

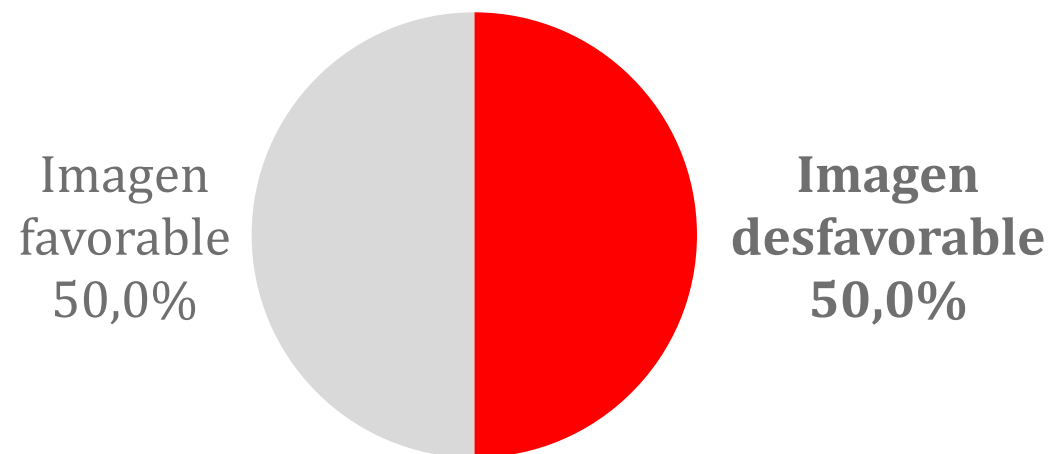


(Des)Información

Según informa la consultora A&B, la mitad de los argentinos apoya la gestión del actual presidente.



5 de cada 10 argentinos afirmó que no está de acuerdo con las medidas tomadas por el presidente durante su primer año de mandato



(Des)Información

La tasa de homicidios en la ciudad de Rosario para el año 2016 fue de 15,6 homicidios cada 100 mil habitantes. Esta cifra se encuentra dentro de los valores esperados si se tiene en cuenta que en el continente americano dicha tasa asciende a 17,2 casos cada 100 mil habitantes.

La tasa de homicidios en la ciudad de Rosario para el años 2016 fue de 15,6 homicidios cada 100 mil habitantes, cifra que supera ampliamente los niveles de violencia letal a nivel nacional (5,1 homicidios cada 100 mil habitantes).

La tasa de homicidios en la ciudad de Rosario para el años 2016 fue de 15,6 homicidios cada 100 mil habitantes. Esta cifra refleja la concreción de políticas públicas tendientes a reducir la violencia homicida a partir de 2013, donde la tasa de homicidios se alzó a 23,0 casos cada 100 mil habitantes.

Estadística descriptiva

Tiene como fin presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, mediante representaciones gráficas. Los datos se usan para fines descriptivos o comparativos, y no se usan principios de probabilidad. El interés se centra en describir el conjunto dado de datos y no se plantea extender las conclusiones a otros datos diferentes o a una población.

Estadística inferencial

Estudia los datos resumidos con referencia a un modelo de distribución probabilístico, determinando márgenes de incertidumbre en la estimación de los parámetros desconocidos del mismo. Se supone que el conjunto de datos analizados es una muestra de una población y el interés principal es predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados en la muestra.

La estadística descriptiva se utiliza tanto en poblaciones como en muestras. La estadística inferencial se utiliza cuando los datos sólo están disponibles para una muestra pero necesitamos sacar conclusiones sobre la población total.

Método científico



**Estamos
aquí**

La Estadística y el Método Científico nos proveen un conjunto de principios y procedimientos para obtener y resumir la información para la **Toma de Decisiones**.

Decisiones en el campo de la estadística

Escuchamos muchas afirmaciones a diario:

- Las lentejas instantáneas requieren solamente 2 minutos de hervor para estar listas para comer.
 - La vida media de las computadoras es 6 años.
- El consumo moderado de alcohol en las comidas reduce el riesgo de infarto de miocardio.
 - El 20% de las mujeres maneja mal

¿Qué se puede hacer si alguna de las afirmaciones nos concierne especialmente?

Decisiones en el campo de la estadística

¿Qué se puede hacer si alguna de las afirmaciones nos concierne especialmente?

- Creerle o no creerle, directamente.
- Realizar nuestra propia investigación, siguiendo los lineamientos propuestos en este libro.
- Indagar respecto de cómo se llegó a la conclusión.

Algunas definiciones

La **población** es el conjunto de todas las unidades en las que estamos interesados, de las cuales queremos obtener conclusiones.

Una **muestra** es un subconjunto de la población para el cual tenemos (o planeamos tener) datos.

La **unidad de análisis** es el elemento mínimo de una población. Se refiere a qué o quién es objeto de interés en una investigación.

Las **variables** son propiedades, atributos o características que forman parte del problema y a través de las cuales podremos explorarlo, describirlo o explicarlo. Las variables toman distintos valores.

Un dato es el valor que adopta una variable medida en una unidad de análisis.

Algunas definiciones

En la mayoría de los casos, se pretende inferir sobre alguna característica de la población. Esos valores desconocidos de la población se denominan **parámetros** y son los que se pretende estimar.

Ejemplos de parámetros: promedios, variabilidades, grados de asociación o correlación, medida de influencia de una variable sobre otra, una probabilidad de ocurrencia, etc.

Los datos de la muestra son usados para aproximar ese valor de interés desconocido en la población, a través de alguna función que dependerá del parámetro que se quiera estimar. Esas funciones de la muestra se denominan **estimadores**. El valor del estimador en una muestra en particular se denomina **estimación**. Lógicamente, las estimaciones varían de muestra a muestra.

Otras veces, el interés se centra en conocer directamente la distribución de probabilidad de una característica de la población.

Algunas definiciones

Estos son algunos de los parámetros -características poblacionales generalmente desconocidas o teóricas- que nos va a interesar estimar, y las estadísticas -resúmenes numéricos obtenidos a partir de una muestra o simulación- correspondientes más comúnmente utilizadas para estimar dichos parámetros.

Medida resumen	Parámetro	Estadística
Promedio	$\mu = E(X)$	\bar{X}
Variancia	$\sigma^2 = \text{Var}(X)$	S^2
Proporción	p	\hat{p}
Correlación lineal	ρ	r

Hipótesis estadísticas

La estadística provee métodos adecuados para el establecimiento de la “veracidad” o “falsedad” de una hipótesis y es por este motivo que está tan vinculada al método científico.

“...una hipótesis es una conjetura, una afirmación de carácter incierto que se propone sin conocimiento de su verdad o falsedad...” (Klimovsky, 1997).

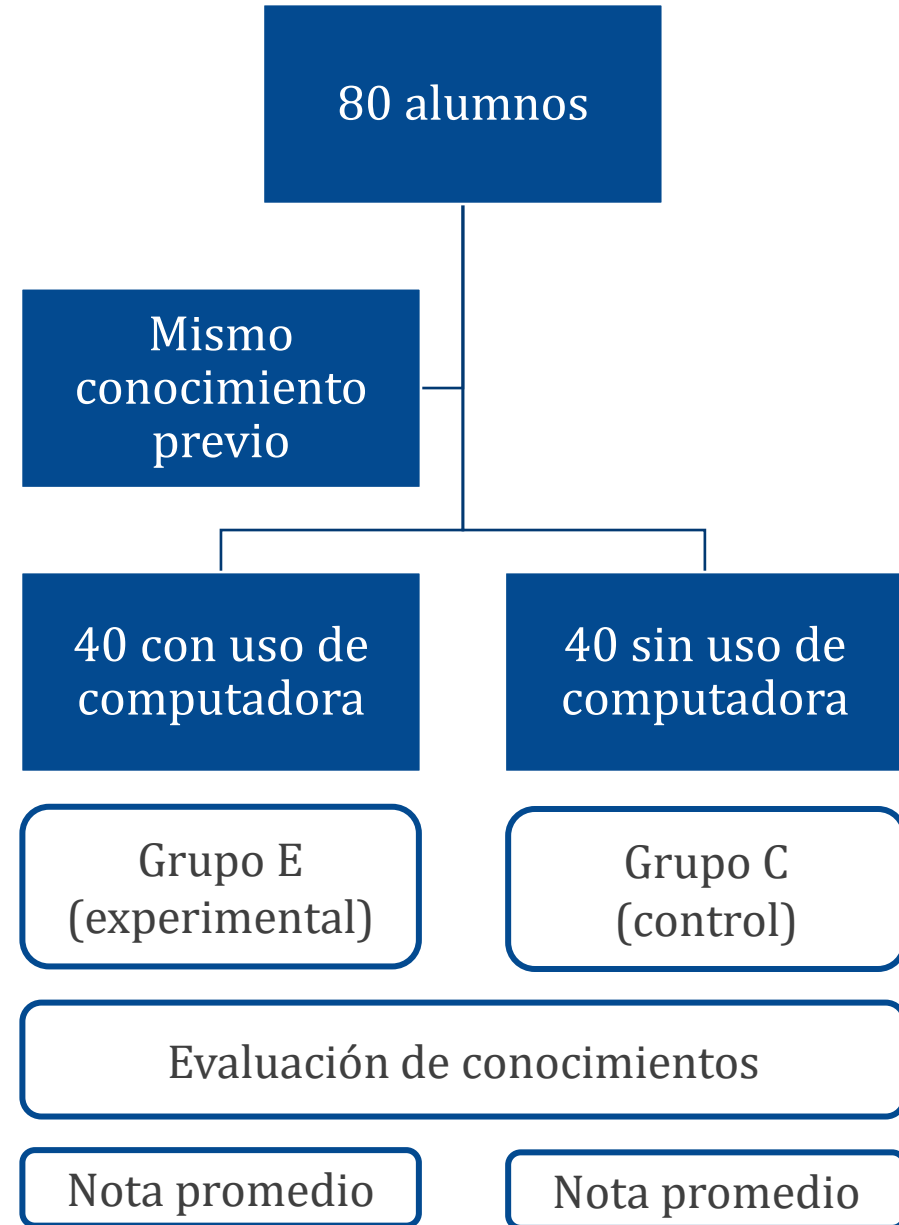
En toda prueba estadística de hipótesis, se plantean 2 teorías que compiten.

Los test de hipótesis corresponden a procedimientos de inferencia estadística que enfrentan un problema de decisión en base a la información parcial brindada por una muestra.

Test de hipótesis

Ejemplo

Un investigador que sostiene que los entornos visuales de aprendizaje facilitan la comprensión de conceptos más abstractos, considera que el uso de computadoras en las clases de estadística podría reforzar el aprendizaje.



Test de hipótesis

Ejemplo

Revisión de la literatura: Los entornos visuales de aprendizaje facilitan la comprensión de conceptos más abstractos.

Hipótesis de la investigación

El uso de computadoras en las clases de estadística refuerza el aprendizaje de los conceptos teóricos.

Hipótesis experimental

El puntaje promedio de los alumnos que recibieron clases con computadora es superior al de aquellos que recibieron clases tradicionales.

Hipótesis estadística

$H_0) \mu_E = \mu_C$ (hipótesis nula)

$H_1) \mu_E > \mu_C$ (hipótesis alternativa)

Test de hipótesis

Hay dos teorías que compiten: H_0 versus H_1

Hipótesis nula (H_0): es la afirmación de que nada está sucediendo, no existe diferencia, no hay cambios en la población.

Hipótesis alternativa (H_1): es la afirmación que el investigador espera que sea cierta. El cambio en la población que el investigador está buscando.

En general la hipótesis nula es construida para refutarla, con el objetivo de apoyar la hipótesis alternativa.

Test de hipótesis

Ejemplo

Suponiendo que se observan los siguientes resultados

$\bar{X}_E = 115,1$ puntos y $\bar{X}_C = 101,8$ puntos, ¿qué podría decirse?

¿La diferencia observada en los promedios podría deberse al azar?

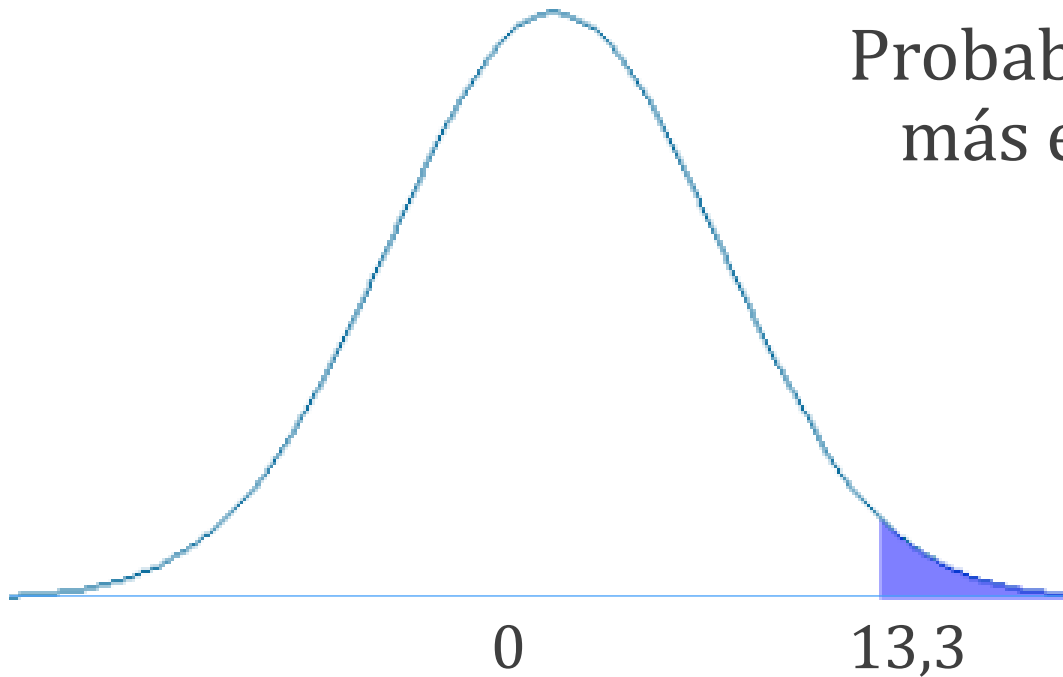
¿Es la diferencia observada **estadísticamente significativa**?

Si no existieran diferencias reales en el aprendizaje a través de los dos métodos, ¿qué tan probable es observar ese resultado?

Test de hipótesis

Ejemplo

p-value Valor p
Probabilidad asociada a los datos



Probabilidad de observar lo observado o algo más extremo suponiendo que H_0 es cierta.

Si no existiesen diferencias en los métodos, la probabilidad de observar una diferencia en los promedios muestrales tal como la observada o una mayor es menor a 0,001 ($p\text{-value} < 0,001$).

Test de hipótesis

Ejemplo

Dicho de otro modo, **los datos observados son muy poco probables de ocurrir si H_0 fuese cierta**, es decir, si el aprendizaje de los alumnos no dependiera del método de enseñanza.

Por lo tanto, es probable que la diferencia observada en los puntajes promedio de las muestras se deba a que la nota promedio poblacional de los alumnos que reciben educación asistida por computadora es realmente superior a la nota promedio poblacional de aquellos que aprenden por el método tradicional.

Por este motivo, **se rechaza H_0** . Se dice que los datos son **estadísticamente significativos**, que hay evidencia que avala la diferencia estadísticamente significativa entre las notas medias.

Test de hipótesis

Ejemplo

Se rechazó H_0 .

¿Quiere eso decir que se puede estar 100% seguro que la nota media de los alumnos del grupo E es superior a la de los del grupo C?

¡NO!

La hipótesis nula se rechaza cuando hay **suficiente** evidencia que respalda la hipótesis alternativa. El método estadístico no proporciona la forma de saber si la decisión tomada es la correcta. **Podría haberse cometido un error.**

Test de hipótesis

Ejemplo

Un principio del sistema de justicia es “El acusado será considerado inocente hasta que se pruebe su culpabilidad”.

En el contexto de un juicio criminal ¿cómo juegan las hipótesis nula y alternativa?

La H_0 es el status quo: el acusado es inocente.

Se deberán presentar las evidencias y se evaluarán. Si hay suficientes dudas acerca de la inocencia del acusado entonces será declarado “culpable”.

Si se declara “culpable” al acusado pero éste es “inocente” ocurrirá un ERROR.

Si se declara “inocente” al acusado pero éste es “culpable” ocurrirá un ERROR.

Test de hipótesis

Ejemplo

Error de tipo 1

Rechazar H_0 cuando en realidad es cierta.

Afirmar que los alumnos del grupo E tienen una nota promedio superior a los del grupo C, cuando en realidad no existen diferencias.

Error de tipo 2

No rechazar H_0 cuando en realidad es cierta H_1 .

Afirmar que no existen diferencias en las notas promedio de los dos grupos, cuando en realidad los alumnos del grupo E tienen una nota promedio superior a los del grupo C.

Test de hipótesis

Decisión basada en los datos	Realidad	
	H_0 es verdadera	H_1 es verdadera
Sustentar H_0	No hay error	e_{II}
Sustentar H_1	e_I	No hay error

Test de hipótesis

Si el error tipo I es considerado muy serio ¿por qué no tratamos de que la chance de cometerlo sea 0?

Para lograr un valor 0 en la chance de cometer e_I , nunca rechazaríamos la H_0 , nunca sustentaríamos una teoría nueva o alternativa. Por lo tanto debemos aceptar una pequeña chance de cometer un error.

$P(e_I)$: es la probabilidad de cometer un e_I , es decir, de rechazar H_0 siendo ella cierta

$P(e_{II})$: es la probabilidad de cometer un e_{II} , es decir, de no rechazar H_0 cuando en realidad es cierta H_1

Test de hipótesis

Dado que ambos $P(e_I)$ y $P(e_{II})$ representan chances de cometer error, idealmente deseamos que sean lo más pequeños posible.

Se desea encontrar un test de manera tal que las $P(e_I)$ y $P(e_{II})$ sean mínimas. Sin embargo, no podemos controlar ambas probabilidades.

Por lo tanto se acostumbra asignar un límite a la $P(e_I)=P(\text{rechazar } H_0/H_0 \text{ es cierta})$ y minimizar la otra probabilidad. Es decir seleccionamos un número $0 < \alpha < 1$, llamado **nivel de significación** e imponemos la condición

$$P(\text{rechazar } H_0/H_0 \text{ es cierta}) \leq \alpha$$

Test de hipótesis

Ejemplo

¿Si el p-value hubiese sido de 0,03 qué decisión se hubiese tomado?

¿Y para p-value = 0,07? ¿Y si p-value = 0,15?

Nivel de significación: probabilidad máxima que asume el investigador de rechazar H_0 cuando en realidad es cierta. Es la probabilidad de cometer un error tipo 1.

Debe ser fijado antes del comienzo de la investigación.

Test de hipótesis

Relación entre p-value y el nivel de significación α :

- Si el p-value $\leq \alpha \Rightarrow$ rechazar H_0 y los datos son estadísticamente significativos.
 - Si el p-value $> \alpha \Rightarrow$ No rechazar H_0 y los datos no son estadísticamente significativos.

Test de hipótesis

Definiciones

Una **región de rechazo o crítica** es el conjunto de valores para los cuales rechazaríamos H_0 . Tales valores son contradictorios a la H_0 y favorables a la H_1 .

Una **región de aceptación** comprende un conjunto de valores para los cuales aceptaríamos la H_0 .

Un **valor crítico** es aquel valor que marca el “punto inicial” del conjunto de valores que comprenden la región de rechazo o crítica.

Test de hipótesis

Ejemplo

Regla de decisión

Si la diferencia observada entre \bar{X}_E y \bar{X}_C es mayor a 10 puntos, entonces la decisión del test será rechazar H_0 y afirmaríamos -con un nivel de significación determinado y en base a la evidencia muestral- que el puntaje promedio de los alumnos que recibieron clases con computadora es superior al de aquellos que recibieron clases tradicionales, por lo que podríamos afirmar que hay evidencia estadísticamente significativa que indica que el uso de computadoras en las clases de estadística refuerza el aprendizaje de los conceptos teóricos.

Conclusión

Test de hipótesis

Ejemplo

En este caso, la **región de rechazo o crítica** estará conformada por todos aquellos valores de $\bar{X}_E - \bar{X}_C \geq 10$

La **región de aceptación** comprende el conjunto de valores $\bar{X}_E - \bar{X}_C < 10$

El **valor crítico**, en este caso será igual a 10.

Test de hipótesis

Ejemplo

Es importante distinguir la diferencia entre la probabilidad que existe de cometer un error antes de observar los datos y luego de haber tomado una decisión en base a los datos observados.

El método estadístico no proporciona la forma de saber si una decisión en particular tomada es la correcta, pero sí permite saber con qué probabilidad de error (de tipo I y de tipo II) tomamos dicha decisión.

Ahora bien, una vez que se ha tomado una decisión, ésta será correcta o errónea y como la chance de cometer un error es igual a 0 o 1.

Test de hipótesis

Ejemplo

Los test de hipótesis son herramientas útiles para la **toma de decisiones**.

La institución a la que pertenece el docente investigador del ejemplo podría querer evaluar si un método es significativamente mejor que el otro para aplicar el uso de computadoras en todos los cursos de estadística. De este modo, si la evidencia avala la hipótesis alternativa, el método no solo será aplicado al curso en que se evaluó sino también al resto de los cursos de estadística.

Test de hipótesis

- Elección entre dos **hipótesis** contrapuestas referidas a un **parámetro** de interés.
- Utiliza la información observada en una **muestra** con un **marco probabilístico** de referencia.
- Resultados **estadísticamente significativos** indican evidencia a favor de la H_1 (es decir, **evidencia favorable a la hipótesis experimental**).
- El investigador fija de antemano la probabilidad admitida de rechazar erróneamente H_0 (nivel de significación).
- Si se rechaza H_0 , puede cometerse un error tipo 1. Si no se rechaza H_0 , puede cometerse un error tipo 2.

Para resolver

La siguiente tabla resume los resultados de tres estudios diferentes.

	H_0	H_1	p-value
A	La verdadera duración de vida promedio es ≥ 54 meses	La verdadera duración de vida promedio es < 54 meses	0.0251
B	El tiempo promedio de supervivencia con el T_I es igual al tiempo promedio con el T_{II}	El tiempo promedio de supervivencia con el T_I es distinto al tiempo promedio con el T_{II}	0.0018
C	La verdadera proporción de personas que tienen dos empleos es ≤ 0.33	La verdadera proporción de personas que tiene dos empleos es > 0.33	0.3590

Para resolver

1. ¿Para cuál de los tres estudios los resultados muestran mayor evidencia a favor de H_0 ? Explique.
2. Suponga que en el estudio A se concluyó que los datos sustentan la H_1 de que la verdadera vida promedio es menor 54 meses,
 - 2.1. ¿Cuál podría ser un valor posible para el nivel de significación utilizado en este test de hipótesis?
 - 2.2. Si en realidad la vida promedio es ≥ 54 meses. En el lenguaje estadístico, ¿es éste un error tipo I o un error tipo II?
3. Si los resultados del “estudio C” no son estadísticamente significativos, ¿cuál es la hipótesis sustentada?

Test de hipótesis

Un parámetro respecto a un valor de referencia

La última ENNyS informa que a nivel nacional, el 65% de la población no realiza actividad física suficiente. Se desea probar si ocurre lo mismo en la ciudad de Rosario.

$$\begin{aligned} H_0) p &= 0,65 \\ H_1) p &\neq 0,65 \end{aligned}$$

Según la ENGHo 2017/2018, las familias nucleares están compuestas en promedio por 3,7 miembros. Un investigador desea evaluar si en los barrios vulnerables de la ciudad de Rosario la cantidad promedio de miembros es mayor.

$$\begin{aligned} H_0) \mu &= 3,7 \\ H_1) \mu &> 3,7 \end{aligned}$$

Un proceso productivo funciona de manera adecuada si el desvío estándar del largo de las piezas producidas es de a lo sumo 5mm. Semestralmente se evalúa que el proceso funcione correctamente, dada la posibilidad de encontrar una variabilidad mayor a la deseada.

$$\begin{aligned} H_0) \sigma &\leq 5 \\ H_1) \sigma &> 5 \end{aligned}$$

Test de hipótesis

Un parámetro evaluado en dos poblaciones

Hay sospechas para afirmar que existe disparidad en el ingreso promedio de hombres y mujeres que dedican la misma cantidad de tiempo a las mismas tareas.

$$\begin{aligned} H_0) \mu_H - \mu_M &= 0 \\ H_1) \mu_H - \mu_M &\neq 0 \end{aligned}$$

Un parámetro que relaciona dos variables

Un investigador sostiene que a medida que aumentan los años de educación formal de una persona, se incrementa de forma constante la remuneración percibida.

$$\begin{aligned} H_0) \rho &= 0 \\ H_1) \rho &> 0 \end{aligned}$$

Test de hipótesis sobre los parámetros de los modelos
(se verá algunas diapositivas más adelante)

Test de hipótesis

Ejemplo

Supongamos que cierto tipo de motor de automóvil emite una media de 100 mg de gases (NOx) por segundo. Se ha propuesto una modificación al diseño del motor para reducir las emisiones de NOx. El nuevo diseño se producirá si se demuestra que la media de su tasa de emisiones es menor de 100 mg/s. Se construye y se prueba una muestra de 50 motores modificados. Se desea trabajar con un nivel de significación del 5%.

X : emisión de gases del motor modificado (mg/s).

μ : emisión promedio de gases de los motores modificados (mg/s).

$$H_0) \mu = 100$$

$$H_1) \mu < 100$$

Si $p - value = 0,0465$ entonces rechazamos la hipótesis nula: la emisión promedio de los motores modificados es inferior a 100 mg/s.

Prevalencias del consumo de drogas

Población total

Los resultados de la ENA 2011 muestran que la prevalencia alguna vez en la vida para el consumo de cualquier droga y cualquier droga ilegal tuvo un crecimiento estadísticamente significativo entre 2002 y 2011. En el primer caso, la prevalencia pasó de 5.0% a 7.8%, y en el segundo, de 4.1% a 7.2% (cuadro 1).

**El consumo de drogas en México:
Resultados de la Encuesta Nacional de
Adicciones, 2011**

**Estilos de liderazgo y resultados del
sistema de medición de la calidad de la
educación: un estudio empírico en los
colegios básicos de la ciudad de Arica-
Chile**

Existe una correlación significativa y positiva entre el puntaje SIMCE de los colegios y el estilo de liderazgo transformacional de los directores de dichos establecimientos educacionales.

Finalmente el liderazgo transaccional no es significativo para explicar los resultados promedios del SIMCE [Test $t = -1,163$, $p < 0,261$]