



Nombre y Apellido:

Legajo:

## Examen Parcial

1. Sean  $\phi, \psi \in \text{PROP}$  Demuestre:

(a)  $\models ((\phi \vee \psi) \wedge \psi) \leftrightarrow \psi$

(b)  $\phi \rightarrow \psi \models (\neg\phi \vee \psi)$

2. Pruebe la validez de los siguientes secuentes. Utilice al menos un árbol y una prueba lineal.

(a)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \vdash r \vee (\neg p \wedge \neg q)$

(b)  $p \wedge \neg(q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \wedge \neg r$

3. Sean  $\Gamma$  y  $\Delta$  conjuntos de fórmulas tales que  $\Gamma$  es consistente y  $\Delta$  es inconsistente. Demostrar o refutar las siguientes afirmaciones:

i.  $\Gamma \cup \Delta$  es inconsistente.

ii.  $\Gamma \cap \Delta$  es consistente.

4. Sea  $\Gamma$  un conjunto de tautologías. Demuestre que, para toda fórmula  $\phi \in \text{PROP}$  se cumple:

$$\Gamma \vdash \phi \quad \text{si y sólo si} \quad \phi \text{ es una tautología}$$

5. Para cada caso, determine si es posible encontrar un conjunto de fórmulas  $\Gamma$  tales que se cumplan las condiciones pedidas.

(a)  $\Gamma = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ ,  $\gamma \models \alpha \vee \beta$ ,  $\gamma \models \alpha \rightarrow \beta$  y  $\gamma \not\models \beta \rightarrow \alpha$ .

(b)  $\Gamma = \{\alpha', \beta', \gamma'\}$ ,  $\{\alpha' \rightarrow \beta' \wedge \gamma', \beta' \rightarrow \neg\gamma', \neg\alpha' \rightarrow \perp\}$  es consistente.

(c)  $\Gamma = \{\alpha'', \beta'', \gamma''\}$  tal que  $\Gamma$  es inconsistente, pero todos sus subconjuntos propios son consistentes.