Práctica 3: Completitud de la Lógica Proposicional

1. Completar la demostración de soundness con las reglas que faltaron hacer en clase.

2. Completar el caso de la disyunción y la negación en el Lema 7.

3. Demostrar que los Γ_n definidos en el Lema 4 son consistentes, para cualquier n.

4. Decidir cuáles de los siguientes conjuntos son consistentes:

a) $\{\neg p_1 \wedge p_2 \to p_0,\ p_1 \to (\neg p_1 \to p_2),\ p_0 \leftrightarrow \neg p_2\}$

b) $\{p_0 \to p_1,\ p_1 \to p_2,\ p_2 \to p_3,\ p_3 \to \neg p_0\}$

c) $\{p_0 \to p_1,\ p_0 \wedge p_2 \to p_1 \wedge p_3,\ p_0 \wedge p_2 \wedge p_4 \to p_1 \wedge p_3 \wedge p_5,\ ...\}$

5. Demostrar que las siguientes proposiciones son equivalentes:

a) $\{\phi_1,\ ...,\ \phi_n\}$ es inconsistente

b) $\vdash \neg(\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge ... \wedge \phi_n)$

c) $\vdash \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge ... \wedge \phi_{n-1} \to \neg\phi_n$

6. Decimos que ϕ es independiente de Γ si $\Gamma \nvdash \phi$ y $\Gamma \nvdash \neg\phi$.
Demostrar que $p_1 \to p_2$ es independiente de $\{p_1 \leftrightarrow p_0 \wedge \neg p_2,\ \ p_2 \to p_0\}$.

7. Demostrar que un conjunto consistente Γ es maximalmente consistente si $\forall\phi$ se cumple que $\phi \in \Gamma$ o $\neg\phi \in \Gamma$.

8. Usando la definición inductiva de $\vdash$, demostrar que si $\Gamma \vdash \phi$ entonces existe $\Delta \subseteq \Gamma$ finito tal que $\Delta \vdash \phi$.