



Práctica 4: Lógica de Predicados, Sintaxis

1. Encuentre una formalización en lógica de predicados para las siguientes oraciones. Tenga en cuenta que $P(x, y)$, $M(x, y)$, $H(x, y)$, $E(x, y)$ significan, respectivamente, que x es padre, madre, hermano, esposo de y y $Mj(x)$, $V(x)$ significan que x es mujer o varón, respectivamente.

- a) Todas las personas tienen madre.
- b) Todas las personas tienen madre y padre.
- c) Quien tiene una madre tiene un padre.
- d) Juan es abuelo.
- e) Nadie que sea tío es tía.
- f) Nadie que sea abuela de alguien es padre de alguien.
- g) Juan y Lisa son marido y mujer.
- h) Carlos es el cuñado de Mónica.

2. Defina el principio de inducción primitiva para TERM y FORM .

3. Sea $\phi \in \text{FORM}$ y las constantes a y b .

- a) Demuestre que para dos variables x e y distintas,

$$\phi[a/x][b/y] = \phi[b/y][a/x]$$

- b) Demuestre que lo anterior no es válido para el caso $x = y$.

4. Defina la función $BV : \text{FORM} \rightarrow 2^{\text{VAR}}$ que, dada una fórmula ϕ , devuelve el conjunto de variables ligadas de ϕ .

5. Realizar la sustitución $\varphi[t/x]$ para los siguientes valores de φ y t :

- a) $\varphi = \forall x P(x)$, $t = g(x)$
- b) $\varphi = \forall z P(x)$, $t = h(y)$
- c) $\varphi = \forall z P(x)$, $t = f(y, z)$
- d) $\varphi = B(x, y) \rightarrow \exists x C(x)$, $t = s(y)$
- e) $\varphi = \neg(\exists y (\forall x P(x, y, z)) \wedge (\exists z G(z, y, x))) \rightarrow B(a)$, $t = g(z)$
- f) $\varphi = \exists y \text{pow}(y, x) = x$, $t = \text{dos}$

6. Decida, para cada caso, si el término t está libre para la variable x en la fórmula ϕ :

- a) x para la variable x en $(x = x)$
- b) y para la variable x en $(x = x)$
- c) $x + y$ para la variable y en $(z = c)$
- d) $c + y$ para la variable y en $\exists x(y = x)$
- e) $x + w$ para la variable z en $\forall w(x + z = c)$
- f) $x + y$ para la variable z en $\forall w(x + z = c) \wedge \exists y(z = x)$
- g) $x + y$ para la variable z en $\forall u(u = v) \rightarrow \forall z(z = y)$

7. Sea $\phi = \forall x(\forall yR(y, x, z)) \vee \exists zS(x, z)$, donde R es un símbolo de predicado de aridad 3 y S un símbolo de predicado de aridad 2.

- a) Calcule los conjuntos $FV(\phi)$ y $BV(\phi)$.
- b) Sea $t = f(f(z, z), g(z))$ un término. Realice las sustituciones $\phi[t/x]$, $\phi[t/y]$, $\phi[t/z]$.
- c) ¿Está t libre para x en ϕ ? ¿Para y ? ¿Para z ?