

Métodos Numéricos - LCC 2023

Docentes: Alejandro G. Marchetti, Juan Manuel Rabasedas, Brian Luporini

Práctica 3: Resolución de ecuaciones no lineales

1) Determine gráficamente valores aproximados de todas las raíces positivas de las funciones

a) $f_1(x) = \cos(x) \cosh(x) + 1$,

d) $f_4(x) = \log x - x + 1$,

b) $f_2(x) = 2 \sin x - x^2$,

c) $f_3(x) = e^{-x} - x^4$,

e) $f_5(x) = \frac{x^2}{4} - \sin x$.

Recordar que $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$.

2) De ser posible, hallar todas las raíces de las funciones del ítem anterior utilizando el métodos de la bisección y la secante, ambos con una precisión de 10^{-6} . Comparar la cantidad de iteraciones obtenidas en cada método.

3) ¿Qué se obtiene al aplicar reiteradamente a un valor cualquiera la función coseno? Formalizar lo que sucede.

4) Consideramos la iteración $x_{k+1} = 2^{x_k-1}$ para resolver la ecuación $2x = 2^x$. Determinar para que valores iniciales x_0 la iteración converge y en ese caso cual es el límite.

5) Convertir la ecuación $x^2 - 5 = 0$ en el problema de punto fijo $x = x + c(x^2 - 5) := g(x)$, con c constante positiva. Elegir un valor adecuado de c que asegure la convergencia de $x_{n+1} = x_n + c(x_n^2 - 5)$ a $z = -\sqrt{5}$.

6) Se quiere calcular la solución de la ecuación $e^x = 3x$, usando la iteración simple de punto fijo con diferentes funciones de iteración:

i) $g_1(x) = \frac{e^x}{3}$

ii) $g_2(x) = \frac{e^x - x}{2}$

iii) $g_3(x) = \log(3x)$

iv) $g_4(x) = e^x - 2x$

¿Cuáles son útiles para calcular la solución de la ecuación?

7) Efectuar cinco iteraciones del método de Newton para el siguiente sistema:

$$0 = 1 + x^2 - y^2 + e^x \cos y$$

$$0 = 2xy + e^x \sin y$$

utilizando como valor inicial $x_0 = -1$ y $y_0 = 4$.

8) Resolver el sistema

$$0 = x^2 + xy^3 - 9$$

$$0 = 3x^2y - 4 - y^3$$

usando el método de Newton para cada uno de los siguientes valores iniciales:

a) (1.2, 2.5)

b) (-2, 2.5)

c) (-1.2, -2.5)

d) (2, -2.5).

9) La presión requerida para sumergir un objeto grande y pesado en un terreno suave y homogéneo que se encuentra sobre una base dura, puede predecirse a partir de la presión requerida para sumergir objetos más pequeños en el mismo suelo.

En particular la presión p necesaria para sumergir una lámina circular de radio r una distancia d en un terreno suave, donde la base dura yace a una distancia $D > d$, puede aproximarse por una ecuación de la forma

$$p = k_1 e^{k_2 r} + k_3 r,$$

donde $k_i, i = 1, 2, 3$ dependen de d , pero no de r .

Recordar que la presión se obtiene de dividir la fuerza aplicada y el área correspondiente.

- a) Encontrar los valores de k_i , $i = 1, 2, 3$, si se supone que una lámina circular de radio 1 pulgada requiere una presión de 10 libras/pulgada², para sumergirse 1 pie en un terreno suave, una lámina de radio 2 pulgadas requiere una presión de 12 libras/pulgada² para sumergirse 1 pie, y una lámina de 3 pulgadas de radio requiere 15 libras/pulgada² de presión para sumergirse esa distancia.
- b) Usando los cálculos realizados en a), predecir el radio mínimo de una lámina circular que deberá sostener una carga de 500 libras de fuerza sumergiéndose menos de 1 pie.
- 10) Dada la profundidad h y el período T de una ola, su longitud de onda l surge de la relación de dispersión $w^2 = gd \tanh(hd)$, donde $w = \frac{2\pi}{T}$ es una pulsación, g es la aceleración de la gravedad, y $d = \frac{2\pi}{l}$ es el número de onda. Conociendo $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ y $h = 4 \text{ m}$, se desea calcular cuál es la longitud de onda correspondiente a una ola con $T = 5 \text{ s}$. Construir un algoritmo en Scilab que efectúe los siguientes cálculos:
- a) Utilizar un método de punto fijo para calcular la solución con un dígito de precisión, partiendo de $d = 1$.
- b) Utilizar el método de Newton para calcular la solución con 4 dígitos de precisión, partiendo del resultado obtenido en a).