Métodos Numéricos - LCC 2023
Docentes: Alejandro G. Marchetti, Juan Manuel Rabasedas, Brian Luporini
Práctica 1: Sucesiones y series (complementaria)

---

1. En cada caso determinar si la sucesión $\{a_n\}$ converge o diverge y en caso de ser convergente hallar su límite.

   a) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$,

   b) $a_n = \frac{2n}{2^n}$,

   c) $a_n = 2^{1/n}$,

   d) $a_n = \frac{\ln(n)}{4n}$,

   e) $a_n = \frac{n^2+2n-1}{n^3-n+1}$,

   f) $a_n = (-1)^n + 1$,

   g) $a_n = n^n$,

   h) $a_n = \sin(n\pi/2)$.

2. En cada caso determinar si la serie converge o diverge y en caso de ser convergente hallar su suma.

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$,

   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$,

   c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\pi^n}{7^n}$,

   d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n^2}$,

   e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n^3-n}$,

   f) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{1/n} - e^{1/(n+1)}$,

   g) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan(n)$.

3. Calcule los valores de x para los cuales la serie converge. Determine la suma de la serie para dichos valores de x.

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-5)^n x^n$,

   b) $\sum_{n=1}^{\infty} (x+2)^n$,

   c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{x^n}$,

   d) $\sum_{n=0}^{\infty} e^{nx}$,

   e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^n(x)}{3^n}$.

4. Leonhard Euler calculó la suma exacta de la p-serie para $p = 2$ dada por

$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

   Use este hecho para encontrar la suma de una cada de las siguientes series:

   a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2}$,

   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2}$,

   c) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$.