

Podstawowe statystyki próbkowe i funkcje w R wyliczające te statystyki	
średnia z próby: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$ $> \text{mean}(\text{dane})$	wariancja z próby: $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2$ $> \text{var}(\text{dane})$

Oznaczenia podstawowych kwantyli i funkcje w R wyliczające te kwantyle		
dla rozkładu normalnego $u_\alpha$ $> \text{qnorm}(\alpha)$	dla rozkładu t-Studenta $t_{\alpha,n}$ $> \text{qt}(\alpha, n)$	dla rozkładu chi-kwadrat $\chi_{\alpha,n}^2$ $> \text{qchisq}(\alpha, n)$

**UWAGA:** Jeśli wyznaczone wartości statystyk testowych należą do odpowiednich zbiorów krytycznych, to  $H_0$  odrzucamy.

Weryfikacje hipotez dotyczących wartości średniej na poziomie istotności $\alpha$			
<b>Model I.</b> $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , $\mu$ - nieznane, $\sigma$ - znane.			
Hipoteza zerowa $H_0 : \mu = \mu_0$ . Statystyka testowa $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu > \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu < \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$	
<b>Model II (t.test).</b> $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , $\mu$ - nieznane, $\sigma$ - nieznane.			
Hipoteza zerowa $H_0 : \mu = \mu_0$ . Statystyka testowa $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s} \sqrt{n}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha/2, n-1}) \cup (t_{1-\alpha/2, n-1}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu > \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (t_{1-\alpha, n-1}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu < \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha, n-1})$	
<b>Model III.</b> $X$ ma rozkład dowolny (próba duża: $n \geq 100$ ).			
Hipoteza zerowa $H_0 : \mu = \mu_0$ . Statystyka testowa $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s} \sqrt{n}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu > \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu < \mu_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$	
<b>Model IV (prop.test).</b> $X$ ma rozkład dwupunktowy $P(X = 1) = p$ , $P(X = 0) = q = 1 - p$ , $p$ - nieznane, $n\hat{p} \geq 5$ i $n\hat{q} \geq 5$ , gdzie $\hat{p} = \frac{k}{n} = \frac{\text{ilość sukcesów}}{\text{ilość prób}}$ , $\hat{q} = 1 - \hat{p}$ .			
Hipoteza zerowa $H_0 : p = p_0$ . Statystyka testowa $U = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : p \neq p_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p > p_0$ Zbiór krytyczny $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p < p_0$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$	
Jeśli w <b>modelu IV</b> nie jest spełnione założenie, że $n\hat{p} \geq 5$ i $n\hat{q} \geq 5$ , to zamiast prop.test używamy testu dokładnego <b>binom.test</b> .			

Weryfikacja hipotezy dotyczącej jednej wariancji na poziomie istotności $\alpha$		
<b>Model.</b> $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , $\mu$ - nieznane, $\sigma$ - nieznane.		
Hipoteza zerowa $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ . Statystyka testowa $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$ .		
Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ Zbiór krytyczny $W = (0, \chi_{\alpha/2, n-1}^2) \cup (\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ Zbiór krytyczny $W = (\chi_{1-\alpha, n-1}^2; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$ Zbiór krytyczny $W = (0; \chi_{\alpha, n-1}^2)$

Weryfikacje hipotez dotyczących dwóch średnich na poziomie istotności $\alpha$			
<b>UWAGA:</b> jeżeli wyznaczone wartości statystyk ( $U$ lub $T$ ) należą do odpowiednich zbiorów krytycznych, to $H_0$ odrzucamy.			
<b>Model I.</b> $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ , $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , $\mu_1, \mu_2$ - nieznane, $\sigma_1, \sigma_2$ - znane; dysponujemy niezależnymi próbami losowymi z tych populacji. Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ . Statystyka testowa $U = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = \langle u_{1-\alpha}; +\infty \rangle$	Hipoteza alternatywna Zbiór krytyczny $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$	
<b>Model II. (unpaired t-test: t.test(..., paired=FALSE, var.equal=TRUE))</b> $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ , $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , $\mu_1, \mu_2$ - nieznane, $\sigma_1, \sigma_2$ - nieznane, ale takie, że $\sigma_1 = \sigma_2$ ; dysponujemy niezależnymi próbami losowymi z tych populacji. Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ . Statystyka testowa $T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty, -t_{1-\alpha/2, n_1+n_2-2}) \cup (t_{1-\alpha/2, n_1+n_2-2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = \langle t_{1-\alpha, n_1+n_2-2}; +\infty \rangle$	Hipoteza alternatywna Zbiór krytyczny $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ $W = (-\infty, -t_{1-\alpha, n_1+n_2-2})$	
<b>Model III. (paired t-test: t.test(..., paired=TRUE))</b> $(X, Y) \sim N_2(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ , $\mu_1, \mu_2$ - nieznane, $\sigma_1, \sigma_2$ lub $\rho$ - nieznane. Dysponujemy parami obserwacji, gdzie pary są wzajemnie niezależne. Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ . Statystyka testowa $T = \frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n}$ , gdzie $z_i = x_i - y_i$ , $i = 1, 2, \dots, n$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha/2, n-1}) \cup (t_{1-\alpha/2, n-1}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = \langle t_{1-\alpha, n-1}; +\infty \rangle$	Hipoteza alternatywna Zbiór krytyczny $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ $W = (-\infty; -t_{1-\alpha, n-1})$	
<b>Model IV.</b> Cechy $X, Y$ mają rozkłady dowolne ( $n_1 \geq 100, n_2 \geq 100$ ), $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ - nieznane; dysponujemy niezależnymi próbami losowymi z tych populacji. Hipoteza zerowa $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ . Statystyka testowa $U = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -t_{1-\alpha/2, n-1}) \cup (t_{1-\alpha/2, n-1}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ Zbiór krytyczny $W = \langle t_{1-\alpha, n-1}; +\infty \rangle$	Hipoteza alternatywna Zbiór krytyczny $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ $W = (-\infty; -t_{1-\alpha, n-1})$	
<b>Model V (prop.test).</b> Cechy $X, Y$ mają rozkłady dwupunktowe, $P(X=1) = p_1 = 1 - P(X=0)$ , $P(Y=1) = p_2 = 1 - P(Y=0)$ , $p_1, p_2$ - nieznane, $n_1 \hat{p}_1 \geq 5$ i $n_1(1 - \hat{p}_1) \geq 5$ i $n_2 \hat{p}_2 \geq 5$ i $n_2(1 - \hat{p}_2) \geq 5$ . Hipoteza zerowa $H_0 : p_1 = p_2$ . Statystyka testowa $U = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}$ , gdzie $\hat{p}_1 = \frac{k_1}{n_1}$ , $\hat{p}_2 = \frac{k_2}{n_2}$ , $\bar{p} = \frac{k_1 + k_2}{n_1 + n_2}$ , $\bar{q} = 1 - \bar{p}$ , $n = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}$ .			
Hipoteza alternatywna $H_1 : p_1 \neq p_2$ Zbiór krytyczny $W = (-\infty; -u_{1-\alpha/2}) \cup (u_{1-\alpha/2}; +\infty)$	Hipoteza alternatywna $H_1 : p_1 > p_2$ Zbiór krytyczny $W = \langle u_{1-\alpha}; +\infty \rangle$	Hipoteza alternatywna Zbiór krytyczny $H_1 : p_1 < p_2$ $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$	
Jeśli w <b>modelu V</b> nie jest spełnione założenie, że $n_1, n_2$ są wystarczająco duże, to zamiast prop.test należy zastosować dokładny test Fishera <b>fisher.test</b> oparty na rozkładzie hipergeometrycznym.			