(1.) $\arg\max Z = 3x_1 + 8x_2$ (1. str.)

p.o. $40x_1 + 3x_2 \leq 100$

$13x_1 + 19x_2 \leq 72$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_1 \in \mathbb{Z} \quad x_2 \in \mathbb{Z}$

→ metod totalnog pretraživanja

→ potrebno je prvo naći dopustivi prostor tj dopustive tačke, a to je moguće prikazati grafičkim metodom

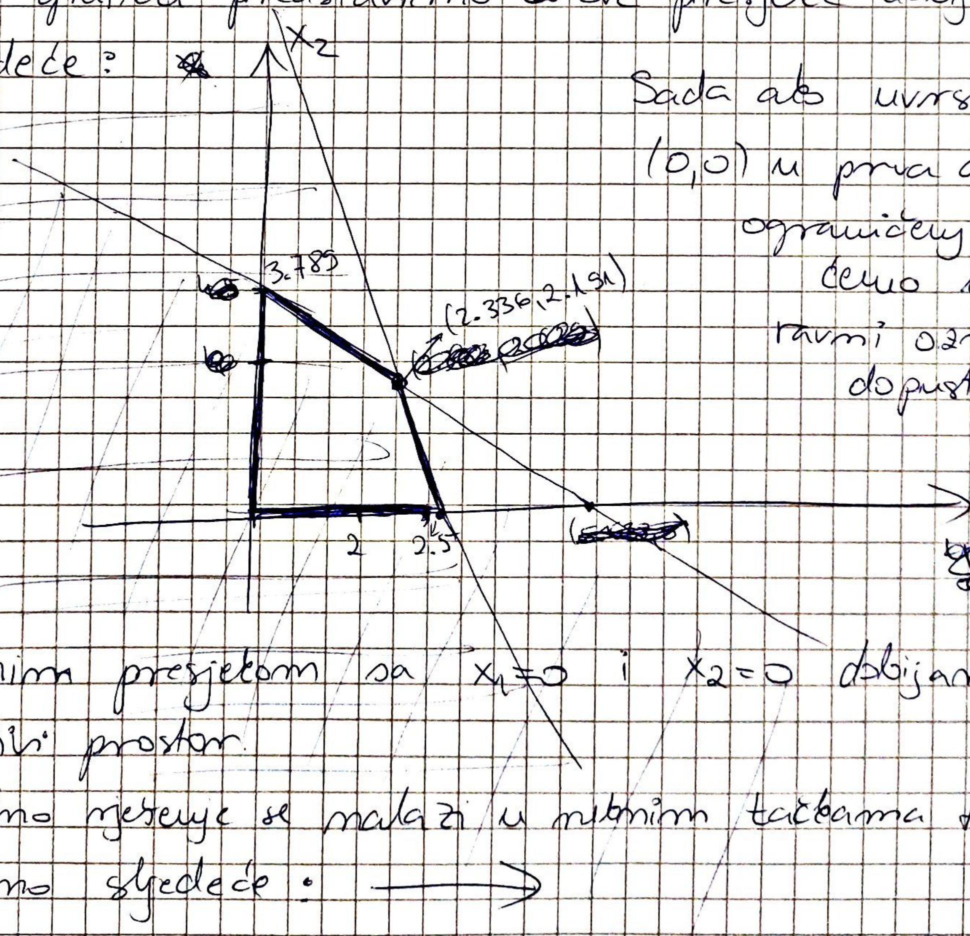
• kao ~~presjek~~ ravan koju dobijemo presijecanjem datih ograničenja tj:

$40x_1 + 3x_2 = 100$

$13x_1 + 19x_2 = 72$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 0$

Kada grafički predstavimo ove presjeke dobijemo sljedeće:



Sada ako uvrstimo (0,0) u prva dva ograničenja dobit ćemo koji dio ravni označava dopustivi prostor

Konačnim presjekom sa $x_1 = 0$ i $x_2 = 0$ dobijamo dopustivi prostor.

Optimalno rješenje se nalazi u rubnim tačkama te računamo sljedeće: →

~~Skala~~

$(0, 3.789)$ $\quad z = 3\cdot 0 + 8\cdot 3.789 = 30.312$

$(2.336, 2.151)$ $\quad z = 3\cdot 2.336 + 8\cdot 2.151 = 24.536$

$(2.5, 0)$ $\quad z = 7.5$

2,5b

Ovdje vidimo da se optimalno z dobije vrijednost 30.312 a tačke su $x_1 = 0$ $x_2 = 3.789$

Ako se zahtijeva cjelobrojnost rješenja, sa grafika vidimo da optimalno rješenje nalazimo u tačkama

$(0,3)$ $\quad z = 24$

$\boxed{(1,3) \quad z = 3\cdot 1 + 8\cdot 3 = 3 + 24 = 27}$

$(1,2)$ $\quad z = 3\cdot 1 + 8\cdot 2 = 3 + 16 = 19$

$(2,2)$ $\quad z = 3\cdot 2 + 8\cdot 2 = 6 + 16 = 22$

$(1,0)$ $\quad < 27$

$(2,0)$ $\quad < 27$

KONAČNO OPT RJEŠENJE

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= 3 \\ z &= 27 \end{aligned}}$$

2. $x_1 \to$ hidroelektrana 320 MW

$x_2 \to$ termoelektrana 200 MW

450 radnika ~~[illegible]~~

50 radnika termo

90 radnika hidro

6 mjesta elektrana

3. str.

$$\arg\max z = 320x_1 + 200x_2$$

$$\text{p.o. } 90x_1 + 50x_2 \le 450$$

$$x_1 + x_2 \le 6$$

$$9x_1 + 50x_2 + x_3 = 450$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 6$$

Baza	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_3	450	90	50	1	0	5 $\leftarrow$
x_4	6	1	1	0	1	6
z	0	320	200	0	0	
		$\uparrow$				

Baza	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	5	1	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{90}$	0	$5 : \frac{5}{9} = 9$
x_4	1	0	$\frac{4}{9}$	$-\frac{1}{90}$	1	$1 / \frac{4}{9} = \frac{9}{4}$ $\leftarrow$
z	-1600	0	$\frac{200}{9}$	$-\frac{32}{9}$	0	
			$\uparrow$			

Baza	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	$\frac{15}{4}$	1	0	$\frac{1}{40}$	$-\frac{5}{4}$
x_2	$\frac{9}{4}$	0	1	$-\frac{1}{40}$	$\frac{9}{4}$
z	-1650	0	0	-3	-50

Kraj simplex algoritma, te biramo odg. var. za Gomory metod

$x_1 = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$ → biramo ovu var. jer ima veći necjelobrojni dio

$x_2 = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

$$x_1 + \frac{1}{40}x_3 + \left(-\frac{5}{4}\right)x_4 = \frac{15}{4}$$

$$x_1 + \frac{1}{40}x_3 + \left(-2 + \frac{3}{4}\right)x_4 = 3 + \frac{3}{4}$$

$$x_1 - 2x_4 - 3 = \frac{3}{4} - \frac{1}{40}x_3 - \frac{3}{4}x_4$$

4. str.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{40}x_3 - \frac{3}{4}x_4 \leq 0$$

$$-\frac{1}{40}x_3 - \frac{3}{4}x_4 \leq -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{1}{40}x_3 - \frac{3}{4}x_4 + x_5 = -\frac{3}{4}$$

Sada problem rješavamo dualnim simplexom

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	$\frac{15}{4}$	1	0	$\frac{1}{40}$	$-\frac{5}{4}$	0
x_2	$\frac{9}{4}$	0	1	$-\frac{1}{40}$	$\frac{9}{4}$	0
x_5	$-\frac{3}{4}$	0	0	$-\frac{1}{40}$	$-\frac{3}{4}$	1
z	-1650	0	0	-3	-50	0
				120	$\frac{200}{3}$	

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	5	1	0	$\frac{1}{15}$	0	$-\frac{5}{3}$
x_2	0	0	1	$-\frac{1}{10}$	0	3
x_4	1	0	0	$\frac{1}{30}$	1	$-\frac{4}{3}$
z	-1600	0	0	$-\frac{4}{3}$	0	$-\frac{200}{3}$

Ovdje dualni simplex staje jer imamo cjelobrojno rješenje koje glasi: $\boxed{z = 1600 \quad x_1 = 5 \quad x_2 = 0}$

(3.) $\arg\max z = -3x_2 + 12x_1$

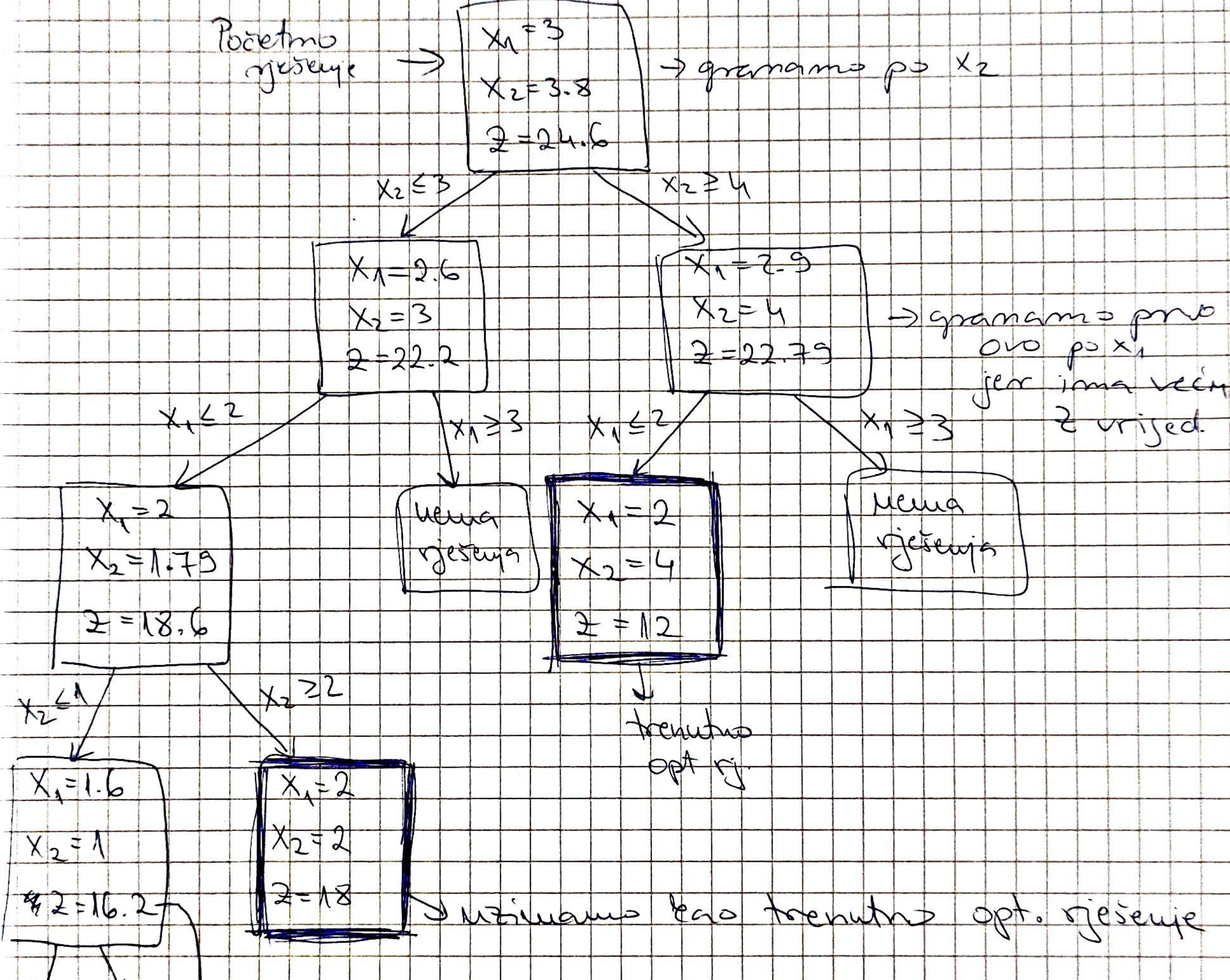
p.o. $10x_1 - 5x_2 \le 11$

$30x_1 + 15x_2 \le 147$

$x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0$

$x_1 \in \mathbb{Z} \quad x_2 \in \mathbb{Z}$

5. str



kako je ova $z = 16.2$ < trenutne opt ($z = 18$)
daljim granavanjem bismo dobili samo
manju vrijednost z te ovdje granavanje
staje

I konačno opt rješenje je:

$\boxed{x_1 = 2 \quad x_2 = 2 \quad z = 18}$

(4.) Gornji lijevi u donji desni

MAX SUMA

~~dole~~ na desno i dijagonalno dolje lijevo

7	2	3	3	6	9	7
6	9	7	8	4	4	1
1	5	1	2	1	5	8
4	8	4	5	7	3	6

6 str.

7 → 9 → 12 → 15 → 21 → 30 → 37

11 ↙ 21 ↙ → 28 → 36 → 40 → 44 → 45

↙ ↙ ↙ ↙ ↙

22 33 37 42 45 → 50 → 58

↙ ↙

37 → 45 → 49 → 54 → 61 → 64 → 70

$\boxed{\text{MAX SUMA JE 70}}$

Putanja je:

~~70~~ 7 → 9 → 12 → 21 → 28 → 36 → 37 → 45 → 49 → 54 → 61 → 64 → 70

(5.) 5 predmeta $\quad$ 0/1 ranac: $z(v,i) = \max\{z(v,i-1), c_i + z(v-w_i, i-1)\}$

Vrste predmeta	1	2	3	4	5
w_i	3	1	2	7	6
c_i	54	3	18	84	66

$W = 11$

Ukupna cijena bude max

Alg: $\arg\max z = 54x_1 + 3x_2 + 18x_3 + 84x_4 + 66x_5$

p.o. $3x_1 + x_2 + 2x_3 + 7x_4 + 6x_5 \le 11$

Kako se u skladištu nalazi 5 predmeta znači da su samo po 1 dostupni tj. ovo je problem 0/1 ranca.

v	$z(v,1)$	$z(v,2)$	$z(v,3)$	$z(v,4)$	$z(v,5)$
0	0	0	0	0	
1	0	3	3	3	
2	0	6	18	18	
3	~~3~~ 54	54	54	54	
4	~~3~~ 54	57	57	57	
5	~~3~~ 54	57	72	72	
6	54	57	75	75	
7	54	57	75	84	
8	54	57	75	87	
9	54	57	75	102	
10	54	57	75	138	
11	54	57	75	141	~~138~~ 141

(7.) str.

Nismo morali računati posljednju kolonu jer nam je dovoljan samo posljednji red. Za $w = 11$ i $i = 5$ zaključujemo da predmet 5 ne treba uzeti $\Rightarrow x_5 = 0$

Za $W=11$ i $i=4$ zaključujemo da predmet 4 treba uzeti $\Rightarrow$ $x_4 = 1$

$W = 11 - w_4 = 11 - 7 = 4$

$W=4$ i $i=3 \Rightarrow x_3 = 0$

$W = 4$ i $i=2 \Rightarrow x_2 = 1$

8. str.

$W = 4 - w_2 = 4 - 1 = 3$

$W = 3$ i $i=1 \Rightarrow x_1 = 1$

$W = 3 - w_1 = 3 - 3 = 0$

Ovim je ranac popunjen i max dobit je 141.\$

A konačno rješenje je:

$x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_3 = 0$ $x_4 = 1$ $x_5 = 0$

7. ukupna investicija 4 mil. KM

9. str.

Nivo invest.	P_1	P_2	P_3
0	0	0	0
1	3	2.7	3.3
2	4.7	4.8	4.9
3	7.2	6.7	7.3
4	8.3	8.1	8

$$z(i,g) = \max\{f_i(x_i) + z(i-1,\, g-x_i) \mid 0 \le x_i \le g\}$$

$$z(1,g) = \max\{f_1(x_1) \mid 0 \le x_1 \le g\}$$

g	z(1,g)	0	1	2	3	4
		0	2.7	4.8	6.7	8.1
0	0	0	2.7	4.8	6.7	8.1
1	3	3	5.7	7.8	9.7	
2	4.7	4.7	7.4	9.5		
3	7.2	7.2	9.9			
4	8.3	8.3				

$z(1,0) = 0$ $\quad$ $z(2,0) = 0$

$z(1,1) = 3$ $\quad$ $z(2,1) = 3$

$z(1,2) = 4.7$ $\quad$ $z(2,2) = 5.7$

$z(1,3) = 7.2$ $\quad$ $z(2,3) = 7.8$

$z(1,4) = 8.3$ $\quad$ $z(2,4) = 9.9$

q	$Z(2,q)$	0	1	2	3	4
		0	3.3	4.9	7.3	8
0	0	0	3.3	4.9	7.3	8
1	3	3	6.3	7.9	10.3	
2	5.7	5.7	9	10.6		
3	7.8	7.8	11,1			
4	9.9	9.9				

10. str.

$Z(3,0) = 0$

$Z(3,1) = 3.3$

$Z(3,2) = 6.3$

$Z(3,3) = 9$

$Z(3,4) = 11.1$

$\boxed{Z = 11.1}$ → optimalna dobit

$\Downarrow$

$\boxed{X_3 = 1}$

KONAČNO Z):

$X_1 = 1$

$X_2 = 2$

$X_3 = 1$

$Z = 11.1$ mil KM

Ostaje nam 4mil − 1 = 3mil

~~Z(2,3)~~ max za $Z(2,3)$ je postignut za $X_2 = 2$

Ostaje nam 3mil − 2 = 1 mil

max za $Z(1,1)$ postignut je za $X_1 = 1$ i utrošen je sav početni kapital. ~~Konačno~~