1 Séries de Fourier

1.1 Produto interno de funcões - revisão

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x)\overline{g(x)}\, dt$$

1.2 Séries de Fourier

1.2.1 Forma exponencial complexa

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\left\langle f, e^{in\omega t} \right\rangle = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)e^{-in\omega t}dt$$

1.2.2 Forma trignométrica

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left[a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)\right]$$

$$\frac{a_0}{2} = c_0 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)dt$$

$$a_k = c_k - c_{-k} = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos(k\omega t)dt$$

$$b_n = i(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\sin(k\omega t)dt$$

2 Equações derivadas parciais

2.1 Método de Características

2.1.1 Forma da equação

Equações (quase) lineares de primeira ordem:

$$au_x + bu_y = c$$

- **Função incógnita:** $u = u(x, y)$
- **Funções conhecidas:** $a = a(x, y)$, $b = b(x, y)$, $c = c(x, y, u)$

2.1.2 Solução

A solução é dada pela solução do sistema de EDOs:

$$\begin{aligned} x'(s) &= a(x, y) \\ y'(s) &= b(x, y) \\ u'(s) &= c(x, y, u(x, y)) \end{aligned}$$

ou equivalentemente:

$$ds = \frac{dx}{a} = \frac{dy}{b} = \frac{du}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{dx}{a} = \frac{dy}{b} \\ \frac{dx}{a} = \frac{du}{c} \end{cases}$$

Ao resolver o sistema, obtemos duas constantes de integração C_1 e C_2. Podemos obter a solução geral da EDP através da relação entre as constantes:

$$C_2 = f(C_1)$$