

# 1 Séries de Fourier

## 1.1 Produto interno de funções - revisão

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) \overline{g(x)} dt$$

## 1.2 Séries de Fourier

### 1.2.1 Forma exponencial complexa

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \langle f, e^{in\omega t} \rangle = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-in\omega t} dt$$

### 1.2.2 Forma trigonométrica

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)]$$

$$\frac{a_0}{2} = c_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt$$

$$a_k = c_k - c_{-k} = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(k\omega t) dt$$

$$b_n = i(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(k\omega t) dt$$

## 2 Equações derivadas parciais

### 2.1 Método de Características

#### 2.1.1 Forma da equação

Equações (quase) lineares de primeira ordem:

$$au_x + bu_y = c$$

- **Função incógnita:**  $u = u(x, y)$
- **Funções conhecidas:**  $a = a(x, y)$ ,  $b = b(x, y)$  e  $c = c(x, y, u)$

#### 2.1.2 Solução

A solução é dada pela solução do sistema de EDOs:

$$\begin{aligned}x'(s) &= a(x, y) \\y'(s) &= b(x, y) \\u'(s) &= c(x, y, u(x, y))\end{aligned}$$

ou equivalentemente:

$$ds = \frac{dx}{a} = \frac{dy}{b} = \frac{du}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{dx}{a} = \frac{dy}{b} \\ \frac{dx}{a} = \frac{du}{c} \end{cases}$$