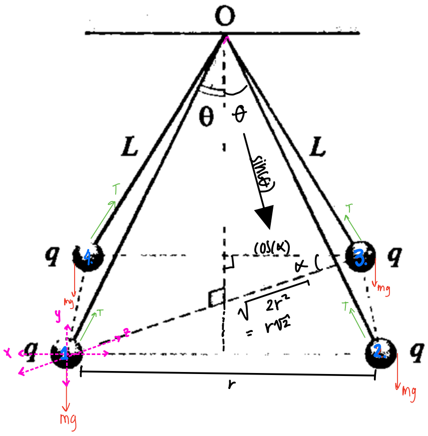
21. *Calculo de raíces en física:* Cuatro esferas de pesos iguales $w = 114.6\ N$ y cargas iguales $q = 3 \times 10^{-4}\ C$ se encuentran en los extremos de hilos inelásticos y aislantes de longitudes $L = 5\ m$. Los que a su vez se encuentran unidos en $\mathcal{O}$. Para la aplicación numérica use $g = 10\ m/s^2$ (Tomado de [5]).

Solución: A partir de los datos y el diagrama, hay que llegar a una única ecuación trasendental en términos de θ.

$$\sin^6(\theta) + c\sin^2(\theta) + c = 0$$



$$\Sigma \vec{F}_x = 0 = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos(\alpha) + T\sin(\theta)$$

$(r\sqrt{2})^2 = 2r^2$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 = -mg + T\cos(\theta)$$

Por trigonometría se deduce que $\sin(\theta) = \cos(\alpha)$

$$\longrightarrow F_x = \frac{Kq^2}{(2l\sin(\theta))^2} + \frac{2Kq^2\cos(45^\circ)}{(\sqrt{2}\,l\sin(\theta))^2} \quad \text{donde } K = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\longrightarrow Kq^2\left(\frac{1}{(2l\sin(\theta))^2} + \frac{2(\sqrt{2}/2)}{(\sqrt{2}\,l\sin(\theta))^2}\right)$$

$$\longrightarrow Kq^2\left(\frac{1}{(2l\sin(\theta))^2} + \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2}\,l\sin(\theta))^2}\right) = T\sin(\theta)$$

$$\longrightarrow Kq\left(\frac{1}{4l^2\sin^2(\theta)} + \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{1}{\sin^2(\theta)}\right) = mg\tan(\theta)$$

$$\longrightarrow \frac{Kq^2}{l^2}\left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{1}{\sin^2(\theta)} = mg\sin(\theta)/\cos(\theta)$$

$$\longrightarrow \underbrace{\frac{Kq^2}{l^2 mg}\left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{c}\cos(\theta) = \sin^3(\theta) \longrightarrow c^2\cos^2(\theta) = \sin^6(\theta)$$

$$\longrightarrow c^2(1 - \sin^2(\theta)) = \sin^6(\theta) \Rightarrow \sin^6(\theta) + c\sin^2(\theta) - c = 0$$