FÍSICA II (MA462)
Semana 11 – Sesión 2

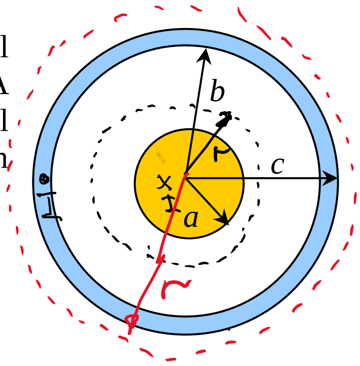
Tome en cuenta la siguiente información para poder resolver cada uno de los ejercicios propuestos.

Expresiones	
$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$ $J = \dfrac{I}{A}$ $A_{circulo} = \pi r^2$	$J = \dfrac{dI}{dA}$ $I = \int J dA$ $dA_{circulo} = 2\pi r dr$

1. La figura muestra la sección transversal de un conductor largo de tipo coaxial de radios a = 5,0 mm, b = 9,0 mm y c = 10,0 mm. La corriente I = 10,0 A uniformemente distribuida está dirigida hacia adentro de la página a lo largo del conductor del centro y regresa hacia fuera de la página a lo largo del cascarón cilíndrico. Calcule el módulo del campo magnético en:

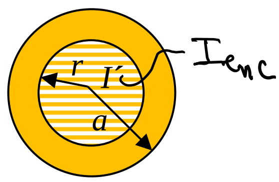
a) r = 4,0 mm
b) r = 8,0 mm y
c) r = 12,0 mm.

Respuestas: a) $3{,}2\times10^{-4}$ T b) $2{,}5\times10^{-4}$ T c) 0



Solución

a) por la ley de ampere: $\boxed{\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}}$



$r = 4{,}00\text{ mm} < a = 5{,}00\text{ mm}$

$B(2\pi r) = \mu_0 I' \rightarrow J = \frac{I}{A} \Leftrightarrow \frac{I'}{\cancel{\pi} r^2} = \frac{I}{\cancel{\pi} a^2}$

$I' = \left(\frac{r}{a}\right)^2 I$

$B(2\pi r) = \mu_0 \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^2 I \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}}$

Calculando: $B = \frac{(4\pi\times10^{-7})(10{,}0)(4{,}00\times10^{-3})}{2\pi\cdot(5{,}00\times10^{-3})^2} = 3{,}2\times10^{-4}\text{ T}$

b) $r = 8{,}00\text{ m}\ (a < r < b)$

$B(2\pi r) = \mu_0 I_{enc}$ — I

$B(2\pi r) = \mu_0 I \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$

Calculando: $B = \frac{(4\pi\times10^{-7})(10{,}0)}{2\pi(8{,}00\times10^{-3})} = 2{,}5\times10^{-4}\text{ T}$

c) $r = 12{,}0\text{ mm}\ (r > c)$

$B(2\pi r) = \mu_0 \cancel{I_{enc}}^{\,0} \rightarrow I_{enc} = I - I = 0$

$B = 0$

2. Por un cable largo y recto de sección transversal circular de radio R circula una corriente I. Suponga que la densidad de corriente no es constante a través de la sección transversal del cable, sino que varía según $J = \alpha r$ donde α es una constante.

a) Con el requisito de que la integral de J sobre la sección transversal del cable, da la corriente total I, calcula la constante α en términos de I y de R.

b) Utilizando la ley de Ampere, deduzca una expresión para la magnitud del campo magnético $B(r)$ en la región $r > R$ y $r \leq R$. Considere que $I = \int J dA$, donde $\underbrace{dA = 2\pi r dr}_{A}$.

Respuestas: a) $\alpha = \dfrac{3I}{2\pi R^3}$ b) $B = \dfrac{\mu_0 \alpha}{3} r^2$

Solución

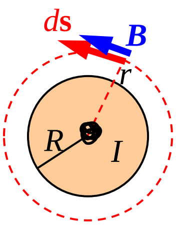
a) $\alpha = ?$

$$J = \frac{I}{A} \rightarrow J = \frac{dI}{dA} \Rightarrow \int dI = \int J\, dA \Rightarrow I = \int J\, dA$$

$$I = \int (\alpha r)(2\pi r\, dr)$$

$$I = 2\pi\alpha \int_0^R r^2 dr$$

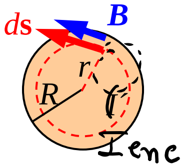
$$I = 2\pi\alpha \cdot \frac{R^3}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{3I}{2\pi R^3}}$$



a) $r > R$

$$B(\cancel{2\pi} r) = \mu_0 I_{enc} = \mu_0 \left[\frac{\cancel{2\pi}\alpha R^3}{3}\right]$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \alpha R^3}{3r}}$$



$r \leq R$

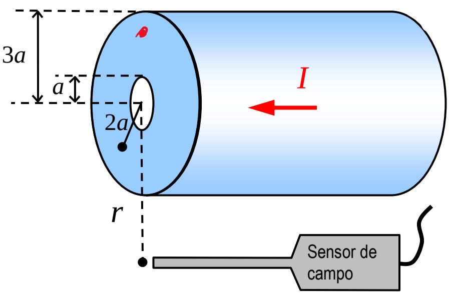
$$I' = \int J\, dA' = \int \alpha r (2\pi r\, dr)$$

$$I' = 2\pi\alpha \int_0^r r^2 dr \Rightarrow I' = \frac{2\pi\alpha r^3}{3} = I_{enc}$$

$\therefore$ por Ampere: $B(\cancel{2\pi r}) = \mu_0 \left(\dfrac{\cancel{2\pi}\alpha r^{\cancel{3}\,2}}{3}\right)$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 r^2 \alpha}{3}}$$

3. En el Laboratorio de Física le dan un cilindro de cobre muy largo y hueco con radio interior a y radio exterior $3a$ como se muestra en la figura. A lo largo del cilindro fluye una corriente I distribuida uniformemente en toda la sección transversal del cilindro. Le han pedido que mida el valor del campo magnético que produce la corriente dentro de la parte sólida del cilindro a una distancia $2a$ medida desde el eje central del cilindro, pero como no es fácil insertar un sensor para medir el campo magnético en el metal sólido, usted decide medir el campo en un punto fuera del cilindro donde el campo sea tan intenso como a la distancia $2a$ del interior del cilindro. **Argumente** a qué distancia r del eje del cilindro se debe colocar el sensor de campo magnético.



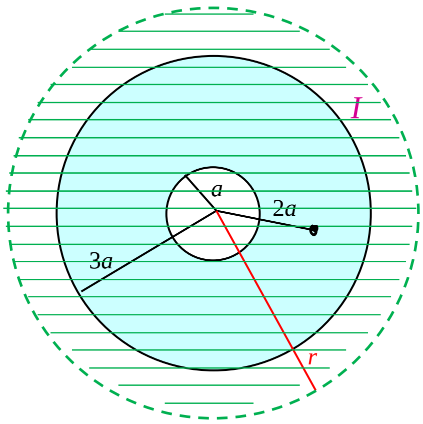
Respuesta: $r = 5{,}33a$,

Solución

a) fuera del cilindro:

$$B_f(2\pi r) = \mu_0 I_{enc} \rightarrow I$$

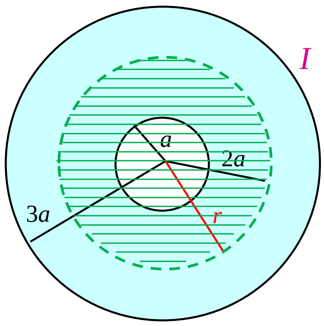
$$\boxed{B_f = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$



$I_{enc} = I$

,

b) Dentro del cilindro a una distancia $r = 2a$



I_{enc}

$$B_d(2\pi r) = \mu_0 I_{enc}$$

pero: $J = \frac{I}{A} \Rightarrow \frac{I}{\cancel{\pi}[(3a)^2 - a^2]} = \frac{I_{enc}}{\cancel{\pi}[(2a)^2 - a^2]}$

$$\frac{I}{8\cancel{a^2}} = \frac{I_{enc}}{3\cancel{a^2}} \rightarrow I_{enc} = \frac{3}{8} I$$

$$B_d(2\pi \underset{2a}{r}) = \mu_0\left(\frac{3}{8} I\right) \Rightarrow B_d(2\pi \cdot (2a)) = \mu_0\left(\frac{3}{8} I\right)$$

$$\boxed{B_d = \frac{3\mu_0 I}{32\pi a}}$$

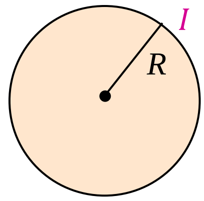
finalmente: $B_f = B_d \Rightarrow \frac{\cancel{\mu_0 I}}{\underset{1}{\cancel{2}}\cancel{\pi} r} = \frac{3\cancel{\mu_0 I}}{\underset{16}{\cancel{32}}\cancel{\pi} a} \Rightarrow r = \frac{16}{3} a = 5{,}33a$

Kpte

4. Un alambre cilíndrico sólido muy largo y recto, de radio R = 5,00 mm, conduce una corriente I sobre su sección transversal. La densidad de corriente no es uniforme y cambia con la distancia al eje del cilindro r según la expresión: $J(r) = a + b.r^2$. Si a = 1,30×10^6 A/m^2 y b = 2,50×10^{12} A/m^4, determine la magnitud del campo magnético en un punto a una distancia:

a) r = 3,00 mm, y

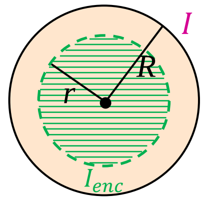
b) r = 8,00 mm.



Respuestas: a) 2,37×10^{-2} T b) 6,39×10^{-2}

Solución:

a) r = 3,00 mm



$$I=\int J\,dA=\int (a+br^2)(2\pi r\,dr)$$

$$I=2\pi\int_0^r (ar+br^3)\,dr = 2\pi\left[a\frac{r^2}{2}+b\frac{r^4}{4}\right]$$

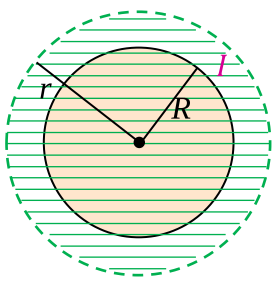
$$B(\cancel{2\pi r}) = \mu_0 \cdot \cancel{2\pi}\left(\frac{ar^{\cancel{2}}}{2}+\frac{br^{\cancel{4}\,3}}{4}\right)$$

$$\boxed{B=\mu_0\left(\frac{ar}{2}+\frac{br^3}{4}\right)}$$

$$B=(4\pi\times10^{-7})\left[\frac{(1,30\times10^6)(3,00\times10^{-3})}{2}+\frac{(2,50\times10^{12})(3,00\times10^{-3})^3}{4}\right]$$

$$B=2,36562\times10^{-2}\,T \rightarrow B=2,37\times10^{-2}\,T$$

b) r = 8,00 mm



$I_{enc} = I$

$$I=\int J\,dA=\int(a+br^2)(2\pi r\,dr)$$

$$I=2\pi\int_0^R (ar+br^3)\,dr = 2\pi\left[\frac{ar^2}{2}+\frac{br^4}{4}\right]\Big|_0^R$$

$$I=2\pi\left[\frac{aR^2}{2}+\frac{bR^4}{4}\right]$$

$$\therefore B(\cancel{2\pi} r)=\mu_0\left(\cancel{2\pi}\left[\frac{aR^2}{2}+\frac{bR^4}{4}\right]\right)$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0}{r}\left[\frac{aR^2}{2}+\frac{bR^4}{4}\right]}$$

Reempl:

$$B=\frac{4\pi\times10^{-7}}{8,00\times10^{-3}}\left[\frac{(1,30\times10^6)(5,00\times10^{-3})^2}{2}+\frac{(2,50\times10^{12})(5,00\times10^{-3})^4}{4}\right]$$

$$\boxed{B=6,39\times10^{-2}\,T}$$