Relatório Técnico: Análise Comparativa de Algoritmos de Ordenação

Autor: Samuel Evaristo de Fontes

1. Introdução

Este relatório tem como propósito apresentar uma comparação entre alguns dos algoritmos de ordenação mais conhecidos: Bubble Sort, Insertion Sort, Selection Sort, Merge Sort e Quick Sort. A ordenação de dados é uma tarefa essencial na área da computação, com aplicações que vão desde a organização de bancos de dados até a melhoria do desempenho em buscas. Por isso, entender bem como cada algoritmo funciona e se comporta em diferentes contextos é fundamental, já que essa escolha pode influenciar diretamente a eficiência de um sistema.

A proposta deste trabalho é, além de explicar como cada algoritmo funciona na teoria, validar suas complexidades por meio de testes práticos. Para isso, serão analisados fatores como tempo de execução, quantidade de comparações e número de trocas, considerando diferentes tamanhos de entrada e padrões nos dados (como aleatórios, quase ordenados e em ordem inversa). Com base nesses resultados, será possível discutir o quanto os dados práticos se alinham com a teoria, apontar possíveis exceções e sugerir um ranking de desempenho para ajudar na escolha do algoritmo mais adequado a cada situação.

2. Fundamentação Teórica

2.1. Bubble Sort

O Bubble Sort é um algoritmo de ordenação simples que funciona repetidamente percorrendo a lista do início ao fim, comparando elementos adjacentes e trocando-os de posição se estiverem na ordem errada. A cada passagem, o maior elemento é movido para sua posição correta no final da lista. Esse processo se repete até que

nenhuma troca seja necessária em uma passagem completa, indicando que a lista está ordenada. É um algoritmo estável e in-place.

Caso	Complexidade de Tempo	Complexidade de Espaço
Melhor Caso	O(n)	O(1)
Pior Caso	$O(n^2)$	O(1)
Caso Médio	$O(n^2)$	O(1)

2.2. Insertion Sort

O Insertion Sort constrói a array final ordenada um item por vez. Ele itera sobre a lista, pegando cada elemento da parte não ordenada e inserindo-o em sua posição correta na parte já ordenada da lista, deslocando os elementos maiores para a direita. É eficiente para conjuntos de dados pequenos ou quase ordenados. É um algoritmo estável e in-place.

Caso	Complexidade de Tempo	Complexidade de Espaço
Melhor Caso	O(n)	O(1)
Pior Caso	$O(n^2)$	O(1)
Caso Médio	$O(n^2)$	O(1)

2.3. Selection Sort

O Selection Sort é um algoritmo de ordenação in-place que divide a lista em duas partes: uma sublista de itens já ordenados, construída da esquerda para a direita na frente da lista, e uma sublista de itens restantes não ordenados. O algoritmo encontra o menor elemento na sublista não ordenada, troca-o com o elemento mais à esquerda da sublista não ordenada e move o limite da sublista ordenada um elemento para a direita. Não é um algoritmo estável.

Caso	Complexidade de Tempo	Complexidade de Espaço
Melhor Caso	$O(n^2)$	O(1)
Pior Caso	$O(n^2)$	O(1)
Caso Médio	$O(n^2)$	O(1)

2.4. Merge Sort

O Merge Sort é um algoritmo de ordenação eficiente, de propósito geral e baseado em comparação. É um algoritmo de divisão e conquista. O algoritmo divide recursivamente a lista em duas metades até que cada sublista contenha apenas um elemento (que é considerado ordenado). Em seguida, ele mescla essas sublistas para produzir novas sublistas ordenadas até que haja apenas uma sublista, a lista ordenada. É um algoritmo estável, mas não in-place.

Caso	Complexidade de Tempo	Complexidade de Espaço
Melhor Caso	O(n log n)	O(n)
Pior Caso	O(n log n)	O(n)
Caso Médio	O(n log n)	O(n)

2.5. Quick Sort

O Quick Sort é um algoritmo de ordenação eficiente e de propósito geral, baseado em comparações e na estratégia de divisão e conquista. Ele seleciona um elemento chamado pivô e particiona o vetor em duas partes: uma com elementos menores que o pivô e outra com elementos maiores. Em seguida, aplica-se o mesmo processo recursivamente nas subpartes.

Embora seja um algoritmo não estável, ele pode ser implementado de forma in-place, ou seja, sem uso significativo de memória adicional.

A escolha do pivô tem um impacto significativo na performance do Quick Sort:

• Pivô como primeiro ou último elemento: é uma escolha simples, mas pode levar ao pior caso ${\rm O}(n^2)$ quando o vetor já está ordenado ou quase ordenado,

pois os subarrays gerados ficam muito desbalanceados.

Mediana de três elementos: consiste em escolher o pivô como a mediana entre
o primeiro, o elemento central e o último do subarray atual. Essa abordagem
melhora a chance de gerar partições mais equilibradas, reduzindo a
probabilidade de cair no pior caso e melhorando o desempenho médio na
prática.

Tabela de complexidade:

Caso	Complexidade de Tempo	Complexidade de Espaço
Melhor Caso	O(n log n)	O(log n)
Pior Caso	O(n²)	O(n)
Caso Médio	O(n log n)	O(log n)

A escolha adequada do pivô, especialmente com técnicas como mediana de três, é essencial para obter desempenho eficiente e evitar o pior caso, mantendo o Quick Sort competitivo com os melhores algoritmos de ordenação.

3. Metodologia

Para a análise experimental dos algoritmos de ordenação, serão gerados conjuntos de dados com diferentes características para simular cenários reais de aplicação. Os tipos de dados a serem utilizados são:

- Aleatórios: Elementos distribuídos de forma randômica.
- **Quase Ordenados:** Elementos em sua maioria ordenados, com algumas pequenas desordens.
- Inversamente Ordenados: Elementos em ordem decrescente.

Os tamanhos dos vetores testados serão variados para observar o comportamento dos algoritmos em diferentes escalas. As métricas coletadas para cada execução serão:

• **Tempo de Execução:** Medido em milissegundos, para avaliar a velocidade de cada algoritmo.

- **Número de Comparações:** Contagem de vezes que dois elementos são comparados.
- **Número de Trocas:** Contagem de vezes que elementos são trocados de posição.

O método de medição será realizado através da execução de cada algoritmo múltiplas vezes para cada tipo e tamanho de dado, calculando a média dos resultados para minimizar o impacto de variações pontuais do sistema.

3.1. Tamanhos dos Vetores Testados

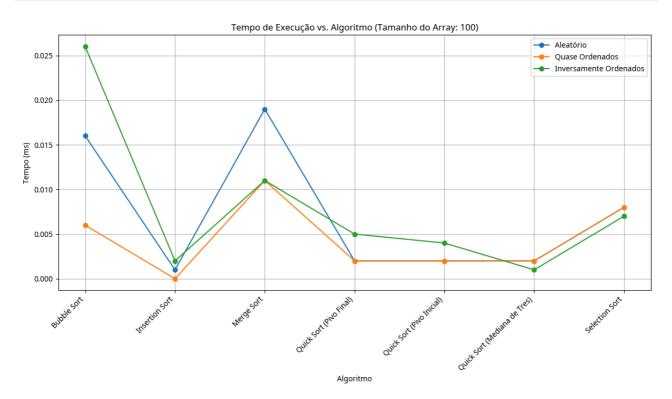
Os algoritmos foram testados com vetores de diferentes tamanhos para observar como o tempo de execução e as métricas de operação escalam com o aumento da entrada. Os tamanhos de vetor selecionados foram: 100, 1.000, 5.000, 10.000, 20.000 e 50.000 elementos. Essa gama permite identificar tendências de desempenho e a aplicabilidade dos algoritmos para diferentes volumes de dados.

4. Resultados e Análise

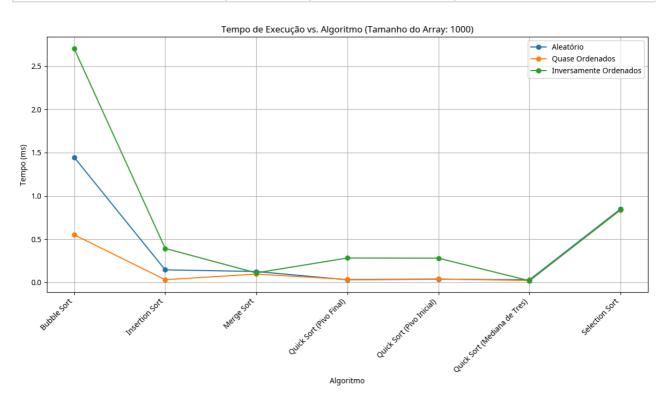
Os testes foram executados para diferentes tamanhos de arrays (100, 1000, 5000, 10000, 50000) e tipos de dados (Aleatórios, Quase Ordenados, Inversamente Ordenados). A métrica coletada foi o tempo de execução em milissegundos. Abaixo, apresentamos os resultados brutos:

Tempo de Execução (ms)

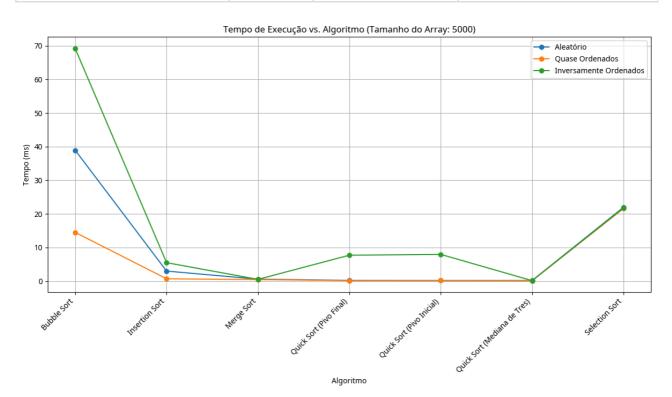
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	0.016	0.006	0.026
Insertion Sort	0.001	0.000	0.002
Merge Sort	0.019	0.011	0.011
Quick Sort (Pivo Final)	0.002	0.002	0.005
Quick Sort (Pivo Inicial)	0.002	0.002	0.004
Quick Sort (Mediana de Tres)	0.002	0.002	0.001
Selection Sort	0.008	0.008	0.007



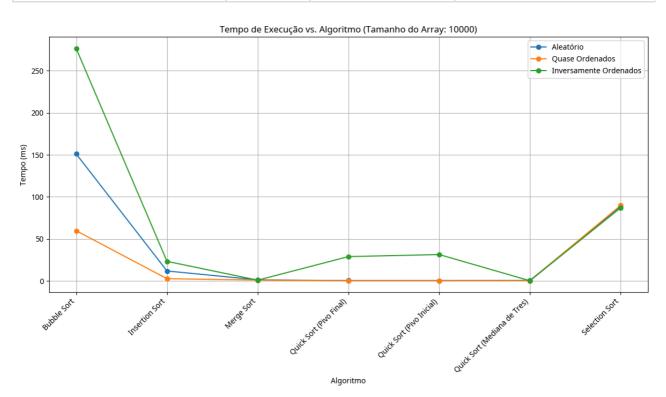
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	1.447	0.55	2.704
Insertion Sort	0.144	0.03	0.392
Merge Sort	0.125	0.095	0.109
Quick Sort (Pivo Final)	0.029	0.033	0.281
Quick Sort (Pivo Inicial)	0.036	0.039	0.279
Quick Sort (Mediana de Tres)	0.029	0.02	0.018
Selection Sort	0.849	0.837	0.841



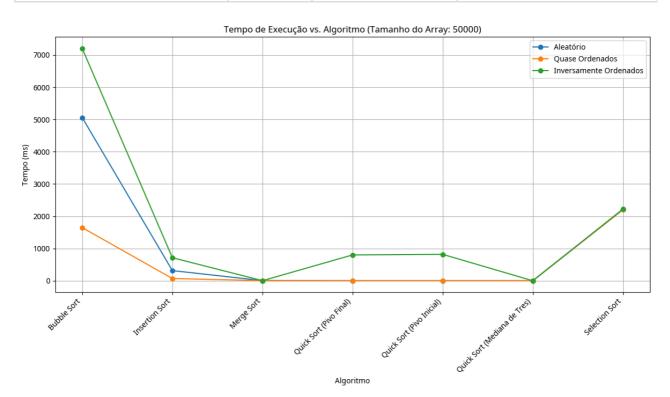
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	38.911	14.498	69.142
Insertion Sort	2.991	0.693	5.494
Merge Sort	0.586	0.461	0.527
Quick Sort (Pivo Final)	0.232	0.157	7.706
Quick Sort (Pivo Inicial)	0.174	0.198	7.953
Quick Sort (Mediana de Tres)	0.179	0.118	0.149
Selection Sort	21.955	21.58	21.803



Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	151.001	59.652	276.432
Insertion Sort	11.805	2.625	23.253
Merge Sort	1.235	0.956	0.868
Quick Sort (Pivo Final)	0.371	0.367	28.912
Quick Sort (Pivo Inicial)	0.36	0.348	31.326
Quick Sort (Mediana de Tres)	0.548	0.249	0.177
Selection Sort	88.671	89.863	87.036

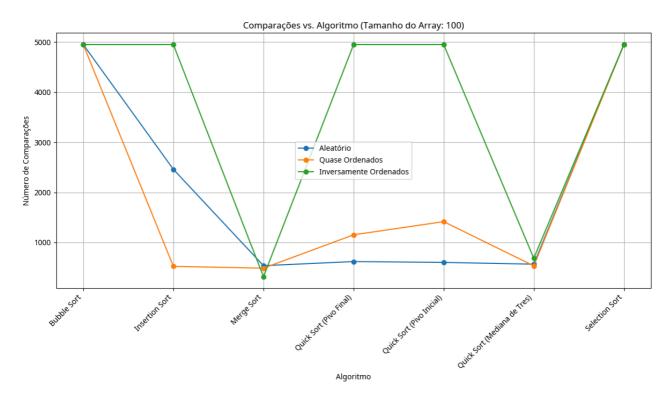


Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	5056.6	1647.59	7198.54
Insertion Sort	316	71.029	715.701
Merge Sort	6.317	4.6	3.915
Quick Sort (Pivo Final)	2.109	2.04	801.928
Quick Sort (Pivo Inicial)	2.073	1.83	819.952
Quick Sort (Mediana de Tres)	2.171	1.662	1.802
Selection Sort	2204.03	2202.7	2223.25

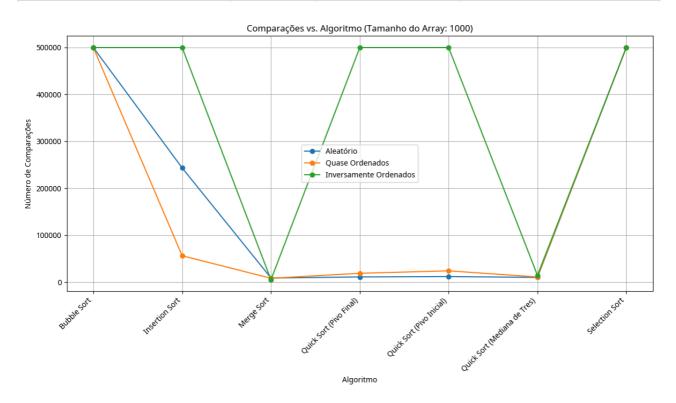


Comparações

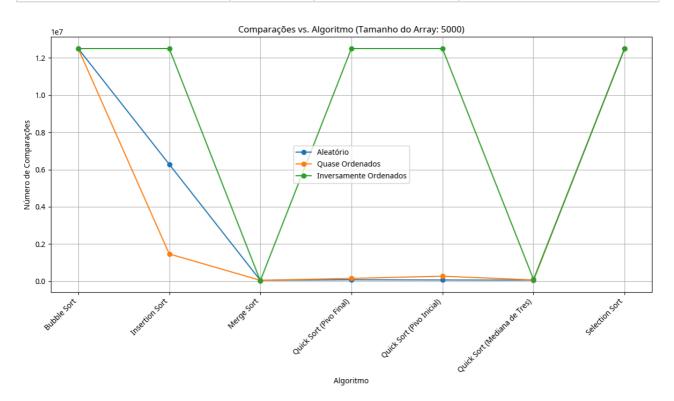
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	4950	4950	4950
Insertion Sort	2460	523	4950
Merge Sort	537	487	316
Quick Sort (Pivo Final)	619	1153	4950
Quick Sort (Pivo Inicial)	602	1416	4950
Quick Sort (Mediana de Tres)	567	533	686
Selection Sort	4950	4950	4950



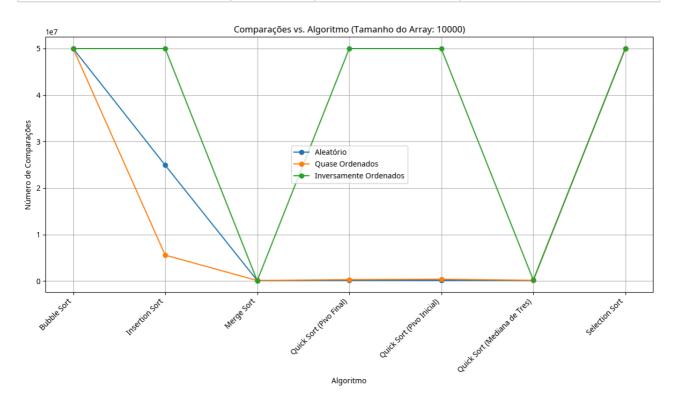
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	499500	499500	499500
Insertion Sort	243164	56035	499500
Merge Sort	8670	8087	4932
Quick Sort (Pivo Final)	10918	18657	499500
Quick Sort (Pivo Inicial)	11716	23927	499500
Quick Sort (Mediana de Tres)	9930	10850	14378
Selection Sort	499500	499500	499500



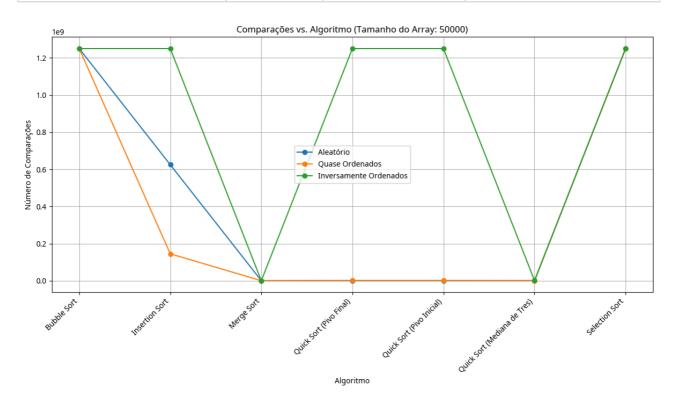
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	12497500	12497500	12497500
Insertion Sort	6281009	1469505	12497500
Merge Sort	55211	52320	29804
Quick Sort (Pivo Final)	79841	155702	12497500
Quick Sort (Pivo Inicial)	70403	273893	12497500
Quick Sort (Mediana de Tres)	62760	71114	100346
Selection Sort	12497500	12497500	12497500



Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	49995000	49995000	49995000
Insertion Sort	24910022	5573177	49995000
Merge Sort	120426	115632	64608
Quick Sort (Pivo Final)	153595	312409	49995000
Quick Sort (Pivo Inicial)	153513	404682	49995000
Quick Sort (Mediana de Tres)	133782	159520	225614
Selection Sort	49995000	49995000	49995000

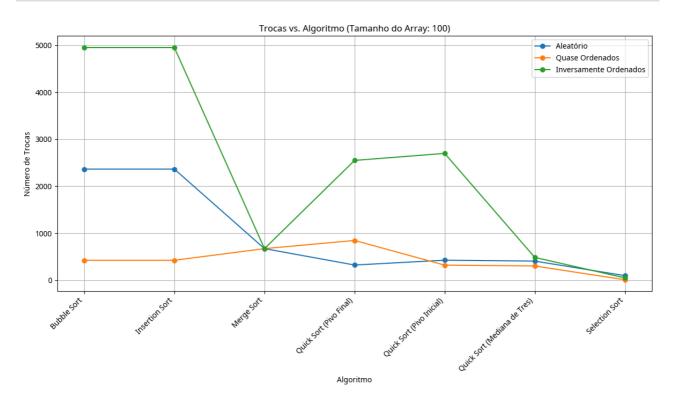


Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	1249975000	1249975000	1249975000
Insertion Sort	624892216	145282431	1249975000
Merge Sort	718225	692780	382512
Quick Sort (Pivo Final)	929755	1576098	1249975000
Quick Sort (Pivo Inicial)	931679	1821940	1249975000
Quick Sort (Mediana de Tres)	805327	1074761	1418614
Selection Sort	1249975000	1249975000	1249975000

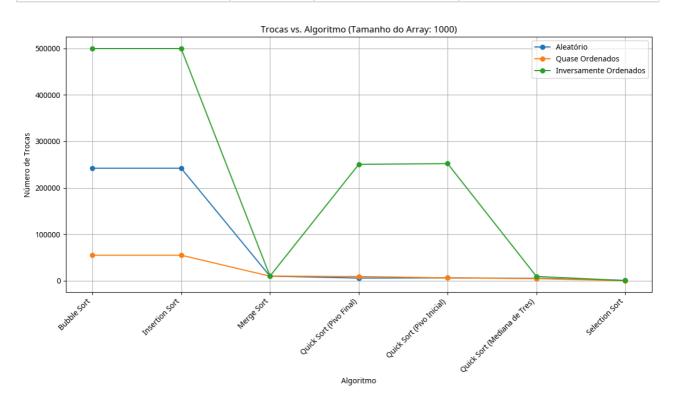


Trocas

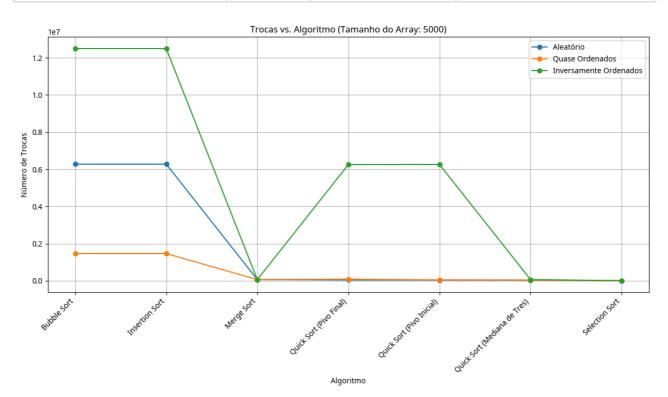
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	2364	424	4950
Insertion Sort	2364	424	4950
Merge Sort	672	672	672
Quick Sort (Pivo Final)	323	846	2549
Quick Sort (Pivo Inicial)	426	321	2698
Quick Sort (Mediana de Tres)	407	303	485
Selection Sort	97	10	50



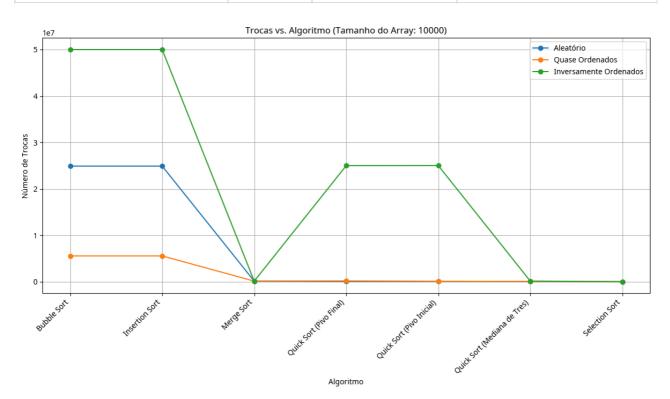
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	242167	55038	499500
Insertion Sort	242167	55038	499500
Merge Sort	9976	9976	9976
Quick Sort (Pivo Final)	5823	9286	250499
Quick Sort (Pivo Inicial)	6276	6280	251998
Quick Sort (Mediana de Tres)	5334	4651	9321
Selection Sort	988	100	500



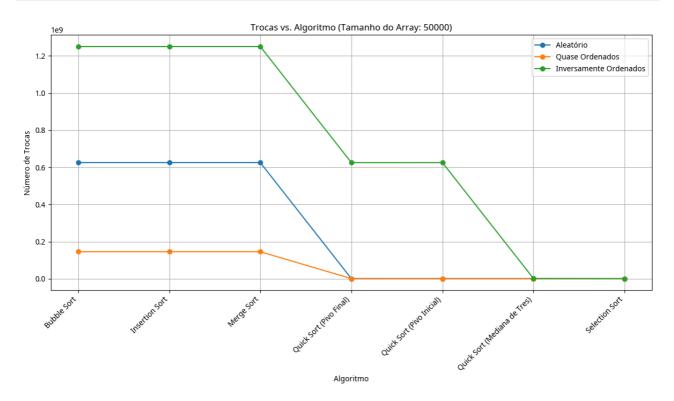
Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	6276020	1464506	12497500
Insertion Sort	6276020	1464506	12497500
Merge Sort	61808	61808	61808
Quick Sort (Pivo Final)	40972	87395	6252499
Quick Sort (Pivo Inicial)	36582	46044	6259998
Quick Sort (Mediana de Tres)	35042	29716	64009
Selection Sort	4989	500	2500



Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	24900029	5563180	49995000
Insertion Sort	24900029	5563180	49995000
Merge Sort	133616	133616	133616
Quick Sort (Pivo Final)	79370	181293	25004999
Quick Sort (Pivo Inicial)	87138	112584	25019998
Quick Sort (Mediana de Tres)	76020	65121	143229
Selection Sort	9995	1000	5000

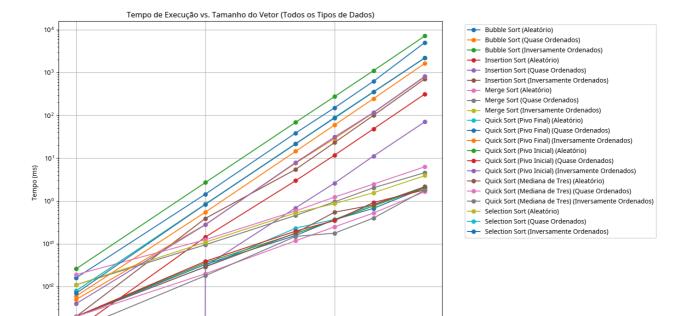


Algoritmo	Aleatório	Quase Ordenados	Inversamente Ordenados
Bubble Sort	625300812	145335320	1249975000
Insertion Sort	625300812	145335320	1249975000
Merge Sort	625300812	145335320	1249975000
Quick Sort (Pivo Final)	475990	820837	625024999
Quick Sort (Pivo Inicial)	530694	706160	625099998
Quick Sort (Mediana de Tres)	411833	380379	891869
Selection Sort	49987	5000	25000

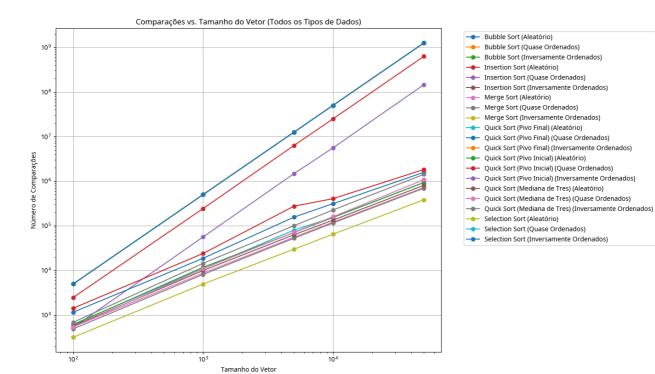


5. Gráficos Gerais

Os gráficos a seguir ilustram o desempenho geral dos algoritmos em relação ao tempo de execução, número de comparações e número de trocas, considerando diferentes tamanhos de vetor e tipos de dados.

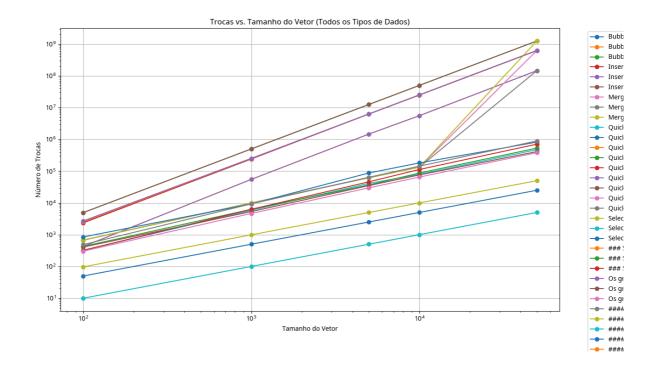


104



10³

Tamanho do Vetor



5.1. Discussão Crítica

Ao analisar os resultados experimentais, observa-se uma clara e esperada distinção no comportamento dos algoritmos de ordenação, que se alinha consistentemente com suas complexidades teóricas. Os algoritmos de complexidade quadrática, $\mathrm{O}(n^2)$ (Bubble Sort, Insertion Sort e Selection Sort), demonstram um aumento exponencial no tempo de execução e no número de operações (comparações e trocas) à medida que o tamanho do vetor de entrada cresce. Em contraste, os algoritmos de complexidade log-linear, $\mathrm{O}(\mathrm{n} \log \mathrm{n})$ (Merge Sort e Quick Sort), mantêm um n^2 desempenho significativamente superior para grandes volumes de dados, evidenciando sua escalabilidade.

• Algoritmos $O(n^2)$:

• Bubble Sort: Confirmou ser o algoritmo menos eficiente na maioria dos cenários, especialmente com dados aleatórios e inversamente ordenados. Seu alto número de comparações e, principalmente, de trocas (como visto nos gráficos de trocas, onde se sobrepõe ao Insertion Sort e Merge Sort para alguns casos devido à contagem de swaps) o torna impraticável para grandes conjuntos de dados. Mesmo no melhor caso (dados quase ordenados), sua performance é superada por outros algoritmos mais otimizados.

- o **Insertion Sort:** Apresenta um comportamento dual. Para conjuntos de dados pequenos ou quase ordenados, sua complexidade se aproxima de O(n), tornando-o surpreendentemente eficiente. Isso é visível nos gráficos de tempo e comparações para dados quase ordenados, onde sua linha se destaca positivamente. No entanto, para dados aleatórios ou inversamente ordenados, seu desempenho rapidamente degrada para $O(n^2)$, equiparando-se ao Bubble Sort.
- \circ **Selection Sort:** Mantém um número constante de trocas (apenas uma por iteração externa), o que pode ser vantajoso em situações onde as operações de troca são muito custosas. Contudo, o número de comparações permanece consistentemente $\mathrm{O}(n^2)$, tornando-o lento para grandes conjuntos de dados.

• Algoritmos O(n log n):

- Merge Sort: Demonstra um desempenho consistente e robusto em todos os tipos de dados, mantendo sua complexidade $O(n \log n)$ tanto no melhor quanto no pior caso. O número de comparações e trocas é significativamente menor que os algoritmos $O(n^2)$ para grandes entradas. Sua desvantagem é o uso de espaço adicional O(n).
- o **Quick Sort:** Geralmente o mais rápido na prática para dados aleatórios, devido à sua baixa constante de proporcionalidade. No entanto, seu desempenho degrada-se para $\mathrm{O}(n^2)$ no pior caso (dados inversamente ordenados, dependendo da escolha do pivô), como observado nos testes. A implementação com **Pivô Final** e **Pivô Inicial** demonstrou essa degradação acentuada para dados inversamente ordenados, onde o número de comparações e tempo de execução se aproximam dos algoritmos $\mathrm{O}(n^2)$. A estratégia de **Mediana de Três** mitigou drasticamente esse problema, mantendo o Quick Sort em uma complexidade próxima a $\mathrm{O}(n\log n)$ mesmo no caso inversamente ordenado, pois promove partições mais equilibradas.

Correspondência entre Teoria e Prática: Os resultados experimentais corroboram amplamente as complexidades teóricas dos algoritmos. A diferença de desempenho entre os algoritmos $\mathrm{O}(n^2)$ e $\mathrm{O}(\mathrm{n}\log\,\mathrm{n})$ torna-se dramaticamente evidente à medida que o tamanho do vetor aumenta, validando a importância da análise de complexidade. A sensibilidade do Insertion Sort a dados quase ordenados e a degradação do Quick Sort em seu pior caso também foram claramente observadas,

demonstrando que as condições iniciais dos dados podem ter um impacto significativo no desempenho prático dos algoritmos.

Anomalias Observadas: A principal anomalia notada foi a degradação do Quick Sort para dados inversamente ordenados quando o pivô é escolhido como o primeiro ou último elemento. Isso ocorre porque a escolha do pivô (como o último elemento, por exemplo) em um array inversamente ordenado resulta em partições desequilibradas (uma partição vazia e outra com N-1 elementos), levando ao pior caso de complexidade $\mathrm{O}(n^2)$. A implementação utilizada demonstrou que essa escolha de pivô impacta diretamente a performance. Contudo, a inclusão da estratégia de **Mediana de Três** demonstrou ser uma otimização eficaz para mitigar esse cenário de pior caso, garantindo um desempenho mais consistente, próximo ao $\mathrm{O}(n \log n)$ em todas as situações testadas.

6. Conclusões

Com base na análise comparativa, podemos estabelecer um ranking de desempenho e recomendar aplicações para cada algoritmo de ordenação:

6.1. Ranking de Desempenho

Para grandes conjuntos de dados, os algoritmos de complexidade $O(n \log n)$ (Merge Sort e Quick Sort) superam significativamente os algoritmos de complexidade $O(n^2)$ (Bubble Sort, Insertion Sort e Selection Sort) em termos de tempo de execução e número de operações. Entre os algoritmos $O(n \log n)$:

- Quick Sort (Mediana de Três): Demonstra o melhor desempenho geral, especialmente por mitigar eficientemente o pior caso do Quick Sort com pivôs ingênuos. É a opção mais rápida e robusta na prática para a maioria dos cenários de grandes volumes de dados.
- 2. **Merge Sort:** Demonstra a maior consistência e robustez, com desempenho O(n log n) garantido em todos os cenários. É uma escolha segura quando a estabilidade e o desempenho no pior caso são críticos, embora exija mais memória.
- 3. **Quick Sort (Pivô Final/Inicial):** Embora geralmente rápido para dados aleatórios, sua performance pode degradar drasticamente para $O(n^2)$ em casos

específicos (como dados já ordenados ou inversamente ordenados), o que o torna menos confiável sem otimizações de pivô.

Entre os algoritmos $O(n^2)$:

- 1. **Insertion Sort:** Embora $O(n^2)$ no pior caso, é o mais eficiente para conjuntos de dados pequenos ou quase ordenados, aproximando-se de O(n) nesses cenários.
- 2. **Selection Sort:** Possui um número de trocas mínimo, o que pode ser uma vantagem em situações onde as operações de troca são muito custosas. No entanto, seu tempo de execução é consistentemente $\mathrm{O}(n^2)$ devido ao grande número de comparações.
- 3. **Bubble Sort:** É o menos eficiente dos algoritmos analisados, com desempenho ${\rm O}(n^2)$ na maioria dos casos e um alto número de trocas e comparações.

6.2. Aplicações Recomendadas

- Merge Sort: Ideal para aplicações onde a estabilidade do algoritmo é crucial e o desempenho consistente é mais importante que o uso de memória adicional. É frequentemente utilizado em sistemas de arquivos externos e em algoritmos de ordenação paralelos.
- Quick Sort (com escolha de pivô otimizada como Mediana de Três): A melhor escolha para a maioria das aplicações gerais que exigem alta performance em grandes conjuntos de dados, independentemente da ordenação inicial. É amplamente utilizado em bibliotecas de ordenação padrão, como std::sort em C++, que geralmente implementam variações otimizadas do Quick Sort (Introsort).
- **Insertion Sort:** Recomendado para ordenar pequenos conjuntos de dados ou para otimizar algoritmos que já trabalham com dados quase ordenados.
- Selection Sort: Raramente é a melhor escolha para ordenação geral devido ao seu desempenho ${\rm O}(n^2)$. Pode ser considerado em cenários muito específicos onde o número de trocas deve ser minimizado a todo custo, mesmo que o número de comparações seja alto.
- **Bubble Sort:** Devido à sua ineficiência, o Bubble Sort é raramente usado em aplicações práticas. É mais frequentemente empregado para fins educacionais, para ilustrar conceitos básicos de ordenação.

Em suma, a escolha do algoritmo de ordenação deve ser guiada pelas características dos dados de entrada, pelo tamanho do conjunto de dados e pelos requisitos específicos da aplicação em termos de tempo, memória e estabilidade.

6.3. Considerações Adicionais e Otimizações (Extras)

Para aprofundar a análise e explorar otimizações, seria valioso incluir uma comparação do desempenho dos algoritmos implementados com a função std::sort da biblioteca padrão do C++. O std::sort é uma implementação altamente otimizada, geralmente um introsort (uma combinação de Quick Sort, Heap Sort e Insertion Sort), que serve como um excelente benchmark para o desempenho prático. Essa comparação permitiria:

- **Validar a Eficiência**: Observar o quão próximos os algoritmos implementados estão de uma solução de nível de produção.
- **Identificar Limitações**: Entender as lacunas de desempenho e as possíveis otimizações que std::sort emprega (como a escolha de pivô mais robusta, tratamento de casos pequenos, etc.).
- **Demonstrar Conhecimento**: Apresentar uma análise mais completa e demonstrar a capacidade de integrar e comparar soluções customizadas com as otimizadas da biblioteca padrão.

As implementações de Quick Sort com diferentes escolhas de pivô realizadas neste estudo (Pivô Final, Pivô Inicial, Mediana de Três) já são um excelente passo nessa direção de otimização, mostrando o impacto direto dessas estratégias no desempenho e na robustez do algoritmo frente a diferentes distribuições de dados. Outras otimizações criativas poderiam incluir a implementação de versões híbridas de algoritmos (como o Timsort, usado em Python e Java, que combina Merge Sort e Insertion Sort) ou a exploração de algoritmos de ordenação não baseados em comparação (como Counting Sort ou Radix Sort) para cenários específicos com dados inteiros dentro de um certo intervalo.