

# Mes oraux des concours

Samuel Gallay

29 juin 2021

## Oraux des ENS

### Physique (LCR)

45 minutes, pas de préparation : On considère un condensateur cylindrique de hauteur  $L$  dirigé selon l'axe  $e_z$  avec le bas du condensateur en  $z = 0$ , de rayons intérieur et extérieurs  $r_1$  et  $r_2$ . On se place dans l'ARQS, la charge dépendant du temps, et on demande d'abord de calculer la puissance dissipée (ie le flux du vecteur de Poynting) à travers la surface  $z = L$ .

J'ai commencé par dire des choses intelligentes, mais l'examineur s'est rendu compte que je ne comprenais rien à l'ARQS, donc j'ai eu le droit à de nombreuses questions de cours. D'abord qu'est-ce que le vecteur nabla ? Remontez moi l'équation de D'Alembert pour le champ électrique. Qu'est-ce que l'ARQS ? En fait j'ai confondu au début les deux courants dans l'équation de Maxwell-Ampère. J'ai dû expliquer ce qui se passait physiquement dans un condensateur, et je n'y arrivais pas. L'examineur, par ailleurs très sympathique, notait les bêtises que je disais, et me faisait me contredire pour que je comprenne ce qu'il se passait. Distances caractéristiques de l'ARQS, etc...

Bon, je suis très déçu de moi sur ce coup là, d'habitude j'arrive à sauver les meubles pendant mes oraux de physique...

### Mathématiques (U)

Qu'est-ce que c'était mieux que mon oral de physique !

Démonstration sympathique du théorème de Cayley-Hamilton : prenez  $A \in M_n(C)$  et  $P \in C[X]$  le polynôme caractéristique de  $A$ , et calculez de deux manières différentes, pour  $r$  assez grand, l'intégrale matricielle (coefficients par coefficients)

$$I = \int_0^{2\pi} r e^{i\theta} P(r e^{i\theta}) (A - r e^{i\theta} I_n)^{-1} d\theta$$

Je conseille de le chercher un peu tout seul... L'examineur était au début assez sec et l'élève avant moi m'a souhaité bon courage avec une tête terrorisée. Il ne fallait juste pas se laisser démonter, il m'a donné des indications régulièrement, quand je bloquais. Il m'a surtout signalé

les petites erreurs de calcul (j'en ai fait trop souvent). L'oral à commencé en retard et terminé en avance... j'ai le sentiment que l'examineur avait déjà une certaine lassitude des oraux, j'étais le dernier de la journée.

Quelques indications (essayez sans, ça doit être à peu près possible d'avancer seul). D'abord pour  $r$  grand ( $A - re^{i\theta}$ ) est inversible car le polynôme caractéristique possède un nombre fini de racines. Ensuite, pour le premier calcul de  $I$ , on considère  $P$  comme un polynôme quelconque. On factorise par  $-re^{i\theta}$  le terme matriciel, on l'écrit comme une série entière. J'ai dû discuter avec la norme triple : définition, pourquoi ai-je choisi celle-là... On inverse la série et l'intégrale : on l'a fait un peu vite à mon goût, mais la somme des intégrales des normes des fonctions de  $\theta$  convergent. On calcule l'intégrale, d'abord le cas des monômes, linéarité, et on trouve  $2\pi P(A)$  (j'ai un doute sur le signe, mais on se fiche un peu de la constante). Pour le second calcul de  $I$ , définition du polynôme caractéristique, comatrice, et calcul coefficient par coefficient (l'intégrale est matricielle). Le déterminant qui apparaît dans les coefficients de la comatrice est un polynôme en  $e^{i\theta}$ . Donc l'intérieur des intégrales coeff par coeff sont des polynômes en  $e^{i\theta}$  dont le coefficient constant est nul. Par un des calculs précédent  $I = 0$ .

## TIPE (ULCR)

L'oral s'est très bien passé, j'avais deux examinateurs, un homme et une femme. Le monsieur connaissait assez bien le langage Prolog (pari gagné!). Je pense qu'ils avaient parcouru assez vite mon rapport, mais ils s'y étaient intéressés. L'oral s'est déroulé comme une alternance d'exposé et de questions. J'avais un diaporama, et ils avaient le rapport sous les yeux. Certaines questions étaient posées pour me tester comme *qu'est-ce que vous pouvez me dire sur les grammaires ? Non contextuelles ? LL(1) ? Compilation vers un automate ?* Des questions sur les choix de la représentation des données, des parcours... D'autres questions étaient plutôt de la curiosité : *J'aime beaucoup le Prolog, mais pourquoi avez vous décidé de travailler sur Prolog ?* Des discussions sur la compilation de Prolog, et sur différentes extensions : le *cut* (ça allait) et sur la métaprogrammation avec les *assert*. Là je n'y connaissais rien, mais il fallait souligner la difficulté de compiler le *assert* par rapport à l'interpréter...

## Informatique (LCR)

Je suis très déçu de cet oral d'informatique. C'est avec celui-ci que je jouais mon admission aux ENS de Saclay et Rennes, le coefficient étant bien plus élevé que celui de physique par exemple, et j'ai perdu (je n'ai rien fait seul dans le sujet, et je devais paraître ralenti...) J'avais révisé des sujets, cela ne m'a servi à rien. J'espère que l'info d'Ulm sera plus intéressante.

L'oral consiste en 30 minutes de préparation et 30 minutes de passage. On considère un ensemble  $A$  possédant une loi associative et commutative (notée multiplicativement), et on s'intéresse au calcul des puissance d'un élément  $x$  de cet ensemble.

Pour formaliser le coût du calcul, on s'autorise deux règles de production sur une partie  $\Gamma$  de  $A$ . La première produit l'élément  $x$  à partir de  $\emptyset$ . La seconde prend deux éléments de  $x^i$  et  $x^j$  dans  $\Gamma$  et produit  $\Gamma \cup \{x^{i+j}\}$

Exemple d'un calcul de  $x^7$  avec ce formalisme :

$$\emptyset \longrightarrow \{x\} \longrightarrow \{x, x^2\} \longrightarrow \{x, x^2, x^4\} \longrightarrow \{x, x^2, x^4, x^6\} \longrightarrow \{x, x^2, x^4, x^6, x^7\}$$

On définit le coût de calcul  $C(n)$  de  $x^n$  comme le nombre minimal de flèches nécessaires pour créer  $x^n$  à partir de  $\emptyset$ . Avec cet exemple,  $C(7) \leq 5$ .

Les questions. Montrez que  $C(n) \leq n$ . Montrez que  $C(n) \leq 2\lfloor \log_2 n \rfloor$ .

Déjà cette question était mal fichue, cette inégalité n'est pas vraie pour des petits entiers, comme 7 par exemple (si je ne me plante pas)... Ce n'est pas une très grosse erreur d'énoncé, mais c'est embêtant si on veut initialiser une récurrence, ou si on cherche des exemples sur des petits entiers... Un sujet de concours ne devrait pas contenir d'erreur, c'est déjà assez de la loterie comme ça !

Montrez que l'algorithme trouvé à la question précédente n'est pas optimal. (L'algo de la question précédente est l'exponentiation rapide, et de mauvais cas sont les  $2^n - 1$  par exemple.)

Montrez que  $\lceil \log_2(n) \rceil \leq C(n)$ .

Montrez que  $C(n)$  est équivalent à  $\log_2(n)$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Exposez un algorithme utilisant la décomposition en facteurs premiers de  $n$ . Montrez que cet algorithme peut-être meilleur et moins bon dans une infinité de cas que celui proposé en  $2\lfloor \log_2(n) \rfloor$ .

On définit ensuite les *power trees* de KNUTH et on demande de construire un meilleur algorithme.

## Mathématiques (CR)

On se place dans un convexe  $A$  de  $\mathbb{C}$ , et on considère une fonction  $f$  de  $A$  dans  $\mathbb{C}$  telle que

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0}$$

existe. On montre d'abord que  $f$  est continue, puis que  $f$  est différentiable. Ensuite on considère un chemin continu et  $C^1$  par morceaux  $\gamma : [a, b] \rightarrow A$ , tel que  $\gamma(a) = \gamma(b)$ . On montre que

$$\int_a^b f(\gamma(t)) \gamma'(t) dt = 0$$

Enfin, avec les mêmes hypothèses sur  $\gamma$ , pour  $z$  n'appartenant pas à  $\gamma([a, b])$ , on pose

$$I(z) = \frac{1}{2i\pi} \int_a^b \frac{\gamma'(t)}{\gamma(t) - z} dt$$

Montrez que  $I(z) \in (Z)$ .

L'exercice n'était pas très difficile, mais je n'étais pas assez réveillé pour être rapide et efficace. L'examinatrice était très calme, et m'a donné des indications. Pour la dernière question, on peut introduire  $\phi : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$  définie par

$$\phi(t) = \exp\left(\int_a^t \frac{\gamma'(s)}{\gamma(s) - z} ds\right)$$

J'aurais dû être plus rapide.

## Anglais (XULCR)

Difficile de dire si cela s'est bien ou mal passé. Mon anglais n'était pas exceptionnel, et il y a des questions sur la vidéo auxquelles je n'ai pas su répondre, mais dans l'ensemble ça reste comme une colle d'anglais. Il y avait deux examinatrices qui posaient les questions à tour de rôle.

La vidéo venait de la chaîne PBS Terra que l'on trouve sur YouTube, et était sur le Cascadia Earthquake. On la retrouve facilement. Je me souviens que la durée était de 6 minutes et quelques secondes. Je pense que c'étaient les premières 6 minutes et 14 secondes sur YouTube (à 10 sec près en tout cas).

## Informatique (U)

Sujet sur les langages épars. Un langage  $L \subset \Sigma^*$  régulier est dit épars si il existe un polynôme  $P$  tel que pour tout  $n$ ,  $|L \cap \Sigma^n| \leq P(n)$ . On considère le langage  $\Sigma = .$  Donnez un exemple de langage épars et de langage non-épars. Étudiez la stabilité des langages épars par union, intersection, concaténation et étoile de Kleene (je ne sais plus si ça marche pour l'étoile de Kleene). Discutez de l'affirmation *un langage est épars si et seulement si son complémentaire est épars*. Montrer qu'un langage contenant  $v(au|bu')^*w$  n'est pas épars. Donnez une caractérisation d'un automate fini déterministe reconnaissant un langage contenant  $v(au|bu')^*w$  (deux boucles différentes partant d'un état accessible et co-accessible). Donnez un algorithme testant l'existence de telles boucles. Mon premier algorithme utilisait Floyd-Warshall et était en  $n^3$ . Le but du reste du sujet était d'améliorer l'algorithme et de le rendre linéaire. On travaillait sur les composantes connexes...

## TP d'algorithmique (ULCR)

Le sujet sera disponible sur internet. C'était celui où l'on cherchait à compter les facteurs d'un mot qui sont reconnus par un automate.

## Oraux de Centrale

### TIPE

Tout va bien, les questions étaient prévisibles.

### Mathématiques I

Probas avec des urnes. (pas de préparation)

### Physique-Chimie II

Mécanique avec les masses et les ressorts (avec préparation). Je pense que Antoine Logerot a eu le même que moi, on peut probablement croiser les sources. Le sujet était long, l'examineur n'a rien dit du tout, à part tu peux écrire en haut à droite...

Je crois que le contexte était l'étude des tremblements de terre. On considère un système de deux pavés droits de masse  $m$ , posées sur le sol. On donne le coefficient de frottement  $\mu$  entre une masse et le sol (l'axe  $O_x$  représente le sol). Les deux masses sont reliées par un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . Une force  $F$  constante pousse la première masse en direction de la seconde (force de gauche à droite, selon les  $x$  croissants). Initialement les deux masses sont écartées de  $l_0$ , et ont une vitesse initiale nulle.

Quelle est la force  $F_{1,min}$  nécessaire pour mettre en mouvement la première masse ? Montrer que si  $F \geq 2F_{1,min}$ , alors les deux masses sont continuellement en mouvement. Calculer la force  $F_{2,min}$  nécessaire pour mettre la seconde masse en mouvement. On suppose que  $F_{1,min} < F < F_{2,min}$ . Calculer l'énergie dissipée au cours du déplacement. Il y avait ensuite de nombreuses questions Python : on nous donnait des graphes de position, de vitesse, et d'énergie en fonction du temps quand les deux masses sont en mouvement, et on nous demandait de commenter.

## Mathématiques II

Python, compter des nombres premiers.

## Anglais

## TP Physique-Chimie

C'était un TP de chimie, l'épreuve la plus amusante de tous les concours ! Bon, on ne va pas se mentir, l'examinatrice et l'assistante de TP ont dû se demander si j'étais retardé mentalement, mais j'ai pu faire des petites choses...

Le but du TP était de titrer une solution de  $\text{Cu}^{2+}$ . Il y avait d'abord une dilution à effectuer (quelques règles de trois, une balance).

Un premier titrage (peu précis) utilisait une pile. On formait une pile Zinc-Cuivre ( $\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}$  et  $\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}$ ), avec la solution diluée. On devait donner l'équation de réaction et le sens de réaction théorique, puis comparer avec la mesure de tension expérimentale (les potentiels standards étaient donnés).

Le second titrage était pH-métrique, on versait de la soude  $\text{HO}^-$  dans le ( $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ). Malheureusement on découvre que l'espèce formée n'est pas  $\text{Cu}(\text{OH})_2$ , car le volume à l'équivalence n'est pas celui attendu. On demandait de déterminer à quel pH apparaîtrait le précipité : en effet le  $\text{Cu}^{2+}$  n'est pas toujours présent dans la solution car il vient de la dissolution d'un solide. On nous donnait le  $K^\circ$  de la dissolution, on calculait la frontière pH au premier grain de solide... Le but est alors de deviner l'équation de réaction qui forme un solide de la forme  $\text{Cu}_x(\text{SO}_4)_y(\text{HO})_z$ .

Au vu de la qualité de mon titrage, je ne saurais dire quelle espèce était réellement formée. Le volume à l'équivalence donnait  $\frac{x}{z}$ , et la conservation de la charge donnait une deuxième équation. J'ai alors essayé de trouver une solution avec des coefficients petits, mais rien n'était très bon...

Enfin, avec les informations que d'autres auraient pu trouver, on demandait s'il était finalement possible de titrer le  $\text{Cu}^{2+}$  par pH-métrie, avec le soucis de la présence ou non de  $\text{Cu}^{2+}$  dans la solution aux différents pH je suppose. : en effet le  $\text{Cu}^{2+}$  n'est pas toujours présent dans la solution car il vient de la dissolution d'un solide. On nous donnait le  $K^\circ$  de la dissolution, on calculait la

frontière pH au premier grain de solide... Le but est alors de deviner l'équation de réaction qui forme un solide de la forme  $\text{Cu}_x(\text{SO}_4)_y(\text{HO})_z$ .

Au vu de la qualité de mon titrage, je ne saurait dire quelle espèce était réellement formée. Le volume à l'équivalence donnait  $\frac{x}{z}$ , et la conservation de la charge donnait une deuxième équation. J'ai alors essayé de trouver une solution avec des coefficients petits, mais rien n'était très bon...

Enfin, avec les informations que d'autres auraient pu trouver, on demandait s'il était finalement possible de titrer le  $\text{Cu}^{2+}$  par pH-métrie, avec le soucis de la présence ou non de  $\text{Cu}^{2+}$  dans la solution aux différents pH je suppose.

## Physique-Chimie I (30 minutes)

Le contexte était le laser Méga-Joule :  $n = 176$  lasers de longueur d'onde  $\lambda$  fournissent en un temps  $\tau$  une énergie totale  $E$  (probablement de l'ordre du Méga-Joule, toutes les valeurs nécessaires étaient données). On donne le diamètre  $d$  d'un faisceau laser. Le faisceau laser est une onde plane progressive périodique se propageant selon  $u_z$  et polarisée selon  $u_y$ . Déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ  $\vec{E}$ , et celle vérifiée par  $\vec{B}$ . En déduire une relation entre  $w$ ,  $k$  et  $c$ . Comment se nomme cette relation ? Calculer le vecteur de Poynting. Avec les données calculer la puissance d'un faisceau laser et déterminer l'amplitude du champ électrique. Déterminer le flux de photons d'un laser (nombre de photons par seconde).

C'était simple. J'ai fait plein de bêtises (comme d'habitude quoi), mais je suis allé suffisamment vite pour finir la petite feuille.

## Oraux des Mines

### Physique

Question de cours (15 minutes de préparation). Trous de Young, avec ce qui affecte le contraste.

Exercice : modèle de J.J. Thomson de l'atome d'hydrogène. L'atome est une sphère homogène de rayon  $R$  et de charge  $+e$ . Un électron de charge  $-e$  se déplace dans cette sphère. Montrer que le mouvement est plan. Déterminer les équations du mouvement en coordonnées cartésiennes. On donne une longueur d'onde  $\lambda_0$  du spectre de l'hydrogène. Faire le lien avec le modèle de Thomson pour déterminer un rayon le rayon  $R$ . On suppose maintenant la trajectoire circulaire. Montrer que le modèle est équivalent à une superposition de dipôles oscillants, l'un selon  $O_x$ , l'autre selon  $O_y$ . Pour un dipôle oscillant  $p_0 \cos(\omega t) u_x$ , on donne la formule de la puissance rayonnée par ce dipôle. Déterminer l'équation différentielle portant sur l'énergie mécanique dans ce modèle. Donner un temps caractéristique. Conclure.

Quelques remarques : Pour la question de cours, j'ai retrouvé la formule de l'intensité, et j'ai utilisé le critère semi-quantitatif pour discuter de la cohérence spatiale et temporelle. J'ai même fait des applications numériques pour estimer la largeur maximale de la source, et l'écart en longueur d'onde. Je connaissais l'exercice par coeur... Théorème du moment cinétique pour la planéité du mouvement. Théorème de Gauss sur la sphère. Seconde loi de Newton, l'équa-diff miraculeusement simple en coordonnées cartésiennes. On détermine la fréquence du mouvement

et on la lie à la longueur d'onde. En résolvant les équa-diff, on connaît le mouvement de l'électron. On constate l'équivalence avec une superposition de dipôles. Théorème énergétique : la variation d'énergie mécanique est l'opposé de la puissance rayonnée. Il se trouve que la puissance rayonnée est proportionnelle à l'énergie mécanique : les deux sont en  $r^2$ , je n'y croyais pas ! Équa-diff d'ordre 1 sur l'énergie mécanique, l'atome se casse la figure, seule la physique quantique peut nous sortir de l'impasse. Je n'ai pas eu le temps de le dire ça, dommage... faut dire qu'après le match France-Suisse, je n'ai pas dormi beaucoup !

## Divagations parisiennes

Il fait chaud dans Paris, surtout dans un studio sous les toits. Il n'y a pas d'insectes et on ne voit pas les étoiles parce que la nuit il fait comme jour dehors.

### Dimanche

Je suis arrivé à Paris dimanche en début d'après-midi, et j'ai fait une visite complète du 5<sup>ème</sup> arrondissement. J'ai juste voulu prendre mes premiers repères : la rue Lhomond et la rue d'Ulm, Henri IV, Louis le Grand, le collège de France, le Panthéon, le Luxembourg et le jardin des plantes. J'ai fait des courses, j'aime bien la rue Mouffetard et je loge dans le quartier des Gobelins, ce qui est très pratique pour passer des oraux.

### Lundi

Après mon oral de physique raté je suis allé faire une sieste. L'oral de maths s'est mieux passé, donc je suis allé me promener. Je suis allé voir Jussieu, Nôtre-Dame, le Louvre, les Tuileries jusqu'à l'obélisque, puis le bord de la Seine jusqu'à la tour Eiffel et le Champ-de-Mars. Je suis rentré en métro : j'ai eu le droit à un panne de courant de la part de la RATP (heureusement j'étais à quai). J'ai pu avoir un aperçu du célèbre esprit lutécien, et j'ai improvisé un itinéraire alternatif.



## Mardi

J'ai passé l'après-midi avec un ami de lycée, qui passe aussi les concours, on est allé manger une glace au jardin des Plantes (il fait vraiment chaud). Le soir mon autre amie de lycée qui me prête généreusement son studio est rentrée à Paris.

## Mercredi

On est allé mangé au CROUS de Censier pour 1 euro, c'est pas mal. J'ai admiré avec horreur les constructions du plateau de Saclay. Je suis descendu à la station Lozère et je suis monté à l'X. Je voulais voir à quoi tout cela ressemblait. N'allez pas à pieds des écoles X/ENSAE à Centrale/ENS. La ballade prend une petite heure, mais c'est très moche. À vélo ça doit aller (il y a une piste cyclable), mais prenez plutôt le bus comme tout le monde. Je suis rentré dans les bâtiments de centrale, c'est grand mais très vide... Il y a beaucoup de grands bâtiments en travaux sur le plateau.

## Jeudi

Je me suis perdu dans l'X. On est allé regarder un film amusant au cinéma du Panthéon.

## Vendredi