



## **Masterprojekt**

im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik

Hochschule Fulda | University of Applied Sciences Fulda

# **Portfoliooptimierung mithilfe von Maschine-Learning- Algorithmen auf der Grundlage des Markowitz-Modells**

**Samuel Hessberger**

Matrikel-Nummer:

1219689

Studiengang:

Eingebettete Systeme

Altenhaßlau, 19.09.2023

Erstgutachter:

Prof. Dr. Viviane Wolff

Lehrstuhl für technische Informatik



## Kurzfassung

Es wird schon einige Zeit versucht die Kursentwicklung von Aktien mit statistischen Methoden vorherzusagen. Das Ziel der Anleger ist eine maximale Rendite bei minimalem Risiko zu erzielen. Dieses Ziel erschien mit dem Mean-Variance-Modell von Harry Markowitz in den 1950er Jahren greifbar. Doch zu jener Zeit stand noch nicht die Rechenleistung zur Verfügung, die benötigt wird, um solche Modelle und Vorhersagen berechnen zu können. Dies hat sich nun mit immer leistungsfähigerer Hardware und der Entwicklung von Algorithmen, aus dem Bereich des maschinellen Lernens, geändert.

Diese Arbeit besteht aus zwei Teilen. Teil 1 ist Gegenstand dieser Arbeit. Teil 2, der zu einem späteren Zeitpunkt vorgelegt wird, beinhaltet die technische Umsetzung von Teil 1. In dieser Arbeit werden die Grundlagen des Mean-Variance-Modells und des maschinellen Lernens behandelt. Außerdem wird die Methodik, welche zu einem Teil aus einer Prognose und zum anderen aus einer Fallstudie besteht, erläutert.

Zunächst werden Kursvorhersagen mittels statistischer und maschineller Methoden bzw. Algorithmen gemacht. Anschließend werden mehrere Modelle, die sich anhand der betrachteten Parameter und in der Verwaltungsweise unterscheiden, mit den Daten der Vorhersagen gefüttert. Der Vergleich der Modelle erfolgt in drei Schritten. Zunächst wird eine Fundamentalanalyse anhand des KGVs (Kurs-Gewinn-Verhältnis) durchgeführt: es werden insgesamt 18 Aktien aus dem DAX, drei Aktien pro Branche ausgewählt. Die Aktienkurse werden mithilfe der Algorithmen vorhergesagt. Anschließend wird ein Korrelationstest durchgeführt und eine Aktie pro Branche eliminiert. Die Finanzmittel werden mithilfe eines Optimierungsalgorithmus, der das optimale Rendite-Risiko-Verhältnis berechnet, auf die verbleibenden 12 Aktien aufgeteilt.

Am Ende wird ein Ausblick auf den zweiten Teil dieser Arbeit gegeben. Dort werden die Vorhersagen berechnet und die Modelle implementiert. Diese werden dann für das Jahr 2019 miteinander verglichen. Außerdem werden die Kursvorhersagen auf Genauigkeit überprüft.



## Abstract

For some time now, attempts have been made to predict the price development of shares using statistical methods. The goal of investors is to achieve maximum return with minimum risk. This goal appeared tangible with Harry Markowitz's Mean-Variance-Model in the 1950s. But at that time, the computing power needed to calculate such models and predictions was not yet available. This has now changed with increasingly powerful hardware and the development of algorithms, from the field of machine learning.

This work consists of two parts. Part 1 is the subject of this paper. Part 2, which will be presented at a later date, contains the technical implementation of Part 1. In this work, the basics of the Mean-Variance-Model and machine learning are covered. In addition, the methodology, which consists partly of forecasting and partly of a case study, is explained.

First, price predictions are made using statistical and machine methods or algorithms. Then, several models, which differ on the basis of the parameters considered and in the way they are managed, are fed with the data of the predictions. The comparison of the models is done in three steps. First, a fundamental analysis is performed using the P/E ratio (price-earnings-ratio): a total of 18 stocks are selected from the DAX, three stocks per industry. The stock prices are predicted using the algorithms. A correlation test is then performed and one stock per industry is eliminated. The funds are allocated to the remaining 12 stocks using an optimization algorithm that calculates the optimal risk-return-ratio.

At the end, an outlook is given for the second part of this paper. There, the predictions will be calculated and the models implemented. These will then be compared for the year 2019. In addition, the price predictions are checked for accuracy.



## Inhaltsverzeichnis

I. Abbildungsverzeichnis .....	5
II. Formelverzeichnis .....	6
III. Abkürzungsverzeichnis .....	7
1. Einleitung .....	8
1.1 Ausgangssituation und Problemstellung.....	8
1.2 Zielstellung und Abgrenzung der Arbeit.....	9
1.3 Vorgehensweise.....	9
1.4 Struktur .....	10
2. Aktueller Forschungsstand .....	11
2.1 Markowitz Mean-Variance-Modell: .....	11
2.2 Maschinelles Lernen: .....	13
3. Methodik.....	18
3.1 Prognose und Fallstudie .....	18
3.2 Konzept .....	18
3.3 Modelle .....	20
3.4 Berechnung der Renditeerwartung bzw. -vorhersage und der Standardabweichung...	21
3.5 Algorithmus zur Renditevorhersage .....	22
3.6 Mean-Variance-Modell und Modifizierungen .....	22
3.7 Datensätze.....	23
4. Ausblick .....	25
5. Literaturverzeichnis .....	26



## **I. Abbildungsverzeichnis**

Abbildung 1: Portfoliokurven bei unterschiedlichen Korrelationen.....	13
Abbildung 2: LSTM-Speicherblock, bestehend aus einer Speicherzelle .....	14
Abbildung 3: Conceptual model framework .....	16
Abbildung 4: Korrelationsmatrix.....	19



## II. Formelverzeichnis

Formel 1: Erwartete Rendite.....	21
Formel 2: Standardabweichung.....	22
Formel 3: Sharpe Ratio .....	23
Formel 4: Sharpe Ratio erweitert.....	23



### III. Abkürzungsverzeichnis

CAL	Capital Allocation Line (dt. Kapitalallokationslinie)
DAX	Deutscher Aktienindex
DLNN	Deep Learning Neural Network
KGV	Kurs-Gewinn-Verhältnis
LSTM	Long short-term memory
MDP	Markov Decision Process (dt. Markov-Entscheidungsprozess)
ML	Maschinelles Lernen
P/E	Price/Earnings Ratio
RL	Reinforcement Learning (dt. verstärkendes Lernen)



# 1. Einleitung

## 1.1 Ausgangssituation und Problemstellung

Der Aktienmarkt ist seit jeher von Risiken und Kursschwankungen geprägt (vgl. Wang et al. 2022, S. 391-395; Pai & Ilango 2020, S. 878-881). Ziel ist, eine maximale Rendite, bei gleichzeitig möglichst geringem Risiko, zu erzielen (vgl. Pai & Ilango 2020, S. 878-881). Um dies zu erreichen, kommt das Portfolio-Management bzw. die Portfoliooptimierung ins Spiel. Der Prozess der Portfoliooptimierung beschreibt die Aufteilung der Finanzmittel auf die verschiedenen Finanzanlagen und geht auf das Mean-Variance-Modell von Harry Markowitz aus den 1950er Jahren zurück (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504; Duan 2011, S. 11). Durch die Verteilung der Finanzmittel auf unterschiedliche Anlageklassen, kann ein Diversifikationseffekt erzielt werden, welcher das Portfoliorisiko erheblich schmälern kann (vgl. Mondello 2015, S. 113). Im Großen und Ganzen zielt es darauf ab, Investoren bei der Auswahl eines optimalen Portfolios von Vermögenswerten zu unterstützen, indem es die Balance zwischen erwarteter Rendite und Risiko berücksichtigt (ebd.).

Für die Vorhersage der Rendite, wurden früher herkömmliche statistische Methoden verwendet, um komplexe Finanzdaten analysieren zu können (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504; Wang et al. 2022, S. 391-395). Diese waren jedoch nicht allzu genau (vgl. Wang et al. 2022, S. 391-395). Heutzutage können, durch das Voranschreiten der Entwicklung in den Feldern des Maschinellen Lernens und der Big Data, Algorithmen verwendet werden, die Aktienrenditen genauer und robuster vorhersagen können, vor allem auch dann, wenn die Aktienrenditen nicht stationär und nicht linear sind (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504; Wang et al. 2022, S. 391-395).

Für die Vorhersage werden oft DLNNs (Deep Learning Neural Networks) verwendet (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504; Wang et al. 2022, S. 391-395). Dieses Modell erlaubt es nicht stationäre und nicht lineare Renditen-Variationen modellieren zu können (ebd.). Außerdem steigert dieses Modell den Lernprozess und verbessert die kurzfristige Vorhersage (ebd.). Wird dieses Modell rückgekoppelt, erhält dieses, im übertragenen Sinn, ein Gedächtnis und kann so noch bessere vorhersagen treffen, da es historische Daten miteinfließen lassen kann (ebd.). Diese Rückkopplung ist unter dem Namen LSTM (long short-term memory) bekannt (ebd.).

Eine weitere vielversprechende Herangehensweise ist das verstärkende Lernen (Reinforcement Learning, RL). Dieses innovative Verfahren im Feld des maschinellen Lernens gewinnt immer mehr Bedeutung im Finanzbereich, speziell bei der Optimierung von Portfolios (vgl. Wang 2022, S. 391-395). RL hat bereits die Fähigkeit bewiesen, Menschen in





unterschiedlichen Videospielen zu übertreffen, und demonstriert somit seine Potenziale bei der Bewältigung anspruchsvoller Aufgaben (ebd.).

## 1.2 Zielstellung und Abgrenzung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin verschiedene Konzepte des Mean-Variance-Modells von Harry Markowitz in Kombination mit Algorithmen aus dem maschinellen Lernen zu vergleichen und zu evaluieren. Als Datenbasis wird der Deutsche Aktienindex (DAX) verwendet. Dabei werden die folgenden Forschungsfragen definiert:

1. Wie beeinflussen Modifikationen des Markowitz-Modells und ein aktives Management die Performance des Portfolios?
2. Steigert der Einsatz von Algorithmen aus dem Feld des maschinellen Lernens die Vorhersagegenauigkeit der erwartbaren Renditen?

Es geht also darum verschiedene Ausprägungen, im Sinne von weiteren Faktoren bei der Auswahl der Aktien bzw. Anlageklassen, des Mean-Variance-Modells mit dem Original von Harry Markowitz zu vergleichen. Außerdem wird geprüft, ob ein aktives Management des Portfolios einen signifikanten Einfluss auf die Portfoliorendite hat. Darüber hinaus wird ermittelt, ob Algorithmen aus dem Bereich des maschinellen Lernens, bei der Vorhersage der erwartbaren Renditen zuverlässiger sind als die traditionellen statistischen Methoden. Um zuverlässige Ergebnisse zu erhalten, werden die vorhergesagten Renditen nur mit den Renditen der entsprechenden Unternehmen verglichen. Das Mean-Variance-Modell wird dagegen mit dem gesamten Dax verglichen.

In dieser Arbeit werden nicht verschiedene Algorithmen aus dem Feld des maschinellen Lernens miteinander verglichen. Es wird nur die Vorhersagegenauigkeit eines Algorithmus untersucht. Weiter werden nur zwei Modifikation des Mean-Variance-Modells betrachtet. Diese werden auch nur zusammen betrachtet. Diese Arbeit lässt den Algorithmus anhand von Daten aus den Jahren 2014 bis 2018 trainieren und testet die Algorithmen und Modelle dann anhand der Daten aus dem Jahr 2019. Steuerliche Aspekte und Transaktionskosten werden nicht betrachtet.

## 1.3 Vorgehensweise

Die oben genannten Forschungsfragen sollen unter Anwendung der Methodik von Al-Muharraqi & Messaadia 2023 beantwortet werden. Mit der Methodik Prognose soll im ersten Schritt die Aktienrendite des Jahres 2019 vorhergesagt werden. Anschließend wird mit der



Methodik Fallstudie, anhand des Mean-Variance-Modell wenige Parameter oder Aspekte sehr gründlich in ihrer natürlichen Umgebung betrachtet (vgl. Wilde & Hess 2006, S. 9). Diese Arbeit endet anschließend mit einem Ausblick auf den zweiten Teil der Arbeit.

Im zweiten Teil wird dann die Methodik umgesetzt. Dabei wird der ML-Algorithmus (ML = Maschinelles Lernen), die verschiedenen statistischen Methoden und der Optimierungsalgorithmus zur Bestimmung des optimalen Portfolios implementiert. Nach der Implementierung folgen die Ergebnisse und eine Diskussion dieser. Der zweite Teil wird dann mit einem Fazit abgeschlossen.

## 1.4 Struktur

Zunächst werden im Kapitel **2. Aktueller Forschungsstand** die Grundlagen des Markowitz-Modells und des maschinellen Lernens erläutert. Dort werden auch unterschiedliche Konzepte des maschinellen Lernens vorgestellt. Im Kapitel **3. Methodik** werden dann zuerst die beiden Methodik-Konzepte vorgestellt, die in dieser Arbeit verwendet werden. Im Anschluss wird das generelle Implementierungs-Konzept dieser Arbeit beschrieben. Aus diesem Konzept werden weiter unterschiedliche Modelle herausgearbeitet. Infolgedessen werden die statistischen Methoden, der ML-Algorithmus und das modifizierte Markowitz- bzw. Mean-Variance-Modell definiert. Abschließend erfolgt im Kapitel **4. Ausblick** eine Aussicht auf den zweiten Teil dieser Arbeit. Dort wird beantwortet, wie die Implementierung abläuft und wie, die im Kapitel 1.2, definierten Forschungsfragen am Ende überprüft werden können.



## 2. Aktueller Forschungsstand

### 2.1 Markowitz Mean-Variance-Modell:

Das Markowitz Mean-Variance-Modell, entwickelt von Harry Markowitz in den 1950er Jahren, ist ein fundamentales Konzept der modernen Portfoliotheorie (vgl. Duan 2011, S. 11). Es zielt darauf ab, Investoren bei der Auswahl eines optimalen Portfolios von Vermögenswerten zu unterstützen, indem es die Balance zwischen erwarteter Rendite und Risiko berücksichtigt (vgl. Mondello 2015, S.113).

Das Modell basiert auf mehreren grundlegenden Annahmen: Investoren handeln rational und treffen Rendite-Risiko-Entscheidungen, um ihre Nutzenfunktion zu maximieren (vgl. Mondello 2015, S. 104-109). Die Nutzenfunktion berücksichtigt neben der Rendite und dem Risiko auch die Risikoaversion des Anlegers (ebd.). Investoren betrachten die erwartete Rendite und die Streuung (Volatilität) als Maß für das Risiko eines Vermögenswerts (vgl. Duan 2011, S. 11; Mondello 2015, S. 106). Die geschätzten Renditeerwartungen, die aus Vergangenheitsdaten abgeleitet werden, behalten ihre Gültigkeit auch in der Zukunft (vgl. Duan 2011, S. 12). Da zugrunde gelegt wird, dass die Investoren risikoavers sind, wählen diese bei gegebenem Risiko das Portfolio mit der höheren Rendite aus (vgl. Duan 2011, S. 12 & Mondello 2015, S. 104). Bei gegebener Rendite wählen sie dementsprechend das Portfolio mit dem geringsten Risiko (ebd.) Transaktionskosten und steuerliche Gesichtspunkte werden nicht betrachtet (vgl. Duan 2011, S. 12). Es wird weiter angenommen, dass die jeweiligen Aktien beliebig teilbar sind (ebd.)

Der zentrale Ansatz des Modells besteht darin, die verschiedenen Vermögenswerte in einem Portfolio so zu kombinieren, dass die erwartete Rendite maximiert wird, bei gleichzeitiger Minimierung des Gesamtportfoliorisikos (vgl. Duan 2011, S. 12; Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Die Grundlage dafür bildet die Berechnung von erwarteter Rendite und Risiko jedes Vermögenswerts sowie deren Kovarianz und Korrelation untereinander (vgl. Mondello 2015, S. 106-109). Die erwartete Rendite kann mithilfe von historischen Daten berechnet werden (ebd.). Eine Approximation dieser erwarteten Rendite stellt der arithmetische Durchschnittswert der Renditen aus der Vergangenheit dar (ebd.). Seit einigen Jahren können die Algorithmen aus dem Bereich des Maschinellen Lernens die erwarteten Renditen genauer vorhersagen (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Um das Risiko bzw. die Volatilität zu ermitteln, wird die Varianz bzw. die Standardabweichung verwendet (vgl. Mondello 2015, S. 106 ff.). Die Varianz misst die durchschnittliche quadratische Abweichung der einzelnen Renditen von der erwarteten Rendite (ebd.). Um die Varianz standardisieren zu können, wird die Wurzel aus dieser gebildet, die auch als



Standardabweichung bezeichnet wird (ebd.). Dabei gilt für das Portfolio, dass je größer die Standardabweichung ist, desto größer ist die Unsicherheit bzw. das Risiko der Anlage (ebd.).

Laut Mondello 2015 kann jedoch durch eine Kombination verschiedener Aktien das Portfoliorisiko gesenkt werden. Dieser Effekt wird als Diversifikationseffekt bezeichnet. Bei einer zu hohen Kovarianz der Aktien kann dieser Effekt verschwinden. Die Kovarianz ist zudem ungeeignet, da diese schwer zu interpretieren ist. Aufgrund dessen wird diese standardisiert und in den Korrelationskoeffizienten umgewandelt, welcher den Grad der Beziehung zwischen den Renditen von zwei Aktien misst. Der Korrelationskoeffizient kann Werte zwischen +1 und -1 annehmen, wobei bei +1 kein Diversifikationseffekt erzielt wird und bei -1 das Risiko vollständig eliminiert werden kann. Der Diversifikationseffekt ist vorhanden, sobald der Wert unter +1 liegt. Je weiter der Korrelationskoeffizient zwischen zwei Aktien in Richtung -1 wandert, desto geringer wird das Portfoliorisiko (vgl. Mondello 2015, S. 113).

Die Effizienzgrenze (engl. efficient frontier) ist ein Schlüsselkonzept im Markowitz-Modell. Sie repräsentiert die Menge aller möglichen Portfolios, die die höchste erwartete Rendite für ein gegebenes Risiko bieten oder das geringste Risiko für eine gegebene erwartete Rendite aufweisen (vgl. Mondello 2015, S. 120). Jeder Punkt auf der effizienten Grenze stellt eine optimale Portfolioaufteilung zwischen Rendite und Risiko dar (ebd.). Die Effizienzgrenze wurde in Abbildung 1 rot eingezeichnet für verschiedene Korrelationskoeffizienten.

Die Portfolioaufteilung im Rahmen des Markowitz-Modells kann durch die Verwendung von risikolosen Anlagen weiter an die Nutzenfunktion des Anlegers angepasst werden (vgl. Mondello 2015, S. 104). Um das Portfolio mit risikolosen Anlagen kombinieren zu können, wird die Kapitalallokationslinie (CAL, engl. Capital Allocation Line) eingeführt (vgl. Mondello 2015, S. 103 ff.). Die CAL zeigt verschiedene Kombinationen von risikofreiem Vermögen und einem riskanten Portfolio auf, wodurch Investoren ihre Risikobereitschaft ausdrücken können (vgl. Mondello 2015, S. 103 ff.). Diese wird in Form einer Geraden, ausgehend von dem Zinssatz auf dem Y-Achsenabschnitt, in das Koordinatensystem eingezeichnet (vgl. Mondello 2015, S. 147 ff.). Das optimale Portfolio ist dann jenes, welches von dieser Geraden berührt wird (ebd.). Die Gerade ist also die Tangente der Effizienzkurve (ebd.) Der Berührungspunkt wird in Abbildung 1 durch den grünen Punkt und die Tangente durch die grüne Gerade dargestellt. Die Tangente berührt die Effizienzkurve (rot), die einen Korrelationskoeffizienten von  $\rho = -0,5$  hat.

Insgesamt bietet das Markowitz Mean-Variance-Modell einen formalen Rahmen, um Portfolios zu konstruieren, die eine optimale Balance zwischen erwarteter Rendite und Risiko bieten (vgl. Mondello 2015, S. 113). Es ist jedoch wichtig zu beachten, dass das Modell einige



Einschränkungen aufweist, wie beispielsweise die Annahme der Normalverteilung von Renditen und die Vernachlässigung von Transaktionskosten (vgl. Duan 2011, S. 12; Yuan et al. 2022, S. 878-881).

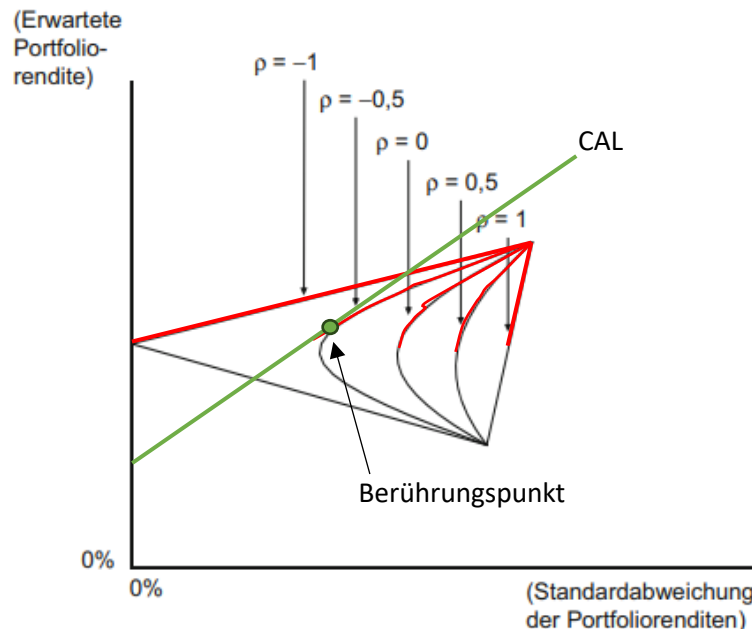


Abbildung 1: Portfoliokurven bei unterschiedlichen Korrelationen (vgl. Mondello 2015, S.120, bearbeitet durch Autor)

## 2.2 Maschinelles Lernen:

Auf dem Aktienmarkt herrscht seit jeher eine große Unsicherheit (vgl. Wang et al. 2022, S. 391-395). Aufgrund dessen können herkömmliche Methoden die komplexen Finanzdaten nicht präzise analysieren, sodass die Investoren keine maximalen Renditen erzielen können (ebd.). Um die Aktienrendite, Schwankungen und Muster vorhersagen zu können, wurden früher statistische Methoden angewendet (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Seit einigen Jahren können, durch das Voranschreiten der Entwicklung in den Feldern Maschinelles Lernen und Big Data, Algorithmen verwendet werden, die Aktienrenditen genauer und robuster vorhersagen können, vor allem auch dann, wenn die Aktienrenditen nicht stationär und nicht linear sind (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504; Wang et al. 2022, S. 391-395).

Laut Al-Muharraqi & Messaadia 2023 ist der LSTM-Algorithmus der effektivste um Aktienrenditen präzise vorhersagen zu können. LSTM steht für long short-term memory und basiert auf dem DLNN-Modell. Das DLNN (Deep Learning Neural Network) besteht aus drei Schichten. Dadurch wird die kurzfristige Vorhersage verbessert und der allgemeine

Lernprozess gesteigert. Außerdem kann dieser Algorithmus komplexe Fluktuationsmuster erkennen. Mit LSTM hat der Algorithmus ein Gedächtnis bekommen. Wird dieser mit genug Daten aus der Vergangenheit trainiert, kann dieser Algorithmus sich eventuell an historische Renditeschwankungen erinnern und so bessere Vorhersagen treffen (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Eine LSTM-Schicht besteht aus rückläufigen Speicherblöcken (vgl. Wöllmer et al. 2010, S. 2966). Diese enthalten eine oder mehrere Speicherzellen (ebd.). Die Speicherzelle besteht aus drei grundlegenden Gattern, dem Eingangs-, Ausgangs- und Vergessengatter (ebd.). Das **Input Gate (Eingabe-Gatter)** regelt, welche neuen Informationen in den Zellzustand integriert werden sollen (vgl. Gers et al. 2002, S. 117). Das **Forget Gate (Vergessens-Gatter)** bestimmt, welche Informationen aus dem vorherigen Zellzustand verworfen und welche beibehalten werden sollen (ebd.). Und das **Output Gate (Ausgabe-Gatter)** legt fest, welche Informationen aus dem aktuellen Zellzustand als Ergebnis des LSTM-Netzwerks verwendet werden sollen (ebd.). Des Weiteren gibt es den **Zellzustand (Cell State)**, der als eine interne Speichereinheit, die Informationen über vergangene Zeitpunkte speichert (ebd.). Dadurch sind LSTM-Netzwerke in der Lage relevante Informationen über ausgedehnte Sequenzen zu bewahren (vgl. Gers et al. 2002, S. 117; Wöllmer et al. 2010, S. 2966).

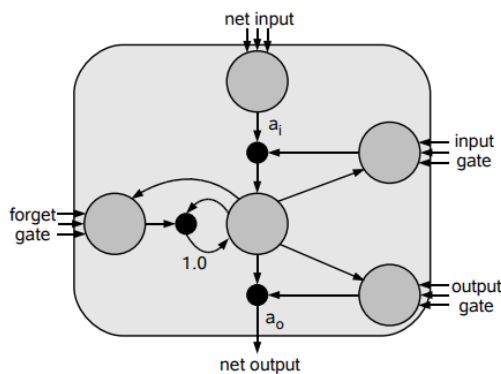


Abbildung 2: „LSTM-Speicherblock, bestehend aus einer Speicherzelle: Eingangs-, Ausgangs- und Vergessengatter sammeln Aktivierungen von innerhalb und außerhalb des Blocks, die die Zelle durch multiplikative Einheiten (dargestellt als kleine Kreise) kontrollieren; Eingabe, Ausgabe und Vergessengatter skalieren Eingang, Ausgang bzw. den internen Zustand;  $a_i$  und  $a_o$  sind Aktivierungsfunktionen; die rekurrente Verbindung mit einem festen Gewicht von 1.0 hält den internen Zustand aufrecht“ (Wöllmer et al. 2010, S. 2967; übersetzt durch Autor)

Um mit den vorhergesagten Renditen eine optimale Portfolioaufteilung berechnen zu können, kann laut Al-Muharraqi & Messaadia 2023 das klassische Markowitz Mean-Variance-Modell genutzt werden. Besser sei es aber das klassische Mean-Variance-Modell mit weiteren Parametern zu kombinieren. Dadurch erhält der Anwender genauere und robustere



Ergebnisse. Die Modifikationen des Mean-Variance-Modells kann beispielsweise aus weiteren Parametern bestehen, wie z. B. dem Value at Risk, um maximale Verluste bei einem Konfidenzniveau zu reduzieren, außerdem kann ein Trade-Off Parameter eingeführt werden, um den Optimierungsprozess zu verbessern oder es können weitere Investitionskomponenten, z. B. Transaktionsgebühren, zum Modell hinzugefügt werden (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504).

Von Al-Muharraqi & Messaadia 2023 wird ein Modell aus drei Schritten vorgeschlagen, um das Mean-Variance-Modell erfolgreich mit den LSTM kombinieren zu können (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Wie in Abbildung 3 zu sehen, erfolgt im ersten Schritt eine Fundamentalanalyse (ebd.). Eine Fundamentalanalyse betrachtet die grundlegenden Daten eines Unternehmens, z. B. den Gewinn, die Bilanzsumme, die Eigenkapitalrendite und viele mehr (vgl. Peters 2022). Die Fundamentalanalyse versucht nicht die kurzfristige Chartentwicklung vorauszusagen, sondern den langfristigen Trend eines Unternehmens zu erfassen (ebd.). Außerdem versucht sie die finanzielle Gesundheit des Unternehmens zu bestätigen (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Für die Fundamentalanalyse müssen jedoch auch eine ganze Reihe an Daten bereitgestellt und berechnet werden (ebd.). Im gleichen Schritt erfolgt die Aktienvorhersage mit dem LSTM-Algorithmus, um die möglicherweise profitabelsten Aktien herauszusuchen (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). Des Weiteren wird der Firefly Kernel angewendet, um die Hyperparameter einzustellen (ebd.). Hyperparameter sind z. B. die Anzahl der verdeckten Schichten, die Aktivierungsfunktion, die Lernrate usw. und werden vor dem Training eingestellt (vgl. Pai & Ilango 2020, S. 878-881). Außerdem optimiert der GA-Algorithmus den Prozess, um das globale Optimum zu finden (vgl. Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504). In einem zweiten Schritt wird der Pearson's-Correlation-Test durchgeführt, um Aktien zu ermitteln, die entweder schwach oder gar nicht korrelieren (ebd.). In dem dritten und letzten Schritt wird das modifizierte Mean-Variance-Modell implementiert, um die optimale Aufteilung der finanziellen Mittel auf die ausgewählte Aktie zu ermitteln (ebd.). Weiter fließen hier zudem Expertenentscheidungen mit ein (ebd.).



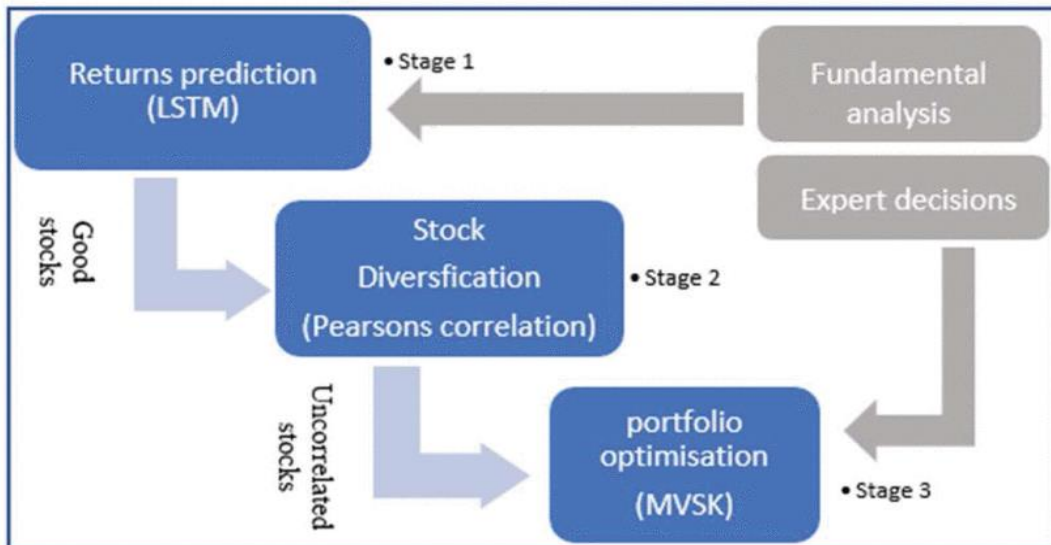


Abbildung 3: Conceptual model framework (Al-Muharraqi & Messaadia 2023, S. 500-504)

Ein anderer interessanter Ansatz stellt das Reinforcement Learning (RL) dar. Das RL ist eine aufregende und fortschrittliche Technik im Bereich des maschinellen Lernens, die zunehmend im Finanzsektor, insbesondere in der Portfoliooptimierung, Anwendung findet (vgl. Wang 2022, S. 391-395). RL ist bereits in der Lage, den Menschen in verschiedenen Videospielen zu übertreffen und zeigt sein Potenzial in der Lösung komplexer Aufgaben (ebd.).

Der Kern des Reinforcement Learning ist der Markov-Entscheidungsprozess (MDP), der als grundlegendes Konzept fungiert (vgl. Wang 2022, S. 391-395). In der Portfoliooptimierung wird RL verwendet, um eine Vielzahl von Entscheidungen zu treffen, z. B. wann bestimmte Vermögenswerte gekauft, verkauft oder gehalten werden sollen (ebd.). Diese Entscheidungen werden kontinuierlich anhand der aktuellen Marktbedingungen getroffen, um die Rendite zu maximieren (ebd.).

Die Vorteile von Reinforcement Learning in der Portfoliooptimierung sind vielfältig. Es ermöglicht eine adaptive Anpassung an sich ändernde Marktbedingungen, da es kontinuierlich auf Feedback reagiert (vgl. Yuan 2022, S. 878-881). Im Vergleich zum traditionellen Markowitz-Modell, das auf historischen Durchschnittsrenditen basiert, kann RL aktuelle Marktbedingungen und Trends berücksichtigen, was zu robusteren und flexibleren Portfoliomanagementstrategien führt (vgl. Wang 2022, S. 391-395).

Ein herausragendes Merkmal von RL ist seine Fähigkeit zur Verarbeitung großer Datenmengen und zur Identifizierung komplexer Muster (vgl. Yuan 2022, S. 878-881). Diese Fähigkeit ermöglicht es dem Algorithmus, sowohl technische Indikatoren als auch





Kovarianzdaten zu analysieren, um optimale Portfolioallokationen ermitteln zu können (vgl. Wang 2022, S. 391-395).

Insgesamt zeigt die Anwendung von Reinforcement Learning in der Portfoliooptimierung vielversprechende Ergebnisse (vgl. Wang 2022, S. 391-395). Die Fähigkeit, sich an sich ändernde Marktbedingungen anzupassen und aktuelle Informationen zu berücksichtigen, ermöglichen robustere Handelsstrategien (ebd.). RL könnte in Zukunft eine wichtige Rolle bei der Entwicklung innovativer und effektiver Portfoliostrategien spielen (ebd.).



## 3. Methodik

### 3.1 Prognose und Fallstudie

In dieser Arbeit werden die Forschungsmethoden Prognose und Fallstudie angewandt.

Zunächst wird der zukünftige Aktienkurs mithilfe von ML-Algorithmen und von statistischen Merkmalen vorhergesagt. Für die Vorhersage werden Daten aus der Vergangenheit verwendet. Diese Methode bedient laut Galliers 1991 wissenschaftliche und interpretivistische Aspekte (vgl. Galliers 1992, S. 335). Interpretivismus beschreibt Methoden zur Erkenntnisgewinnung, die auf der Interpretation menschlicher Handlungen beruhen (vgl. Abbadia 2023). Die Stärke dieser Methode ist die Vorhersage der Zukunft und möglicher Ereignisse in dieser (vgl. Galliers 1992, S. 335). Aber natürlich ist die Vorhersage der Zukunft komplex und abhängig von den Vergangenheitsdaten (ebd.). Außerdem gibt es die Möglichkeit von selbsterfüllenden Prophezeiungen (ebd.). Da diese aber nur soziale und nicht physikalischen Systeme betrifft, kann diese vernachlässigt werden (ebd.).

Laut Wilde & Hess 2006 konzentriert sich die Fallstudie oft auf komplizierte und schwer zu begrenzende Ereignisse in ihrer natürlichen Umgebung (vgl. Wilde & Hess 2006, S. 9). Sie ist eine besondere Art von qualitativer Forschung, bei der nicht viele verschiedene Fälle auf einmal untersucht werden, sondern wenige Einzelbeispiele oder Aspekte sehr gründlich betrachtet werden (ebd.). Nach der Vorhersage der Aktienkurse wird das optimale Portfolio anhand von wenigen Parametern entworfen, welche intensiv betrachtet werden. Die Untersuchung der Parameter erfolgt in einer komplexen und natürlichen Umgebung, nämlich dem Aktienmarkt. Wegen dieser Merkmale kann die Methodik der Fallstudie in dieser Arbeit angewendet werden.

### 3.2 Konzept

Diese Arbeit folgt dem Konzept von Al-Muharraqi & Messaadia 2023. Jedoch wurden einzelne Methoden vereinfacht oder weggelassen, da sonst der Aufwand nicht dem Ertrag dieser Arbeit entsprechen würde.

Zunächst erfolgt laut dem Modell von Al-Muharraqi & Messaadia 2023 (vgl. Kapitel: 2. Stand der Forschung, S. 14) die Fundamentalanalyse. Diese wurde entsprechend der Aufgabenstellung stark vereinfacht. Für die Fundamentalanalyse wurde nur das KGV (Kurs-Gewinn-Verhältnis) der einzelnen Unternehmen errechnet. Eigentlich ist das KGV allein nicht aussagekräftig (vgl. Peters 2022). Jedoch wird dieses hier innerhalb der Branche interpretiert, wodurch die einzelnen KGVs untereinander vergleichbar sind (vgl. Peters 2022). Es werden



die drei Aktien mit den niedrigsten KGV für jede Branche selektiert. Ein niedriger KGV bedeutet nämlich, dass die Aktie eher unterbewertet ist (vgl. Peters 2022). Ausgewählt werden 18 Aktien aus sechs Branchen. Danach werden die erwarteten Aktienrenditen mithilfe des LSTM-Algorithmus vorhergesagt. Bei den Modellen, die die Rendite ohne ML-Algorithmen berechnen sollen, werden im ersten Schritt klassische statistische Methoden eingesetzt, um die erwartbare Rendite berechnen zu können.

Anschließend wird anhand des Korrelationskoeffizienten geprüft, ob die Aktien schwach oder gar nicht korrelieren, denn so kann das Risiko des Portfolios reduziert werden. Pro Branche wird eine der drei Aktien aussortiert. Dabei wird geschaut, welche Aktie pro Branche am stärksten mit einer der anderen korreliert. Diese Aktie wird dann eliminiert. Pro Branche bleiben zwei Aktien übrig, sodass das Portfolio am Ende aus 12 Aktien besteht. Um die Korrelationen ermitteln zu können, wird auf folgende Korrelationsmatrix aus dem Jahr 2018 zurückgegriffen.

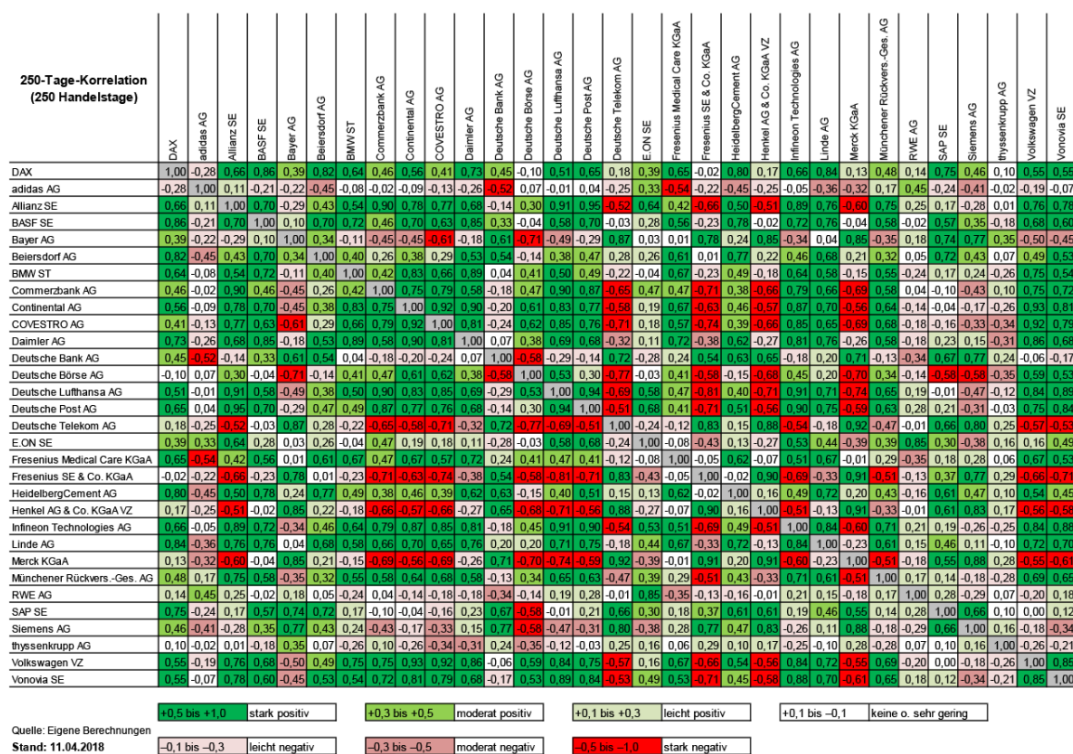


Abbildung 4: Korrelationsmatrix (Merz 2018)

In dem dritten Schritt wird das Mean-Variance-Modell, entweder in der klassischen Form oder in der modifizierten Form auf die ausgewählten Aktien angewendet. Um das optimale Portfolio finden zu können, wird die Sharpe Ratio verwendet. Mithilfe eines Optimierungsalgorithmus wird dann das Optimum aus Rendite zu Risiko berechnet. Das Optimum stellt die höchste Sharpe Ratio dar (vgl. Mondello 2015, S. 151). Für das modifizierte Mean-Variance-Modell wird die Sharpe Ratio entsprechend erweitert.



Für die Modelle, bei denen die Gewichtung der einzelnen Aktien monatlich angepasst wird (siehe nachfolgendes Kapitel: 3.3 Modelle), wird logischerweise keine neue Fundamentalanalyse durchgeführt, da die Aktien schon ausgewählt wurden. Außerdem wird auch keine erneute Korrelationsanalyse durchgeführt, da keine weitere Aktie eliminiert werden soll. Es wird nur die neue Rendite vorhergesagt und die neue Gewichtung der Aktien im Portfolio mithilfe der Sharpe Ratio ermittelt.

### 3.3 Modelle

In dieser Arbeit werden folgende Modelle miteinander verglichen:

#### **Index-Verlauf als Vergleich:**

Zum Vergleich aller Modelle wird der DAX herangezogen. Er ist die Basis dieser Arbeit und aus diesem Index werden auch die Aktien für das Portfolio selektiert. Das Ziel der anderen Portfolios wird es sein besser als der DAX abzuschneiden.

#### **Mean-Variance-Modell ohne ML, Passiv:**

Die Renditevorhersagen werden mithilfe von statistischen Werten ermittelt und es wird das klassische Mean-Variance-Modell angewendet. Als erwartbare Rendite wird die Durchschnittsrendite der letzten vier Jahre genommen und das Risiko wird klassisch durch die Standardabweichung des Aktienkurses der letzten vier Jahre repräsentiert. Des Weiteren erfolgt die Finanzmittelaufteilung nur einmal am Anfang. Danach wird das Portfolio nicht mehr verändert.

#### **Mean-Variance-Modell ohne ML, Aktiv:**

Die Renditevorhersagen und das Risiko werden wie im Passiv-Modell berechnet. Bei diesem Modell wird jedoch ein aktives Portfoliomanagement durchgeführt. Das heißt, dass nach jedem Monat die Finanzmittelaufteilung bzw. die Gewichtung der Aktien, je nach Rendite-Risiko-Aussichten, angepasst wird. Die Anpassung erfolgt einmal im Monat, also insgesamt 11-mal für die einjährige Periode. 11- und nicht 12-mal, da die erste Finanzmittelaufteilung keine Anpassung darstellt. Dazu wird auch monatlich die Renditevorhersage und die Standardabweichung neu berechnet.

**Mean-Variance-Modell mit ML, Passiv:**

Hier werden nun die Renditevorhersagen mithilfe des ML-Algorithmus vorhergesagt. Die Standardabweichung wird wie bei den vorherigen Modellen berechnet. Außerdem wird hier auch nur einmal am Anfang die Finanzmittelaufteilung vorgenommen.

**Mean-Variance-Modell mit ML, Aktiv:**

Das Aktiv-Modell unterscheidet sich vom Passiven dadurch, dass die Gewichtung der einzelnen Aktien monatlich vorgenommen und Renditevorhersage und Standardabweichung monatlich neu berechnet werden.

**Modifiziertes Mean-Variance-Modell mit ML, Passiv:**

Nun werden zwei weitere Parameter zum Mean-Variance-Modell hinzugefügt. Diese sollen die Portfoliogewichtung noch weiter optimieren. Dieses Portfolio wird nicht verwaltet. Es wird nur einmalig zu Beginn die Finanzmittelaufteilung vorgenommen. Die Vorhersage der Renditen und die Berechnung der Standardabweichung erfolgen wie beim vorherigen Modell.

**Modifiziertes Mean-Variance-Modell mit ML, Aktiv:**

Im Gegensatz zum Passiv-Modell wird dieses aktiv verwaltet. Monatlich werden Renditevorhersage und Standardabweichung neu berechnet. Danach werden die Gewichtungen angepasst.

Die Modelle werden im Testjahr 2019 gegeneinander antreten. Das Modell mit der höchsten Rendite ist als Überlegen anzusehen. Die vorhergesagten Renditen der Aktien werden mit den tatsächlichen des Jahres 2019 verglichen und die Genauigkeit der Vorhersagen bestimmt.

### 3.4 Berechnung der Renditeerwartung bzw. -vorhersage und der Standardabweichung

Die erwartbaren Renditen werden bei den statistischen Modellen mithilfe des arithmetischen Durchschnittswertes berechnet, da dies laut Mondello eine gute Approximation darstelle (vgl. Mondello 2015, S.106). Dafür wird der Schlusskurs jeder Aktie jedes Handelstages erhoben und durch die Anzahl der Handelstage geteilt:

$$E(r) = \frac{\sum_{t=1}^T r_t}{T}$$

*Formel 1: Erwartete Rendite (Mondello 2015, S. 105)*



$E(r)$  = Erwartete Rendite

$T$  = Anzahl Perioden bzw. vergangener Renditen

$r_t$  = Rendite einer Anlage für eine Periode (Mondello 2015, S. 105)

Die Standardabweichung wird im Vorfeld, also anhand der Trainingsdaten, über die Kursschwankungen berechnet:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (r_i - E(r))^2}{T - 1}}$$

*Formel 2: Standardabweichung (Mondello 2015, S. 106, verändert durch Autor)*

$r_i$  = Rendite des Handelstages

$T$  = Anzahl der Renditen

$E(r)$  = erwartete Rendite gerechnet als arithmetischer Durchschnittswert der Renditen aus der Stichprobe (Mondello 2015, S. 106, verändert durch Autor)

### 3.5 Algorithmus zur Renditevorhersage

Für die Vorhersage der erwartbaren Rendite der einzelnen Aktien wird der LSTM-Algorithmus verwendet. Es wurde sich für diesen Algorithmus entschieden, da dieser laut Al-Muharraqi & Messaadia 2023 statistische und klassische Modelle aus dem Bereich des maschinellen Lernens übertrifft. Außerdem soll dieser Algorithmus in Kombination mit den modifizierten Mean-Variance-Modellen der beste Ansatz sein, um komplexe Probleme abbilden und akkurate Ergebnisse erzielen zu können. Der Aufbau dieses Algorithmus kann im Kapitel: 2. Stand der Forschung, S. 11 f. nachgelesen werden.

### 3.6 Mean-Variance-Modell und Modifizierungen

Um das optimale Portfolio extrahieren zu können, müssen die vorher errechneten Daten der Standardabweichung und der erwartbaren Rendite in einen Zusammenhang gebracht werden. Dazu wird die Sharpe Ratio verwendet. Diese wird als Maß für die Performance des Portfolios benutzt (vgl. Wilkens 2023). So können die Portfolios miteinander verglichen werden (ebd.). Allgemein gilt je höher die Sharpe Ratio, desto besser ist das Portfolio in Bezug auf das Rendite-Risiko-Verhältnis (ebd.).



Für das klassische Mean-Variance-Modell wird die folgende Formel des Sharpe Ratio verwendet:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{R_p}{\sigma_p}$$

*Formel 3: Sharpe Ratio (vgl. Wilkens 2023, verändert durch Autor)*

$R_p$  = Portfolio-Rendite

$\sigma_p$  = Standardabweichung der Portfoliorendite (vgl. Wilkens 2023, verändert durch Autor)

Hier wird die Sharpe Ratio mithilfe der vorhergesagten Rendite und der Standardabweichung berechnet, da im klassischen Modell ein Portfolio nach diesen zwei Kriterien optimiert wurde.

Für das modifizierte Mean-Variance-Modell wird die folgende Formel des Sharpe Ratios verwendet:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{R_p + R_d - R_f}{\sigma_p}$$

*Formel 4: Sharpe Ratio erweitert (vgl. Wilkens 2023, erweitert durch Autor)*

$R_f$  = Risikofreier Zins

$R_p$  = Vorhergesagte Portfolio-Rendite für die nächste Periode

$R_d$  = Voraussichtliche Dividendenrendite für die nächste Periode (vgl. Wilkens 2023, erweitert durch Autor)

Bei der modifizierten Variante wird der risikofreie Zins miteinbezogen. Des Weiteren wird die voraussichtliche Dividende berücksichtigt, indem diese auf die Rendite gerechnet wird. Bei der voraussichtlichen Rendite wird der Wert der Dividende des letzten Jahres unterstellt. Um die Dividende mit der Rendite berechnen zu können, wird aus der vorhergesagten Rendite der Euro-Wert ermittelt, die Dividende pro Periode addiert und anschließend wieder in Prozent umgerechnet.

### 3.7 Datensätze

Um den Algorithmus trainieren zu können sowie um eine statistische Analyse durchführen zu können, müssen Daten bereitgestellt werden. In dieser Arbeit werden zum Trainieren bzw. zur



statistischen Analyse Daten der einzelnen Handelstage vom 01.01.2014 bis zum 31.12.2018 zur Verfügung gestellt. Des Weiteren wird das Jahr 2019 zum Testen der einzelnen Modelle verwendet. Dazu werden die historischen Daten der einzelnen Aktien von der Webseite „Yahoo! finanzien“ heruntergeladen. Unter dem Reiter „Anzeigen“ wird der Preisverlauf ausgewählt, sodass unter anderem der Schlusskurs jedes einzelnen Tages zu sehen ist. In dieser Arbeit wird der Börsenschluss verwendet und nicht der Berichtete Kurs. Nach Auswahl des passenden Zeitraums kann eine CSV-Datei mit den ausgewählten Daten heruntergeladen werden.





## 4. Ausblick

Mit dieser Arbeit wurden die Grundlagen und Methoden, die für die Umsetzung des Projekts erforderlich sind, beschrieben. Die zweite Phase beginnt mit der Fundamentalanalyse mithilfe des KGVs. So werden 18 Unternehmen ausgewählt, drei pro Branche. Für diese 18 Aktien werden Renditeprognosen mithilfe von statistischen Werkzeugen und mithilfe des ML-Algorithmus berechnet. Als ML-Algorithmus wird der LSTM verwendet, da dieser in Kombination mit dem Mean-Variance-Modell den besten Ansatz zur Portfoliooptimierung liefern soll. Anschließend werden die Korrelationen der Aktien geprüft und die Aktie pro Branche eliminiert, die am stärksten mit den anderen korreliert. Am Ende bleiben dann 12 Aktien übrig, zwei pro Branche. Auf diese 12 Aktien werden die Finanzmittel aufgeteilt. Durch die Sharpe Ratio bzw. das Mean-Variance-Modell wird das optimale Portfolio ermittelt. Dazu wird die Gewichtung der 12 Aktien mithilfe eines Optimierungsalgorithmus so angepasst, dass ein optimales Verhältnis zwischen Rendite und Risiko entsteht. Anders formuliert, die höchste Sharpe Ratio wird ausgewählt.

Um verschiedene Aspekte miteinander vergleichen zu können, werden unterschiedliche Portfolios erstellt. Einige werden passiv betrieben. Das bedeutet, dass bei diesen einmal die Finanzmittelaufteilung festgelegt und nicht mehr verändert wird. Andere werden dementsprechend aktiv gemanagt, was bedeutet, dass dort monatlich die Gewichtung angepasst wird. Auch wird bei einigen Portfolios die Rendite mithilfe von statistischen Verfahren berechnet und bei anderen mit dem LSTM-Algorithmus. Als letzter Unterschied zwischen den Modellen ist die Modifizierung des Mean-Variance-Modells zu nennen. Bei einigen Modellen wird das klassische Modell genutzt, bei anderen das modifizierte. Die Modifizierungen bestehen aus einer risikolosen Anlage der Finanzmittel mit einem Zinssatz und der voraussichtlichen Dividendenrendite durch die risikoreiche Anlage. Dadurch werden sechs Modelle definiert, die verglichen werden. Die Modelle werden am Dax gespiegelt, um festzustellen, ob die Ergebnisse die Daxwerte übertreffen.

Generell ist weiter zu nennen, dass die statistischen Methoden und der LSTM-Algorithmus mit Daten der jeweiligen Dax-Unternehmen der Jahre 2014 bis 2018 trainiert werden. Das Testjahr wird das Jahr 2019 sein. In diesem Jahr werden zunächst die Renditevorhersagen mit der tatsächlichen Rendite verglichen. Die Vorhersage sollte hierbei so nah wie möglich an dem tatsächlichen Aktienkurs liegen. Danach wird die Performance der Portfoliomodelle untereinander und mit denen des Dax verglichen. Die Diskussion der Ergebnisse und ein Fazit werden erlauben, zu beurteilen, ob die Vorhersagegenauigkeit durch ML-Algorithmen verbessert wird und ob die Modifikationen des Markowitz-Modells und ein aktives Management die Performance des Portfolios beeinflussen.



## 5. Literaturverzeichnis

- Abbadia, Jessica (2023): „Forschungsparadigma: eine Einführung mit Beispielen,“ Mind the Graph-Blog, [online] <https://mindthegraph.com/blog/de/forschungs-paradigma/#:~:text=Der%20Begriff%20%22Interpretivismus%22%20bezieht%20sich,die%20Menschen%20ihren%20Verhaltensweisen%20beimessen> [abgerufen am 18.09.2023].
- Al-Muharraqi, Maitham/Mourad Messaadia (2023): “Implementing Machine Learning in Optimizing Stock Portfolios: A review,” 2023 *International Conference On Cyber Management And Engineering (CyMaEn)*, Bangkok, Thailand pp. 500-504 [online] doi:10.1109/cymaen57228.2023.10051023.
- Duan, Li (2011): „Portfolio-Modelle mit unscharfen Parametern. Ein theoretischer und empirischer Vergleich mit dem klassischen Modell nach Markowitz,“ Ph.D. dissertation, Universität Hamburg, Hamburg, Deutschland, 2011, ediss.sub.hamburg, [online] <https://ediss.sub.uni-hamburg.de/handle/ediss/4018> [abgerufen am 22.08.2023].
- Galliers, Robert D. (1992): “*Information Systems Research: Issues, methods, and practical guidelines*, 1992,” *The Information System Research Arena of the 90s*, Elsevier Science Publishers B.V., North Holland, pp. 327-342 [online] <https://ci.nii.ac.jp/ncid/BA19985910>.
- Gers, Felix A./Nicol N. Schraudolph/Jürgen Schmidhuber (2002): “Learning precise timing with LSTM recurrent networks,” in: *Journal of Machine Learning Research*, Bd. 3 (2002), S. 115–143, [online] <https://www.jmlr.org/papers/volume3/gers02a/gers02a.pdf>.
- Merz, Martin (2018): „Diversifikation und Korrelation, in: *dzbank-derivate.de*,“ 13.04.2018, [online] [https://www.dzbank-derivate.de/Magazin/1x1\\_Geldanlage/diversifikation-und-korrelation-news96964bea6208f51c258696917a532813f41da0d4](https://www.dzbank-derivate.de/Magazin/1x1_Geldanlage/diversifikation-und-korrelation-news96964bea6208f51c258696917a532813f41da0d4) [abgerufen am 18.09.2023].
- Mondello, Enzo (2015): „*Portfoliomanagement: Theorie und Anwendungsbeispiele*,“ 2015, Springer-Verlag, Wiesbaden, Deutschland.
- Pai, Nikhitha/V. Ilango (2020): “Neural Network Model for Efficient portfolio Management and Time Series Forecasting,” 2020, 4<sup>th</sup> *International Conference on Intelligent Computing*



*and Control Systems (ICICCS)*, Madurai, India, pp. 150-155, [online]  
doi:10.1109/iciccs48265.2020.9121049.

- Peters, Nico (2022): „Fundamentalanalyse einfach & ausführlich erklärt im COMPEON Glossar,“ COMPEON, [online]  
[https://www.compeon.de/glossar/fundamentalanalyse/#:~:text=Der%20wichtigsten%20Kennzahlen%20sind%3A,Gesamtumsatz%20\(pro%20Aktie\)](https://www.compeon.de/glossar/fundamentalanalyse/#:~:text=Der%20wichtigsten%20Kennzahlen%20sind%3A,Gesamtumsatz%20(pro%20Aktie)) [abgerufen am 23.08.2023].
- Wang, Zhengyan/S. Jin/Lijie Wen (2022): “Research on Portfolio Optimization Based on Deep Reinforcement Learning,” *2022 4<sup>th</sup> International Conference on Machine Learning, Big Data and Business Intelligence (MLBDBI)*, Shanghai, China, pp. 391-395, [online] doi:10.1109/mlbdbi58171.2022.00081.
- Wilde, Thomas/Thomas M. Hess (2006): “Methodenspektrum der Wirtschaftsinformatik: Überblick und Portfoliobildung,” in: *RePEc: Research Papers in Economics, Federal Reserve Bank of St. Louis*, [online] [https://www.dmm.bwl.uni-muenchen.de/download/epub/ab\\_2006\\_02.pdf](https://www.dmm.bwl.uni-muenchen.de/download/epub/ab_2006_02.pdf).
- Wilkens, Pit (2023): “Sharpe Ratio – Definition & Berechnung | DeltaValue,” DeltaValue.de, [online] [https://www.deltavalue.de/sharpe-ratio/#:~:text=Die%20Sharpe%20Ratio%20\(deutsch%3A%20Sharpe,das%20Risiko%20C%20ins%20Verh%C3%A4ltnis%20setzt](https://www.deltavalue.de/sharpe-ratio/#:~:text=Die%20Sharpe%20Ratio%20(deutsch%3A%20Sharpe,das%20Risiko%20C%20ins%20Verh%C3%A4ltnis%20setzt) [abgerufen am 18.09.2023].
- Wöllmer, Martin/Yang Sun/Florian Eyben/Björn W. Schuller (2010): “Long short-term memory networks for noise robust speech recognition,” *2010 Institute for Human-Machine Communication, Technische Universität München*, [online]  
<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=cc0441acd06b61964316bc07bd82c3f3b6c24f04>.
- Yuan, Xinkai/Hanqi Jiang/Long Huang (2022): “DRL-Based Quantitative Algorithms for gold and Bitcoin portfolio decisions,” *2022 IEEE International Conference on Advances in Electrical Engineering and Computer Applications (AEECA)*, [online]  
doi:10.1109/aeeca55500.2022.9918871.