INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO

Cálculo Diferencial e Integral II

Laboratorio 8: Formas indeterminadas

1. Justifica si el límite en cada inciso es, o no, una forma indeterminada. Luego calcula, si existe, el límite:

   a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-x^2}{\operatorname{sen}(\pi x)}$.

   b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x) - x + \dfrac{x^2}{2}}{x^3}$.

   c) $\lim\limits_{a\to 1} \dfrac{x^{1-a}-1}{1-a}, \quad x > 0$.

   d) $\lim\limits_{\theta\to \pi/2} \dfrac{\sec(\theta)}{\tan(\theta)}$.

   e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{-\left(\frac{1}{x^2}\right)}}{x}$.

   f) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{2^x+4^x}{5^x-2^x}$.

   g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\displaystyle\int_0^x xe^{-t^2}dt}{1-e^{-x^2}}$.

   h) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{\ln(x)}\right)$.

   i) $\lim\limits_{x\to \infty} \Big[\ln\Big(1+6x\Big) - \ln(4+3x)\Big]$.

   j) $\lim\limits_{x\to \infty} \Big(2\sqrt{x}\big[\pi - 2\arctan(\sqrt{x})\big]\Big)$.

   k) $\lim\limits_{x\to \infty} \big[x - \ln\big(3e^x+1\big)\big]$.

   l) $\lim\limits_{x\to 0^+} \big(\operatorname{sen}(x)\big)^{\cot(x)}$.

   m) $\lim\limits_{x\to 0^+} \big(1+2x\big)^{\frac{1}{\ln x}}$.

   n) $\lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}\right]^{1/x^2}$.

   ñ) $\lim\limits_{x\to \infty} \left[\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}\right]^{1/x^2}$.

   o) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{a^{1/x}+b^{1/x}}{2}\right)^x, \quad a > 0, b > 0$.

2. Sin utilizar la regla de L'Hôpital prueba que

$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1 \quad \text{(cambia la variable)}.$$

3. Deduce cuál es el valor de la constante $c \in \mathbb{R}$ tal que se cumple la siguiente igualdad:

$$\lim_{x\to \infty} \left(\frac{cx}{cx+1}\right)^x = \pi.$$

4. Determina el valor de $a \in \mathbb{R}^+$ de modo que

$$\lim_{x\to 0} \left[1 + \int_0^{2x} \cosh\big(t^2 + \ln(a)\big)\, dt\right]^{1/x} = e^{5/2}.$$

5. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$. Demuestra que

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\int_0^{1/x} f(t)\;dt\right)^x = e^{f(0)}.$$

6. Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Determina todos los valores de a y b de tal modo que

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{ax-\operatorname{sen}(x)}\int_0^x \frac{u^2}{\sqrt{b^2+u}}\,du = e\,.$$

Cazuelazo semanal.

- Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x\to\infty} x\left[\left(1+\frac{1}{x}\right)^x - e\right].$$