Reglas de la Implicación I

1. Modus Ponens (MP)

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

2. Modus Tollens (MT)

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \sim B \end{array}}{\sim A}$$

3. Hypothetical Syllogism (HS)

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \end{array}}{A \rightarrow C}$$

4. Disjunctive Syllogism (DS)

$$\frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \sim A \end{array}}{B}$$

Reglas de la Implicación II

5. Constructive Dilemma (CD)

$$\frac{\begin{array}{l} (A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \\ A \vee C \end{array}}{B \vee D}$$

6. Simplification (Simp)

$$\frac{A \wedge B}{A}$$

7. Conjunction (Conj)

$$\frac{\begin{array}{l} A \\ B \end{array}}{A \wedge B}$$

8. Addition (Add)

$$\frac{A}{A \vee B}$$

Reglas de Reemplazo I

9. DeMorgan's Rule (DM)

$$\sim(A \wedge B) \equiv (\sim A \vee \sim B)$$

$$\sim(A \vee B) \equiv (\sim A \wedge \sim B)$$

10. Commutativity (Com)

$$(A \wedge B) \equiv (B \wedge A)$$

$$(A \vee B) \equiv (B \vee A)$$

---

11. Associativity (Assoc)

$$[A \wedge (B \wedge C)] \equiv [(A \wedge B) \wedge C]$$

$$[A \vee (B \vee C)] \equiv [(A \vee B) \vee C]$$

12. Distribution (Dist)

$$[A \wedge (B \vee C)] \equiv [(A \wedge B) \vee (A \wedge C)]$$

$$[A \vee (B \wedge C)] \equiv [(A \vee B) \wedge (A \vee C)]$$

---

13. Double Negation (DN)

$$A \equiv \sim\sim A$$

Reglas de Reemplazo II

14. Transposition (Trans)

$$(A \rightarrow B) \equiv (\sim B \rightarrow \sim A)$$

15. Material Implication (Impl)

$$(A \rightarrow B) \equiv (\sim A \vee B)$$

---

16. Material equivalence (Equiv)

$$(A \leftrightarrow B) \equiv [(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)]$$

$$(A \leftrightarrow B) \equiv [(A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)]$$

17. Exportation (Exp)

$$[(A \wedge B) \rightarrow C] \equiv [A \rightarrow (B \rightarrow C)]$$

---

18. Tautology (Taut)

$$A \equiv (A \vee A)$$

$$A \equiv (A \wedge A)$$

Instanciación Universal (UI)	
$\forall xFx$	$\forall xFx$
----------	----------
Fy	Fa

Instanciación Existencial (EI)		
$\exists xFx$	No permitida:	$\exists xFx$
----------		----------
Fa		Fy

La Instanciación Universal consiste en borrar el cuantificador universal, y reemplazar todas las variables acotadas por el cuantificador, con una misma letra, llamada letra instanciada.

La regla UI (Instanciación Universal) requiere, que la variable instanciada no resulte acotada por algún cuantificador.

La Instanciación Existencial consiste en borrar el cuantificador existencial, y reemplazar todas las variables acotadas por el cuantificador, con el testigo existencial.

En la regla EI (Instanciación Existencial), el testigo existencial a, no puede ocurrir en ninguna línea previa de la prueba, ni en la conclusión.

Generalización Existencial (EG)	
Fy	Fa
----------	----------
$\exists xFx$	$\exists xFx$

Generalización Universal (UG)		
Fy	No permitida:	Fa
----------		----------
$\forall xFx$		$\forall xFx$

Para la regla EG (Generalización Existencial), al menos una de las ocurrencias de la letra instanciada (la que se va a generalizar), debe ser reemplazada por la variable en el cuantificador.

La regla EG (Generalización Existencial) requiere, que la letra instanciada no sea reemplazada (generalizada) por una variable que resulte acotada por algún cuantificador previamente introducido, y además, ninguna de las otras variables libres puede resultar acotada por el nuevo cuantificador.

Para la regla UG (Generalización Universal), todas las ocurrencias de la variable instanciada (la que se va a generalizar), deben ser reemplazadas por la variable en el cuantificador.

La regla UG (Generalización Universal) no debe ser utilizada al interior de una prueba condicional o indirecta (CP o IP), si la variable a generalizar, ocurre libre en la premisa condicional o indirecta (ACP o AIP).

La regla UG (Generalización Universal) no debe ser utilizada, si en Fy figura un nombre existencial, y además, y es libre en la línea donde este nombre existencial es introducido.

La regla UG (Generalización Universal) requiere, que la letra instanciada no sea reemplazada (generalizada) por una variable que resulte acotada por algún cuantificador previamente introducido, y además, ninguna de las otras variables libres puede resultar acotada por el nuevo cuantificador.

Intercambio de Cuantificadores

$\forall x Fx \equiv \sim\exists x\sim Fx$

$\sim\forall x Fx \equiv \exists x\sim Fx$

$\exists x Fx \equiv \sim\forall x\sim Fx$

$\sim\exists x Fx \equiv \forall x\sim Fx$

Reglas de la Identidad

Id1: Prem // $a = a$

Id2: $a = b \equiv b = a$

Id3: $Fa, a = b$ // Fb

$\wedge$	1	0
1	1	0
0	0	0

$\leftrightarrow$	1	0
1	1	0
0	0	1

$\vee$	1	0
1	1	1
0	1	0

$\rightarrow$	1	0
1	1	0
0	1	1

$\underline{\vee}$	1	0
1	0	1
0	1	0

	~
1	0
0	1

Prueba condicional

1.
2. / $A \supset E$
| 3. A ACP
| 4
| 5
| 6
| 7. E
8. $A \supset E$ 3–7, CP

Prueba indirecta

1.
2. / $\sim A$
| 3. A AIP
| 4.
| 5.
| 6.
| 7.
| 8.
| 9. $D \bullet \sim D$
10. $\sim A$ 3–9, IP