

Soma Máxima

Motivação

Dado um vetor unidimensional o software desenvolvido é capaz de encontrar a maior soma possível em um sub-vetor contíguo, assim como os índices referentes à tal soma. Esse tipo de problema é encontrado em diversas aplicações reais como:

Processamento de imagens: pode ser utilizado para detectar as regiões com os maiores valores de um vetor de uma imagem, às quais representam as áreas de maior brilho.

Análise sequencial de genoma: pode ser aplicado para encontrar importantes sequências biológicas de proteína, facilitando o entendimento de sua estrutura.

Dentre outras.

Exemplo de execução

Input:

10
31 -41 59 26 -53 58 97 -93 -23 84

Output:

Soma: 187
Índices: 3 a 7

O software

Para facilitar a compreensão, aqui estão algumas simplificações:

- SMt = soma máxima total, corresponde a soma máxima de um sub-vetor
- SMi = soma máxima possível que termine no índice i .
- A = vetor com os valores de entrada

Inicialmente armazenei os n valores inteiros inseridos pelo usuário em um array de tamanho 20, portanto utilizarei apenas os n primeiros valores, haja vista a especificação do problema tratar de arrays de tamanho 3 a 20.

Maior Soma

Para encontrar a maior soma de um sub-vetor, primeiro devemos pensar no menor valor que a SMt pode assumir, que seria em um vetor composto apenas por números negativos ou então um vetor vazio, nesse caso a SMt de um sub-vetor seria 0. Portanto inicializei a variável de SMi e SMt como zero.

Após o passo acima foi realizado uma varredura da esquerda para direita do vetor visando encontrar todas as SMi 's. Dessa forma, a SMi para algum i seria $A[i] + SM(i-1)$ caso $SM(i-1) \geq 0$. Portanto de forma recursiva e utilizando como caso base $SMi = 0$ podemos obter todos SMi 's.

$$SM0 = 0$$

$$SMi = A[i] + SM(i-1), \text{ para } SM(i-1) \geq 0$$

$$SMi = A[i], \text{ para } SM(i-1) < 0$$

Como estamos interessados apenas na SMt , compara-se em cada laço de repetição se a SMi é maior que a SMt e caso seja uma afirmação verdadeira, então:

$$SMt = SMi.$$

Índices da Maior Soma

Para encontrar os índices referentes ao intervalo de SMt , sempre que a $SMi > SMt$ então devemos igualar o índice de fim da SMt a i . Quanto ao índice de início sempre que a $SM(i-1) < 0$ então devemos mudar o índice de início de SMi , no entanto apenas quando SMi for maior que a SMt igualamos o índice de início da SMt ao índice de início de SMi .

Análise Assintótica

No pior caso: $O(n)$, o custo de tempo é sempre proporcional ao tamanho do vetor, pois são feitas duas comparações em todos os n 's valores. $O(n)$, o custo de espaço é sempre o tamanho do array mais as 5 variáveis utilizadas no algoritmo.

