# REFLEXION UND BRECHUNG

Mithilfe von Verschiedenen Glas und Plexiglasblöcken untersuchen wir das Brechungsgesetz

SAMUEL GAIR, GABRIELE SPISANI

MATHEMATISCHES GYMNASIUM RÄMIBÜHL; KLASSE 3G

Bericht zum Physikpraktikum vom 7 Mai 2021

# Einleitung

Brechung wurde von Ptolemäus in seinem Werk „Optik“ beschrieben. Sein lineares Gesetz gilt aber nur für kleine Winkel. Korrekt angegeben wurde das Brechungsgesetz zum ersten Mal im 10. Jahrhundert von Ibn Sahl. Das Gesetz wurde 1601 durch Thomas Harriot und um 1621 durch Willebrord van Roijen Snell wiederentdeckt, aber nicht veröffentlicht. Während Harriots Entdeckung erst 350 Jahre später publik wurde, wurde Snellius' Beitrag 1632 durch Jacob Golius bekannt gemacht. Fast zur gleichen Zeit und vermutlich unabhängig von Snellius veröffentlichte René Descartes 1637 in seiner Dioptrique einen ähnlichen Zusammenhang. Seine Ableitung war allerdings falsch, da er von einer höheren Lichtgeschwindigkeit im optisch dichteren Medium ausging (korrekt leitete es erst Pierre de Fermat ab).

Brechung und Reflexion sind in der Physik Teil der Strahlen und Wellenoptik.
Wenn ein Lichtstrahl von Luft in ein transparentes Material übergeht (z. B Glas, Plexiglas, Wasser), so stellt man fest, dass der Strahl an der Grenzfläche zwischen Luft und diesem Material seine Ausbreitungsrichtung ändert. Man spricht in diesem Fall von der Brechung des Lichts. Reflexion und Brechung treten gleichzeitig auf, wenn der Lichtstrahl auf ein transparentes Medium auftrifft.

Brechung tritt bei jeder Art von Wellen auf, die sich in mehr als einer Dimension ausbreiten. Beispiele sind Licht, Schallwellen, Wasserwellen oder Erdbebenwellen.
In unserem Bericht befassen wir uns mit verschiedenem Brechungswinkel, welche wir experimentell herausfinden und versuchen dafür eine geeignete Formel zu finden. Wir schossen Lichtstrahlen auf verschieden geformte Glasblöcke mit verschiedenem Einfallswinkel und messten die Brechungswinkel.
Wir untersuchten die Gesetze, welche den Verlauf eines Lichtstrahls an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien beschreiben

Einige Anwendungen von Brechungen sind zum Beispiel, dass Prismen lenken das Licht um und sorgen mittels Dispersion für die spektrale Auffächerung des Lichts.

Sammellinsen bündeln das Licht. Dadurch wird die Intensität des Lichts in einem Punkt extrem erhöht (Brennglas). Beim Blick durch eine Sammellinse sieht man ein vergrößertes, virtuelles Bild (Lupe). Außerdem lassen sich mit einer Linse reelle Bilder erzeugen (Diaprojektor, Overheadprojektor, Fotokamera)

Teleskope und Mikroskop verwenden Linsensysteme, um weit entfernte oder winzig kleine Objekte zu vergrößern. Auch Im menschlichen Auge wird das Licht durch die Brechung an der Hornhaut, an der Augenlinse und dem Glaskörper so gebrochen, dass ein reelles Bild auf der Netzhaut entsteht. Brillen und Kontaktlinsen verstärkern oder vermindern die Brechung am Auge, um Sehfehler auszugleichen

Die Optik spielt in der modernen Technik eine zentrale Rolle, z.B. bei Abbildungssystemen mit Linsen oder bei der Datenübertragung mit Glasfaserkabeln.

Die Brechung hat auch den Effekt, dass ein Strohhalm im Wasserglas gebrochen aussieht.

# Nebeninformation

Übrigens haben auch verschiedene Farben (Wellenlängen) unterschiedliche Brechungswellen. So werden kürzere (z.B. Blau) Wellenlängen stärker gebrochen als lange (z.B. Rot). So entsteht beispielsweise ein Regenbogen, da das Licht in den Wassertropfen gebrochen wird und einzelne Farben unterschiedlich stark gebrochen werden.

## Theorie

In diesem Abschnitt suchen wir das Gesetzt von Snellius zu herleiten, welches uns erlaubt den Brechungswinkel zu berechnen. Das Diagramm auf der nächsten Seite (Abbildung 1) beschreibt die Situation.

Die Daten, die wir kennen sind zwei, nämlich der Einfallswinkel des Strahls ($\theta_1$ in der Abbildung), und der Brechungsindex der Materialien welcher der Strahl durchquert ($n_1$ und $n_2$ in der Abbildung). Gesucht ist der Brechungswinkel ($\theta_2$ in der Abbildung).

Erstens wir definieren die Länge der Strahlen $\overrightarrow{QO}$ und $\overrightarrow{OP}$ dank Pythagoras Theorem:

$$\overrightarrow{QO} = \sqrt{x^2 + a^2} \tag{2.0}$$

$$\overrightarrow{OP} = \sqrt{b^2 + (l - x)^2} \tag{2.1}$$

Dann berechnen wir die Zeit, die der Strahl braucht, um die zwei Materialien zu durchqueren, wobei $v_1$ die Geschwindigkeit des Strahls im ersten Material ist und $v_2$ die Geschwindigkeit im zweiten Material:

$$T = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (l - x)^2}}{v_2} \tag{2.2}$$

Dann leiten wir (2.2) ab:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{x}{v_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{l - x}{v_2\sqrt{b^2 + (l - x)^2}} \tag{2.3}$$

Hinzuzufügen ist, dass:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sin \theta_1 \tag{2.4}$$

$$\frac{l - x}{\sqrt{b^2 + (l - x)^2}} = \sin \theta_2 \tag{2.5}$$

Wenn wir (2.4) und (2.5) in (2.3) einsetzen bekommen wir folgendes:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\sin \theta_1}{v_1} - \frac{\sin \theta_2}{v_2} \tag{2.6}$$

Das Prinzip von Fermat besagt, dass das Licht die schnellste Strecke reist, daher müssen wir aus (2.2) ein Minimum finden, dafür setzen wir (2.6) gleich 0:

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} - \frac{\sin \theta_2}{v_2} = 0 \tag{2.7}$$

Der Brechungsindex n für ein Material ist definiert in (2.8), wobei $C_0$ die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist und $C$ Lichtgeschwindigkeit im Material:

$$n = \frac{C_0}{C} \tag{2.8}$$

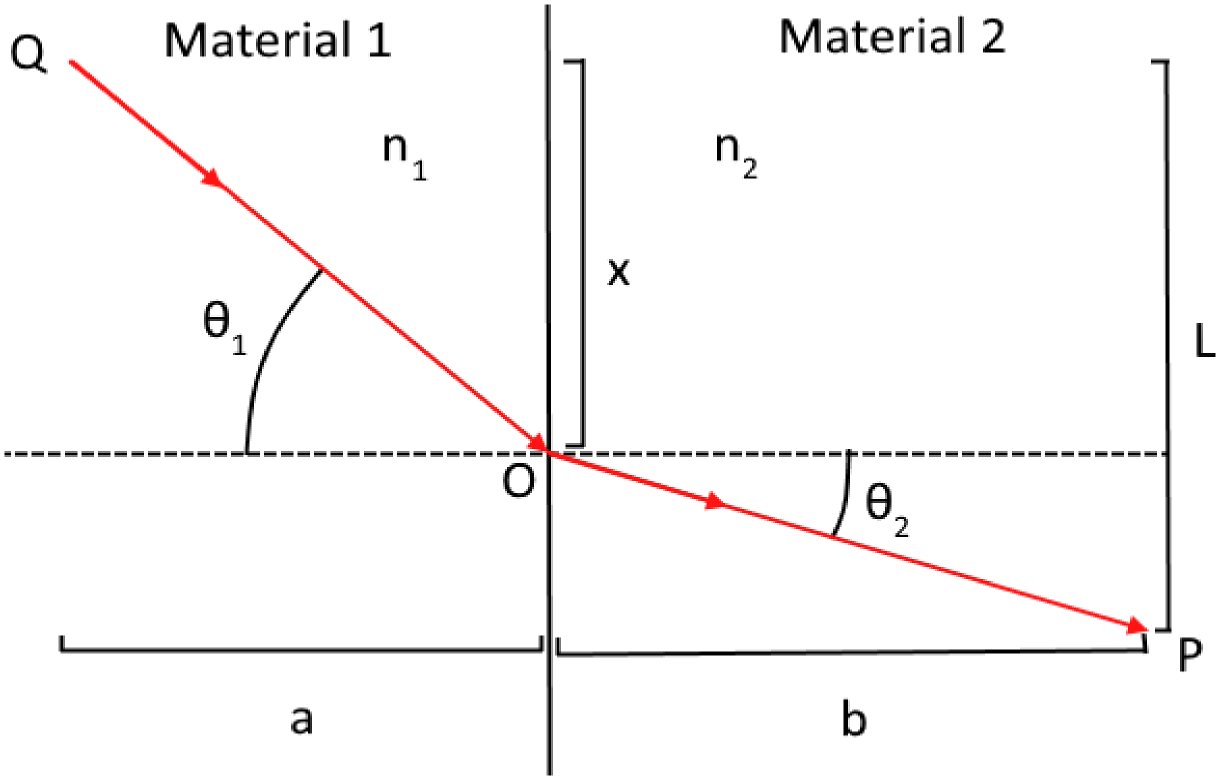


*Abbildung 1 Diagramm der Brechung*

Aus (2.8) können wir $v_1$ und $v_2$ so ausdrücken:

$$v_1 = \frac{C_0}{n_1} \tag{2.9}$$

$$v_2 = \frac{C_0}{n_2} \tag{2.10}$$

Dann setzen wir (2.9) und (2.10) in (2.7) ein:

$$\frac{n_1 \sin \theta_1}{C_0} = \frac{n_2 \sin \theta_2}{C_0} \tag{2.11}$$

Nach einer Umformung kriegen wir dann das Gesetzt von Snellius:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_1}{n_2} \tag{2.12}$$

# Auswertung

## Experiment 1

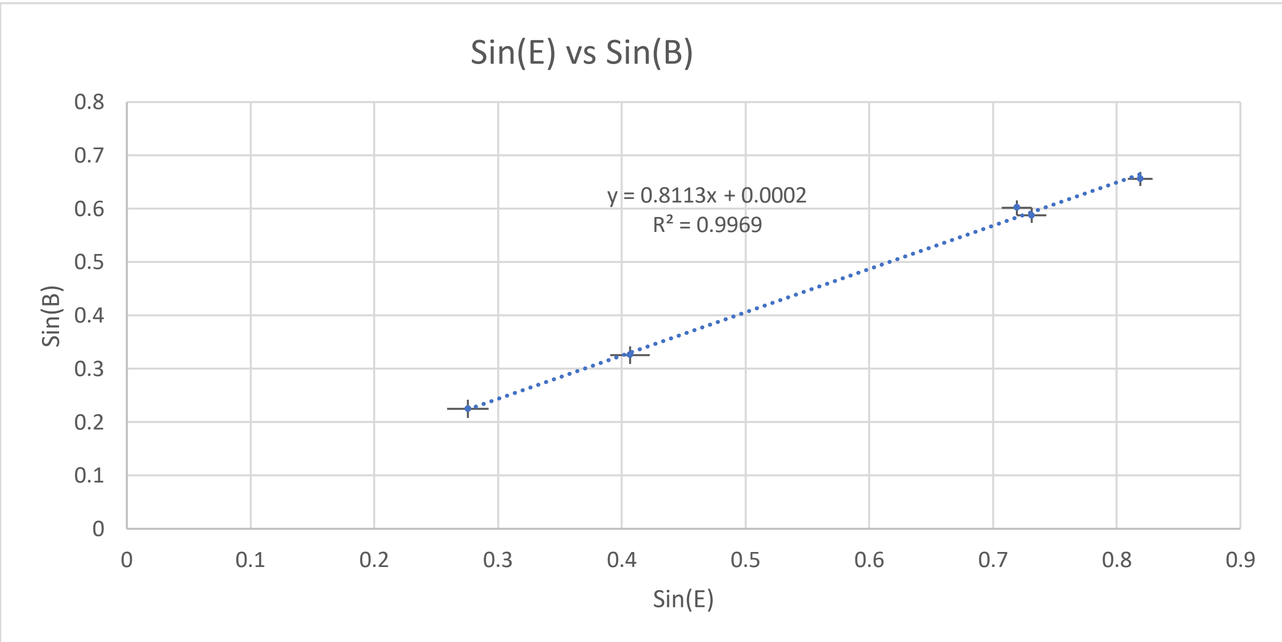
Für Experiment 1 haben wir ein Lichtstrahl gegen ein Glasblock geschossen bei verschiedenen Einfallswinkeln, dann haben wir den resultierenden Brechungswinkel gemessen, die folgende Tabelle zeigt die Resultate.

| E [°] | B [°] | Sin(E) | Sin(B) | ΔE [°] | ΔB [°] | ΔSin(E)- | ΔSin(E)+ | ΔSin(B)- | ΔSin(B)+ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | 37 | 0.7193398 | 0.6018150 | 1 | 1 | 0.012233 | 0.012014 | 0.01403 | 0.013846 |
| 47 | 36 | 0.7313537 | 0.5877852 | 1 | 1 | 0.012014 | 0.011791 | 0.014209 | 0.01403 |
| 16 | 13 | 0.2756373 | 0.2249510 | 1 | 1 | 0.016818 | 0.016734 | 0.017039 | 0.016971 |
| 24 | 19 | 0.4067366 | 0.3255681 | 1 | 1 | 0.016006 | 0.015882 | 0.016551 | 0.016452 |
| 55 | 41 | 0.8191520 | 0.6560590 | 1 | 1 | 0.010135 | 0.009886 | 0.013271 | 0.013072 |

*Tabelle 1 Messdaten Experiment 1*

### Legende

- E. Der Einfallswinkel der Strahl
- B. Der gemessene Brechungswinkel
- Sin(E). Der Sinus der Einfallswinkel
- Sin(B). Der Sinus der Brechungswinke
- ΔE. Absolute Fehler der Messung von E.
- ΔB. Absolute Fehler der Messung von B.
- ΔSin(E)-. Absolute Fehler von Sin(E) in die negative Richtung.
- ΔSin(E)+. Absolute Fehler von Sin(E) in die positive Richtung.
- ΔSin(B)-. Absolute Fehler von Sin(B) in die negative Richtung.
- ΔSin(B)+. Absolute Fehler von Sin(B) in die positive Richtung.




Wie wir sehen, ist die Tendenz linear mit einer Übereinstimmung von 99%, daher können wir bestätigen, dass die Werte das Gesetzt von Snellius folgen, da die Steigung $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$ ist immer konstant welches im Graph als lineare Funktion aufweist.

Als nächstes versuchen wir den relativen Brechungsindex des verwendeten Glasblock zu bestimmen, dazu berechnen wir zuerst den absoluten Fehler und dann den durchschnittlichen Wert aus den gesammelten Daten.

## Fehler:

| n- | n+ | Δn |
|---|---|---|
| 0.704849 | 1.07337 | 0.18426 |
| 0.651714 | 1.090421 | 0.219353 |
| 0.934602 | 1.041378 | 0.053388 |
| 0.879649 | 1.061233 | 0.090792 |

*Tabelle 2 Fehler Berechnungen*

## Legende

- N-. Der Absolute Fehler von n in die negative Richtung
- N+. Der Absolute Fehler von n in die positive Richtung
- Δn. Absolute Fehler von n.

Durchschnittliche Fehler:

$$\Delta \mathrm{n} = \frac{0.18426 + 0.219353 + 0.053388 + 0.090792}{4} \approx 0.1$$

## Resultate:

$$\frac{\sin(46)}{\sin(37)} \approx 1.195$$

$$\frac{\sin(47)}{\sin(36)} \approx 1.224$$

$$\frac{\sin(16)}{\sin(13)} \approx 1.225$$

$$\frac{\sin(24)}{\sin(19)} \approx 1.249$$

$$\frac{\sin(55)}{\sin(41)} \approx 1.249$$

$$\frac{1.195 + 1.244 + 1.225 + 1.249 + 1.249}{5} = 1.232\ (\pm 0.1)$$

Der nächste Literaturwert ist dem von Jenaer Glas BK7 (aus dem Buch „Formeln Tabellen Begriffe“), aber es passt nicht in den Fehler Rahmen. Die Gründe dafür sind höchst wahrscheinlich die Fehler bei den Messungen.

Als letztes werden wir eine Formel herleiten um die parallele Verschiebung L (siehe Abbildung 2) von einem Strahl, welcher in ein Glasblock trifft, berechnen.

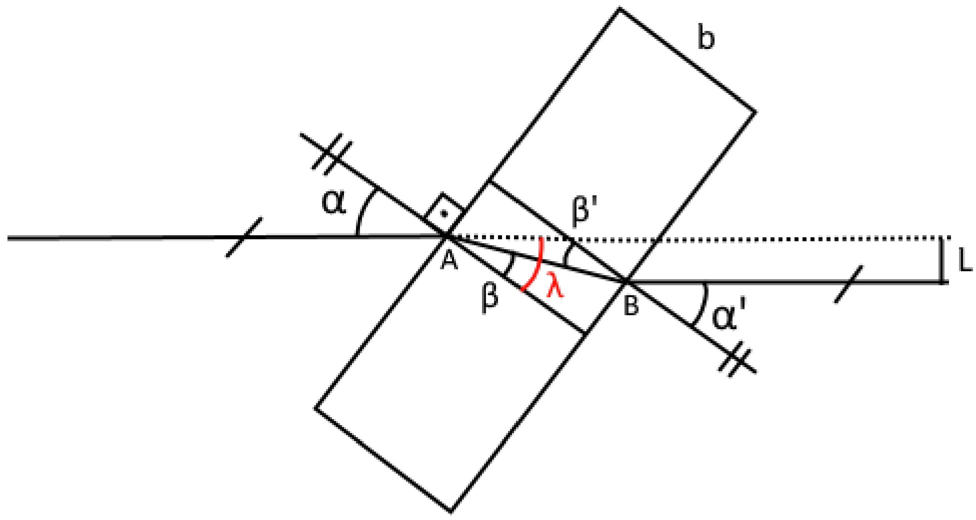



*Abbildung 2 Strahl durchgequerte Glas Block*

Als erstes können wir sagen, dass λ gleich α ist da sie Scheitelwinkel sind.

Dann können $\overrightarrow{AB}$ so definieren:

$$\overrightarrow{AB} = \frac{b}{\cos\beta} \tag{3.0}$$

Daher können wir L so berechnen:

$$L = \sin(\lambda - \beta) * \frac{b}{\cos\beta} \tag{3.1}$$

Um $\beta$ zu berechnen benutzen wir Snellius Gesetz, wo n der relative Brechungsindex ist:

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) \tag{3.2}$$

Jetzt setzen wir (3.2) in (3.1) ein, um die vollständige Formel zu bekommen:

$$L = \sin\left(\mathrm{a} - \sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)\right) * \frac{b}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)\right)} \tag{3.3}$$

Um die Formel zu testen, werden wir die Parallelverschiebung im Experiment messen und den Wert berechnen und schauen, ob das Resultat im Fehlerbereich ist. Um den Fehler zu reduzieren werden wir den Literaturwert von Jenaer Glas BK7 benutzen (aus dem Buch „Formeln Tabellen Begriffe“).

$$L = \sin\left(46° - \sin^{-1}\left(\frac{\sin 46°}{1.5163}\right)\right) * \frac{5.0cm}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin 46°}{1.5163}\right)\right)} \approx 1.725cm$$

Bevor wir den Wert beurteilen, berechnen wir den absoluten Fehler:

$$L^- = \sin\left(45° - \sin^{-1}\left(\frac{\sin 45°}{1.5163}\right)\right) * \frac{4.9cm}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin 45°}{1.5163}\right)\right)} \approx 1.730cm$$

$$L^+ = \sin\left(47° - \sin^{-1}\left(\frac{\sin 47°}{1.5163}\right)\right) * \frac{5.1cm}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin 47°}{1.5163}\right)\right)} \approx 1.718\ cm$$

$$\Delta L = \frac{|L^+ - L^-|}{2} = \frac{|1.718 - 1.730|}{2} = 0.006$$

Daher ist das resultierende Ergebnis $1.725\ cm\ (\pm 0.006)$ welches zum experimentellen Ergebnis sehr genau passt, nämlich $1.7\ cm\ (\pm 0.1)$.

## Experiment 2

Im Experiment 2 haben wir Lichtstrahlen gegen verschiedene Plexiglas Blöcke projiziert, dann wurden die Strahlengänge notiert. Aus diesem Aufbau wurden ein paar Einfalls und Brechungswinkel gemessen, daraus berechnen wir den relativen Brechungsindex von Plexiglas.

| E | B | Sin(E) | Sin(B) | ΔE | ΔB |
|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 16 | 0.5 | 0.275637 | 1 | 1 |
| 45 | 25 | 0.707107 | 0.422618 | 1 | 1 |

*Tabelle 3 Gemessene Winkel*

### Legende

- E. Der Einfallswinkel der Strahl
- B. Der gemessene Brechungswinkel
- Sin(E). Der Sinus der Einfallswinkel
- Sin(B). Der Sinus der Brechungswinke
- ΔE. Absolute Fehler der Messung von E.
- ΔB. Absolute Fehler der Messung von B.

Aus diesen Daten Berechnen wir den absoluten Fehler:

| n- | n+ | Δn |
|---|---|---|
| 0.690262 | 1.175883 | 0.24281 |
| 0.507278 | 1.199975 | 0.346349 |

*Tabelle 4 Fehler Berechnungen*

### Legende

- N-. Der Absolute Fehler von n in die negative Richtung
- N+. Der Absolute Fehler von n in die positive Richtung
- Δn. Absolute Fehler von n.

Wir machen dann ein durchschnitt:

$$\Delta n = \frac{0.24281 + 0.346349}{2} \approx 0.295$$

Jetzt berechnen wir die relative Brechungsindex mit den Daten:

$$n = \frac{\sin 30}{\sin 16} \approx 1.814$$

$$n = \frac{\sin 45}{\sin 25} \approx 1.673$$

$$n = \frac{1.814 + 1.673}{2} \approx 1.7\ (\pm 0.3)$$

Der resultierende Wert passt zum literarischen Wert (aus dem Buch „Formeln Tabellen Begriffe“), welcher 1.491 entspricht.

Als letztes werden wir den kritischen Winkel vom Plexiglas berechnen.

Der kritische Winkel ist der Winkel $\theta_2$ (im Abbildung 1) welcher dargestellt wird, wenn $\theta_1$ unendlich nah an 90° ist.

Erstens wir benutzen Snellius Gesetz, um $\theta_2$ zu definieren, wo n der relative Brechungsindex ist:

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n}\right) \tag{3.4}$$

Da $\theta_1$ unendlich nah an 90° ist, folgt:

$$\theta_2 = \lim_{\theta_1 \to 90} \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n}\right) \tag{3.5}$$

Daraus folgt:

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \tag{3.6}$$

Mit (3.6) berechnen wir dann den kritischen Winkel von Plexiglas:

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.491}\right) = 42.12°$$

Dieses Resultat stimmt mit dem gemessenen Winkel von 43° ($\pm 1$) überein.

# Schlussfolgerung

Die Experimentelle Messungen lieferten folgende Werte:

## Resultate für Experiment 1(Glas):

1.) 1.195
2.) 1.224
3.) 1.225
4.) 1.249
5.) 1.249

Allesamt mit dem Messfehler von $(\pm 0.1)$.

Der Literaturwert war Folgender:

1.232

## Resultate für Experiment 2(Plexiglas):

1.) 1.814
2.) 1.673

Allesamt mit Messfehler von (±0.3)

Der Literaturwert war Folgender(aus dem Buch „Formeln Tabellen Begriffe“):

1.491

Unsere aus dem Experiment extrahierten Resultate waren fast alle übereinstimmend mit dem literaturwert, ausser die Resultate vom Brechungsindex von Glas beim Experiment 1, welches an einer ungenauen Messung liegen könnte. Verbessern könnte man Experiment, indem man in einem Vakuum vollziehen würde, um den verfälschenden Einfluss von Luftfeuchtigkeit, wie auch die Temperatur Nicht einwirken können. Wir nutzen auch keinen perfekten Laser, welcher akkurater wäre, sondern nur eine Box mit Wänden als Lichtabsorber oder Reflektor zu wirken. Mit besseren Messgeräten obendrauf könnte man auch noch exaktere Ergebnisse erzielen, zum Beispiel ein genaueres Geodreieck oder ein automatisches Messgerätsystem.

# Literatur


https://www.studimup-physik.de/themen/optik/reflexion-und-brechung-von-licht/

https://kr.perihel.ch/Material/Praktikum/Anleitungen/reflexionbrechung.pdf

https://de.wikipedia.org/wiki/Snelliussches_Brechungsgesetz#Geschichte