

Informe de análisis de complejidad TAD BigInteger

Samuel Francisco Moncayo Moncayo

Facultad Ingeniería y Ciencias, Pontificia Universidad Javeriana

Estructuras de Datos

Carlos Alberto Ramírez Restrepo, Luis Gonzalo Noreña

30 de mayo de 2023

Análisis de complejidad de operaciones constructoras del TAD BigInteger

- `BigInteger::BigInteger(const string &num)`

- La primera parte del código tiene una complejidad constante $O(1)$. La asignación del primer dígito de num a bigInteger se realiza en tiempo constante, al igual que la asignación del signo.
- El bucle for itera a través de la cadena num desde el índice 1 hasta size-1, lo que implica una complejidad lineal $O(n-1)$ o simplemente $O(n)$ en el peor de los casos. En cada iteración del bucle, se realiza una asignación del dígito de num a bigInteger y se agrega a la lista bigInteger. Dado que la operación de agregar un elemento a una lista enlazada tiene una complejidad $O(1)$, la complejidad total del bucle es $O(n)$.

- `BigInteger::BigInteger(const BigInteger &num)`

- Se está utilizando una lista enlazada, por ello la copia de la lista tendrá una complejidad lineal en función del tamaño de la lista, es decir, $O(n)$, donde "n" es el número de elementos en la lista.

Análisis de complejidad de operaciones modificadoras del TAD BigInteger

- `void BigInteger::add(BigInteger &num) void BigInteger::auxAdd(BigInteger &num)`

- La primera parte del código (las dos secciones if que ajustan el tamaño de las listas) en el peor de los casos tendrá que recorrer una lista casi por completo por lo que representaremos como k las iteraciones (k es el tamaño de alguna de las dos listas).
- Luego, los iteradores it1 e it2 recorren las listas bigInteger y num.bigInteger, respectivamente, en orden inverso. Ambas listas tienen el mismo tamaño por lo que el ciclo iteraría el tamaño de la primera lista j(j es el tamaño de la primera lista), ya que se recorren ambas listas una vez.
- En resumen, la complejidad total del código es $O(n)$, donde n es la suma de ambas iteraciones de los ciclos

- `void BigInteger::subtract(BigInteger &num) void BigInteger::auxSubtract(BigInteger &num)`

- La sección de código que ajusta el tamaño de las listas tiene una complejidad $O(n)$, donde n es la diferencia en tamaño entre las listas bigInteger y num.bigInteger. Esto se debe a los bucles for que agregan ceros al principio de la lista correspondiente. La sección de código que realiza la substracción tiene una complejidad $O(n)$, donde n es el tamaño de las listas bigInteger y num.bigInteger. Esto se debe a los bucles while y for que recorren las listas y realiza las operaciones de la resta.
- La función eraseZero() tienen una complejidad $O(n)$, donde n es el tamaño de la lista bigInteger o num.bigInteger. Esta función elimina los ceros a la izquierda del bigInteger.

- En general, la complejidad total del código es $O(n)$, donde n es el tamaño de las listas `bigInteger` y `num.bigInteger`.

```
• void BigInteger::product(BigInteger &num) void
  BigInteger::auxProduct(BigInteger &num)
```

- La complejidad del código es $O(n * m)$, donde n es el tamaño de la lista `bigInteger` y m es el tamaño de la lista `num.bigInteger`. Esto se debe a que hay dos bucles anidados en el código, uno que itera sobre `num.bigInteger` y otro que itera sobre `bigInteger`. Dentro de estos bucles, se hacen operaciones que tienen complejidad constante y la función `eraseZero` practicamente no afecta mucho la complejidad.

```
• void BigInteger::quotient(BigInteger &num) void
  BigInteger::remainder(BigInteger &num)
```

- Copiar una lista (`saver.bigInteger = bigInteger`) utilizando la operación del tipo de dato `list` de `c++` tiene una complejidad lineal en función del tamaño de la lista `bigInteger` n (siendo el tamaño de la lista).
- Comparar dos objetos `BigInteger` (`num > saver` y `num > tempo`) utiliza la sobre carga del operador `>` que recorre las listas para revisar si es mayor o no implica comparar en el peor de los casos toda la lista. La complejidad depende del tamaño de las listas m , donde m es el tamaño de la lista más grande entre `num.bigInteger` y `saver.bigInteger`.
- Realizar una multiplicación (`productNum.auxProduct(num)`) y una resta (`productNum.auxSubtract(num)`) La complejidad de ambas ya esta expresada como $O(n)$ n siendo el tamaño de la lista involucrada. Si consideramos n como el número de dígitos de `num` y m como el número de dígitos de `productNum` ya que es un `while` que en su condición recorre una lista internamente, la complejidad hasta este punto es $O(n * m)$.
- Considerando que albergamos un `while` dentro de otro y la condicion del interno tambien contiene un ciclo, la complejidad total del código es aproximadamente $O(n * m * k)$, donde n es el número de dígitos de `num`, m es el número de dígitos de `productNum` y k es el número de dígitos de `bigInteger`

```
• void BigInteger::pow(int num)
```

- Tenemos un ciclo que opera un `BigInteger` las veces a la que este elevado, por lo tanto, la función `auxProduct` sabemos que tiene complejidad $O(n)$, n siendo el tamaño de la lista y esta función esta anidada en un ciclo que itera k veces que seria el numero que recibe la función, teniendo una complejidad $O(n*k)$ n siendo el tamaño de los `Big Integers` y k el numero al que se eleva.

```
• string BigInteger::toString()
```

- La función `toString()` itera sobre los elementos de la lista `bigInteger` y los convierte en caracteres para construir la representación en forma de cadena del objeto `BigInteger`. El número de iteraciones es igual al tamaño de la lista `bigInteger`, por lo que la complejidad es lineal en relación con el tamaño de la lista.
- En el peor de los casos, se deben recorrer todos los elementos de la lista una vez para construir la cadena resultante. Por lo tanto, la complejidad es $O(n)$, donde n es el tamaño de la lista `bigInteger`.

Análisis de complejidad de sobrecargas de operadores del TAD BigInteger

- `BigInteger BigInteger::operator +(BigInteger &num)`
 - Igual complejidad que la operación Add, sin embargo, es necesario sumar las declaraciones y las asignaciones de Big Integers que tendría una complejidad $O(n)$, que no afectaría la complejidad total de las operaciones, quedándose únicamente con $O(n)$ (n tamaño-lista).
- `BigInteger BigInteger::operator -(BigInteger &num)`
 - Igual complejidad que la operación Subtract, sin embargo, es necesario sumar las declaraciones y las asignaciones de Big Integers que tendría una complejidad $O(n)$, que no afectaría la complejidad total de las operaciones, quedándose únicamente con $O(n)$ (n tamaño-lista).
- `BigInteger BigInteger::operator *(BigInteger &num)`
 - Igual complejidad que la operación Product, sin embargo, es necesario sumar las declaraciones y las asignaciones de Big Integers que tendría una complejidad $O(n)$, que no afectaría la complejidad total de las operaciones, quedándose únicamente con $O(n)$ (n tamaño-lista).
- `BigInteger BigInteger::operator /(BigInteger &num) BigInteger`
`BigInteger::operator %(BigInteger &num)`
 - Igual complejidad que la operación Quotient y Remainder, sin embargo, es necesario sumar las declaraciones y las asignaciones de Big Integers que tendría una complejidad $O(n)$, que no afectaría la complejidad total de las operaciones, quedándose únicamente con $O(n * m * k)$, donde n es el número de dígitos de num, m es el número de dígitos de productNum y k es el número de dígitos de BigInteger.
- `bool BigInteger::operator ==(BigInteger &num)`
 - La complejidad es $O(n)$, donde n es el tamaño de la lista BigInteger.
 - En el peor de los casos, donde ambas listas tienen el mismo tamaño y todos los elementos son diferentes, el bucle while iterará n veces. Esto se debe a que se compara cada elemento de BigInteger con el correspondiente elemento de num.BigInteger.
- `bool BigInteger::operator <(BigInteger &num)`
 - En general la complejidad de los operadores comparativos es parecida, la complejidad del código se puede expresar como $O(k)$, donde k es la suma de n y m que son los tamaños de las listas BigInteger y num.BigInteger, respectivamente. Esto se debe a que la comparación se detiene en el bucle while cuando se encuentra un elemento que no es igual en ambas listas o cuando se han comparado todos los elementos en la lista más corta. que en el peor de los casos ambas listas son iguales.
- `bool BigInteger::operator <=(BigInteger &num)`
 - La sobre carga tiene una complejidad $O(n)$ en el peor de los casos, ya que itera sobre los elementos de las listas BigInteger y num.BigInteger utilizando los iteradores t1 y t2. La condición del bucle while($t1 \neq \text{BigInteger.end}() \ \&\& \ \text{flag} \ \&\& \ \text{flag1}$) se evalúa en cada iteración, y en cada iteración se incrementan los iteradores t1 y t2 con $++t1$ y $++t2$, llegando a recorrer al mismo tiempo las listas para encontrar si es menor o no.

Análisis de complejidad de las funciones estáticas del TAD BigInteger

- `BigInteger BigInteger::sumarListaValores(List<BigInteger> &bigList)`

- La complejidad de esta operación depende de la complejidad ya anteriormente nombrada de la función Add o Subtract ambas con una complejidad lineal $O(n)$, sin embargo, también depende del tamaño de la lista que entre puesto que las funciones se iteran dependiendo el tamaño de la lista k .
- En conclusión, al tener dos ciclos anidados tendríamos una complejidad $O(n*k)$, n siendo el tamaño del Big Integer y k el tamaño de la lista que alberga Big Integers.

- `BigInteger BigInteger::multiplicarListaValores(List<BigInteger> &bigList)`

- La complejidad de esta operación depende de la complejidad ya anteriormente nombrada de la función Product, con una complejidad lineal $O(n)$, sin embargo, también depende del tamaño de la lista que entre puesto que las funciones se iteran dependiendo el tamaño de la lista k .
- En conclusión, al tener dos ciclos anidados tendríamos una complejidad $O(n*k)$, n siendo el tamaño del Big Integer y k el tamaño de la lista que alberga Big Integers.