

Haskell: Listas

UFRN, 2018

Listas

- Listas em Haskell representam coleções de objetos de um determinado tipo.
- Para um dado tipo `t`, existe o tipo "lista de elementos do tipo `t`", designado por `[t]`.
- `String` é um sinônimo para `[Char]`.

Listas

- Por exemplo:

`[1,2,3,3,0,1] :: [Int]`

`[False,False,True] :: [Bool]`

são uma lista de Int e uma lista de Bool.

- As duas listas abaixo representam o mesmo valor:

`['a','b','c'] :: [Char]`

`"abc" :: [Char]`

Listas

- Pode-se construir listas de quaisquer tipos:

`[sales,totalSales] :: [Int->Int]`

`[[1,2],[3,4,4],[]] :: [[Int]]`

- A lista vazia (`[]`) é uma lista de elementos de qualquer tipo.

Listas

- A ordem e número de ocorrências de elementos são importantes:

$$[1,2] \neq [2,1]$$

$$[1,1,2] \neq [1,2]$$

- Alternativas para listas de números:

$$[3 \dots 6] == [3,4,5,6]$$

$$[3.1 \dots 6.0] == [3.1,4.1,5.1,6.1]$$

$$[10,8 \dots 3] == [10,8,6,4]$$

$$[0.1,0.3 \dots 1.0] == [0.1,0.3,0.5,0.7,0.9]$$

Funções sobre Listas

- Definir uma função
 `sumList :: [Int] -> Int`
 que calcula a soma dos elementos de uma lista.
- A definição deve cobrir listas de tamanho 0, 1, 2...
- Como construir uma definição que cobre todos os casos???

Funções sobre Listas

- Uma lista qualquer é:
 - a lista vazia [], ou
 - uma lista não vazia, que tem um primeiro elemento (cabeça) e o resto (cauda).
- Uma lista com cabeça a e cauda x é escrita no formato $(a:x)$.
- Atenção: em $(a:x)$
 - a é um elemento da lista
 - x é uma outra lista

Funções sobre Listas

- Voltando à definição de `sumList`:
 - a soma dos elementos de uma lista vazia é 0.
 - a soma de uma lista não vazia `(a:x)` é dada pela soma do elemento `a` com a soma dos elementos da lista `x`.
- Em Haskell:

```
1 sumList :: [Int] -> Int
2 sumList []      = 0
3 sumList (a:x)   = a + sumList x
```


Funções sobre Listas

```
1 sumList :: [Int] -> Int
2 sumList []      = 0
3 sumList (a:x)   = a + sumList x
```

```
sumList [1,3,3,2] = 1 + sumList [3,3,2]
                  = 1 + 3 + sumList [3,2]
                  = 1 + 3 + 3 + sumList [2]
                  = 1 + 3 + 3 + 2 + sumList []
                  = 1 + 3 + 3 + 2 + 0
                  = 9
```

Construtor de Listas

- O operador `:` é geralmente chamado *cons*.
- Esse operador é um construtor de listas, dados um elemento `a` e uma lista `x`. O tipo de `a` deve ser o mesmo dos elementos da lista `x`.

`[1] = 1:[]`

`[1,2,3] = 1:2:3:[] = 1:[2,3]`

`[1,2]:[] = [[1,2]]`

`[]:[1,2] = ???`

ERRO DE TIPO!!!

Construtor de Listas

- Listas podem ser de qualquer tipo, assim:
 $(:) :: \text{Int} \rightarrow [\text{Int}] \rightarrow [\text{Int}]$
 $(:) :: \text{Bool} \rightarrow [\text{Bool}] \rightarrow [\text{Bool}]$
 ...
- Restrição: todos os elementos de uma lista devem ser do mesmo tipo!
- O tipo de $:$ pode ser expresso como:
 $(:) :: t \rightarrow [t] \rightarrow [t]$
 onde t é uma variável de tipo.

Funções sobre Listas

- Definir uma função

`double :: [Int] -> [Int]`

que, dada uma lista de comprimento c ,
retorna uma nova lista de mesmo
comprimento, onde cada elemento é o dobro
do seu correspondente.

```
Main> double [2,3,5,3]  
[4,6,10,6]
```

Funções sobre Listas

```
1 double :: [Int] -> [Int]
2 double []      = []
3 double (a:x) = (2*a) : double x
```

```
double [5,3]
= (5*2) : double [3]
= 10 : ((2*3) : double [])
= 10 : (6 : [])
= [10,6]
```

Funções/Operadores Padrões

- A função

`length :: [t] -> Int`

retorna o comprimento de uma lista.

- Pode ser definida como:

```
1 length :: [t] -> Int
2 length []      = 0
3 length (a:x)   = 1 + length x
```

Funções/Operadores Padrões

- O operador `++` foi usado na concatenação de Strings, mas é definido para qualquer tipo de listas.
- Exemplo:

`[] ++ [1,2] ++ [3] ++ [] = [1,2,3]`

- Pode ser definido como:

```
1 [] ++ y = y
2 (a:x) ++ y = a : (x ++ y)
```

Funções/Operadores Padrões

```
1 [] ++ y = y  
2 (a:x) ++ y = a : (x ++ y)
```

```
[1,2] ++ [3,4]  
= 1 : ([2] ++ [3,4])  
= 1 : (2 : ([ ] ++ [3,4]))  
= 1 : (2 : [3,4])  
= [1,2,3,4]
```


Funções/Operadores Padrões

- Os operadores ++ e : são diferentes!
 - O operador : recebe um elemento a e uma lista x, retornando uma nova lista onde a é o primeiro elemento.
 - O operador ++ recebe duas listas e retorna sua concatenação!
- Para memorizar:
 - item : lista = lista
 - lista ++ lista = lista

Exemplo - Ordenação

- Definir uma função

`iSort :: [Int] -> [Int]`

que retorna uma versão ordenada da lista fornecida como entrada.

```
Main> iSort [8,5,9,1]  
[1,5,8,9]
```

Esboço da solução

- Uma solução para
iSort [8,5,9,1]
consiste em extrair a cauda [5,9,1] e ordená-la, obtendo [1,5,9]
- Então inserir a cabeça 8 na posição correta:
[1,5,8,9]

Observe que se trata de uma inserção em uma lista já ordenada!

Especificação top-down

- Uma definição para `iSort` :

```
1 iSort :: [Int] -> [Int]
2 iSort [] = []
3 iSort (a:x) = ins a (iSort x)
```

- Esse é um exemplo típico de definição *top-down*. A função `iSort` foi definida supondo é possível definir corretamente `ins`.
- Resolver os subproblemas separadamente torna mais fácil a construção de uma solução.

Continuação da solução

- Falta definir

$\text{ins} :: \text{Int} \rightarrow [\text{Int}] \rightarrow [\text{Int}]$

- Observe que

$\text{ins } 1 [5,8,9] = 1 : [5,8,9] = [1,5,8,9]$, pois $1 < 5$.

- Mas

$\text{ins } 8 [3,6,9] = 3 : (\text{ins } 8 [6,9])$

$= \dots = 3 : [6,8,9] = [3,6,8,9]$, pois $8 > 3$

Especificação final

- Isso sugere seguinte definição para ins:

```
1 ins :: Int -> [Int] -> [Int]
2 ins a [] = [a]
3 ins a (b:y)
4   | a <= b      = a : (b:y)
5   | otherwise   = b : ins a y
```

Exemplo de execução

iSort [4,8,1]	= 1 : (4 : [8])
= ins 4 (iSort [8,1])	= 1 : [4,8]
= ins 4 (ins 8 (iSort [1]))	= [1,4,8]
= ins 4 (ins 8 (ins 1 (iSort [])))	
= ins 4 (ins 8 (ins 1 []))	
= ins 4 (ins 8 [1])	
= ins 4 (1 : (ins 8 []))	
= ins 4 [1,8]	
= 1 : (ins 4 [8])	

Exemplo - função membro

- Definir uma função

`membro :: Int -> [Int] -> Bool`

que verifica se um inteiro está presente em uma lista (não necessariamente ordenada).

```
Main> membro 3 [8,5,9,1]
False
Main> membro 5 [8,5,9,1]
True
```


Esboço da solução

- Se a lista for vazia, o elemento não está presente:
 membro 5 [] = False
- Se for uma lista não vazia e o elemento for igual ao primeiro da lista, a resposta é afirmativa:
 membro 8 [8,5,9,1] = True
- Se o elemento não for igual ao primeiro da lista, deve-se verificar no resto da lista:
 membro 8 [5,9,1,...] = membro 8 [9,1,...]

Especificação

- Uma definição para `membro` :

```
1 membro b [] = False
2 membro b (a:x)
3   | b == a      = True
4   | otherwise   = membro b x
```

- Definição simplificada:

```
1 membro b [] = False
2 membro b (a:x) = (b==a) || membro b x
```

Exemplo - filtro

- Definir uma função
 `digits :: String -> String`
 que seleciona ("filtra") os dígitos de
 uma String.

```
Main> digits "10 and 20 are numbers"  
"1020"
```

Esboço da solução

- Se a lista (String) for vazia, a resposta é também uma lista vazia:
 `digits [] = []`
- Se for uma lista não vazia e o primeiro elemento for um dígito, este será o primeiro elemento da resposta:
 `digits ['1','a',...] = '1' : digits ['a',...]`
- Se o primeiro elemento não for um dígito, não fará parte da resposta:
 `digits ['a','1',...] = digits ['1',...]`

Especificação

- Uma definição para `digits` :

```
1 digits [] = []  
2 digits (a:x)  
3   | isDigit a = a:digits x  
4   | otherwise = digits x
```