USTHB
Faculté d'Informatique
Département Intelligence Artificielle & Sciences des Données
Master 2 Informatique Visuelle
Représentation des connaissances et raisonnement Année Universitaire : 2023-2024

Corrigé TD N° 3 :
La logique des défauts

Rappel :

E est une extension d'une théorie Δ=<W,D> ssi E= $\Gamma_\Delta(E)$

Construction de l'ensemble $\Gamma_\Delta(E)$:

$\Gamma_\Delta(E)$ est le

- plus petit ensemble
- qui contient W
- déductivement clos
- Pour chaque défaut d$\in$D de la forme A : $B_1,\ldots,B_n$ /C où A est le prérequis, B1,…Bn sont les justifications et C le conséquent
  - Si A$\in \Gamma_\Delta(E)$ /* le défaut est utilisable*/ Alors
    - Si Pour chaque i $\in$ [1,…,n]
      $\neg$Bi $\notin$ E
      Alors C $\in \Gamma_\Delta(E)$ /* Le défaut est applicable*/
    Fsi
  Fsi

Exercice 1:

Soit l'ensemble de défauts D={d1,d2} avec *d1= A*: *B/C* et *d2= A*:$\neg$*C/D* .

Quelles sont les extensions qui peuvent se déduire si on considère les ensembles de formules suivantes:

1. W={ $\neg A$ }
2. W={A, $\neg B$ }
3. W={A, $\neg C \vee \neg D$ }
4. W={A, $\neg B \wedge C$ }

Solution :

Soit l'ensemble de défauts D={d1,d2} avec *d1= A*: *B/C* et *d2= A*:$\neg$*C/D* .

1- Soit Δ_1=<W_1,D> avec W_1={ $\neg A$ }

E est une extension ssi E= $\Gamma_{\Delta 1}(E)$.

- $W_1 \subset \Gamma_{\Delta 1}(E)$
- Les seuls défauts d1 et d2 ne sont pas utilisables car leurs prérequis A $\notin \Gamma_{\Delta 1}(E)$. Au contraire$\neg$A$\in \Gamma_{\Delta 1}(E)$ (vu que $\neg$A$\in W_1$ et $W_1 \subset \Gamma_{\Delta 1}(E)$).
- D'où, par clôture déductive et minimalité, cette théorie admet une seule extension :
  E= $\Gamma_{\Delta 1}(E)$= TH({$\neg$A }).
  Les deux défauts ne sont pas générateurs d'extension.

2. Soit Δ_2=<W_2,D> avec W_2={A, ¬B }
E est une extension ssi E= $\Gamma_{\Delta 2}$(E).

- $W_2 \subset \Gamma_{\Delta 2}(E)$
- Les deux défauts de la théorie d1 et d2 sont utilisables car leur prérequis $A \in \Gamma_{\Delta 2}(E)$ (vu que $A \in W$ et $W \subset \Gamma_{\Delta 2}(E)$).

L'applicabilité de d1 rend d2 non applicable. Or d1 est non applicable vu que la négation de sa justification $\neg B \in \Gamma_{\Delta 2}(E)$ (vu que justification $\neg B \in W_2$ et $W_2 \subset \Gamma_{\Delta 2}(E)$) et que si E est une extension $E = \Gamma_{\Delta 2}(E)$. D'où, $\neg B \in E$.
Pour d2, il est applicable.

- D'où, par clôture déductive et minimalité, cette théorie admet une seule extension :
  $E= \Gamma_{\Delta 2}(E)=$ TH({A,¬B, D }).
  Seul d2 est générateur d'extension.

3. Soit Δ_3=<W_3,D> avec W_3={A, $\neg C \vee \neg D$ }
E est une extension ssi E= $\Gamma_{\Delta 3}$(E).

- $W_3 \subset \Gamma_{\Delta 3}(E)$ Donc, {A, $\neg C \vee \neg D$ }$\subset \Gamma_{\Delta 3}(E)$.

A- Si on commence par le défaut d1 :

- Il est utilisable car son prérequis $A \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$ (vu que $A \in W_3$ et $W \subset \Gamma_{\Delta 3}(E)$)
- La négation de sa justification $\neg B \notin E$?
  - **Cas 1** : Si ($\neg B \in E$) alors
    - d1 serait non applicable
    - Pour le défaut d2, son prérequis $A \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$, donc d2 est utilisable.
    La négation de sa justification $\neg(\neg C) \notin E$?
      - **Cas 1.**1 ($C \in E$) donc d2 devient non applicable
        - Par clôture déductive et minimalité,
          $\Gamma_{\Delta 3}(E)$=TH({A, $\neg C \vee \neg D$ }) (les défauts ne sont pas générateurs)
          Or ($C \notin \Gamma_{\Delta 3}(E)$) et ($C \in E$) ce qui implique que :
          $E \neq \Gamma_{\Delta 3}(E)$ d'où : $\Gamma_{\Delta 3}(E)$ n'est pas une extension
      - **Cas 1.2** ($C \notin E$) : d2 est alors applicable et son conséquent D est rajouté à $\Gamma_{\Delta 3}(E)$)
        - et par clôture déductive et minimalité,
          $\Gamma_{\Delta 3}(E)$=TH({A, $\neg C \vee \neg D$,D })
          Or ($\neg B \notin \Gamma_{\Delta 3}(E)$) et (($\neg B \in E$) ce qui implique que :
          $E \neq \Gamma_{\Delta 3}(E)$ d'où : $\Gamma_{\Delta 3}(E)$ n'est pas une extension
  - **Cas2** : ($\neg B \notin E$) alors d1 devient applicable. Sa justification C est rajouté à $\Gamma_{\Delta 3}(E)$. Pour le défaut d2, il est utilisable mais non applicable car la négation de sa justification $\neg(\neg C) \equiv C \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$ et si E est une extension alors $C \in E$.
    Par clôture déductive et minimalité**, E= $\Gamma_{\Delta 3}$(E)=TH({A, $\neg C \vee \neg$D,C })**

B- Si on commence par le défaut d2 :

- Il est utilisable car son prérequis $A \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$ (vu que $A \in W_3$ et $W \subset \Gamma_{\Delta 3}(E)$)
- La négation de sa justification $\neg(\neg C) \notin E$?
  - **Cas 1** : Si ($C \in E$) alors
    - D2 serait non applicable
    - Pour le défaut d1, son prérequis $A \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$, donc d1 est utilisable.

La négation de sa justification $\neg(B) \notin E$ ce qui rend d1 applicable.
Ainsi, l'extension est la même que la première.

- **Cas 2 :** ($C \notin E$)
  - d2 est alors applicable et son conséquent D est rajouté à $\Gamma_{\Delta 3}(E)$)
  - pour d1, il est utilisable et applicable, d'où, son conséquent $C \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$
    - Or ($C \in \Gamma_{\Delta 3}(E)$) et (($C \notin E$) ce qui implique que :
    - $E \neq \Gamma_{\Delta 3}(E)$ d'où : $\Gamma_{\Delta 3}(E)$ n'est pas une extension

Conclusion : La théorie Δ_2 admet une et une seule extension :

$E= \Gamma_{\Delta 3}(E)=TH(\{A, \neg C \vee \neg D, C\})$

4. Soit $\Delta_4=<W_4,D>$ avec $W_4=\{A, \neg B \wedge C\}$
E est une extension ssi $E= \Gamma_{\Delta 4}(E). =\{A, \neg B \wedge C\} \subset \Gamma_{\Delta 4}(E)$
Les deux défauts sont utilisables.

- Pour le défaut d1, la négation de sa justification, $\neg B \in \Gamma_{\Delta 4}(E)$, donc si E est une extension $E= \Gamma_{\Delta 4}(E)$. Ainsi $\neg B \in E$. d1 est alors non applicable.
- Pour le défaut d2, la négation de sa justification, $\neg\neg C \in \Gamma_{\Delta 4}(E)$, donc si E est une extension $E= \Gamma_{\Delta 4}(E)$. Ainsi $C \in E$. d2 est alors non applicable.
- D'où, par clôture déductive et minimalité, cette théorie admet une seule extension : $E= \Gamma_{\Delta 4}(E)= TH(\{A, \neg B \wedge C\})$.

Conclusion : les deux défauts de la théorie ne sont pas générateurs d'extension.

Exercice 2 :

Considérons la théorie $\Delta=<W,D>$ telle que $W=\{A\}$ et $D=\{A : \neg B/B\}$.
Montrez que cette théorie n'admet pas d'extension.

Solution :

S'il existait une extension, c'est-à-dire un ensemble E tel que $E=\Gamma_{\Delta}(E)$,

- Ou bien E contiendrait B (le conséquent du seul défaut de la théorie)
- Ou bien E ne contiendrait pas B

<u>Cas1</u> : si E contient B,
la définition de $\Gamma_{\Delta}(E)$ indique que c'est le plus petit ensemble déductivement clos contenant donc uniquement $TH(\{A\})$ (uniquement les éléments de W).
En effet, le seul défaut de la théorie est utilisable mais non applicable car la négation du justificatif $\neg(\neg B)$ n'appartienne pas à E.
Ainsi B appartient à E et B n'appartient pas à $\Gamma_{\Delta}(E)=TH(\{A\})$ implique que E différent de $\Gamma_{\Delta}(E)$ donc E n'est pas une extension.
<u>Cas1</u> : si E ne contient pas B,
L'unique défaut de la théorie est utilisable et applicable (car la négation de son justificatif n'appartient pas à E) donc le conséquent du défaut (B) va appartenir à $\Gamma_{\Delta}(E)=TH(\{A,B\})$.
Ainsi B n'appartient pas à E et B appartient à $\Gamma_{\Delta}(E)=TH(\{A\})$ implique que E différent de $\Gamma_{\Delta}(E)$ donc E n'est pas une extension.

Exercice 3 : (non monotonie du raisonnement par défaut)
Quelles sont les extensions des théories $\Delta=<W,D>$ et $\Delta'=<W',D>$ telles que ;
$W=\{A,B\}$,
$W'=\{A,B,C\}$ et
$D=\{A\wedge B : \neg C / \neg C\}$.
Solution :

1- E est une extension de la théorie $\Delta=<W,D>$ $W=\{A,B\}$ et $D=\{A\wedge B : \neg C / \neg C\}$ si $E=\Gamma_\Delta(E)$,
   - $\Gamma_\Delta(E)$ contient W donc il contient l'ensemble $\{A,B\}$,
   - $\Gamma_\Delta(E)$ est déductivement clos donc la formule $A\wedge B$ fait partie de TH({A,B})
   - Si C appartient à E, le seul défaut de D n'ajouterai rien à $\Gamma_\Delta(E)$, par clôture déductive et minimalité, $\Gamma_\Delta(E)=TH(\{A,B\}) \neq E$ car C appartient à E et C n'appartient pas à $\Gamma_\Delta(E)$,
   - Ainsi $C \notin E$, de ce fait, le seul défaut de la théorie est utilisable et applicable ce qui implique $\neg C \in \Gamma_\Delta(E)$, par clôture déductive et minimalité, $\Gamma_\Delta(E)=TH(\{A,B,\neg C\})$
   - Donc, la seule extension de la théorie est $E=\Gamma_\Delta(E)=TH(\{A, B, \neg C\})$.

1- E' est une extension de la théorie $\Delta'=<W',D>$ avec $W'=\{A,B,C\}$ et $D=\{A\wedge B : \neg C / \neg C\}$ si $E'=\Gamma_{\Delta'}(E')$.
   - $\Gamma_{\Delta'}(E')$=' contient au minimum TH({A,B,C}) et si E' est une extension alors E' va aussi contenir TH({A,B,C}) de ce fait, le seul défaut de la théorie est utilisable mais non applicable (car la négation de son justificatif $\neg(\neg C)$ appartient à E)).
   - Ainsi, par clôture déductive et minimalité, $\Gamma_{\Delta'}(E')=TH(\{A,B , C\})$
   - Donc, la seule extension de la théorie est $E'=\Gamma_{\Delta'}(E')=TH(\{A, B, C\})$.

   Nous observons le phénomène de non monotonie puisque l'ajout d'une information sur l'état du monde (W' est l'ensemble W auquel la connaissance C a été ajoutée) a conduit à réviser certaines conséquences. En effet, $\neg C$ est dans l'ensemble des conséquences obtenues à partir de W et cette formule n'est plus dans l'ensemble des conséquences obtenues à partir de W' et $W'=W \cup\{C\}$.

$W\subset W'$ mais $E \not\subset E'$

Exercice 4 :
Considérons les connaissances suivantes :
- Les chrétiens libanais sont des chrétiens.
- En général, les chrétiens libanais sont des Maronites.
- Les Melkites sont des chrétiens libanais qui ne sont pas Maronites.
- En général, les chrétiens libanais ne sont pas des Arabes.
- Les Melkites sont des Arabes.
- En général, les libanais parlent le Français.
- Les Melkites ne parlent pas le Français.

1- Formalisez ces connaissances en utilisant la logique des défauts.
   Soit la théorie Δ définie par <W,D> où
   W={(∀X) (CHRETIENS-LIBANAIS(X) ⊃ LIBANAIS(X)) ; (∀X) (MELKITE(X) ⊃ ARABE(X)) ; (∀X) (MELKITE(X) ⊃ ¬PARLE(X,FRANCAIS)) (∀X) ((MELKITE(X) ⊃ CHRETIENS-LIBANAIS(X) ∧ ¬ MARONITE(X)); }
   D={CHERTIENC-LIBANAIS(X) :MARONITE(X)/MARONITE(X) ; CHRETIENS-LIBANAIS(X) : ¬ARABE(X)/ ¬ARABE(X) ; LIBANAIS(X) : PARLE(X,FRANÇAIS)/PARLE(X,FRANÇAIS)}
2- Si Mohamed est un Melkite et Georges est un Maronite Arabe, que pouvez-vous conclure?
3- Soit la théorie Δ′ définie par <W∪ MELKITE(Mohamed), MARONITE(Georges), ARABE (Georges)),D> où
   W={(∀X) (CHRETIENS-LIBANAIS(X) ⊃ LIBANAIS(X)) ; (∀X) (MELKITE(X) ⊃ ARABE(X)) ; (∀X) (MELKITE(X) ⊃ ¬PARLE(X,FRANCAIS)) (∀X) ((MELKITE(X) ⊃ CHRETIENS-LIBANAIS(X) ∧ ¬ MARONITE(X)); }
   D={CHERTIENS-LIBANAIS(X) :MARONITE(X)/MARONITE(X) ; CHRETIENS-LIBANAIS(X) : ¬ARABE(X)/ ¬ARABE(X) ;
   LIBANAIS(X) : PARLE(X,FRANÇAIS)/PARLE(X,FRANÇAIS)}

La théorie admet une seule extension :
E= TH(W'∪{ARABE(Mohamed), ¬PARLE(Mohamed,Francais), CHRETIENS-LIBANAIS(Mohamed) ¬MARONITE(Mohamed)})
Les défauts ne sont pas générateurs d'extensions.

Exercice 5 : (traité en cours)
Soient les connaissances zoologiques suivantes :
Les nautiles sont des céphalopodes; les céphalopodes sont des mollusques ; les mollusques ont généralement une coquille ; les céphalopodes généralement n'en ont pas ; les nautiles en ont une.

1- Proposez une théorie en utilisant la logique des défauts pour représenter ces connaissances.
2- Si a est un nautile, b est un céphalopode et c'est un mollusque, que pouvez-vous conclure?

Exercice 6 :
Soit la Soit la théorie Δ_1=<W,D> suivante où:
W_1=∅ et
D={ :¬b ,¬d/a , : ¬b, ¬d/c , :¬a, ¬c/d, a : ¬d/e}.

1- Quelles les extensions de cette théorie ?
Les trois premiers défauts n'ont pas de prérequis. Ils sont alors directement utilisables.
Le déclenchement de d1 permet alors d'inférer **a,** ce qui rend d3 non applicable et rend d4 utilisable. L'applicabilité de d1 et de d2 rendent d3 non applicable et l'applicabilité de d3 rend d1 et d2 non applicable.

Ainsi, cette théorie Δ_1 admet deux extensions :
$E_1 = \Gamma_{\Delta 1}(E1) = TH(\{d\})$: cas où d3 est déclenché en premier
$E_2 = \Gamma_{\Delta 1}(E2) = TH(\{a,c,e\})$: cas où d1 et d2 sont déclenchés en premier

Remarque : Cette théorie est particulière car l'ensemble W est vide. Dans ce cas, afin d'avoir une extension, il faudrait que l'ensemble D de la théorie contienne au moins un défaut sans prérequis.

Exercice 7 :
Soit la théorie des défauts prioritisée $\Delta=<W,D, \prec>$ suivante :
$W=\{p\supset q\wedge r;\ \ r \supset\neg s\}$
$D=\{: p/p;\ \ r: \neg q/ \neg q;\ \ s: t /t;\ \ p:v/v;\ \ q: \neg v/\neg v;\ \ v:t/t\}$ et
$\prec: \{d1\prec d2\prec d3\prec d4\prec d5 \prec d6\}$.

1- Quelles sont les extensions de cette théorie ?

Par définition, E est une extension ssi $E= \Gamma_\Delta(E)$.

- $W \subset \Gamma_\Delta(E)$.
- Le défaut d1 est directement utilisable car il n'a pas de prérequis. La négation de sa justification $\boldsymbol{\neg p}$ ne pourra pas appartenir à E (car il ne pourra pas appartenir à $\Gamma_\Delta(E)$ étant donné qu'il n'appartient pas à W et ce n'est le conséquent d'aucun défaut). Il est ainsi applicable d'où son conséquent $\mathbf{p} \in \Gamma_\Delta(E)$.
- Comme $\in \Gamma_\Delta(E)$ doit être déductivement clos, implique que $TH(W) \subset \Gamma_\Delta(E)$. Ainsi, l'applicabilité de d1 rend d2, d4 et d5 utilisables et rend d3 non utilisables.
- Les défauts d4 et d5 sont mutuellement exclusifs.
- Le défaut d4 rend d6 utilisable.
- Pour le défaut d2, il est utilisable mais il n'est pas applicable car la négation de sa justification $\boldsymbol{\neg(\neg q)} \in E$. En effet, $q \in \Gamma_\Delta(E)$ (vu que $Th(W) \subset \Gamma_\Delta(E)$) et si E est une extension alors $E= \Gamma_\Delta(E)$. De ce fait, $q\in E$.
- Si on applique d4 d'abord, d5 devient alors non applicable et d6 devient par contre applicable.
  Par clôture déductive et minimalité :
  $E_1= \Gamma_\Delta(E_1)= TH(W \cup\{p,v,t\})$ p est le conséquent de d1
  v est le conséquent de d4
  t est le conséquent de d6
- Si on applique d5 d'abord, d4 devient non applicable ce qui induit que d6 devient non utilisable.
  Par clôture déductive et minimalité :
  $E_2= \Gamma_\Delta(E_2)= TH(W \cup\{p, \neg v\})$ p est le conséquent de d1 et $\neg v$ est le conséquent de d5

2- Quelle est l'extension préférée ? Justifiez.

Comme $d4 \prec d5$, l'extension E_1 est préférée à E_2.