Faculté Informatique
Département IA&SD
M2 IV
Module : Théorie des jeux

le 13/01/2024

Examen Final

Exercice 1.

Considérons le jeu à n joueurs suivant des enchères `` au troisième prix``. Le jeu comporte plus de trois joueurs. Un seul objet est mis aux enchères et le joueur i donne une évaluation v_i de l'objet. Les soumissions des valeurs v_i sont secrètes et simultanées.

L'utilité du joueur i est égale à 0 s'il ne gagne pas sinon elle est égale $v_i - p$ si il paye p. Toute soumission doit être positive. Soit b_i la proposition du joueur i. Le gagnant est le joueur dont la proposition b_i est la plus élevée. En cas d'égalité le joueur dont l'indice est le plus petit sera gagnant. Les perdants ne gagnent pas l'objet et ne payent rien. Le gagnant prend l'objet et paye le troisième plus grand prix.

Soit i le joueur gagnant et on fixe un joueur j tel que :

$$b_j = \max_{k \neq i} b_k$$

Si ce maximum contient plus d'un élément j on prend n'importe lequel d'entre eux et on définit le troisième prix comme étant $\max_{k \neq i,j} b_k$ (on garde la redondance)

Exemple si $n = 3$ et $b_1 = 30, b_2 = 40$ *et* $b_3 = 40$ alors le gagnant est le joueur 2 et il paye 30.

- Si on restreint le jeu a trois joueurs $n = 3$, et $v_1 > v_2 > v_3$. Est-ce que le joueur 1 possède une stratégie dominante ? justifier votre réponse.

Exercice 2.

On considère le jeu simultané à n joueurs où chacun des joueurs i choisit un niveau d'effort $a_i \in [0,1]$, le gain du joueur i est donné par :

$$\pi_i(a_1, \dots, a_n) = 4\min(a_1, \dots, a_n) - 2a_i$$

gain(x) = $\to$ $4x - 2x = 2x$
$\to$ $4\min - 2x$

- Trouver tous les équilibres de Nash de ce jeu, ceux qui sont Pareto dominants s'ils existent.
- Déterminer un équilibre de Nash dont le payement de chaque joueur sera égal à 1.

Exercice 3.

Soit la matrice de jeu suivante :

C > D

1/2	G	C	D	min
H	(3,1)	(3,2)	(6,3)	3
M	(2,6)	(4,0)	(4,2)	2
B	(4,0)	(7,3)	(5,4)	4
min	0	0	2	

1) Est-ce que le jeu possède des stratégies prudentes pour chacun des joueurs en pures ? justifier votre réponse
2) Déterminer le profil des stratégies prudentes de ce jeu en mixtes (le jeu peut être réduit en éliminant une stratégie dominée).