Correction du sujet d'examen de théorie des jeux (23-24)

Exo1 (15 Pts)

$n=3 \quad V_1 > V_2 > V_3.$ 9,5

Le joueur 1 ne possède pas de stratégie dominante (faible ou stricte). En effet :

On le démontre par l'absurde, donc on suppose qu'il en possède une et on la note b_1^*

$b_1^* = V_1 \quad b_1^* > V_1 \quad$ ou $b_1^* < V_1$

→ $b_1^* = V_1$ 0,5 stratégie dominante $\Leftrightarrow$ 01

$U_1(V_1, b_2, b_3) > U_1(b_1, b_2, b_3)$ (in égal on verra que ça pose pb)

$\forall b_1 \in S_1 - \{V_1\}$ et $(b_2, b_3) \in S_2 \times S_3$.

Contre exemple

Soient $b_1 > b_2 > V_1 > b_3$

$U_1(V_1, b_2, b_3) = 0$ (Joueur 2 gagnant) 1

et $U_1(b_1, b_2, b_3) = V_1 - b_3 > 0$ (Donc Absurde).

→ $b_1^* > V_1$ 0,5 De même contre exemple.

Soient $b_1 > b_2 > b_1^* > V_1 > b_3$ 01

$U_1(b_1^*, b_2, b_3) = 0$ (J2 gagnant)

et

$U_1(b_1, b_2, b_3) = V_1 - b_3 > 0$

→ $b_1^* < V_1$ 0,5 contre exemple : 01

Soient $V_1 > b_2 > b_1^* > b_3$

$U_1(b_1^*, b_2, b_3) = 0$ et $U_1(V_1, b_2, b_3) = V_1 - b_3 > 0$

Pas de dominance.

Donc $E_N = (e, \dots e)$ e effort fourni par chaque joueur.

Pareto dominance

Tous les equilibres ne sont pas Pareto dominants car il sont dominés par l'equilibre $(1, \dots, 1)$ qui est le seul pareto dominants de dominants

reteur de gain $(2, \dots, 2)$.

Le profil de gain Nash $(1, \dots, 1)$ est Donc c'est

$4e - 2e = 1 \Rightarrow e = \frac{1}{2}$

$l'E.N = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2})$ 01

Exo3 (7 PTS)

1) Le joueur 1 possede une strategie prudente admissible ssi $\underset{s_1 \in S_1}{Max} \underset{s_2 \in S_2}{Min}\, U_1(s_1, s_2) = \underset{s_2 \in S_2}{Min} \underset{s_1 \in S_1}{Max}\, U_1(s_1, s_2)$

$\quad\quad\; \| \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \|$

$\quad\quad\; 4 \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 4$

Donc il possede la strategie B prudente

2) Le joueur 2 de même $\underset{s_2 \in S_2}{Max} \underset{s_1 \in S_1}{Min}\, U_2(s_1, s_2) = \underset{s_1 \in S_1}{Min} \underset{s_2 \in S_2}{max}\, U_2(s_1, s_2)$

$2 \neq 3$

Donc le joueur 2 ne possède pas une stratégie prudente. 0,5

2) Je fait lui déterminer sa stratégie mixte prudente

On remarque Dans le tableau que D domine C et que M est dominé par H Donc on réduit le tableau

0,5

J_2 \ J_1	p G	$1-p$ D
H	(3,1)	(6,3)
B	(4,0)	(5,4)

on élimine pas la stratégie G car on a besoin d'une équation pour déterminer le p

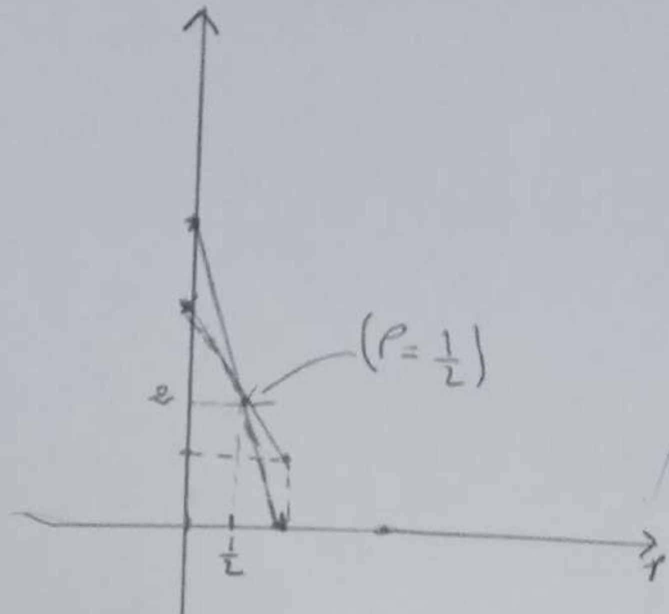
$$\max_{p\in[0,1]} \min_{s_2\in\{H,B\}} U_2(s_2,\sigma_2)$$ 0,8

$$\max_{p\in[0,1]} \min_{s_2\in\{H,B\}} \left(p+3(1-p);\ 4(1-p)\right)$$

$$\shortparallel$$

$$\max_{p\in[0,1]} \min_{s_2\in\{H,B\}} \left(-2p+3,\ 4(1-p)\right)$$ 0,8

$$\min(-2p+3,-4p+4) = \begin{cases} -4p+4 & \text{si } p>\frac{1}{2} \\ -2p+3 & \text{sinon} \end{cases}$$



0,8

Max Min $U_2(\sigma_1, \sigma_2)$ est atteint
$p \in [0,1]$ σ_2 pour $p = \frac{1}{2}$.

Donc σ_2 la stratégie prudente du joueur 2

est $\frac{1}{2} C + \frac{1}{2} D$. 0,8

$(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}) \longrightarrow$

Face à la stratégie B pure prudente du joueur

le profil prudent $\left(B, (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})\right)$ → 0,5