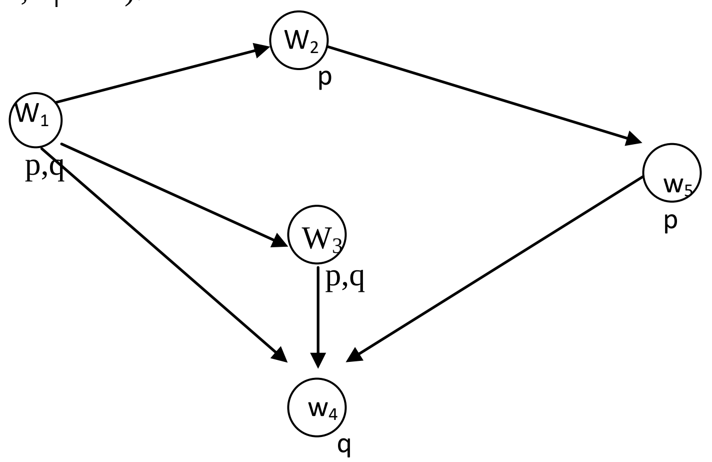
USTHB
Faculté d'Informatique
Département Intelligence Artificielle & Sciences des Données
Master 2 Informatique Visuelle
Module Représentation et raisonnement Année Universitaire : 2023-2024

**TD N° 2 :**
**Logique Modale**

**Exercice 1:**
1- Exprimer l'antisymétrie de la relation d'ultériorité temporelle par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
2- Exprimer le fait que le temps a une origine par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
Solution :
1- Exprimez par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
a- l'antisymétrie de la relation d'ultériorité temporelle
b- que le temps a une origine

2- Exprimez en utilisant l'axiomatisation de la logique modale le fait que :
a- Il y a un ordre total des dates futures,
b- Il y a un ordre total des dates passées,
c- Il n'existe pas d'instant maximal,
d- Il n'existe pas d'instant minimal.

**Exercice 2:**
1- Spécifier les assertions vraies dans le modèle suivant avec la spécificité que $M,x \mid\!== \neg B$ ssi non ($M,x \mid\!== B$).




a- $M,w_1 \mid\!== \Diamond(p \wedge q)$
b- $M,w_2 \mid\!== \neg\Box p$
c- $M,w_3 \mid\!== \Box(p \supset q)$
d- $M,w_4 \mid\!== \Box(q \wedge \Diamond\neg p)$
e- $M,w_5 \mid\!== \Box(q \wedge \Diamond\neg p)$

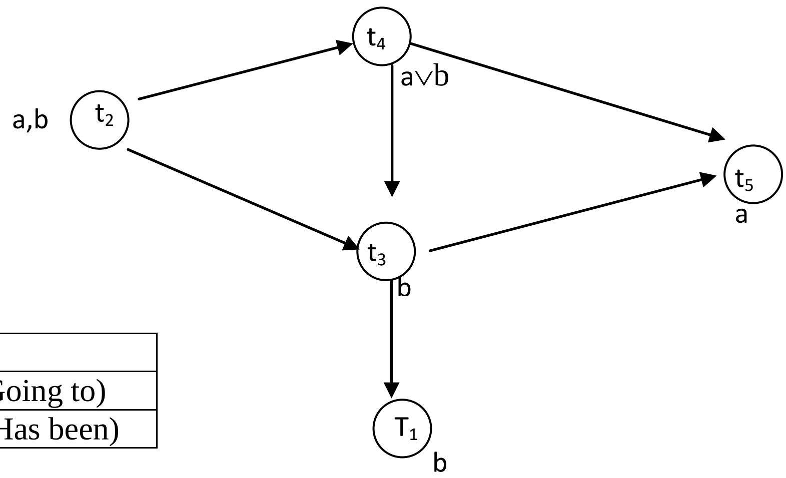
**Exercice 3 :**

Exprimez en logique modale les énoncés suivants :

a- Le coronavirus est un fléau mondial
b- Les Italiens ne croient pas que les chinois maitrisent le coronavirus
c- Les Français savent que le coronavirus est un fléau mondial
d- Les chinois veulent que le coronavirus ne soit pas un fléau mondial

**Exercice 4 :**

1- Spécifier les assertions vraies dans le modèle modal temporel suivant dans lequel un monde représente un instant dans le temps, avec la spécificité que M,x |== $\neg$B ssi non (M,x |== B).




| | $\Diamond$ | $\Box$ |
|---|---|---|
| **Futur** | F(Futur) | G(Going to) |
| **Passé** | P (Past) | H (Has been) |

a- M,$t_1$ |== $G(\neg a \vee \neg b)$
b- M, $t_3$ |== $HF\neg b$ Vrai
c- M, $t_2$ |== $\neg F(a \supset b)$
**d-** M,$t_5$|== $G\neg Fb$

**Exercice 5:**

Montrer que :

1. $(a \supset \Box\Diamond a)$ est une tautologie si et seulement si R est symétrique.
2. $(\Box a \vee b) \supset (\Box a \vee \Box b))$ est une tautologie si et seulement si R relie chaque monde à au plus un monde.
3. $(\Diamond\Box a \supset \Box\Diamond a)$ est une tautologie si et seulement si R est ‘’confluente’’ (c’est-à-dire que chaque fois que R relie un monde w à deux mondes w1 et w2, il existe un monde w3 accessible à la fois depuis w1 et w2).

**Exercice 6:**

La logique de S5 est axiomatisée de la façon suivante :

(A6) : $(\Box(a \supset b) \supset (\Box a \supset \Box b))$

(A7) **: $(\Box a \supset a)$**

**(A9) :** $(\Diamond a \supset \Box\Diamond a)$

(R6)[nécessitation]: si x est une formule, R6(x) est l’ensemble contenant l’unique élément $\Box x$

Montrer que :

1- si $a \supset b$ est un théorème, $\Box a \supset \Box b$ l’est aussi.
2- si $a \supset b$ est un théorème, $\Diamond a \supset \Diamond b$ l’est aussi.