

X/ENS Physique PSI 2007 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Vincent Fourmond (ENS Ulm) ; il a été relu par Olivier Frantz (Professeur agrégé) et Emmanuel Loyer (Professeur en CPGE).

Ce sujet se propose d'étudier dans le détail l'optique adaptative, c'est-à-dire les techniques permettant de s'affranchir des pertes de résolution des télescopes dues aux turbulences de l'atmosphère terrestre.

- Dans une première partie, on s'intéresse à un télescope classique : on commence par établir sa relation de conjugaison, puis on calcule sa résolution maximale, limitée par la diffraction. On compare ces résultats à ceux d'un simple miroir sphérique de même diamètre.
- Dans une deuxième partie, on cherche à comprendre comment les turbulences atmosphériques peuvent amoindrir de manière conséquente les performances du télescope étudié précédemment. On y voit comment relier les variations d'indice optique aux variations de masse volumique, puis on étudie une modélisation de l'atmosphère turbulente et on voit son influence sur le télescope.
- Dans la troisième partie, on étudie de manière plutôt qualitative un système permettant de corriger les décalages de phase induits par les turbulences atmosphériques pour limiter leur influence.

Le sujet dans son ensemble n'est pas facile. Les questions sont nombreuses et de difficultés inégales. Un certain nombre de questions en apparence faciles sont en fait délicates. Certaines questions (en particulier la question 29) sont très calculatoires. Il est souvent fait appel au sens physique et une part importante du programme de physique est abordée : optique (géométrique et ondulatoire), électromagnétisme dans les milieux matériels (hors programme en PSI, mais tous les éléments sont donnés par l'énoncé), mécanique des fluides et du point. Ce sujet est particulièrement adapté pour faire un bilan des connaissances lors de la préparation des écrits.

INDICATIONS

Partie I

- 2 Le rayon est simplement \overline{CS} ...
- 4 Il y a 3600 secondes d'arc dans un degré.
- 5 Compter l'encombrement à partir de M_2 .
- 6 Bien repérer les positions relatives des points pour faire le dessin.
- 7 La question est beaucoup plus simple qu'elle n'en a l'air.
- 8 Attention, $|\overline{A_2B_2}_{\max}| > D/2$! Considérer tous les rayons provenant de M_2 tangents aux bords de l'orifice de M_1 .
- 12 Il y a une erreur de signe dans l'énoncé : il faut obtenir $\alpha - X/f'$ et non $\alpha + X/f'$.
Par ailleurs I_0 n'est pas l'intensité en O' mais l'intensité maximale.

Partie II

- 17 Utiliser le fait que, pour une onde plane progressive, $\vec{B} = \frac{1}{c}(\vec{u} \wedge \vec{E})$ où \vec{u} est le vecteur unitaire de la direction de propagation.
- 23 Les ondes sonores sont forcément des ondes de compression.
- 26 L'énoncé attend la distance entre les deux parties des surfaces de phase.
- 27 La grandeur attendue est l'angle d'inclinaison de la partie des surfaces de phase non parallèle à (Ox) .
- 29 Découper l'intégrale en $2N + 1$ intervalles : $\llbracket (p - 1/2)r_0 ; (p + 1/2)r_0 \rrbracket$.
- 30 Supposer que les δn_p sont indépendants. On se souviendra que la somme de N complexes de même module et d'argument aléatoire tend vers 0 quand N tend vers l'infini.
- 31 Utiliser le résultat de la question 30.

Partie III

- 36 Penser à la longueur du train d'onde.
- 37 Supposer que les séparatrices n'induisent aucun déphasage.
- 39 Attention, la réponse à cette question et à la suivante ne sont pas aussi simples qu'elles pourraient le paraître !

I. ÉTUDE ET PROPRIÉTÉS DES TÉLESCOPIES

1. Étude d'un miroir sphérique

1 On considère qu'un système optique est utilisé dans les conditions de Gauss quand les rayons incidents sont suffisamment peu inclinés par rapport à son axe optique, et proche de ce dernier. On parle de rayons paraxiaux.

L'approximation de Gauss revient à considérer que tous ces angles sont suffisamment petits pour que l'on puisse effectuer un développement au premier ordre des expressions les concernant ($\sin i \approx \tan i \approx i$ et $\cos i \approx 1$).

2 Le foyer image est le point où converge un faisceau incident parallèle à l'axe optique. Inversement, un objet placé au foyer objet donne un faisceau émergent parallèle à l'axe optique. Ces deux foyers sont nécessairement placés sur l'axe optique, car le rayon confondu avec ce dernier n'est pas dévié par définition.

| Rappelons qu'un dispositif optique n'a pas nécessairement de foyers.

Pour trouver l'abscisse du foyer image F' , il suffit de placer un objet à l'infini, ce qui revient à faire tendre \overline{SA} vers $-\infty$, ce qui implique

$$0 + \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

soit

$$\boxed{\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}}$$

Pour trouver l'abscisse du foyer objet F , il suffit de considérer que son image est à l'infini, soit $\overline{SA'} = -\infty$. Ceci aboutit aussi à

$$\boxed{\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = \overline{SF'}}$$

Puisque R est \overline{CS} par définition, on a

$$\boxed{f = -\frac{R}{2}}$$

| Le miroir sphérique possède en effet cette particularité d'avoir un foyer image et un foyer objet confondus.

3 On peut considérer qu'un faisceau incident est parallèle quand les surfaces d'onde au niveau du miroir sont assimilables à des plans. En effet, la phase des différents rayons incidents au niveau du miroir impose la phase des rayons émergents au niveau du miroir et donc leur direction via le théorème de Malus.

Les surfaces de phase des ondes provenant de la source A sont des sphères centrées sur le point A. Pour des excursions angulaires faibles, on peut localement assimiler

ces surfaces à des plans. L'angle sous lequel on voit le miroir depuis A est de l'ordre de R/L . Pour que la condition des angles faibles soit remplie, il faut donc

$$L \gg R$$

Cette condition est remplie pour tous les objets qu'un astronome peut bien avoir envie d'observer.

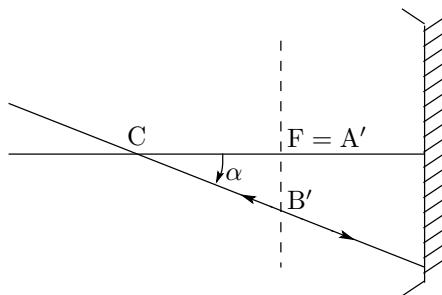
Il est important d'utiliser ici le rayon du miroir dans le sens \overline{SC} plutôt que le rayon de sa forme perpendiculairement à l'axe optique.

Une autre manière de démontrer ceci, qui n'était manifestement pas celle attendue par l'énoncé, est de considérer la formule de conjugaison et de chercher à trouver les conditions sur L pour lesquelles le point A' est très proche de F' , soit $A'F' \ll R$. On aboutit au même résultat.

Si cette condition est vérifiée, l'image de la source A est alors confondue avec le foyer.

[4] On sait que, puisque l'objet A est à l'infini sur l'axe optique, son image A' est au foyer du miroir. Par ailleurs, puisque la source B est elle aussi à l'infini, son image est nécessairement dans le plan focal du miroir. Pour connaître sa position, on trace le rayon provenant de B qui passe par le centre du miroir. Comme celui-ci n'est pas dévié, le point B' se trouve à l'intersection entre le rayon et le plan focal. L'expression de la tangente dans le triangle $CA'B'$ donne

$$\tan \alpha = \frac{A'B'}{R/2}$$



soit, dans l'approximation de Gauss et vu l'orientation de l'axe des x ,

$$\overline{A'B'} = -\alpha \frac{R}{2}$$

L'angle α_{\min} recherché est celui pour lequel $A'B'$ vaut h , soit

$$\alpha_{\min} = \frac{2h}{R} = 6,0 \times 10^{-7} \text{ rad} = 0,12''$$

| Le pouvoir de résolution de l'œil humain est de l'ordre de la minute d'angle.

2. Étude d'un télescope

[5] Écrivons la relation de conjugaison du miroir M_2 pour le couple (A_1, A_2)

$$\frac{1}{S_2 A_1} + \frac{1}{S_2 A_2} = \frac{2}{S_2 C_2}$$

Comme A est à l'infini sur l'axe optique, A_1 est en F_1 . On a par conséquent

$$\frac{1}{S_1 A_1} = \frac{S_1 C_1}{2}$$