

Circuits linéaires en courant continu

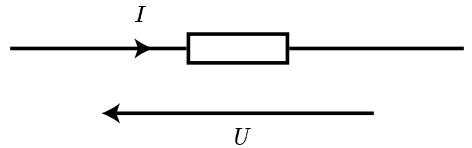
1. Définitions

- ★ Un générateur de tension est un générateur aux bornes duquel la tension est constante quelque soit le courant qui le traverse.
- ★ Un générateur de courant est un générateur délivrant un courant constant quelque soit la tension à ses bornes.
- ★ Un dipôle linéaire est un dipôle dont la tension u à ses bornes et le courant i qui le traverse sont liés par une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Exemples de dipôles linéaires : résistance, bobine, condensateur, générateur de tension, générateur de courant, ...
- ★ Un circuit est dit linéaire s'il est constitué de dipôles linéaires.
- ★ Un noeud est un point liant au moins trois dipôles.
- ★ Une branche est un ensemble de dipôles en série, situés entre deux noeuds successifs.

2. Puissance électrocinétique instantanée "reçue" par un dipôle

Convention récepteur :

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t)$$

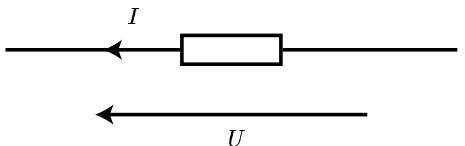


Si $\mathcal{P}(t) > 0$, le dipôle a un comportement récepteur.

Si $\mathcal{P}(t) < 0$, le dipôle a un comportement générateur.

Convention générateur :

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t)$$



Si $\mathcal{P}(t) > 0$, le dipôle a un comportement générateur.

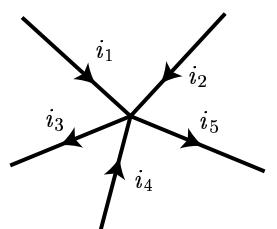
Si $\mathcal{P}(t) < 0$, le dipôle a un comportement récepteur.

3. Lois de KIRCHHOFF

★ Loi des noeuds :

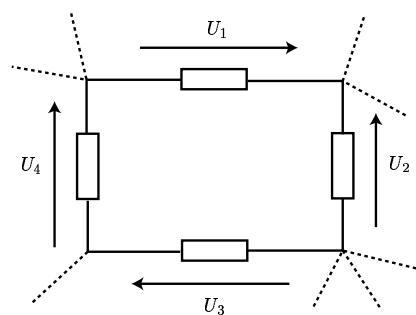
$$\sum_j \varepsilon_j i_j = 0$$

avec $\varepsilon_j = 1$ si le courant i_j entre dans le noeud et $\varepsilon_j = -1$ si le courant i_j sort du noeud.



★ Loi des mailles :

$$U_4 = -U_1 + U_2 - U_3$$



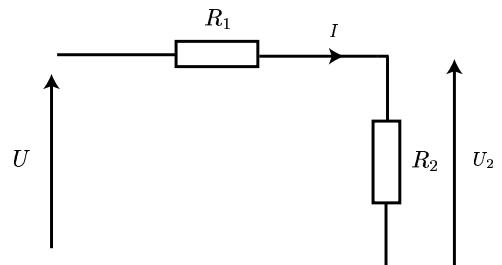
4. Générateurs

- ★ Générateur libre de tension : est un générateur dont la force électromotrice e est indépendante du courant qui le traverse.
- ★ Générateur libre de courant : est un générateur dont le courant électromoteur est constant quelque soit la tension à ses bornes.
- ★ Générateur lié de tension : est un générateur dont la force électromotrice dépend d'une grandeur électrique u ou i associé à un autre élément du circuit.
- ★ Générateur lié de courant : est un générateur dont le courant électromoteur dépend d'une grandeur électrique u ou i associé à un autre élément du circuit.

5. Diviseur de tension - Diviseur de courant

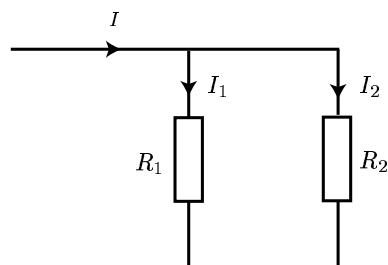
- ★ On a un diviseur de tension si le même courant circule dans les résistances R_1 et R_2 :

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$



- ★ On a un diviseur de courant si on a la même tension aux bornes de R_1 et R_2 :

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$



6. Théorèmes généraux

- ### 6.1. Théorème de superposition
- : En régime permanent, l'intensité du courant dans une branche d'un circuit linéaire, est la somme algébrique des intensités obtenues lorsqu'on éteigne tous les générateurs libres sauf un. De même pour la tension aux bornes d'une branche.

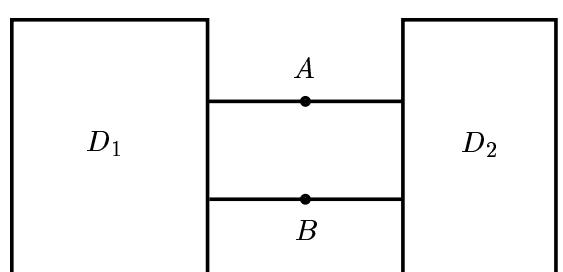
Éteindre un générateur de tension libre revient à le remplacer par un interrupteur fermé.

Éteindre un générateur de courant libre revient à le remplacer par un interrupteur ouvert.

6.2. Théorème de THÉVENIN et théorème de NORTON

Considérons deux dipôles D_1 et D_2 tels que :

- D_1 est un circuit **linéaire** comportant entre autres des générateurs libres et/ou liés à des paramètres de D_1 .
- D_2 peut être un circuit linéaire ou non.



* **Modélisation de THÉVENIN** : On peut modéliser le circuit D_1 en associant en série :

- un générateur de force électromotrice E_{th} : tension à vide aux bornes de D_1 (D_2 étant remplacé par un interrupteur ouvert) ;

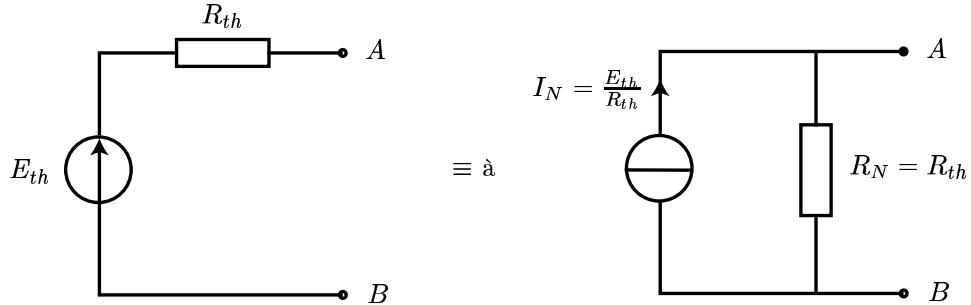
- une résistance R_{th} : résistance équivalente à D_1 en éteignant tous les générateurs **libres** de D_1 .

* **Modélisation de NORTON** : On peut modéliser le circuit D_1 en associant en parallèle :

- un générateur de courant électromoteur I_N : courant de court-circuit dans un fil liant A et B ;

- une résistance $R_N = R_{th}$: résistance équivalente à D_1 en éteignant tous les générateurs **libres** de D_1 .

On peut montrer que :



Remarques : 1) le passage de la représentation THÉVENIN à la représentation NORTON ou inversement permet de simplifier les circuits.

2) Les théorèmes généraux sont applicables pour les circuits linéaires en régime continu ou en régime sinusoïdal établi et non en régime transitoire.

6.3. Loi des noeuds en termes de potentiels

6.3.1. Expression de la loi des noeuds

Exemple :

Loi des noeuds :

$$I_1 + I_2 + \eta = 0$$

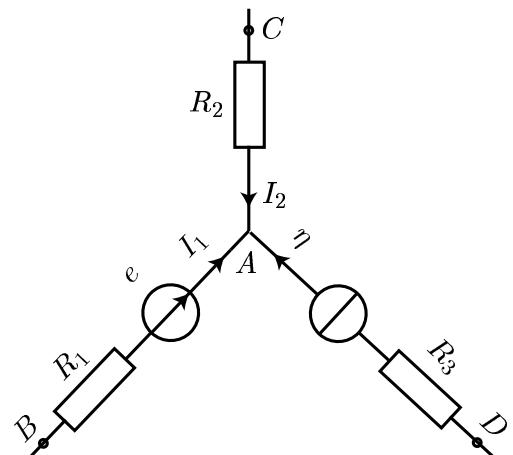
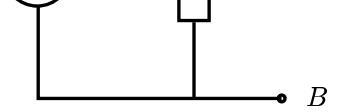
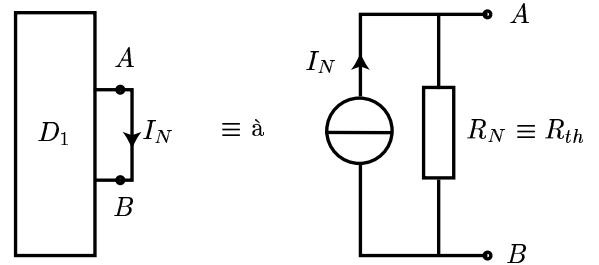
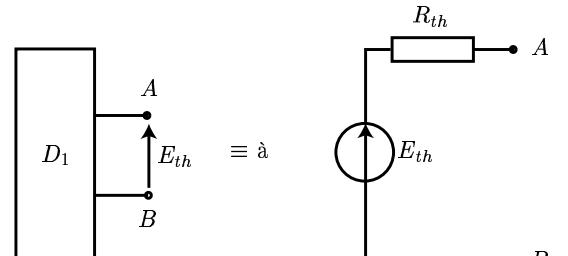
or :

$$I_1 = \frac{U_B - U_A + e}{R_1} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{U_c - U_A}{R_2}$$

d'où :

$$\frac{U_B - U_A + e}{R_1} + \frac{U_c - U_A}{R_2} + \eta = 0 \quad (1)$$

Remarque : Avec N noeuds, on a N relations de types ci-dessus. Comme on ne peut mesurer que des différences de potentiels, on peut se fixer un potentiel de référence (en général la masse), ce qui implique



qu'on aura $N - 1$ équations indépendantes (Lois des noeuds) à $N - 1$ inconnues (les différences de potentiels).

6.3.2.Théorème de MILLMAN

De la relation (1) ci-dessus, on en déduit le théorème de MILLMAN appliqué en A :

$$U_A = \frac{\frac{U_B + e}{R_1} + \frac{U_C}{R_2} + \eta}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Remarque : Attention aux sens des forces électromotrices et des courants électromoteurs.