Habib
Kadi

TD de Thermodynamique SMPC
Série n° 5

Exercice 1 : Un solide métallique de masse m = 1 kg, de capacité thermique massique à pression constante $C = 880\ J.\ Kg^{-1}$, et de température $T_0 = 300\ K$, est mis en contact, à pression constante, avec une source de chaleur de température $T_1 = 373\ K$. A un instant donné, le solide est en équilibre thermique avec la source.

1°) Calculer ~~la variation d'~~l'entropie du solide ;

2°) Calculer ~~la variation~~ d'entropie créée.

3°) Le solide est à la température initiale $T_0 = T_1 (1-\varepsilon)$, avec $\varepsilon \ll 1$. On rappelle que le développement limité au 2ème ordre : $\ln(1+\varepsilon) = \varepsilon - \varepsilon^2/2$.

A l'état d'équilibre thermique, déterminer en fonction de m, C et ε

a- l'entropie échangée avec la source,

b- l'entropie de création. La création de l'entropie et commenter le resultat obtenue.

Exercice 2 : Un piston horizontal de masse négligeable est maintenu dans un cylindre verticale, de section $S = 100\ cm^2$, mobile sans frottement. Une masse $m = 1\ g$ d'un gaz parfait monoatomique, de masse molaire $M = 4\ g$, est initialement enfermée dans le cylindre, dans les conditions $T_0 = 300\ K$, la pression, $P_0 = 1\ atm = 10^5\ Pa$ est considéré constante atmosphérique extérieure est considérés ~~constante. Les parois du cylindre et du piston sont imperméables à la chaleur.~~

1°) On impose une surcharge de poids 1000 N, brusquement le gaz est comprimé d'une façon isotherme vers un nouvel état d'équilibre (P_1, V_1, T_1).

a- Calculer le taux de compression $x = P_1/P_0$,

b- Appliquer la loi de Mariotte est déduire la hauteur du piston h_1 au dessus du fond du cylindre dans ce nouvel état d'équilibre en fonction de V_0, S et x ;

c- Calculer le travail reçu par le gaz au cours de cette transformation irréversible ;

d- Calculer ~~la variation~~ d'entropie créée ;

2°) La surcharge est appliquée progressivement jusqu'à atteindre la pression P_1.

a- Montrer que le piston atteint la même position h_1 trouvée précédemment ;

b- Calculer le travail reçu par le gaz dans ce cas.

c- Montrer que $W_{irr} - W_{rév} = T_0 S_{cré}$

Exercice 3 : ~~On considère~~ un système constitué par une masse de 1 kg, supposé gaz parfait, est enfermé dans un cylindre dont on peut faire varier le volume, grâce à un pison. Le système subit le cycle réversible de Carnot ABCD :

- AB : transformation isotherme (la température au point A est $T_1 = 300\ K$) ;
- BC : transformation adiabatique réversible ;
- CD : transformation isotherme (la température au point C est T_2) ;
- DA : transformation adiabatique réversible.

Les pressions du gaz dans les états A, B, C sont respectivement $P_A = 1$ atm, $P_B = 3$ atm et $P_C = 9$ atm. On donne c_p chaleur spécifique à pression constant $= 10^3$ J. $kg^{-1}.K^{-1}$ et $\gamma = 1,4$.

1°) Représenter le cycle étudié dans le diagramme de Clapeyron et dans le diagramme entropique ;

2°) Déterminer la température T_2 de l'isotherme CD et la pression P_D au point D.

3°) Calculer les quantités de chaleurs et les travaux durant chaque transformation du cycle.

4°) Calculer les variations d'entropie du gaz, au cours des quartes transformations du cycle.

5°) Calculer le rendement thermodynamique du cycle par 2 méthodes.

Exercice 4 : Dans une machine à air, une masse d'air de 1 kg supposée gaz parfait décrit le cycle des transformations réversibles suivantes :

- Compression isotherme de l'état 1 ($P_1 = 1$ atm, $T_1 = 350$ K) à l'état 2 ($P_2 = 8$ atm, T_1) ;
- Echauffement isobare de l'état 2 à l'état 3 ($T_3 = 1400$ K) ;
- Détente adiabatique de l'état 3 à l'état 4 ;
- Refroidissement isobare de l'état 4 à l'état 1.

1°) Représenter le cycle étudié dans le diagramme (P, V), le graphique peut être corrigé quand on connaitra les résultats de 3°) ;

2°) Calculer la ~~capacité thermique~~ La chaleur molaire à pression constante de l'air

3°) Déterminer la pression, le volume et la température de l'air dans les états 1, 2, 3 et 4 ;

4°) Calculer les variations de l'énergie interne ΔU et de l'entropie ΔS pour chacune des quatres transformations du cycle. Vérifier que l'on a $\Delta U_{cycle} = 0$ et $\Delta S_{cycle} = 0$.

On donne : rapport des chaleurs massiques de l'air : $\gamma = 7/5$; constante des gaz parfaits : $R = 8,32$ J. $mole^{-1}.K^{-1}$. Dans les conditions normales, volume molaire gazeux = 22 , 4 L ; masse du litre d'aire : 1,3 g ; 1 atm $= 10^5$ N/m².

Exercice 5 (série 5) : Travail réversible et irréversible Exercice 2

Un cylindre vertical droit muni d'un piston de masse négligeable et de section $S = 100$ cm², égale à la section du cylindre, renferme une masse $m = 1$ kg d'un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 4$ g.mol^{-1} et de facteur calorifique $\gamma = 1,4$. Le cylindre est maintenu à une température constante $T_0 = 20$ °C et sous la pression atmosphérique $P = P_0 = 1$ Bar. Le gaz se trouve alors initialement dans un état d'équilibre 1 caractérisé par P_0, V_0 et T_0.

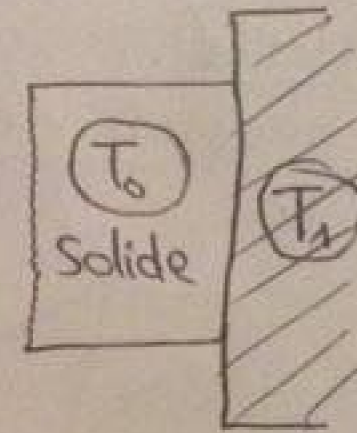
On exerce brusquement sur le piston une force $F = 1000$ N, le gaz subit une compression très rapide qui le fait passer à l'état 2 caractérisé par P_1, V_1 et T_0.

1. Calculer le taux de compression $x = P_1/P_0$.
2. Calculer le travail reçu par le gaz lors de cette transformation irréversible.
3. Calculer l'entropie Se échangée sous la température T0 et la pression P0.
4. En imaginant un processus réversible qui fait passer le système de l'état (P0,V0,T0) à l'état (P1,V1,T0), calculer la variation d'entropie du gaz ainsi que le travail mis en jeu.
5. Déduire la création d'entropie Si du gaz.
6. Montrer que Wirr – Wrév = T0Si. Commenter ce résultat.
7. Montrer que la détente irréversible d'un gaz parfait produit moins de travail que la détente réversible.

6)

1 **Thermodynamique** — série n°5 :

Exercice ① :



① La création de l'entropie est dû à la nature du transformation.

on a $dS = \delta S^e + \cancel{\delta S^i} = \delta S^e$ ($\delta S^i = 0$)

donc $dS = \delta S^e = \dfrac{\delta Q}{T} = \dfrac{mc\,dT}{T}$

$$\boxed{\Delta S_{sys} = mc \ln \frac{T_1}{T_0}}$$

ou bien :
$dU = -PdV + TdS$
$dS = \dfrac{dV}{T} = \dfrac{mc\,dT}{T}$

on a $\Delta S = S^i + S^e = S^i \geqslant 0$

$= \Delta S_{sys} + \Delta S_{source}$

$= mc \ln \dfrac{T_1}{T_0} + \displaystyle\int \frac{\delta Q_{source}}{T_1}$

$\boxed{\Delta S_{sys} = 11,7\,J/K}$

$= mc \ln \dfrac{T_1}{T_0} + \displaystyle\int \frac{-Q_{sys}}{T_1}$

$= mc \ln \dfrac{T_1}{T_0} - \dfrac{1}{T_1}\displaystyle\int Q_{sys} = mc \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - \frac{1}{T_1}\left(mc(T_1 - T_0)\right)$

$$\boxed{S^i = mc\left[\ln \frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{T_0}{T_1}\right] \geqslant 0} = 19,4\,J/K = \Delta S_{créée}$$

③ on a $T_0 = T_1(1-\varepsilon)$

$$S^i = mc\left(\ln \frac{T_1}{T_0} + \frac{T_0}{T_1} - 1\right) = mc\left[-\ln \frac{T_1(1-\varepsilon)}{T_1} + \frac{T_1(1-\varepsilon)}{T_1} - 1\right]$$

$$\boxed{S^i = mc\left(-\ln(1-\varepsilon) - \varepsilon\right)}$$

Habib Kadi

$\ln(1-X) = 0 + (-1)\cdot X + (-1)\dfrac{X^2}{2!} + \dots$

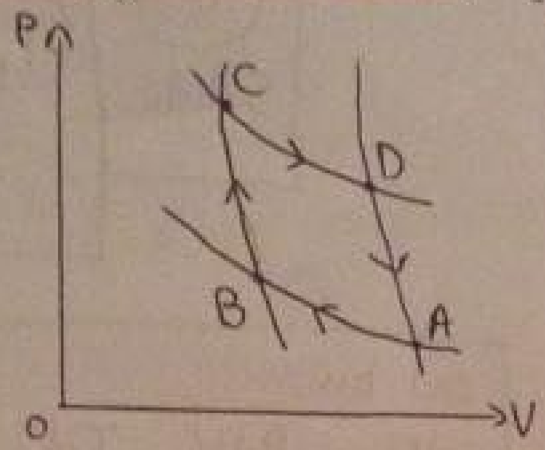
$\ln(1-\varepsilon) = -\varepsilon - \dfrac{\varepsilon^2}{2}$

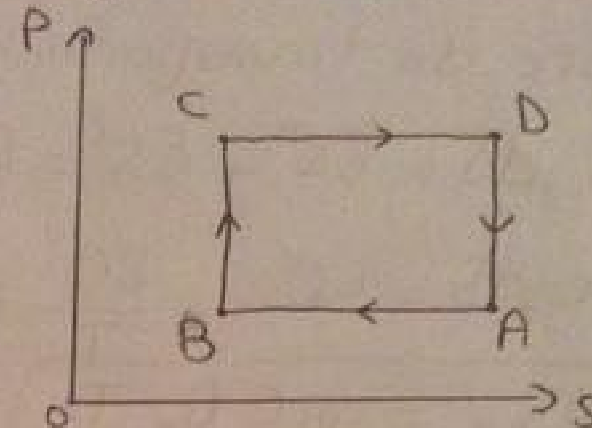
$S^i = mc\left(\varepsilon + \dfrac{\varepsilon^2}{2} - \varepsilon\right) = m\cdot c\cdot \dfrac{\varepsilon^2}{2} \Longleftrightarrow \boxed{S^i = mc\dfrac{\varepsilon^2}{2}}$

Plus ε est petit, moin il y a des irréversibilité.

Exercice 3 :

1) Le diagramme de Clapeyron : | Le diagramme entropique :





2) on a $T_B^{\gamma} P_B^{1-\gamma} = T_C^{\gamma} P_C^{1-\gamma}$

donc $T_C = \boxed{T_B \left(\frac{P_B}{P_C}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D} \Rightarrow \boxed{T_D = T_C = 410,6\,K}$

et on a $T_D^{\gamma} P_D^{1-\gamma} = T_A^{\gamma} \cdot P_A^{1-\gamma} \Leftrightarrow \boxed{P_D = P_A \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$

donc $\boxed{P_D \simeq 3\,atm}$

Habib
Kadi

3) * $W_{AB} = -Q_{AB} = -\int P dV = -mRT \ln \frac{V_B}{V_A} = -mRT_1 \ln \frac{P_A}{P_B}$

$W_{AB} = -m c_p \frac{(\gamma-1)}{\gamma} T_1 \ln \frac{P_A}{P_B}$

$\boxed{W_{AB} = 94,2\,kJ} \Rightarrow \boxed{Q_{AB} = -94,2\,kJ}$ car $\Delta U = 0$ $T = cte$

$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_p}{C_v}$
$c_p - c_v = r$
$C_p - C_v = R$
$C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$
$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

* $\boxed{Q_{BC} = 0} \Rightarrow W_{BC} = \Delta U = m c_v (T_C - T_B)$

$\Rightarrow \boxed{W_{BC} = 79,01\,kJ}$

* $W_{CD} = -mRT_C \ln \frac{V_D}{V_C} = -mRT_C \ln \frac{P_C}{P_D}$ et $\boxed{Q_{CD} = 128,9\,kJ}$

$\boxed{W_{CD} \doteq -128,9\,kJ}$

* $\boxed{Q_{DA} = 0} \Rightarrow W_{DA} = \Delta U_{DA} = m c_v (T_A - T_D)$

$\Rightarrow \boxed{W_{DA} = 79,01\,kJ}$

donc $\boxed{Q_{cycle} = 34,73\,kJ}$ et $\boxed{W_{cycle} = -34,73\,kJ}$

② **Thermodynamique** — **serie 5 :**

④ $\ast\ \Delta S_{AB} = \dfrac{Q_{AB}}{T_A} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{AB} = -0{,}31\ kJ/K}$

$\ast\ \boxed{\Delta S_{BC} = \Delta S_{DA} = 0}$ $\quad \ast\ \Delta S_{CD} = \dfrac{Q_{CD}}{T_C} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{CD} = 0{,}31\ kJ/K}$

⑤ Le rendement thermodynamique du cycle:

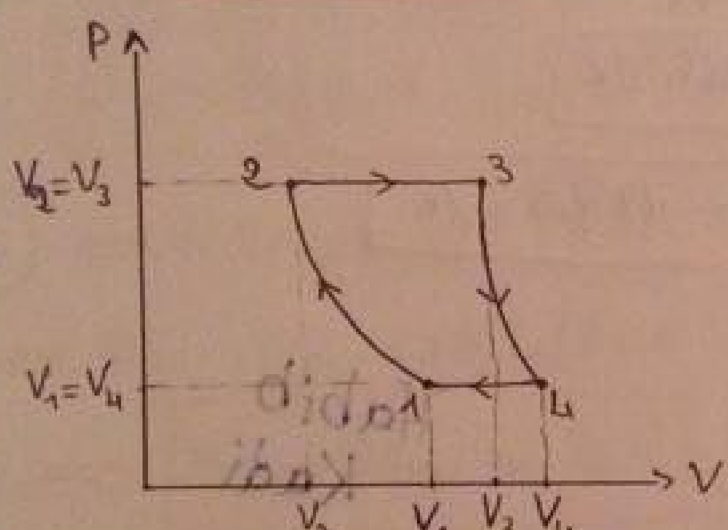
$\varepsilon = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ ① ou $\varepsilon = \dfrac{-W}{Q_{CD}}$ ②

Habib Kadi

$$\boxed{\varepsilon = 0{,}27}$$

Exercice ④ : $M = 22{,}4 \times 1{,}3 = 29{,}12\ g/mol$ $\quad \boxed{1mol \rightarrow 22{,}4\ l}$

① $\boxed{M = 29{,}12\ g/mol}$



① P_1, T_1, V_1 $\quad m = 1kg$

② $P_2\ ;\ T_2 = T_1$ $\quad \dfrac{C_p}{C_v} = 1{,}4$

③ $P_3 = P_2\ ;\ T_3 = 1400K\ ;\ V_3$

④ $P_4 = P_1$

② La chaleur molaire à pression constante de l'air:

$\mathcal{C}_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1} = \dfrac{1{,}4 \times 8{,}32}{1{,}4 - 1} \Leftrightarrow \boxed{\mathcal{C}_p = 29{,}12\ J/mol.K}$

$\mathcal{C}_v = \dfrac{R}{\gamma - 1} = \dfrac{8{,}32}{1{,}4 - 1} \Leftrightarrow \boxed{\mathcal{C}_v = 20{,}8\ J/mol.K}$

③ $\ast\ P_1 V_1 = n R T_1 = m r T_1$

$\Rightarrow V_1 = \dfrac{m r T_1}{P_1} = \dfrac{R}{M} m \dfrac{T_1}{P_1} \Leftrightarrow \boxed{V_1 = 1\ m^3}$

$\ast\ P_2 V_2 = m r T_1 \Rightarrow V_2 = \dfrac{m r T_1}{P_2} \Leftrightarrow \boxed{V_2 = 0{,}12\ m^3}$

$\ast\ V_3 = \dfrac{m r T_3}{P_3} \Leftrightarrow \boxed{V_3 = 0{,}49\ m^3}$

* $P_4 V_4^{\gamma} = P_3 \ V_3^{\gamma} \Rightarrow V_4 = V_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1/\gamma}$

$\Rightarrow \boxed{V_4 = 2{,}2 \, m^3}$

4 * $\boxed{\Delta U_{12} = 0}$

* $\Delta U_{23} = m c_v (T_3 - T_2) \Rightarrow \boxed{\Delta U_{23} = 750 \, kJ}$

* $\Delta U_{34} = W_{34} = -\int P dV = \frac{P_4 V_4 - P_3 V_3}{\gamma - 1} \Rightarrow \boxed{\Delta U_{34} = -450 \, kJ}$

* $\Delta U_{41} = m c_v (T_1 - T_4) \Rightarrow \boxed{\Delta U_{41} = -299 \, kJ}$

* $\boxed{\Delta S_{34} = 0}$

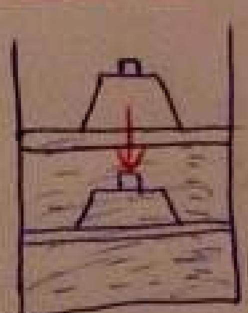
* $\Delta S_{12} = \frac{Q_{12}}{T_1} = -\frac{W_{12}}{T_1} = -m r T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{12} = -6048 \ J/K}$

* $\Delta S_{23} = m c_p \ln \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{23} = 1386 \ J/K}$

* $\Delta S_{41} = m c_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta S_{41} = -787{,}5 \ J/K}$

Exercice 2

Habib Kadi



$(P_0 ; T_0 ; V_0) \Rightarrow (P_1, T_0, V_1)$

1 Le taux de compression $x = P_1 / P_0$:

on a $F = P_0 S + \text{Force} \Rightarrow P_1 S = P_0 S + \text{Force}$

donc $\boxed{\frac{P_1}{P_0} = 1 + \frac{F}{P_0 S} = X}$

2 on $\delta W = -P_{ext} \cdot dV \Rightarrow W = -P_1 (V_1 - V_0) = -P_0 X V_0 \left(\frac{V_1}{V_0} - 1\right)$

$\Rightarrow W = -P_0 V_0 X \left(\frac{1}{X} - 1\right) \Rightarrow \boxed{W_{irr} = P_0 V_0 (X - 1)}$

③ Thermodynamique serie 5:

Habib Kadi

③ on a $\delta S_e = \frac{\delta Q_{irr}}{T_0} = -\frac{\delta W_{irr}}{T_0}$

donc $S_e = -\frac{W_{irr}}{T_0} = \frac{P_0 V_0}{T_0}(1-X) = mR(1-X)$

④ $\Delta S = \int \frac{\delta Q_{rev}}{T} = \int \frac{P}{T} dV = \int mR \frac{dV}{V} = mR \ln \frac{V_1}{V_0}$

avec $\delta Q = mC_v \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV$

$= \frac{mRT}{T} \frac{dV}{V}$

$\boxed{\delta Q = mR \frac{dV}{V}}$

donc $\boxed{\Delta S = -mR \ln X}$

avec $\boxed{X = \frac{P_1}{P_0} = \frac{V_1}{V_0}}$

⑤ $S^i = \Delta S - S_e = -mR \ln X - mR(1-X)$

$\boxed{S^i = mR(X-1-\ln X)}$

⑥ on a $W_{irr} = RT_0(X-1)$ et $W_{rev} = mRT_0 \ln X$

donc $W_{irr} - W_{rev} = mRT_0(X-1-\ln X)$

$\Rightarrow \boxed{W_{irr} - W_{rev} = T_0 S^i} \geq 0 \Leftrightarrow \boxed{W_{irr} \geq W_{rev}}$

⑦