

SERIE D'EXERCICES N° 27 : THERMODYNAMIQUE : CORPS PUR DIPHASE EN EQUILIBRE

Exercice 1 : détente d'une vapeur d'eau dans une machine à vapeur.

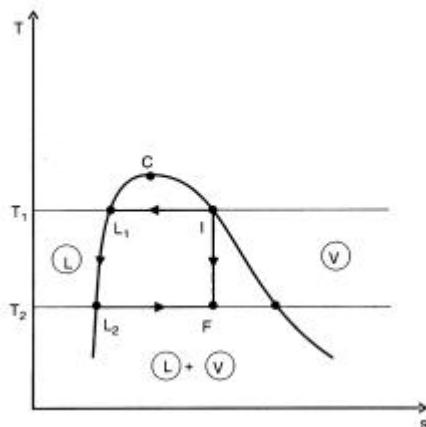
Dans un cycle de machine à vapeur, la phase motrice est une détente de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile. Cette détente est suffisamment rapide pour que les transferts thermiques n'aient pas le temps d'être quantitatifs : nous supposons donc la détente adiabatique. Pour simplifier, nous la supposons aussi réversible, ce qui suppose notamment que les frottements sont négligeables. Il en résulte que la détente est isentropique.

Dans le diagramme entropique (T, s) de la figure, l'évolution isentropique $I \rightarrow F$ est représentée par le segment vertical IF . L'état initial I correspond à une vapeur saturante sèche ($x_{V1} = 1$) à la température $T_1 = 485\text{ K}$ (à la pression $P_1 = f(T_1) = 20\text{ bar}$). L'état final F correspond à une vapeur saturante à la température $T_2 = 373\text{ K}$ (à la pression $P_2 = f(T_2) = 1\text{ bar}$). Calculer le titre en vapeur x_{V2} dans l'état final dans les deux cas suivants :

- on dispose des tables thermodynamiques complètes ci-dessous :

| | | Liquide juste saturé $x_V = 0$ | | | Vapeur saturante-sèche $x_V = 1$ | | |
|-----|-----|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| T | p | v_L | h_L | s_L | v_V | h_V | s_V |
| K | bar | $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ}.\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ | $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ}.\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ |
| 485 | 20 | $1,18 \cdot 10^{-3}$ | 909 | 2,45 | 0,0998 | 2 801 | 6,35 |
| 373 | 1 | $1,04 \cdot 10^{-3}$ | 418 | 1,30 | 1,70 | 2 676 | 7,36 |

- on ne dispose cette fois que de l'enthalpie massique de vaporisation à $T_1 = 485\text{ K}$: $l_1 = 1\,892\text{ kJ}.\text{kg}^{-1}$; à $T_2 = 373\text{ K}$: $l_2 = 2\,258\text{ kJ}.\text{kg}^{-1}$ et de la capacité thermique massique de l'eau $c = 4,18\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ (supposée indépendante de la température); on envisagera dans ce cas le chemin IL_1L_2F indiqué sur le diagramme entropique ci-dessous :



- Comparer les résultats obtenus dans les deux cas.

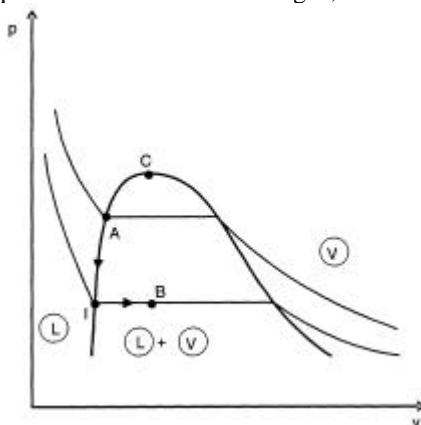
Exercice 2 : détente de Joule-Kelvin d'un fréon dans une machine frigorifique.

Dans une machine frigorifique, un fréon (chlorofluoroalcan) subit une détente de Joule-Kelvin de l'état A à l'état B (voir le diagramme de Clapeyron ci-dessous).

x désignant le titre en vapeur, on donne $T_A = 303\text{ K}$; $P_A = f(T_A) = 7,5\text{ bar}$; $x_A = 0$; $T_B = 263\text{ K}$; $P_B = f(T_B) = 2,2\text{ bar}$; l'enthalpie massique de vaporisation à $T = 263\text{ K}$ notée $l_{263} = 159\text{ kJ}.\text{kg}^{-1}$ et la capacité thermique massique du fréon liquide $c = 0,96\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ (supposée indépendante de la température).

Calculer :

- le titre massique en vapeur x_B dans l'état final ;
- la création d'entropie massique lors de la détente envisagée, commenter son signe.



Exercice 3 : détente d'un liquide dans le vide.

On place une ampoule contenant $m = 0,01 \text{ kg}$ d'eau liquide dans une enceinte indéformable de volume V maintenue au contact d'un thermostat à la température $T_0 = 373 \text{ K}$. Initialement l'enceinte est vide et l'eau dans l'ampoule est à la température T_0 et sous une pression initiale P_0 égale à la pression de vapeur saturante $P_0 = f(T_0) = 1,0 \text{ bar}$. On assimile la vapeur d'eau à un gaz parfait de masse molaire $M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$. On donne l'enthalpie de vaporisation de l'eau à la température T_0 : $\Delta_v = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$. On néglige le volume massique de l'eau liquide devant le volume massique de la vapeur d'eau. On donne $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

1.a) Calculer la valeur particulière V_C du volume V pour que dans l'état d'équilibre final, l'eau soit à la température T_0 et à la pression de vapeur saturante $P_0 = f(T_0) = 1,0 \text{ bar}$, avec un titre en vapeur $x_{VF} = 1$.

b) Calculer pour l'évolution $I \rightarrow F$ correspondante :

- le transfert thermique Q algébriquement reçu par l'eau ;
- la variation d'entropie de l'eau, l'entropie échangée par l'eau avec le thermostat, l'entropie créée ; conclure.

2. On suppose que le volume V est inférieur à la valeur V_C déterminée au 1. Déterminer le titre en vapeur dans l'état d'équilibre final en fonction de V et V_C .

3. On suppose cette fois que le volume V est supérieur au volume V_C . Déterminer la pression dans l'état d'équilibre final en fonction de $P_0 = f(T_0) = 1,0 \text{ bar}$, V et V_C .

Exercice 4 : détente isochore d'une vapeur d'eau saturante.

Un récipient fermé et indéformable, de volume $V = 1,00 \text{ L}$, contient de la vapeur d'eau saturante dans l'état initial I ($T_1 = 485 \text{ K}$, $P_1 = f(T_1) = 20 \text{ bar}$, $x_{VI} = 1$). On le met en contact avec un thermostat à la température $T_0 = 373 \text{ K}$. Déterminer :

a) l'état d'équilibre final F ;

b) le transfert thermique Q algébriquement reçu par l'eau ;

c) la variation d'entropie de l'eau, l'entropie échangée par l'eau, l'entropie créée au cours de l'évolution $I \rightarrow F$, commenter.

On utilisera les tables thermodynamiques de l'eau données à l'exercice 1.

Exercice 5 : transitions de phase de l'eau.

Au point triple, la température de l'eau est $T_T = 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$ et la pression $P_T = 6,1 \cdot 10^{-3} \text{ bar}$.

Soit une quantité d'eau vapeur de masse m sous la pression $P_0 = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ bar}$ à la température de $0,00 \text{ }^\circ\text{C}$. Comprimons progressivement de manière isotherme cette masse jusqu'à une pression de 2 bar .

Décrire les phénomènes observés et schématiser sur un diagramme (P, T), d'après le cours, le chemin suivi par le système.

Donner l'allure de la courbe $P = f(t)$ pour cette transformation (t est le temps et on s'inspirera des résultats du TP 26).

Exercice 6 : glaçons dans un verre d'eau.

Des glaçons flottent à la surface de l'eau dans un verre. Que peut-on en conclure quant à la masse volumique de l'eau solide et de l'eau liquide ? Lorsque les glaçons ont fondu, le niveau de l'eau dans le verre est-il monté ? descendu ? resté inchangé ?

Exercice 7 : diagramme de l'eau pure.

Le document donné en annexe représente le diagramme température-entropie massique ($\theta (\text{ }^\circ\text{C})$, $s (\text{kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$) d'une masse $m = 1 \text{ kg}$ d'eau pure.

Sur ce diagramme figurent :

- en trait renforcé, les courbes d'ébullition (titre en vapeur $x_V = 0$: liquide juste saturé) et de rosée (titre en vapeur $x_V = 1$: vapeur saturante sèche), se rejoignant au point critique ;
- en trait fin continu, dans le domaine d'équilibre liquide-vapeur, les réseaux d'isotrites en vapeur : $0 < x = x_V = \text{cte} < 1$;
- en trait fin continu, dans tout le domaine du diagramme, un réseau d'isenthalpes $h = \text{cte}$ (h est l'enthalpie massique) et un réseau d'isobares $P = \text{cte}$, confondus avec les isothermes dans le domaine d'équilibre liquide-vapeur (équilibre diphasé monovariant) ;
- en trait fin pointillé, dans tout le domaine du diagramme, un réseau d'isochores $v = \text{cte}$ (v est le volume massique).

Une masse d'eau juste saturante (vapeur saturante sèche) de masse $m = 1 \text{ kg}$ initialement maintenue à la pression $P = 20 \text{ bar}$ est détendue de manière adiabatique réversible, donc isentropique, jusqu'à la pression $P = 0,5 \text{ bar}$.

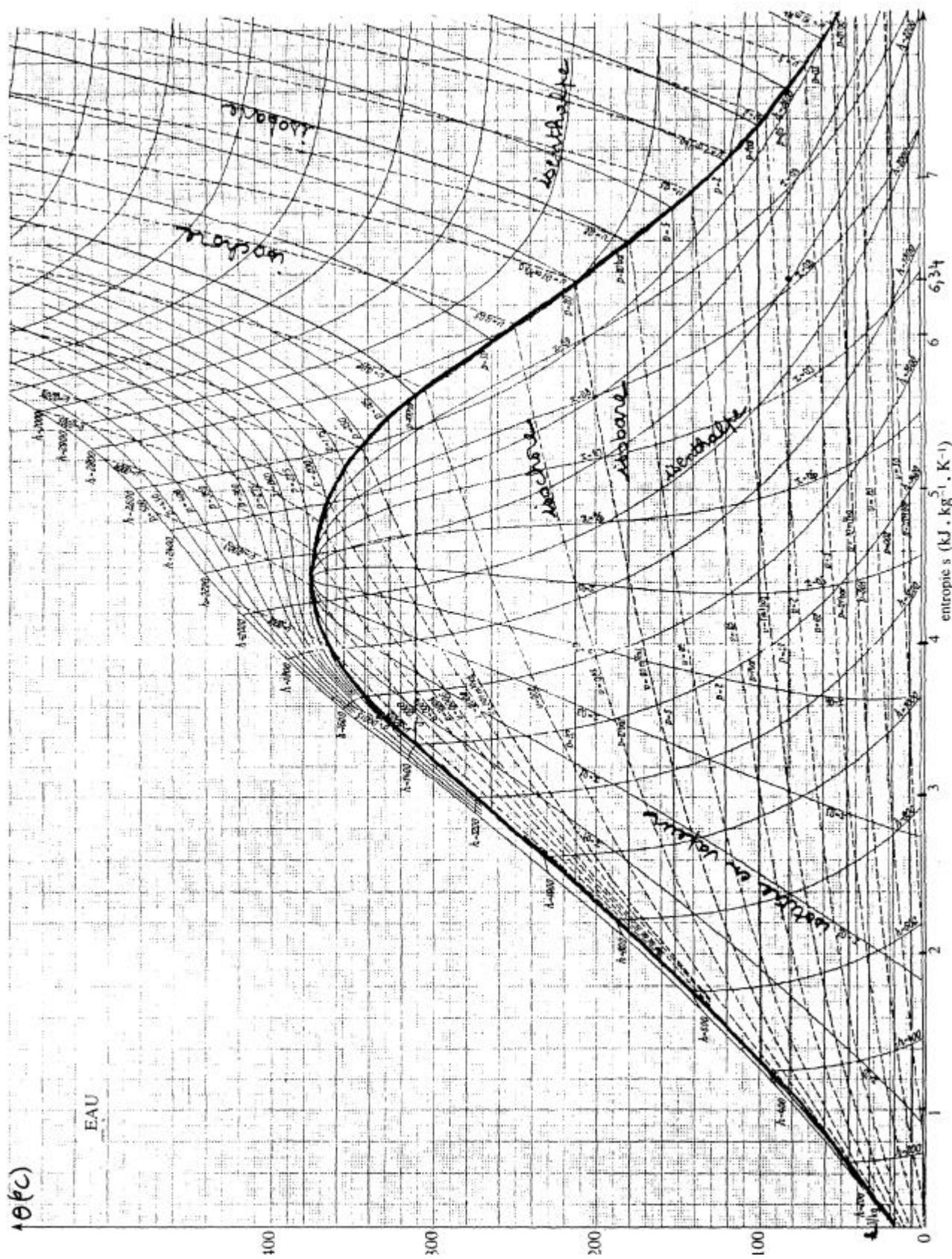
1. En utilisant le diagramme, déterminer les caractéristiques de l'état initial et de l'état final et porter les résultats dans le tableau proposé :

| | $\theta (\text{ }^\circ\text{C})$ | x_V | $P (\text{bar})$ | $s (\text{kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ | $h (\text{kJ.kg}^{-1})$ | $v (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$ |
|--------|-----------------------------------|-------|------------------|---|-------------------------|---------------------------------------|
| état 1 | | | 20 | | | |
| état 2 | | | 0,5 | | | |

Note : pour la détermination de x_{V2} on pourra utiliser le théorème des moments ou extrapolier les valeurs de x_V entre deux isotrites ; pour la détermination de v_2 on extrapolera les valeurs de v entre deux isochores.

2. En déduire les variations des fonctions d'état du système au cours de la transformation : Δs , Δh et Δu .

Annexe : diagramme température-entropie massique de l'eau pure.



Réponses.

Exercice 1.

1) $x_{V2} = \frac{sv(T_1) - sl(T_2)}{sv(T_2) - sl(T_2)} = 0,833 \cdot 2$) $x_{V2} = \frac{T_2}{l_2} \left(\frac{l_1}{T_1} - c \ln \frac{T_2}{T_1} \right) = 0,826 \cdot 3$) La cohérence des résultats valide les approximations faites pour la phase liquide.

Exercice 2.

$$1) x_B = \frac{c(T_A - T_B)}{l_{263}} = 0,242 \cdot 2) s_B - s_A = c \ln \frac{T_B}{T_A} + x_B \frac{l_{263}}{T_B} = 10,4 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} = S_{\text{créée}} > 0 .$$

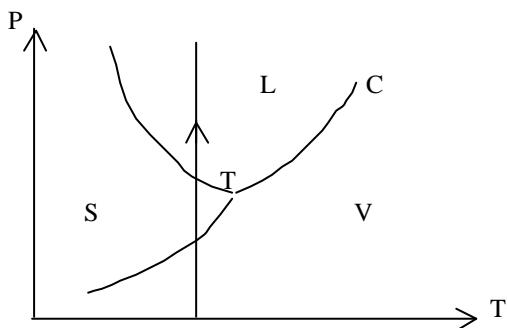
Exercice 3.

$$1.a) V_c = \frac{m R T_0}{M P_0} = 17,2 \text{ L} . 1.b) Q_{\text{eau}} = m l_v - P_0 V_c = 21,3 \text{ kJ} ; \Delta S_{\text{eau}} = \frac{m l_v}{T_0} = 61,7 \text{ J.K}^{-1} ; S_{\text{échangée}} = \frac{Q_{\text{eau}}}{T_0} = 57,1 \text{ J.K}^{-1} ; \\ S_{\text{créée}} = \Delta S_{\text{eau}} - S_{\text{échangée}} = 4,6 \text{ J.K}^{-1} > 0 . 2) x_{Vf} = \frac{V}{V_c} . 4) P = P_0 \frac{V_c}{V} .$$

Exercice 4.

$$a) x_{VF} = \frac{vv(T_1) - VL(T_0)}{vv(T_0) - VL(T_0)} = 5,81 \cdot 10^{-2} . b) Q_{\text{eau}} = \frac{V}{vv(T_1)} [x_{VF} h_V(T_0) + (1 - x_{VF}) h_L(T_0) - h_V(T_1)] + V (P_1 - P_0) = -20,7 \text{ kJ} . \\ b) \Delta S_{\text{eau}} = \frac{V}{vv(T_1)} [x_{VF} s_V(T_0) + (1 - x_{VF}) s_L(T_0) - s_V(T_1)] = -47,1 \text{ J.K}^{-1} ; S_{\text{échangée}} = \frac{Q_{\text{eau}}}{T_0} = -55,5 \text{ J.K}^{-1} ; \\ S_{\text{créée}} = \Delta S_{\text{eau}} - S_{\text{échangée}} = 8,4 \text{ J.K}^{-1} > 0 .$$

Exercice 5.



On a d'abord une compression isotherme de la vapeur, puis une condensation $V \rightarrow S$ (palier en diagramme (P,t)), puis une compression isotherme du solide, puis une fusion $S \rightarrow L$ (palier en diagramme (P,t)), puis une compression isotherme du liquide.

Exercice 6.

Niveau inchangé.

Exercice 7.

- 1) Théorème des moments : $x_V = \frac{LM}{LV} = 0,81$ ou par extrapolation entre les isotrites : $x_{V2} = 0,81$.
- 2) $\Delta s = 0$; $\Delta h = h_2 - h_1 = -600 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $\Delta u = \Delta h + P_1 v_1 - P_2 v_2 = -550 \text{ kJ.kg}^{-1}$.