

Equilibre Solide - Liquide

Exercice 1 : Fusion de la glace

Une masse $M_s = 1,00\text{kg}$ de glace, initialement à la température $t_1 = -20^\circ\text{C}$, est placée au contact d'un thermostat de température $t_0 = 0^\circ\text{C}$. En fin de transformation, la masse M_s est entièrement liquide.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace : $l_{\text{fus}}(P_0=1\text{bar}, t_0) = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$, capacité thermique de la glace (supposé constante) : $c_g = 2,09 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

→ Calculer la variation d'enthalpie ΔH de la masse M_s au cours de cette évolution.

Exercice 2 : Equilibre Eau-Glace

Un calorimètre thermiquement isolé et de capacité thermique négligeable contient une masse $M_L = 1,00\text{kg}$ d'eau liquide, initialement à la température $t_2 > t_0 = 0^\circ\text{C}$. Une masse $M_s = 1,00\text{kg}$ de glace, initialement à la température $t_1 = -20^\circ\text{C}$, est ajoutée dans le calorimètre.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace : $l_{\text{fus}}(P_0=1\text{bar}, t_0) = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$, capacité thermique de la glace et de l'eau (supposées constantes) : $c_g = 2,09 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, et $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

→ Déterminer et calculer la température minimale $t_{2\text{min}}$ de la masse M_L d'eau liquide pour laquelle, à l'équilibre, toute l'eau est sous forme liquide.

Exercice 3 : Formation de glace

Un cylindre aux parois diathermanes (laisse passer la chaleur) est plongé dans un bain eau-glace à la température $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Ce cylindre contient $n = 1 \text{ mol}$ d'un gaz parfait diatomique, initialement à la pression $P_1 = 3 \text{ bar}$. On réalise une détente réversible du gaz jusqu'à ce que sa pression soit $P_2 = 1 \text{ bar}$.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace sous la pression atmosphérique $l_{\text{fus}} = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

1. Exprimer le transfert thermique Q échangé par le gaz avec le bain eau-glace au cours de la détente. Le calculer.
2. En déduire la masse m_g de glace formée dans le bain eau-glace.

Exercice 4 : Mesure de chaleur latente de fusion

Un calorimètre, de capacité thermique $C = 84 \text{ J.K}^{-1}$, contient une masse $m_1 = 530\text{g}$ d'eau liquide à la température $t_1 = 25^\circ\text{C}$. On y introduit une masse $m_2 = 49\text{g}$ de glace à la température $t_2 = 0^\circ\text{C}$. La température d'équilibre mesurée et $t_f = 16,5^\circ\text{C}$.

Données : Capacité thermique de l'eau (liq) $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

→ Exprimer puis calculer la chaleur latente de fusion l_{fus} de l'eau, sous la pression atmosphérique.

Exercice 5 : Cessation de surfusion

On parle d'un état surfondu de la matière lorsque celle-ci reste à l'état liquide alors que sa température est descendue sous son point de solidification. Il s'agit d'un état métastable : une simple perturbation (vibration, poussière, ...) suffit à déclencher la solidification du liquide. Une masse m d'eau se trouve ainsi dans un état surfondu à la température $t_1 = -5^\circ\text{C}$, sous la pression atmosphérique. L'introduction d'un germe de glace fait cesser la surfusion, une masse m' de glace se forme alors.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace sous la pression atmosphérique $l_{\text{fus}} = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$, Capacité thermique de l'eau liquide $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Ecrire la variation d'enthalpie ΔH de l'eau au cours de la transformation. On considérera un état intermédiaire où l'eau est liquide, à la température $t_0 = 0^\circ\text{C}$.
2. En supposant la transformation suffisamment rapide pour être adiabatique, en déduire l'expression puis la valeur numérique du rapport m'/m .
3. Exprimer la variation d'entropie ΔS de l'eau au cours de la transformation. Quel est son signe ? Interpréter.

Exercice 6 : Fusion de glace dans un calorimètre

On place dans un calorimètre une masse $M = 1\text{kg}$ d'eau liquide à la température $t_1 = 20^\circ\text{C}$ ainsi qu'un bloc de glace de masse m à la température $t_2 = 0^\circ\text{C}$. La capacité thermique du calorimètre est négligeable devant celle de l'eau et de la glace introduites.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace sous la pression atmosphérique $l_{\text{fus}} = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$, Capacité thermique de l'eau liquide $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. En supposant que dans l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide, déterminer en fonction des données la température finale t_f .
2. Calculer la masse m de glace pour laquelle on obtient de l'eau liquide à 0°C dans l'état final.
3. On prend $m = 0,5\text{kg}$. Déterminer la température finale t_f ainsi que la composition du système à l'équilibre.

Exercice 7 : Machine à glaçons

Une machine frigorifique fonctionne réversiblement entre une source froide, constituée par une grande masse d'eau sous forme liquide à la température $t_0 = 0^\circ\text{C}$, et une source chaude constituée par l'air extérieur à la température $t_1 = 20^\circ\text{C}$. La puissance de la machine est $P = 1\text{kW}$.

Données : Chaleur latente massique de fusion de la glace sous la pression atmosphérique $l_{\text{fus}} = 334 \text{ J.g}^{-1}$, Capacité thermique de l'eau liquide $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Exprimer et calculer le transfert thermique Q_f échangé sur une durée $\Delta t = 5 \text{ min}$ par la machine avec la source froide, en supposant que sa température reste égale à $t_0 = 0^\circ\text{C}$.
2. En déduire la masse m_g de glace formée en $\Delta t = 5 \text{ min}$ par la machine.

Equilibre Liquide - Vapeur

Exercice 8 : Transformations d'un système diphasé

On donne le tableau de données thermodynamiques suivant, relatif à l'eau :

	$t = 80^\circ\text{C}$	$t = 115^\circ\text{C}$
$P_{\text{SAT}} (10^3 \text{ Pa})$	47,39	169,1
$v_{\text{liq}} (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$1,029 \cdot 10^{-3}$	$1,056 \cdot 10^{-3}$
$v_{\text{vap}} (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	3,407	1,037
$h_{\text{liq}} (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	334,9	482,5
$h_{\text{vap}} (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	2644	2699
$s_{\text{liq}} (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	1,075	1,473
$s_{\text{vap}} (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	7,612	7,183

Un récipient indilatable de volume $V = 1,00 \text{ m}^3$ contient une masse $m = 1 \text{ kg}$ d'eau à la température $t_1 = 80^\circ\text{C}$. Le volume v_{vap} fourni correspond au volume de la vapeur saturante.

- Justifier le fait que le système est diphasé
- Calculer les masses de phase liquide m_{liq} et vapeur m_{vap} .

On met le récipient en contact avec un thermostat à la température $t_2 = 115^\circ\text{C}$.

- Quel est l'état final du système ? Calculer les nouvelles masses m'_{liq} et m'_{vap} .
- Calculer le transfert thermique Q reçu par le système
- Calculer l'entropie créée $S_{\text{créée}}$.

Exercice 9 : Vaporisation d'une masse d'eau

Une masse $m = 1 \text{ g}$ d'eau est contenue sous forme liquide dans un cylindre thermostaté à la température $t_1 = 100^\circ\text{C}$, sous la pression $P_0 = 1 \text{ atm}$. Par un déplacement très lent du piston jusqu'au volume V_1 , on réalise la vaporisation totale de l'eau.

Données : $L_{\text{vap}}(100^\circ\text{C}) = 2,25 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- En assimilant la vapeur d'eau à un gaz parfait, déterminer et calculer le volume V_1 .
- Exprimer puis calculer le transfert thermique Q et le travail échangés par l'eau.
- Exprimer puis calculer la variation d'entropie ΔS de l'eau, l'entropie échangée S_{ech} et l'entropie créée S_c .

On place maintenant directement la même masse $m = 1 \text{ g}$ d'eau dans un récipient de volume V_1 initialement vide, thermostaté à la température $t_1 = 100^\circ\text{C}$.

- Exprimer puis calculer de nouveau Q' , W' , $\Delta S'$, S'_{ech} et S'_c .

Exercice 10 : Vapeur sèche, vapeur saturante

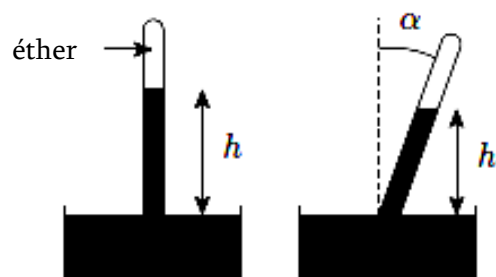
On introduit une masse $m = 4 \text{ g}$ d'eau ($M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) dans un récipient de volume $V = 10 \text{ L}$ initialement vide et on le porte à la température $t_1 = 80^\circ\text{C}$.

Données : $P_{\text{SAT}}(80^\circ\text{C}) = 0,466 \text{ bar}$, $P_{\text{SAT}}(100^\circ\text{C}) = 1 \text{ bar}$.

- Montrer que la vapeur d'eau est saturante. Quelle est la pression P_1 dans le récipient ?
- On porte le récipient à la température $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Quelle est la nature du nouvel état d'équilibre ? Quelle est la pression P_2 ?

Exercice 11 : Vaporisation sur une cuve à mercure

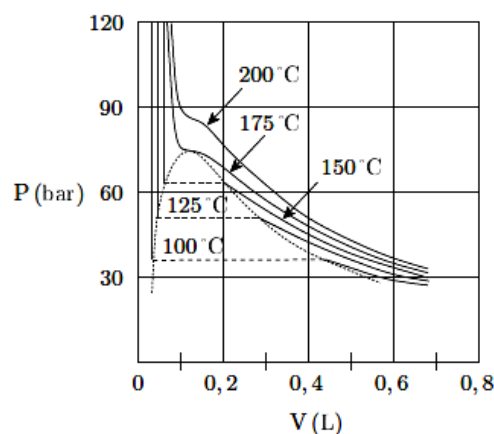
Un tube cylindrique dont l'une des extrémités est fermée est retourné sur une cuve à mercure. La longueur de tube émergée est $L = 1 \text{ m}$, sa section $s = 1 \text{ cm}^2$. La pression atmosphérique ambiante est $P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et la température est $t_0 = 20^\circ\text{C}$. On introduit une masse $m = 74 \text{ mg}$ d'éther, de masse molaire $M = 74 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, à l'intérieur du tube.



- En supposant que l'éther est sous forme vapeur, assimilable à un gaz parfait, déterminer l'équation du second degré vérifiée par la hauteur h de mercure dans le tube.
- Calculer h et vérifier que la vapeur est bien sèche.
- On incline le tube en conservant une longueur émergée égale à L . Calculer la hauteur h' à partir de laquelle la première goutte d'éther apparaît. En déduire l'angle α correspondant.

Exercice 12 : Isotherme d'Andrews

La figure suivante représente un ensemble de courbes expérimentales, appelées isothermes d'Andrews, représentant la pression P d'une mole d'un fluide en fonction du volume V occupé, pour différentes températures. (Tracé dans le diagramme de Clapeyron)



- Déterminer les coordonnées (P_c, V_c) du point critique C.
- Préciser l'état physique du fluide et calculer les titres molaires x_v et x_l de la vapeur et du liquide pour :
 - $V = 0,6 \text{ L}$ et $t = 110^\circ\text{C}$.
 - $P = 110 \text{ bar}$ et $t = 200^\circ\text{C}$
 - $V = 0,2 \text{ L}$ et $t = 125^\circ\text{C}$
- Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante sèche à la pression de 40 bar ?

Calorimétrie

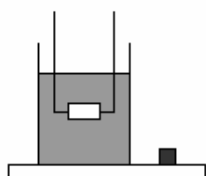
Exo 13 : Mesure de chaleur latente de vaporisation 1

Un récipient calorifugé, de type bouteille isolante, contenant une masse d'eau distillée, est placé sur une balance électronique. Un thermoplongeur (résistance chauffante), supporté par une potence, plonge dans l'eau (sans toucher le récipient). Il est alimenté par un générateur de tension continue. Un voltmètre et un ampèremètre permettant la mesure de l'intensité I du courant qui traverse le thermoplongeur et de la tension U à ses bornes.

On alimente le thermoplongeur et on attend l'ébullition de l'eau. On règle alors U pour avoir une ébullition régulière et lente. On pose alors une masse $m = 3g$ sur le plateau de la balance, à côté du récipient ; on déclenche le chronomètre et on note l'indication de la balance : $m' = 220,12g$. On arrête le chronomètre quand la balance indique $m' - 3g$, soit ici $217,12g$. Il s'est alors écoulé une durée t .

1. Avec $U_1 = 6,00V$ et $I_1 = 2,083A$, on mesure $t_1 = 10,0$ min.

- 1.a) Quelle est l'expression de la puissance P dissipée par effet Joule dans le thermoplongeur ? En déduire la valeur du transfert thermique Q_1 fourni par la résistance à l'eau.



1.b) Calculer la chaleur latente molaire L_m de vaporisation de l'eau dans les conditions de l'expérience (1 bar).

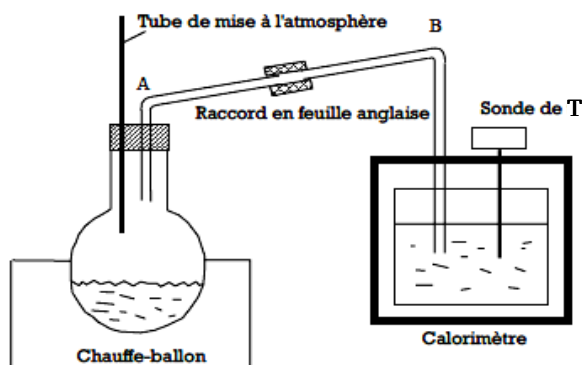
2. La valeur tabulée étant voisine de $40kJ.mol^{-1}$, on décide de tenir compte des pertes thermiques inévitables. Pour cela, on réalise une seconde expérience : avec $U_2 = 9,00V$ et $I_2 = 2,000A$, on mesure $t_2 = 6min44s$ (toujours pour $m = 3g$).

2.a) En faisant l'hypothèse que la puissance thermique P' perdue par l'appareil à cause des fuites est constante, établir le système des deux équations linéaires vérifiées par les inconnues L_m et P' .

2.b) Calculer L_m en fonction de $U_1, I_1, t_1, U_2, I_2, t_2, m$, et M .

Exo 14 : Mesure de chaleur latente de vaporisation 2

La mesure de la chaleur latente de vaporisation peut également se faire par la méthode des mélanges. On envoie de la vapeur dans le calorimètre depuis une « chaudière » (à gauche). L'eau initialement vaporisée vient alors se liquéfier et réchauffer l'eau du calorimètre



On mesure une masse initiale d'eau dans le calorimètre $m_1 = 200g$ à la température $t_1 = 20^\circ C$, la masse équivalente en eau du calorimètre étant évaluée à $\mu = 30g$. A la fin de la manipulation, on mesure une masse de vapeur liquéfiée $m_2 = 20g$, arrivant de la chaudière à la température $t_2 = 100^\circ C$. On donne la capacité thermique de l'eau $C_{eau} = 4,18 kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

1. Faire un bilan d'enthalpie sur l'eau dans le calorimètre, et en déduire la relation entre la chaleur latente de vaporisation $l_{vap}(100^\circ C)$ et les masses et températures du problème.
2. On mesure $T_f = 65^\circ C$ En déduire la valeur de la chaleur latente de vaporisation. Comparer à la valeur théorique (exercice précédent). D'où peuvent provenir les erreurs ?

Exercice 15 : Chaleurs latentes de changement d'état

On dispose d'un calorimètre, parfaitement isolé, rempli d'un mélange eau-glace en équilibre thermique à $0^\circ C$. Il comporte un thermomètre, un agitateur et une résistance chauffante immergés dans le mélange. La capacité calorifique totale du calorimètre et de ses accessoires est μc_e , avec c_e la capacité thermique massique de l'eau liquide (μ représente la valeur en eau du calorimètre). A l'instant initial t_0 , la masse de glace est m_g , la masse totale eau+glace étant M . La résistance chauffante est alors alimentée avec une puissance constante P . Le thermomètre indique une T constante jusqu'à l'instant t_1 qui correspond à la fin de la fusion de la glace. Ensuite, la température augmente jusqu'à la T d'ébullition de l'eau $100^\circ C$ qui se produit à l'instant t_2 .

Données : $c_e = 4,18 kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, $\mu = 200g$, $m_g = 100g$, $M/m_g = 10$, $t_1 - t_0 = 2$ min, $t_2 - t_1 = 30$ min, $t_3 - t_2 = 67min30s$

1. Soit l_f la chaleur latente massique de fusion de la glace. Exprimer l_f en fonction de $M, \mu, m_g, c_e, t_0, t_1, t_2$. Faire l'AN.
2. Une fois la température d'ébullition atteinte (à l'instant t_2), la puissance de chauffage restant constante (égale à P), on suit l'évolution de la masse du calorimètre et de son contenu. On mesure l'instant t_3 qui correspond à une perte de masse $M/2$. Exprimer la chaleur latente massique de vaporisation l_{vap} de l'eau, en fonction de $M, \mu, c_e, t_1, t_2, t_3$. Calculer l_{vap} .

Phénomènes météorologiques

Exo 16 : L'air humide : Climatisation et brouillards

L'air qui nous entoure est humide : c'est un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. Les caractéristiques de l'air humide sont liées aux proportions de chacun des deux constituants. Sauf indication particulière, on considère, dans tout le problème, de l'air humide à la pression atmosphérique $P = 1,013.10^5$ Pa. On supposera dans tout le problème que l'air sec et la vapeur d'eau se comportent comme des gaz parfaits.

I. Grandeurs caractéristiques et propriétés de l'air humide

Soient M_a et M_v , les masses molaires de l'air sec et de l'eau pure. Soient P_a la pression partielle de l'air sec contenu dans un volume V d'air humide à la température T et P_v la pression partielle de la vapeur d'eau du même volume à la même T .

I.1. Justifier que $P = P_a + P_v$

I.2. Soit m_a la masse d'air sec contenue dans le volume V d'air humide à T . On peut alors écrire : $P_a V = m_a R_a T$
Exprimer R_a en fonction de R et M_a . Faire l'AN.
Soit m_v la masse de vapeur d'eau contenue dans le volume V d'air humide à T . On peut alors écrire : $P_v V = m_v R_v T$
Exprimer R_v en fonction de R et M_v . Faire l'AN.

I.3. L'humidité spécifique ω de l'air humide, à la température T , est le rapport de la masse de vapeur d'eau contenue dans un volume V d'air humide à la masse d'air sec contenue dans ce même volume. Elle est donnée en kg d'eau par kg d'air sec. Montrer que l'humidité spécifique s'exprime sous la forme :
$$\omega = A \frac{P_v}{P - P_v}$$
. En déduire l'expression de la constante A et la calculer numériquement.

I.4. La sensation d'un individu de se trouver dans un air plus ou moins humide est directement liée à l'humidité relative ou degré hygrométrique $\varepsilon = P_v/P_{vsat}$, avec P_{vsat} la pression de vapeur saturante de l'eau à la température T de l'air humide. Soit 1 m^3 d'air humide, à $\theta = 15^\circ\text{C}$, dont le degré hygrométrique est égal à 0,85. Calculer numériquement les masses m_a d'air sec et m_v de vapeur d'eau du mélange.

I.5. Un air humide tel que $\varepsilon = 1$, ne peut plus accepter d'eau sous forme vapeur. L'eau supplémentaire renfermée dans l'air humide se présente alors sous forme de gouttelettes d'eau suffisamment fines pour rester en suspension et formant ainsi un brouillard. Tracer, de façon précise sur papier millimétré, la courbe représentative de l'air humide saturé dans le graphe $\omega = f(\theta)$, appelé diagramme de Carrier. Y indiquer, en le justifiant où se trouve la zone de brouillard.

I.6. La température de rosée T_r est la température de l'air humide saturé en humidité. Elle peut être mesurée par un hygromètre à condensation : on place dans l'air humide une petite surface dont on fait varier la température jusqu'à apparition sur celle-ci, de condensat (rosée ou buée) : la température de la surface est alors celle du point de rosée. Calculer le degré hygrométrique d'un air humide à $\theta = 30^\circ\text{C}$ dont la température de rosée est égale à 10°C .

I.7. L'enthalpie de l'air humide tient compte de l'enthalpie de ses constituants définie sur la base des conventions suivantes :
- l'origine de l'enthalpie de l'air sec est prise à 0°C ;
- pour l'eau, l'enthalpie de référence est celle de l'eau liquide à 0°C .

Soient c_{pa} et c_{pv} les capacités thermiques massiques respectives de l'air sec et de la vapeur d'eau.
Soit l la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau.

Donner, en fonction de m_a , m_v , c_{pa} , c_{pv} , l et θ la température en degrés Celsius de l'air humide, l'expression de l'enthalpie massique h de l'air humide.

Donner, en fonction de ω , c_{pa} , c_{pv} , l et θ , l'expression de l'enthalpie spécifique H^* de l'air humide contenant un kilogramme d'air sec.

II. Conditionnement d'air – formation des nuages

Les techniques de climatisation et de conditionnement d'air ont pour objet l'amélioration des conditions de confort. Elles reposent sur des opérations telles que mélange, échauffement, refroidissement ou humidification de l'air humide. Les opérations de mélange d'airs humides sont également à l'origine de

phénomènes météorologiques. En bord de mer, la rencontre de l'air frais et sec provenant de l'intérieur des terres avec de l'air marin fortement humide, produit les brouillards côtiers. D'autre part, l'air humide étant plus léger que l'air sec, il entre, dans son mouvement ascendant, en contact avec de l'air plus froid en altitude : c'est ainsi que se forment les nuages.

II.1. Un réchauffeur apporte, par transfert thermique à pression constante, une quantité d'énergie Q à un kilogramme d'air humide, à la température initiale θ , d'humidité spécifique initiale ω , contenant une masse m_a d'air sec. Exprimer analytiquement (en fonction des paramètres du problème) ω_q l'humidité spécifique et θ_q la température de l'air humide obtenu.

Décrire qualitativement mais en le justifiant comment évolue, au cours de l'opération de chauffage, le degré hygrométrique de l'air humide.

II.2. Une installation de climatisation industrielle assure le réchauffage isobare d'un débit massique de $12.10^3 \text{ kg.h}^{-1}$ d'un air humide entrant à $\theta = 15^\circ\text{C}$ avec un degré hygrométrique $\varepsilon = 0,85$. La température de sortie de l'air est égale à 45°C . Quelle est la puissance du réchauffeur ?

II.3. On mélange deux airs humides de température θ_1 et θ_2 d'humidités spécifiques ω_1 et ω_2 contenant respectivement les masses d'air sec m_{a1} et m_{a2} .

Etablir, en les justifiant, les relations permettant de calculer, en fonction de ω_1 , ω_2 , m_{a1} , m_{a2} et des enthalpies spécifiques H_1^* et H_2^* des constituants, l'humidité spécifique ω_3 et l'enthalpie spécifique H_3^* du mélange.

II.4. On mélange un kilogramme d'air humide dans l'état 1 ($\theta_1 = 35^\circ\text{C}$, $\omega_1 = 0,035 \text{ kg d'eau/kg d'air sec}$), à un kilogramme d'air humide dans l'état 2 ($\theta_2 = 25^\circ\text{C}$, $\omega_2 = 0,0039 \text{ kg d'eau/kg d'air sec}$). Calculer numériquement l'humidité spécifique ω_3 et la température θ_3 du mélange.

II.5. On mélange maintenant une quantité d'air humide dans l'état 4 ($\theta_4 = 40^\circ\text{C}$, $\varepsilon_4 = 1$) à une quantité d'air humide dans l'état 5 ($\theta_5 = 5^\circ\text{C}$, $\varepsilon_5 = 0,2$) contenant également toutes les deux, un kilogramme d'air sec. Calculer numériquement l'humidité spécifique ω_6 et la température θ_6 du mélange. Placer le point obtenu sur le graphe $\omega = f(\theta)$ tracé en I.5. Conclusion.

II.6. Un thermomètre placé dans le mélange obtenu à la question II.5. indique une température supérieure de 3°C à celle déterminée en II.5. Quelle est la raison de cet écart entre la température calculée et la température mesurée ?
A l'aide du graphe $\omega = f(\theta)$ tracé en I.5, en déduire la masse m_e d'eau liquide présente dans le mélange.

Données :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Masse molaire de l'air sec : $M_a = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

Masse molaire de l'eau pure : $M_v = 18 \text{ g.mol}^{-1}$.

Capacité thermique de l'air sec : $c_{pa} = 1006 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

Capacité thermique de la vapeur d'eau (valeur supposée indépendante de la température) : $c_{pv} = 1923 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

Chaleur latente de vaporisation de l'eau : $l = 2500 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Pression de vapeur saturante de l'eau en fonction de sa T :

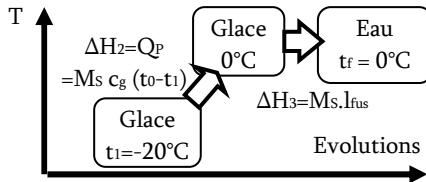
$\theta(^{\circ}\text{C})$	0	5	10	15	20
$P_{vsat}(\text{Pa})$	610	880	1227	1706	2337
$\theta(^{\circ}\text{C})$	25	30	35	40	45
$P_{vsat}(\text{Pa})$	3173	4247	5727	7377	9715

SOLUTION des EXERCICES – TH6 – Changement d'Etat du Corps Pur – Feuille 1/2

Equilibre Solide - Liquide

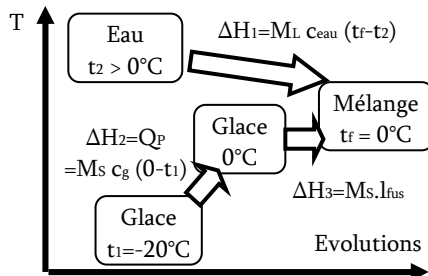
Exercice 1 : Fusion de la glace

→ Bilan d'enthalpie $\Delta H = M_s c_g (t_0 - t_1) + M_s l_{fus} = 374,6 \text{ kJ}$.



Exercice 2 : Equilibre Eau-Glace

On se place dans le cas limite où l'eau suffit tout juste à faire fondre la glace, l'ensemble étant à 0°C à la fin.



Bilan d'enthalpie global :

$$\Delta H = Q_p = 0 = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

Donc : $M_L C_{eau} (tr - t_2) + M_s c_g (0 - t_1) + M_s l_{fus} = 0$

Ainsi : $t_2 = \frac{M_s l_{fus} - M_s c_g t_1}{M_L C_{eau}} = 90^\circ \text{C}$

Exercice 3 : Formation de glace

- On étudie le GP placé dans le cylindre, en transformation isotherme mécaniquement réversible : $\Delta U = CV \Delta T = 0$, et

$$Q = -W = \int P dV = nRT_0 \int \frac{dV}{V} = nRT_0 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Ainsi : $Q = nRT_0 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = nRT_0 \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = 2492 \text{ J}$

- Cette chaleur est absorbée, donc le bain eau+glace doit lui fournir cette énergie : une partie de l'eau (masse m_g) repasse sous forme de glace, mais l'ensemble va rester à température constante (pour un mélange diphasé, donc $T = 0^\circ \text{C}$). On effectue un bilan sur cette eau :

$$Q = m_g L_{fus} = 2492 \text{ J} \Rightarrow m_g = \frac{Q}{L_{fus}} = 7,5 \text{ g}$$

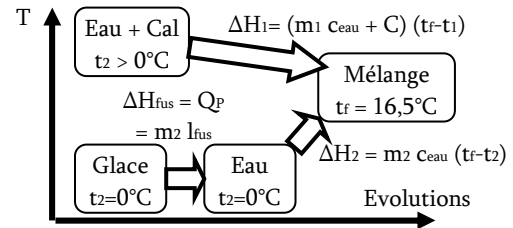
Exercice 4 : Mesure de chaleur latente de fusion

Bilan d'enthalpie à pression constante, comme illustré sur le schéma ci-contre :

$$\Delta H = Q_p = 0 = \Delta H_1 + \Delta H_{fus} + \Delta H_2$$

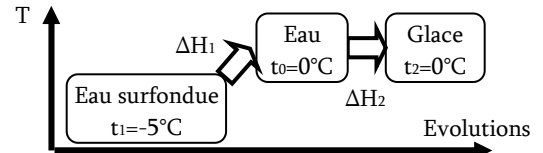
$$(m_1 C_{eau} + C) (t_f - t_1) + m_2 l_{fus} + m_2 C_{eau} (t_f - t_2) = 0$$

Et : $l_{fus} = \frac{-(m_1 C_{eau} + C)(t_f - t_1) - m_2 C_{eau} (t_f - t_2)}{m_2} = 330 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$



Exercice 5 : Cessation de surfusion

- Pour l'eau : $\Delta H_{eau} = \Delta H_1 + \Delta H_2 = m_{Ceau}(t_0 - t_1) - m' l_{fus} = Q_p$.



- Transfo rapide : adiabatique $Q_p = 0$:

$$\frac{m'}{m} = \frac{(t_0 - t_1) c_{eau}}{l_{fus}} = 6,3\%$$

- Variation d'entropie, avec l'identité thermo : $dH = TdS + VdP$.

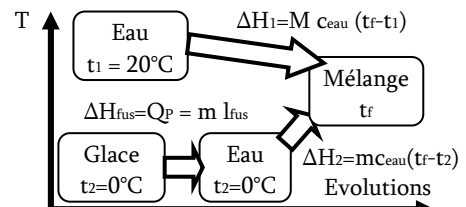
D'où $dS = dS_{eau} + dS_{solidification} = \frac{mc_{eau} dT}{T} + \frac{-m' l_{fus}}{T_0}$

Ainsi : $\Delta S = mc_{eau} \ln \left(\frac{273 + t_0}{273 + t_1} \right) - \frac{m' l_{fus}}{273 + t_0} = 0,8 \text{ mJ} \cdot \text{K}^{-1}$

Son signe est positif, pour un système isolé, cela signifie que la transformation est IRREVERSIBLE ! On ne pourra pas revenir à un état de surfusion...

Exercice 6 : Fusion de glace dans un calorimètre

- Bilan d'enthalpie à P constante : $\Delta H_1 + \Delta H_{fus} + \Delta H_2 = Q_p = 0$



Ainsi : $M C_{eau} (tr - t_1) + m l_{fus} + m C_{eau} (tr - t_2) = 0$

Et : $t_f = \frac{M C_{eau} t_1 + m C_{eau} t_2 - m l_{fus}}{M C_{eau} + m C_{eau}}$

- Pour avoir tout à l'état liquide à la fin : $tr = 0^\circ \text{C}$

$$m = \frac{M C_{eau} t_1}{C_{eau} t_2 - l_{fus}} = 0,25 \text{ kg}$$

- Avec $m = 0,5 \text{ kg}$, l'eau ne suffit pas à tout réchauffer, on reste à $t_f = 0^\circ \text{C}$, et $m_{eau} = 1,25 \text{ kg}$, $m_{glace} = 0,25 \text{ kg}$.

Exercice 7 : Machine à glaçons

- Machine réversible : $\begin{cases} W + Q_C + Q_F = 0 & \text{et} & W = P \Delta t \\ (1^{\text{er}} \text{ et } 2^{\text{nd}} \text{ Principes}) & \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0 & \Rightarrow Q_C = -\frac{T_C}{T_F} Q_F \end{cases}$

Ainsi : $Q_F = \frac{P \Delta t T_F}{T_C - T_F} = 4,1 \cdot 10^3 \text{ kJ}$

- Bilan sur l'eau : $\Delta H_{eau} = -m_g l_{fus} = -Q_F$ (reçu par l'eau)

$$\Rightarrow m_g = \frac{P \Delta t T_F}{l_{fus} (T_C - T_F)} = 12,3 \text{ kg}$$

Equilibre Liquide - Vapeur

Exercice 8 : Transformations d'un système diphasé

1. Supposons que le système soit monophasé :

S'il est complètement liquide, alors son volume serait de $1,029 \text{ L} = 1,029 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Une partie au moins va s'évaporer...

Supposons alors qu'il se soit complètement évaporé, il occuperait au minimum, dans le cas de la vapeur saturante, à $t_1 = 80^\circ\text{C}$, un volume $3,407 \text{ m}^3$, un volume non disponible, une partie au moins va se liquéfier...

Conclusion : Le mélange sera diphasé.

2. Négligeons le volume occupé par le liquide (erreur de l'ordre du millièème...). La vapeur est saturante, à P_{SAT} , on connaît

son volume massique, d'où

$$\begin{cases} m_{\text{vap}} = \frac{V}{v_{\text{vap}}} = 294 \text{ g} \\ m_{\text{liq}} = 1 - m_{\text{vap}} = 706 \text{ g} \end{cases}$$

3. A $t = 115^\circ\text{C}$,

$$\begin{cases} m'_{\text{vap}} = \frac{V}{v'_{\text{vap}}} = 964 \text{ g} \\ m'_{\text{liq}} = 1 - m'_{\text{vap}} = 36 \text{ g} \end{cases}$$

4. Transfert thermique : il a fallu chauffer l'eau, la vapeur, et effectuer les changements de phase

$$\begin{aligned} \Delta H &= m_{\text{vap}} \cdot \Delta h_{\text{vap}} + (m_{\text{vap}} - m'_{\text{vap}}) \cdot \Delta h_{\text{chgt}} + m'_{\text{liq}} \cdot \Delta h_{\text{liq}} \\ \Delta H &= m_v \cdot (h'_v - h_v) + (m_v - m'_v) \cdot (h'_v - h_l) + m'_l \cdot (h'_l - h_l) \\ \Delta H &= 294 \text{ g} \cdot 55 \frac{\text{J}}{\text{g}} + 670 \text{ g} \cdot 2364,1 \frac{\text{J}}{\text{g}} + 36 \text{ g} \cdot 147,6 \frac{\text{J}}{\text{g}} \end{aligned}$$

Et on retrouve la chaleur reçue à volume constant :

$$Q_V = \Delta U = \Delta H - \Delta(PV) = \Delta H - V \Delta P = 1484 \text{ kJ}$$

5. De la même manière, on calcule $\Delta S = 3980,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, alors que l'entropie échangée est $S^{\text{ech}} = Q/T_{\text{ext}} = 3824,8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Ainsi, $S^{\text{créée}} = \Delta S - S^{\text{ech}} = \Delta S - \frac{Q}{T_{\text{ext}}} = 155,8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Exercice 9 : Vaporisation d'une masse d'eau

1. Modèle du GP :

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_0} = \frac{mRT_1}{MP_0} = 1,70 \text{ L}$$

2. On suppose qu'à tout instant, il y a équilibre à la pression de vapeur saturante $P_0 = 1 \text{ bar}$, l'évolution est isobare.

Ainsi :

$$\begin{cases} W = \int -P_{\text{ext}} dV = -P_0 \Delta V = W = -172 \text{ J} \\ \Delta H = m \cdot L_{\text{vap}} = 2,25 \text{ kJ} = Q_P = 2,25 \text{ kJ} \end{cases}$$

3. On a directement : $\Delta S = \frac{\Delta H}{T} = 6,03 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = \frac{Q_P}{T} = S^{\text{ech}}$

ainsi, l'évolution est **REVERSIBLE**, $S^c = 0$.

4. L'évolution se fait maintenant à V constant (système vide +

eau), ainsi :

$$\begin{cases} W' = 0 \Rightarrow \Delta U' = Q' + W' = \Delta H' - V \Delta P \\ \Delta H' = m \cdot L_{\text{vap}} = 2,25 \text{ kJ} \Rightarrow Q' = 2,08 \text{ kJ} \end{cases}$$

Et : $\Delta S' = \Delta S$ (fct d'état), et

$$\begin{cases} S'_{\text{ech}} = \frac{Q'}{T} = 5,57 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \\ S'_c = \Delta S - S'_{\text{ech}} = 0,46 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0 \end{cases}$$

L'évolution est cette fois-ci **IRREVERSIBLE** !

Exercice 10 : Vapeur sèche, vapeur saturante

- Si tout était vaporisé, alors avec le modèle du GP, on aurait une pression $P = nRT/V = mRT/MV = 0,65 \text{ bar} > P_{\text{SAT}}$, donc la vapeur est saturée, et une partie se liquéfie. La pression est en réalité à la valeur $P_1 = P_{\text{SAT}} = 0,466 \text{ bar}$.
- On monte maintenant à $t_2 = 100^\circ\text{C}$, si tout est vaporisé, alors la pression est $P = nRT/V = mRT/MV = 0,689 \text{ bar} < P_{\text{SAT}}$. Ainsi, tout peut rester sous forme vapeur à $P_2 = 0,689 \text{ bar}$.

Exercice 11 : Vaporisation sur une cuve à mercure

1. Bilan sur le mercure : $\vec{F}_{\text{pair}} + \vec{P}_{\text{Hg}} + \vec{F}_{\text{P ether}} = \vec{0}$

$$P_0 S - \mu S h g - \frac{nRT_0}{V_{\text{ether}}} S = 0 \quad \text{et} \quad V_{\text{ether}} = S(L - h)$$

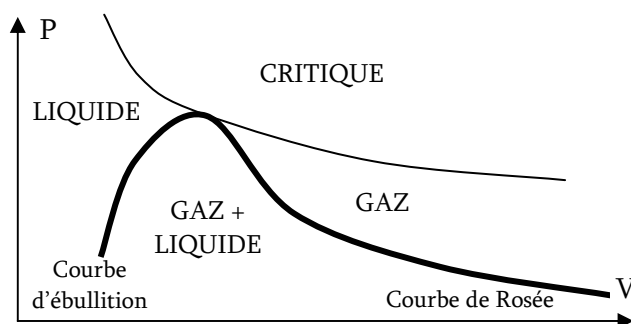
D'où $\mu g h^2 - (P_0 + \mu g L)h + \left(P_0 L - \frac{mRT_0}{MS}\right) = 0$

2. On calcule $h = 43,6 \text{ cm}$, d'où une pression

$$P_1 = 0,432 \text{ bar} < P_{\text{SAT}}, \quad \text{et la vapeur est bien sèche.}$$

3. On a $h' = \frac{P_0 - P_{\text{SAT}}}{\mu g} = 32,0 \text{ cm}$, d'où $\alpha = 56,8^\circ$

Exercice 12 : Isotherme d'Andrews



- On met en évidence les états du fluide sur le graphique ci-dessous. Le point critique est le point au sommet de la courbe, reliant la courbe de rosée (à partir de laquelle la vapeur pure devient saturante et commence à se transformer en liquide) et la courbe d'ébullition (à partir de laquelle le liquide pur commence à s'évaporer).

On lit environ $P_c = 75 \text{ bar}$ et $V_c = 0,1 \text{ L}$.

2. Etat physique du fluide :

2.a) Pour $V = 0,6 \text{ L}$ et $t = 110^\circ\text{C}$, forme gazeuse non saturée, avec $x_v = 1$ et $x_l = 0$.

2.b) Pour $P = 110 \text{ bar}$ et $t = 200^\circ\text{C}$, forme critique, les titres en vapeur et en liquide ne sont pas définis.

2.c) Pour $V = 0,2 \text{ L}$ et $t = 125^\circ\text{C}$, mélange liquide + vapeur, avec $x_v = 0,6$ et $x_l = 0,4$.

3. Vapeur saturante sèche = sur la courbe de rosée. A la pression de 40 bar , on lit $V = 0,39 \text{ L}$.

SOLUTION des EXERCICES – TH6 – Changement d'Etat du Corps Pur – Feuille 2/2

Calorimétrie

Exo 13 : Mesure de chaleur latente de vaporisation 1

- Avec $U_1 = 6,00V$ et $I_1 = 2,083A$, on mesure $t_1 = 10,0$ min.
 - Effet Joule : $P_1 = U_1 I_1 = 12,50W$, et $Q_1 = P_{\text{Joule}} \times t_1 = 7500 J$
 - Bilan d'enthalpie à P constante sur l'eau qui s'est évaporée, tout étant déjà à la température $100^\circ C$:

$$\begin{cases} \Delta H = m \cdot L_m = Q_1 \\ \Delta H = n \cdot L_{\text{vap}} = Q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_{\text{vap}} = \frac{Q_1}{m} = 2500 \text{ kJ.kg}^{-1} \\ L_m = \frac{MQ_1}{m} = 45,0 \text{ kJ.mol}^{-1} \end{cases}$$

- Prise en compte des pertes, seconde mesure :
 - On inclut l'énergie perdue dans le bilan des 2 cas :

Système d'équations :

$$\begin{cases} \Delta H_1 = \frac{m}{M} L_{\text{vap}} = U_1 I_1 t_1 - P' \cdot t_1 \\ \Delta H_2 = \frac{m}{M} L_{\text{vap}} = U_2 I_2 t_2 - P' \cdot t_2 \end{cases}$$

$$P' = U_1 I_1 - \frac{m}{M t_1} L_{\text{vap}} = U_2 I_2 - \frac{m}{M t_2} L_{\text{vap}}$$

- Ainsi :

$$\Rightarrow L_{\text{vap}} = \frac{M}{m} \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2} (U_2 I_2 - U_1 I_1) = 40,8 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

Exo 14 : Mesure de chaleur latente de vaporisation 2

- Bilan d'enthalpie à P constante (ambiante) :

$$\Delta H_{\text{total}} = 0 = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{vap}}$$

Ainsi : $(m_1 + \mu) c_{\text{eau}} (T_f - T_1) - m_l v + m_2 c_{\text{eau}} (T_f - T_2) = 0$

Et
$$l_{\text{vap}} = \frac{(m_1 + \mu) c_{\text{eau}} (T_f - T_1) + m_2 c_{\text{eau}} (T_f - T_2)}{m_2} = 2017 \text{ J.g}^{-1}$$

- Comparaison à la valeur théorique : $l_{\text{vap}} = 2267 \text{ kJ.kg}^{-1}$
 L'ordre de grandeur est bon, mais on a récupéré moins de chaleur que ce à quoi on pouvait s'attendre.
 En effet, tous les effets annexes ont été modélisé par la masse équivalente en eau du calorimètre, qui n'est pas forcément très précise, il y a par exemple une partie de l'eau qui s'est liquéfiée sur les parois du tube et a ensuite glissé...

Exercice 15 : Chaleurs latentes de changement d'état

- Bilan d'enthalpie à P constant (P ambiante) lors de la fonte :

$$\Delta H_{\text{total}} = \cancel{\Delta H_{\text{eau}}} + \Delta H_{\text{glace}} = m_g \cdot l_f = Q_{\text{Joule}} = P(t_1 - t_0)$$

Et lorsque l'on chauffe jusqu'à ébullition :

$$\Delta H_{\text{eau}} = (M + \mu) \cdot c_e \cdot (T_{100} - T_0) = Q_{\text{Joule}} = P(t_2 - t_1)$$

Ainsi :
$$l_f = \frac{(t_1 - t_0)}{(t_2 - t_1)} \left(\frac{M + \mu}{m_g} \right) \cdot c_e \cdot (T_{100} - T_0) = 334,4 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

- De même, on fait un bilan lors de l'évaporation :

$$\Delta H_{\text{total}} = \cancel{\Delta H_{\text{eau}}} + \Delta H_{\text{vap}} = m_{\text{vap}} \cdot l_v = Q_{\text{Joule}} = P(t_3 - t_2)$$

Et :
$$l_v = \frac{(t_3 - t_2)}{(t_2 - t_1)} \frac{(M + \mu)}{M/2} \cdot c_e \cdot (T_{100} - T_0) = 2257,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Phénomènes météorologiques

Exo 16 : L'air humide : Climatisation et brouillards

I. Grandeurs caractéristiques et propriétés de l'air humide

- Evident, la pression partielle est la pression d'un composé si il était seul dans le même volume :

$$P_a + P_v = \frac{n_a RT}{V} + \frac{n_v RT}{V} = (n_a + n_v) \frac{RT}{V} = P$$

$$I.2. P_a V = n_a RT = \frac{m_a}{M_a} RT = m_a R_a T \text{ avec } R_a = \frac{R}{M_a}$$

AN :
$$R_a = \frac{R}{M_a} = \frac{8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}}{29 \text{ g.mol}^{-1}} = 287 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

De même,
$$R_v = \frac{R}{M_v} = \frac{8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}}{18 \text{ g.mol}^{-1}} = 462 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$I.3. \text{Humidité } \omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v}{R_v} \cdot \frac{R_a}{P_a} = A \frac{P_v}{P - P_v} \text{ avec } A = \frac{R_a}{R_v} = 0,62$$

- Nous lisons que $P_{\text{VSAT}} = 1706 \text{ Pa}$ pour un air à $15^\circ C$
 Ainsi, il y a une pression $P_v = \varepsilon P_{\text{VSAT}} = 1450 \text{ Pa}$, avec $\varepsilon = 0,85$,

ce qui donne les masses

$$\begin{cases} m_v = \frac{P_v V}{R_v T} = 10,9 \text{ g} \\ m_a = \frac{(P - P_v) V}{R_a T} = 1210 \text{ g} \end{cases}$$

- Lorsque le degré hygrométrique atteint la valeur 1, l'eau est sous forme de vapeur saturante

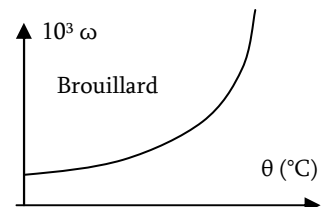
$$\omega_{\text{SAT}} = A \frac{P_{\text{VSAT}}}{P - P_{\text{VSAT}}}$$

On complète le tableau, à l'aide des données de la pression de vapeur saturante :

$\theta (^\circ C)$	0	5	10	15	20
$P_{\text{VSAT}} (\text{Pa})$	610	880	1227	1706	2337
$10^3 \omega_{\text{SAT}}$	3,8	5,4	7,6	10,6	14,6

$\theta (^\circ C)$	20	25	30	40	45
$P_{\text{VSAT}} (\text{Pa})$	2337	3173	4247	7377	9715
$10^3 \omega_{\text{SAT}}$	14,6	20,0	27,1	48,7	65,8

Diagramme de Carrier :



- Aller chercher le point de rosée revient à suivre une évolution horizontale (à P constante) dans le diagramme PT, jusqu'à atteindre la pression de vapeur saturante.

On lit : $P_{\text{SAT}}(10^\circ C) = 1227 \text{ Pa}$. Il s'agit de la pression partielle de l'eau actuellement présente dans l'air humide. Ainsi :

$$\varepsilon = \frac{P_v}{P_{\text{VSAT}}(30^\circ C)} = \frac{1227}{4247} = 0,29$$

I.7. D'après la seconde loi de Joule pour un GP :

$$dH = mc_p dT = mc_p d\theta, \quad \text{car } T = \theta + 273K$$

Avec la convention de l'énoncé, on a pour l'air sec :

$$H_{air} = m_{air} c_{p,air} \theta$$

Mais pour la vapeur, il faut d'abord changer de phase :

$$H_{vap} = m_{vap} l + m_{vap} c_{p,vap} \theta$$

L'enthalpie étant conservative :

$$H = H_{air} + H_{vap} = m_{air} [c_{p,air} \theta + \omega (l + c_{p,vap} \theta)]$$

Et par unité de masse d'air humide :

$$h = \frac{m_{air} [c_{p,air} \theta + \omega (l + c_{p,vap} \theta)]}{m_{air} + m_{vap}} = \frac{c_{p,air} \theta + \omega (l + c_{p,vap} \theta)}{1 + \omega}$$

Pour une masse d'air humide contenant $m_{air} = 1\text{kg}$ d'air sec,

H est appelée l'enthalpie spécifique et est notée :

$$H^* = c_{p,air} \theta + \omega (l + c_{p,vap} \theta)$$

Ainsi, h et H* sont liés par la relation : $h = \frac{H^*}{1 + \omega}$

II. Conditionnement d'air – formation des nuages

II.1. L'humidité spécifique ω ne varie pas tant qu'il ne se produit pas de liquéfaction ou de condensation de l'eau, c'est-à-dire tant que l'air humide reste sous la courbe de saturation.

Ainsi, $\omega = \omega_q = A \frac{P_v}{P - P_v}$ est constante et P_v aussi.

Il s'agit d'un échauffement isobare :

$$Q = m_a \Delta H^* = m_a (1 + \omega) \Delta h$$

D'après l'expression de H*, il vient :

$$Q = m_a [c_{p,air} (\theta_q - \theta) + \omega c_{p,vap} (\theta_q - \theta)]$$

La température de l'air humide est donc :

$$\theta_q = \theta + \frac{Q}{m_a (c_{p,air} + \omega c_{p,vap})} \Rightarrow \theta_q > \theta$$

Comme θ s'élève, P_{vSAT} , qui est une fonction croissante de θ augmente aussi, et le degré hygrométrique $\varepsilon = P_v / P_{vSAT}$ diminue (l'air chaud peut absorber plus d'eau...)

II.2. On peut calculer l'humidité spécifique à 15°C , puis la placer directement sur la figure :

$$P_v = \varepsilon P_{vSAT} (15^\circ\text{C}) = 1450 \text{ Pa} \Rightarrow \omega = 9,0 \cdot 10^{-3}$$

On vérifie que ω se trouve sous la courbe de saturation (pas de brouillard possible dans ce cas...)

Le réchauffage isobare de θ à $\theta_q = 45^\circ\text{C}$ apporte :

$$Q = m_a (c_{p,air} + \omega c_{p,vap}) \Delta \theta$$

La masse d'air humide chauffée par seconde est $D/3600$, ce qui correspond à une masse d'air sec $D/((3600)(1+\omega))$, d'où la puissance du réchauffeur :

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{D}{3600(1+\omega)} (c_{p,air} + \omega c_{p,vap}) \Delta \theta = 101 \text{ kW}$$

II.3. Sous pression atmosphérique, le mélange est isobare. Si l'on suppose le système des deux masses d'air isolé, le mélange est adiabatique :

$$\Delta H = 0 \Rightarrow m_{a1} H_1^* + m_{a2} H_2^* = (m_{a1} + m_{a2}) H_3^*$$

Et il n'y a pas de perte de matière en l'absence de condensation, ce qui donne :

$$\omega_1 = \frac{m_{v1}}{m_{a1}}, \quad \omega_2 = \frac{m_{v2}}{m_{a2}} \Rightarrow \omega_3 = \frac{m_{v1} + m_{v2}}{m_{a1} + m_{a2}}$$

Et ainsi :

$$\omega_3 = \frac{m_{a1} \omega_1 + m_{a2} \omega_2}{m_{a1} + m_{a2}}$$

II.4. Les masses d'air sec étant liées à la masse totale par $m = m_a + m_v = m_a (1 + \omega)$, il vient

$$m_{a1} = \frac{1}{1 + \omega_1} = 0,966 \text{ kg} \quad m_{a2} = \frac{1}{1 + \omega_2} = 0,996 \text{ kg}$$

D'où l'humidité spécifique

$$\omega_3 = 0,019 \left(\frac{\text{kg eau}}{\text{kg air sec}} \right)$$

Et on passe par l'enthalpie pour obtenir la température :

$$\begin{cases} H_1^* = c_{p,a} \theta_1 + \omega_1 (l + c_{p,v} \theta_1) = 125 \text{ kJ.kg}^{-1} \\ H_2^* = c_{p,a} \theta_2 + \omega_2 (l + c_{p,v} \theta_2) = 35,1 \text{ kJ.kg}^{-1} \end{cases}$$

D'où $H_3^* = 79,4 \text{ kJ.kg}^{-1} = c_{p,a} \theta_3 + \omega_3 (l + c_{p,v} \theta_3)$

Et ainsi :

$$\theta_3 = \frac{H_3^* - \omega_3 l}{c_{p,a} + \omega_3 c_{p,v}} = 30,1^\circ\text{C}$$

Ce point est bien sous la courbe de saturation...

II.5. Nouveau mélange : l'état 4 correspond à la saturation

$$(\varepsilon_4 = 1), \text{ donc } \omega_4 = A \frac{P_{vSAT}(40^\circ\text{C})}{P - P_{vSAT}(40^\circ\text{C})} = 0,049$$

L'état 5 est tel que $P_v = \varepsilon_5 P_{vSAT}(5^\circ\text{C}) = 176 \text{ Pa}$

$$\text{Et } \omega_5 = A \frac{P_v}{P - P_v} = 0,0011$$

La formule barycentrique donne désormais ($m_{a4} = m_{a5} = 1\text{kg}$)

$$\omega_6 = \frac{\omega_4 + \omega_5}{2} = 0,025$$

Par les mêmes calculs qu'au II.4, nous obtenons :

$$\begin{cases} H_4^* = 166 \text{ kJ.kg}^{-1} \\ H_5^* = 7,79 \text{ kJ.kg}^{-1} \end{cases} \Rightarrow H_6^* = \frac{H_4^* + H_5^*}{2} = 86,9 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

D'où

$$\theta_6 = \frac{H_6^* - \omega_6 l}{c_{p,a} + \omega_6 c_{p,v}} = 23,3^\circ\text{C}$$

On constate désormais que $\omega_6(\theta_6) > \omega_{SAT}(\theta_6)$, ce qui correspond à la formation de brouillard. Le calcul n'est plus valable puisqu'une partie de l'eau vapeur s'est transformée en eau liquide, il faudrait rajouter la chaleur latente de liquéfaction dans les équations...

II.6. On place un thermomètre dans le mélange (II.5.) et on mesure $\theta'_6 = \theta_6 + 3 = 26,3^\circ\text{C}$, température pour laquelle on lit : $\omega'_6 = \omega_{SAT}(\theta'_6) = 0,022$. La température a donc arrêté de chuter, et on reste sur la courbe de saturation avec un mélange diphasé eau + vapeur d'eau.

La masse d'eau présente sous forme liquide dans le mélange est donc la différence entre la masse initiale de vapeur d'eau et la masse restante de vapeur d'eau après liquéfaction :

$$m_v = \omega_6 (m_{a1} + m_{a2}) \text{ et } m'_v = \omega'_6 (m_{a1} + m_{a2})$$

$$\text{Ainsi : } m_{liq} = m_v - m'_v = (\omega_6 - \omega'_6) (m_{a1} + m_{a2}) = 6 \text{ g}$$