

THERMODYNAMIQUE :

I- COEFFICIENTS THERMODYNAMIQUES :

✓ coefficient de dilatation isobare :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \text{ en } K^{-1}$$

✓ coefficient de compression isochore :

$$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \text{ en } K^{-1}$$

✓ coefficient de compressibilité isotherme :

$$\chi_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \text{ en } Pa^{-1}$$

✓ Relation entre les coefficients thermo-élastiques :

$$\frac{\alpha}{\chi_T \cdot \beta} = p \text{ et } \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_V = -1$$

II-La statique des fluides :

✓ Densité volumique des forces de pression :

$$\vec{f}_p = \frac{d\vec{F}}{d\tau} = -\overrightarrow{grad}(p)$$

✓ Loi de la statique des fluides :

$$\overrightarrow{grad}(p) = \rho \overrightarrow{g}$$

✓ Cas d'un fluide incompressible :

$$p_A - p_B = \rho g(z_B - z_A) \text{ (relation de Pascal)}$$

✓ Cas de l'atmosphère isotherme (fluide compressible) :

$$p(z) = p(0) e^{-\frac{Mgz}{RT_0}}$$

III- Théorie cinétique des gaz parfait :

✓ Pression cinétique :

$$p = \frac{1}{3} n^* m v^{*2}$$

n^* : nombre de particule .

v^* : vitesse quadratique moyenne .

m : masse d'une molécule .

✓ Température cinétique :

$$\langle e_c \rangle = \frac{1}{2} m v^{*2} = \frac{3}{2} kT$$

$\langle e_c \rangle$: énergie cinétique moyenne des molécules.

✓ Equation d'état :

$$p = n^* kT \text{ ou } pV = nRT$$

k : constante de Boltzmann et n : nombre de moles .

✓ Energie interne : $U = E_{c,mic} + E_{p,mic}$

☞ GP monoatomique $He, Ar, Ne \dots$:

$$U = \frac{3}{2} nRT \Rightarrow C_v = \frac{3}{2} nR$$

☞ GP diatomique $He, Ar, Ne \dots$:

$$U = \frac{5}{2} nRT \Rightarrow C_v = \frac{5}{2} nR$$

IV - Premier principe de la thermodynamique :

✓ Enoncé

$$\Delta U = Q + W \text{ ou } dU = \delta Q + \delta W$$

✓ Travail des forces pressante :

$$\delta W = -p_e dV \Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_1}^{V_2} p_e dV$$

avec p_e est la pression extérieure .

✓ Cas d'une transformation réversible :

$$p_e = p \Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

✓ Cas d'une transformation rapide :

$$p \neq p_e ; W_{1 \rightarrow 2} = -p_e(V_2 - V_1)$$

✓ Quantité de chaleur échangée :

$$Q = \Delta U - W \text{ ou } \delta Q = dU + p_e dV$$

✓ Cas d'une transformation isochore :

$$Q_v = \Delta U$$

✓ Cas d'une transformation isobare :

$$Q_p = \Delta H \text{ ou } H = U + pV$$

✓ Transformation réversible d'un GP :

$$dU = C_v dT \Rightarrow \delta Q = C_v dT + p dV$$

$$dH = C_p dT \Rightarrow \delta Q = C_p dT - V dp$$

✓ Relation de Mayer :

$$C_p - C_v = nR \quad \text{ou} \quad C_{pm} - C_{vm} = R$$

$$C_v = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{ou} \quad C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$$

✓ Transformation adiabatique réversible (Loi de Laplace) :

$$pV^\gamma = Cte_1 \quad ; \quad TV^{\gamma-1} = Cte_2 \quad ; \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = Cte_3$$



✓ Cas d'une phase condensée :

$$dV=0 \Rightarrow \delta W=0 \Rightarrow \delta Q=dU=dH=CdT$$

✓ Transformations réversibles d'un GP :
isochore :

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f} = Cte \quad \text{et} \quad W=0 \Rightarrow Q=\Delta U=C_v(T_f-T_i)$$

$$\Delta H=C_p(T_f-T_i)=\gamma \Delta U$$

isobare :

$$\frac{V}{T}=Cte; W=-P_i(V_f-V_i) \Rightarrow Q=\Delta H=C_p(T_f-T_i)$$

$$\Delta U=C_v(T_f-T_i)=\frac{1}{\gamma} \Delta H$$

isotherme :

$$\frac{V_f}{V_i}=\frac{p_i}{p_f} \quad \text{et} \quad \Delta U=0 \Rightarrow Q=-W=nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$\Delta H=C_p(T_f-T_i)=0$$

V - Second principe de la thermodynamique :

✓ La fonction d'état entropie S : isochore :

$$dS=\delta S_e+\delta S_{cr}=\frac{\delta Q_e}{T_\Sigma}+\delta S_{cr}$$

δS_e : entropie échangé avec l'extérieur

$\delta S_{cr} \geq 0$: entropie créée au sein du système

T_Σ : température de l'interface système-extérieur

✓ Expression de la variation d'entropie :

✓ Cas d'une transformation réversible :

$$\text{par définition } \delta S_{cr}=0 \Rightarrow dS=\frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S_{i \rightarrow f}=\int_i^f \frac{\delta Q}{T}$$

✓ Conséquence : les deux identités thermodynamiques :

$$dU=TdS-pdV \quad \text{et} \quad dH=TdS+Vdp$$

✓ Cas d'un gaz parfait :

$$\Delta S_{i \rightarrow f}=C_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)+nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

ou

$$\Delta S_{i \rightarrow f}=C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)-nR \ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right)$$

✓ transformation adiabatique réversible :

$$\delta Q=0 \Rightarrow dS=\delta S_{cr}=0 \Rightarrow S=Cte \Rightarrow$$

transformation isentropique

✓ transformation adiabatique irréversible :

$$\delta Q=0 \Rightarrow dS=\delta S_{cr} \geq 0 \Rightarrow$$

l'entropie ne peut qu'augmenter vers sa valeur maximale

✓ cas d'un système isolé :

$$\delta Q=0 \Rightarrow dS=\delta S_{cr}>0 \Rightarrow$$

évolution irréversible .

✓ transformation irréversible :

S est une fonction d'état : $\Delta S_{ir}=\Delta S_r$

$$\Delta S_{ir}=\int_i^f \frac{\delta Q_{ir}}{T_\Sigma}+S_{cr}=\Delta S_{rev}=\int_i^f \frac{\delta Q_e}{T}$$

✓ Inégalité de Clausius :

$$\Delta S \geq \int_i^f \frac{\delta Q_e}{T_\Sigma}$$

✓ Transformation cyclique :

$$\int_{cycle} \frac{\delta Q_e}{T_\Sigma} \leq 0$$

✓ cas d'un état condensé :

$$V \approx Cte \Rightarrow dU=TdS=CdT \Rightarrow \Delta S=C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

VI - Changements d'état d'un corps pur :

✓ Variation de la fonction d'état massique f :

$$f(T, x_2)=f_1(T)+(f_2(T)-f_1(T)).x_2$$

✓ Enthalpie massique de changement d'état :

$$L_{1 \rightarrow 2}=h_2(T)-h_1(T) \text{ en } J.kg^{-1}$$

✓ Energie interne massique de transition de phase :

$$u_2(T)-u_1(T)=L_{1 \rightarrow 2}-p(v_2-v_1) \text{ en } J.kg^{-1}$$

✓ Entropie massique de transition de phase :

$$s_2(T)-s_1(T)=\frac{L_{1 \rightarrow 2}}{T} \text{ en } J.kg^{-1}.K^{-1}$$

✓ Théorème des moments chimiques :

$$x_l.(v_M-v_l)=x_v(v_v-v_M)$$

en diagramme (p,v)

$$x_l.(s_M-s_l)=x_v(s_v-s_M)$$

en diagramme (T,s) ou $x_l=\frac{m_l}{m}$ et $x_v=\frac{m_v}{m}$



VII - Transfert thermique :

✓ Conduction thermique - flux thermique , courant thermique :

$$\Phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt} = \iint \vec{j}_{th} d\vec{S}$$

en $J.s^{-1} = W$

✓ Densité de courant thermique :

$$\vec{j}_{th} = \frac{d\Phi}{dS} \vec{n}$$

en $W.m^{-2}$

ou \vec{n} unitaire dans la direction de l'échange thermique

✓ Loi de Fourier :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\operatorname{grad}}T(M,t)$$

avec λ conductivité thermique en $W.m^{-1}.K^{-1}$

✓ Analogie loi de Fourier \Rightarrow loi d'Ohm

T	V
λ	γ
$\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\operatorname{grad}}T$	$\vec{j} = -\gamma \vec{\operatorname{grad}}V$
Φ_{th}	I
$R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$	$R = \frac{L}{\gamma S}$

✓ Équation de la chaleur en absence de source d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

ou D coefficient de diffusion thermique.

✓ Équation de la chaleur avec source d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\sigma_{th}}{\rho c}$$

ou σ_{th} la puissance volumique thermique produite .

✓ Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{j}_{th}) = \sigma_{th}$$

ou σ_{th} la puissance volumique thermique produite .

✓ Régime permanent sans source d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow j_{th} = Cte = \varphi_s$$

✓ Résistance thermique :

$$R_{th} = \frac{T(x=L) - T(x=0)}{\Phi_{th}} = \frac{L}{\lambda S}$$

✓ Transfert conducto-convectif (Loi de Newton) :

$$\varphi_s = h(T_\Sigma - T_f)$$

ou T_Σ température de l'interface solide-fluide

et T_f température du fluide

h : coefficient de convection thermique en $W.m^{-2}.K^{-1}$

✓ Résistance conducto-convective :

$$R_{th} = \frac{T_\Sigma - T_f}{\varphi_s \cdot S} = \frac{1}{h \cdot S}$$

ou S surface de contact solide-fluide

VIII-Rayonnement :

✓ Loi de Planck :

Le flux thermique élémentaire émis par un corps dans la bande de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$ est donné par la loi de Planck :

$$d\varphi_p(\nu) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \cdot d\nu$$

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} J.s^{-1}$ constante de Planck

$k_B = 1,3805 \cdot 10^{-23} J.K^{-1}$

et $c = \lambda \cdot \nu = 3 \cdot 10^8 m.s^{-1}$

✓ Loi de déplacement de Wien :

$$\lambda_m \cdot T = 2898 \mu m.K$$

✓ Loi Stefan :

$$\varphi_s = \sigma T^4$$

ou $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$ constante de Stefan

IX- Fluide en écoulement permanent :

✓ Débit massique :

$$D_m = \frac{dm}{dt} = \iint \rho \vec{v} d\vec{S} = Cte$$

en $kg.s^{-1}$

ou $\vec{j}_m = \rho \vec{v}$ vecteur densité du flux massique en $kg.m^{-2}.s^{-1}$

✓ Cas d'un fluide incompressible - débit volumique :

$$D_v = \frac{D_m}{\rho} = \iint \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

en $m^3.s^{-1}$

✓ Cas d'un écoulement permanent à une dimension :

$$D_v = \frac{D_m}{\rho} = \iint \vec{v}(x_1) \cdot d\vec{S}(x_1) = \iint \vec{v}(x_2) \cdot d\vec{S}(x_2)$$

en $m^3.s^{-1}$

✓ 1^e principe généralisé - premier principe des systèmes ouverts

$$\Delta(h + \frac{v^2}{2} + g.z) = w_u + q$$

$$D_m \cdot \Delta(h + \frac{v^2}{2} + g.z) = P_u + Q$$

ou w_u est le travail massique

autre que celui des forces de pression et q la chaleur massique.



✓ Cas particulier classiques :

✓ Détenue adiabatique dans une tuyère :

$$(h_2 - h_1) + \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = 0$$

✓ Détenue adiabatique dans une turbine :

$$(h_2 - h_1) + \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = w_u$$

✓ Echangeur de chaleur (évaporateur ou condenseur) :

$$(h_2 - h_1) = q$$

X - Machines thermiques :

✓ Sources de chaleur :

$$\Delta S_{source} = \frac{\Delta U_{source}}{T_{source}} = \frac{Q_{source}}{T_{source}}$$

✓ Machines dithermes :

$$W + Q_C + Q_F = 0$$

✓ Transformation irréversible :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$$

inégalité de Clausius

✓ Transformation réversible :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$$

✓ Rendement d'un moteur réversible :

$$\eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_F}{Q_c} = 1 - \frac{T_F}{T_c}$$

$$\eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_F}{Q_c} \leq 1 - \frac{T_F}{T_c}$$

Théorème de Carnot

✓ Efficacité d'un réfrigérateur :

$$e_r = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}} = \frac{Q_F}{W} = \frac{-1}{1 + \frac{Q_c}{Q_F}} \leq \frac{T_F}{T_c - T_F}$$

Théorème de Carnot

✓ Efficacité d'une pompe à chaleur :

$$e_p = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}} = \frac{-Q_c}{W} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_c}} \leq \frac{T_c}{T_c - T_F}$$

Théorème de Carnot

✓ Cycles thermodynamiques usuels :

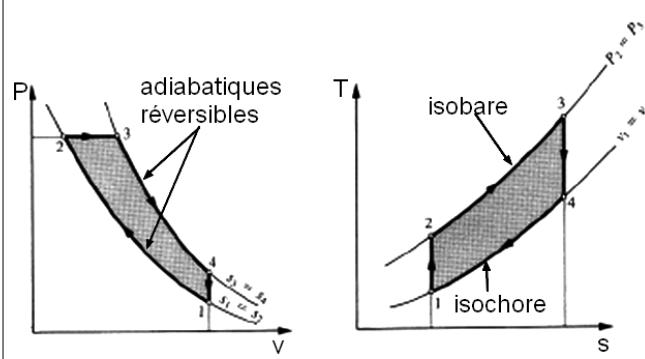
☞ cycle de Diesel simple.

1 → 2 compression adiabatique réversible.

2 → 3 chauffage isobare.

3 → 4 détente adiabatique réversible.

4 → 1 refroidissement isochore.



☞ cycle de Diesel amélioré.

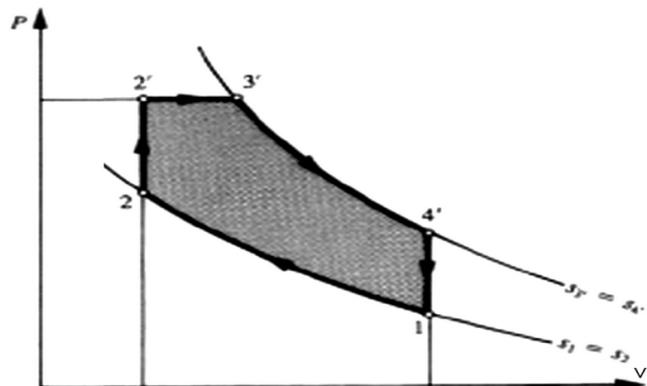
1 → 2 compression adiabatique réversible.

2 → 2' chauffage isochore.

2' → 3' chauffage isobare.

3' → 4' détente adiabatique réversible.

4' → 1 refroidissement isochore.



☞ cycle de BEAU-DE-ROCHAS OU DE OTTO.

1 → 2 compression adiabatique.

2 → 3 chauffage isochore.

3 → 4 détente adiabatique.

4 → 1 refroidissement isochore.

