Corrigé : Filtre passe-bande

1. Les fonctions de transfert :

$$\begin{aligned}
\underline{H}_1 &= \frac{\underline{v}_{s1}}{\underline{v}_{e1}} = \frac{-1}{1+jRC\omega} \\
\underline{H}_2 &= \frac{\underline{v}_{s2}}{\underline{v}_{e2}} = -1 \\
\underline{H}_3 &= \frac{\underline{v}_{s3}}{\underline{v}_{e3}} = \frac{-1}{jR_2C\omega}
\end{aligned}$$

2.

2.1 En appliquant le théorème de Millmann aux points A, B et D, on montre que :

$$\underline{H} = \frac{-H_0}{1+j\omega a+\frac{b}{j\omega}}$$

avec : $H_0 = 1$, $a = RC$ et $b = \frac{R}{R_2R_3C}$.

2.2 Par identification des deux expressions de $\underline{H}$, on trouve :

$$\frac{Q}{\omega_0} = a = RC \qquad \text{et} \qquad Q\omega_0 = b = \frac{R}{R_2R_3C}$$

d'où :

$$Q = \frac{R}{\sqrt{R_2R_3}} \qquad \text{et} \qquad \omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_2R_3}}$$

2.3 Calculons d'abord les fréquences de coupure à -3 dB, définies par :

$$\begin{aligned}
|\underline{H}(j\omega_c)| = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{2} \\
\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2}} &= \frac{1}{\sqrt{1+1}}
\end{aligned}$$

d'où :

$$Q\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) = 1 \qquad \text{ou} \qquad Q\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) = -1$$

On aura 4 solutions dont deux seulement sont positives :

$$\omega_{c1} = -\frac{\omega_0}{2Q}+\sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q}+\omega_0^2} \qquad \text{et} \qquad \omega_{c2} = \frac{\omega_0}{2Q}+\sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q}+\omega_0^2}$$

La bande passante est donc l'intervalle :

$$[\omega_{c1}, \omega_{c2}]$$

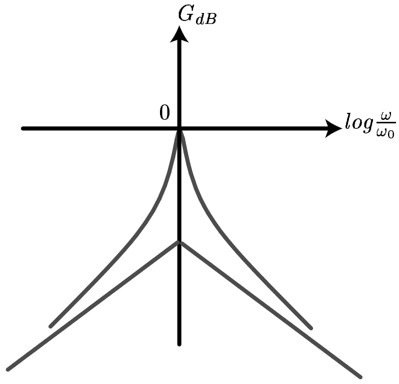
2.4. AN :

$$\omega_0 \simeq 31289 \text{ rad/s} \ ; \ Q \simeq 144,7$$

La bande passante est :

$$[31208,0 \text{ rad/s} \ , \ 31424,3 \text{ rad/s}]$$

2.5. Allure de la courbe G_{dB} en fonction de $log\frac{\omega}{\omega_0}$:



• Si $\omega \longrightarrow 0$,

$$G_{dB} = 20\ log\frac{\omega}{\omega_0} - 20\ log\ Q$$

C'est une asymptote de pente 20 dB/dc.

• Si $\omega \longrightarrow \infty$,

$$G_{dB} = -20\ log\frac{\omega}{\omega_0} - 20\ log\ Q$$

C'est une asymptote de pente -20 dB/dc.

• Intersection des deux asymptotes se fait en un point de coordonnées (0, -43) car :

$$-20\ log\frac{\omega}{\omega_0} - 20\ log\ Q = 20\ log\frac{\omega}{\omega_0} - 20\ log\ Q$$

$\Longrightarrow$

$$log\frac{\omega}{\omega_0} = 0$$

• La courbe réelle passe par le point (0,0).

3.1. On a :

$$\begin{aligned} a_0 &= < v_e > \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T v_e(t)dt \\ &= \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} Edt + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^T -Edt \\ &= 0 \\ et\ \ b_n &= \frac{2}{T}\int_0^T v_e(t)\cos(n\omega t)dt \\ &= \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} E\cos(n\omega t)dt + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^T -E\cos(n\omega t)dt \\ &= 0 \end{aligned}$$

Autre façon pour calculer b_n : Comme $v_e\cos(n\omega t)$ est impaire :

$$\int_0^T v_e(t)\cos(n\omega t)dt = 0$$

3.2. On a :

$$a_n = \frac{2E}{n\pi}[1 - (-1)^n]$$

a -

$$a_{2n} = 0$$

b -

• Fondamental $(n = 1)$: $a_1 \simeq 12,7\ V$

• $n = 3$: $a_3 \simeq 4,2\ V$

• $n = 5$: $a_5 \simeq 2,5\ V$

c - On a un filtre passe-bande qui laisse passer les pulsations appartenant à l'intervalle :

$$[31208,0\ \text{rad/s}\ ,\ 31424,3\ \text{rad/s}]$$

or :

- Fondamental $(n=1)$: $\omega = 2\pi f \simeq 10430.1$ rad/s $\Longrightarrow \omega_1$ ne passe pas à travers le filtre.

- $n=3$: $\omega_3 = 3\omega \simeq 31290,3$ rad/s $\Longrightarrow \omega_3$ passe.

- $n=5$: $\omega_5 = 5\omega \simeq 52150,4$ rad/s $\Longrightarrow \omega_5$ ne passe pas.

Les pulsations supérieures de ω_5 ne passent donc non plus.

d'où le signal, à la sortie du filtre, est un signal sinusoïdal de pulsation ω_3 et d'amplitude $|\underline{v}_s| = |\underline{H}(j3\omega)|a_3$, or :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{avec} \quad \omega_0 \simeq 31289 \text{ rad/s} \ ; \ Q \simeq 144,7$$

d'où :

$$|\underline{v}_s| \simeq a_3 \simeq 4,2 \text{ V}$$