



Cycle Préparatoire Intégré CPI1A

### **TD : Mécanique classique du point**

TD : Cinématique avec changement de référentiel

## TD : Changement de référentiels

### Exercice 1.

Les coordonnées d'une particule mobile dans un référentiel muni du repère  $\mathcal{R}$  ( $O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ) sont données en fonction du temps par :  $x = t^2 - 4t + 1; y = -2t^4; z = 3t^2$ .

Dans un deuxième référentiel muni du repère  $\mathcal{R}'$  ( $O', \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'}$ ), avec  $\vec{e}_{x'} = \vec{e}_x, \vec{e}_{y'} = \vec{e}_y, \vec{e}_{z'} = \vec{e}_z$ , elles ont pour expression:  $x' = t^2 + t + 2; y' = -2t^4 + 5; z' = 3t^2 - 7$ .

- 1.1** Exprimer la vitesse  $\vec{v}$  de M dans  $\mathcal{R}$  en fonction de sa vitesse  $\vec{v}'$  dans  $(\mathcal{R}')$ .
- 1.2** Procéder de même pour les accélérations.
- 1.3** Définir le mouvement d'entraînement de  $(\mathcal{R}')$  par rapport à  $(\mathcal{R})$ .

### Exercice 2.

On laisse tomber d'un immeuble de hauteur  $h$  une bille sans vitesse initiale. La chute de celle-ci s'effectue à la verticale selon un mouvement uniformément accéléré d'accélération  $g$  (voir figure 1).

- 2.1** Quelle est la trajectoire de la bille dans un référentiel  $(\mathcal{R}')$  lié à une voiture se déplaçant suivant un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse  $\vec{u}$  et passant à la verticale de chute au moment du lâcher?
- 2.2** Quelle est la trajectoire de la bille dans le même référentiel si on admet que la voiture entame au moment du lâcher et à partir de la verticale de chute un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération  $\vec{a}_e$ ? (Représenter dans chaque cas la trajectoire demandée.)

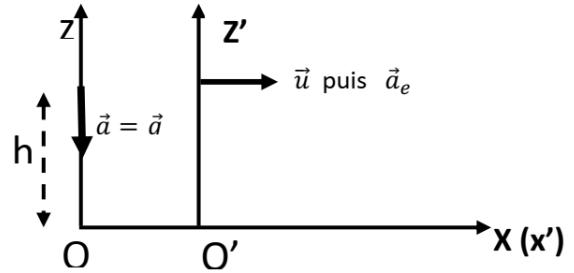


Figure 1:

### Exercice 3.

Dans le plan Oxy, un cercle de rayon  $R$ , de diamètre  $OA$ , tourne à la vitesse angulaire constante  $\omega$  autour du point O. On lie à son centre mobile  $O'$  deux axes rectangulaires  $O'x'y'$  (l'axe  $O'x'$  est dirigé suivant  $OA$ ). A l'instant  $t = 0$ , A est sur Ox, Ox et  $O'x'$  étant alors colinéaires. Un point M, initialement en A, parcourt la circonférence dans le sens positif avec la même vitesse angulaire  $\omega$ .

- 3.1** Calculer directement les composantes des vecteurs vitesse et accélération de M dans le repère  $\mathcal{R}(Oxyz)$  (en dérivant les composantes de  $\overrightarrow{OM}$ ).
- 3.2** Calculer les composantes de la vitesse et de l'accélération relatives de M dans le repère  $\mathcal{R}'(O'x'y'z')$  puis dans  $\mathcal{R}(Oxyz)$ .
- 3.3**
  - 3.3.1** Calculer les composantes de la vitesse d'entraînement dans le repère  $\mathcal{R}(Oxyz)$  en utilisant la notion de point coïncidant, retrouver le résultat par la loi de composition des vitesses.
  - 3.3.2** Calculer de même les composantes de l'accélération d'entraînement dans le repère  $\mathcal{R}(Oxyz)$ ; en déduire l'accélération de Coriolis.
- 3.4** Vérifier les expressions des composantes de la vitesse d'entraînement et celle de l'accélération complémentaire en utilisant les expressions faisant intervenir le vecteur rotation  $\vec{\omega}$ .

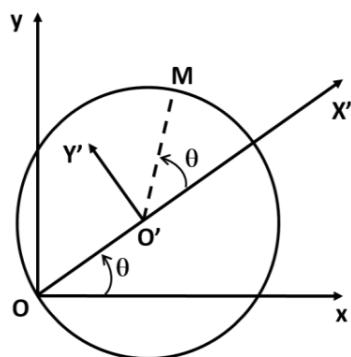


Figure 2:

**Exercice 4.**

Une masselotte A, de masse  $m$ , peut coulisser sans frottements, sur une tige (T). On note  $r$  la distance OA entre l'extrémité de la tige et la masselotte A considérée comme ponctuelle. Cette tige, inclinée de l'angle  $\theta_0$  par rapport à l'axe Oz du repère d'observation  $\mathcal{R}(O, xyz)$ , tourne uniformément à la vitesse angulaire  $\omega_0$  autour de Oz. On note  $\mathcal{R}'(O, x'y'z')$  le repère orthonormé direct lié à la tige, et indiqué sur la figure 3.

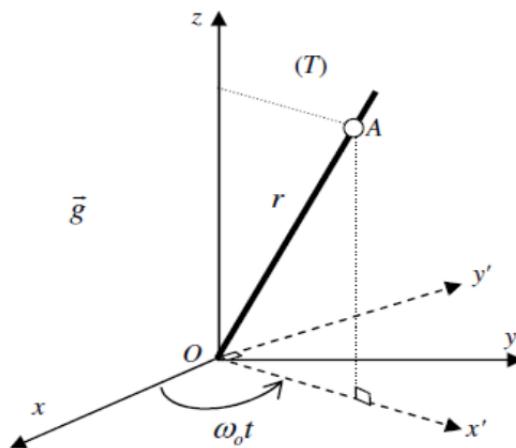


Figure 3:

- 4.1** Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{OA}$  en fonction de  $r$  et  $\theta_0$ , dans la base  $B'$  liée à  $\mathcal{R}'$ . En déduire la vitesse de A dans  $\mathcal{R}'$ ,  $\vec{v}_{(A/\mathcal{R}')}$ , que l'on exprimera dans  $B'$ .
- 4.2** Caractériser le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$  (vitesse de l'origine, vecteur rotation).
- 4.3** Déterminer l'expression de la vitesse d'entraînement, de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis, liées à A, dans le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .
- 4.4** Retrouver, par application des lois de composition des mouvements, les expressions de la vitesse et de l'accélération de A dans  $\mathcal{R}$ .