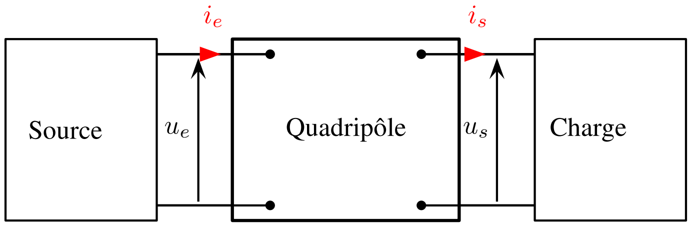
R 16

Fonction de transfert

16.1 Modèle du quadripôle



16.2 Fonction de transfert complexe

— Fonction de transfert complexe —

Dans le cas d'une source fournissant un signal sinusoïdal, on définit une fonction de transfert complexe par :

$$\boxed{\underline{H}\,(j\,\omega) = \frac{\underline{X_s}}{\underline{X_e}}}$$

avec :

- $\underline{X_s}$: Grandeur de sortie (Tension ou intensité)
- $\underline{X_e}$: Grandeur d'entrée (Tension ou intensité)

Cette fonction de transfert est sans dimension.

16.2.1 Amplitude

Les unités :
Soit ω une pulsation, définie en $rad.s^{-1}$.

On associe à ω une fonction de transfert $\underline{H}\ (j\,\omega)$.

— Amplitude —

On appelle amplitude A le module de $\underline{H}\,(j\,\omega)$. A est l'amplitude de $\underline{H}\,(j\,\omega) \Rightarrow A = |\underline{H}\,(j\,\omega)|$

16.2.2 Gain en décibels

— Gain en décibels —

On définit le gain en décibels d'une fonction de transfert par :

$$\boxed{G_{dB} = 20\,\log(|\underline{H}\,(j\,\omega)|)}$$

On utilise une échelle logarithmique pour pouvoir couvrir un large spectre de fréquences ou de pulsations : $f = \dfrac{\omega}{2\,\pi}$.

16.2.3 Bande passante

— Bande passante —

On définit une bande passante comme l'ensemble des fréquences $\{f\}$ vérifiant :

$$|\underline{H}\,(j\,2\,\pi\,f)| \geq \frac{H_{\max}}{\sqrt{2}}$$

16.2.4 Phase

— Phase —

La phase ϕ de la fonction de transfert $(\underline{H\ (j\,\omega)})$ est l'argument de celui-ci :

$$\boxed{\phi = \arg(|\underline{H}\,(j\,\omega)|)}$$

16.3 Représentations

16.3.1 Diagramme de Bode

On définit deux graphiques en échelle semi-logarithmique :

- Celui du gain : $\log f$ ou $\log\omega$ en abscisse, G_{dB} en ordonnée.
- Celui de la phase : $\log f$ ou $\log\omega$ en abscisse, ϕ en ordonnée.

16.3.2 Diagramme de Nykwist : HP TSI

On définit, dans le plan complexe, un point M qui a pour module $\underline{H}\ (j\,\omega)$ et pour angle par rapport à l'axe de réel, φ.

16.4 Lien entre régime transitoire et fonction de transfert

16.4.1 Précautions d'utilisation

Pour pouvoir utiliser ce procédé qui permet d'obtenir l'équation temporelle d'après la fonction de transfert, il faut que, lors de l'obtention de la fonction de transfert, s'il existe plusieurs dipôles identiques dans le circuit, on les ait considérés de façons différentes (ex : S'il y a deux résistances de valeur R, on pose qu'une est de valeur R, l'autre de valeur R', même si $R = R'$).
À partir de là , on peut passer en temporel, et une fois l'équation différentielle obtenue, on utilise le fait que $R = R'$.

16.4.2 Principe

Considérons un quadripôle. Pour déterminer l'équation différentielle relative au régime transitoire, on peut utiliser la fonction de transfert.
On considère donc que le circuit fonctionne en régime sinusoïdal. Une fois la fonction de transfert établie, on remplace les $(j\,\omega)^n\,\underline{X}^n$ par $\dfrac{d^n X}{dt^n}$, et on obtient l'équation différentielle qui régit le système en régime transitoire.

16.5 Type de réponse

16.5.1 Réponse indicielle

La réponse indicielle est la réponse du système à un échelon.

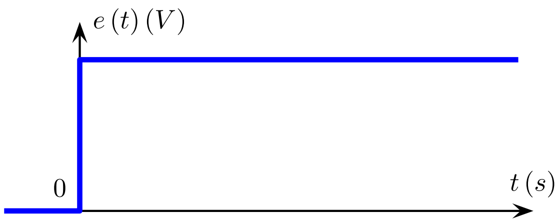


FIGURE 16.1 – Échelon

16.5.2 Réponse impulsionnelle

— Réponse impulsionnelle —

La réponse impulsionnelle est la réponse du système à un échelon de durée τ.

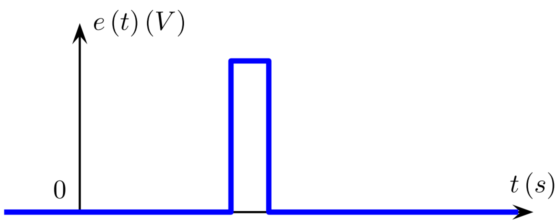


FIGURE 16.2 – impulsion

— Propriété —

Dans ce cas, on obtient la propriété suivante, qui est une propriété des transformées de Fourier :

$$BP \times \tau = 1$$

Le produit gain $\times$ Bande passante est égal à 1.

16.6 Réponse d'un filtre à un signal périodique

Soit $e(t)$ la tension d'entrée du quadripôle.
Si $e(t)$ est de la forme :

$$e(t) = E\,\cos(\omega\, t)$$

Alors $s(t)$, la tension de sortie du quadripôle est donnée par :

$$s(t) = |\underline{H}(j\,\omega)|\,E\,\cos\left(\omega\, t + \arg[\,\underline{H}(j\,\omega)\,]\right)$$

16.7 Caractère intégrateur ou dérivateur d'un filtre

16.7.1 Filtre intégrateur

— Filtre intégrateur —

On dit d'un filtre qu'il est intégrateur si :

$$s(t) = \frac{1}{a}\int e(t)$$

ou encore :

$$e(t) = a\,\frac{ds(t)}{dt}$$

Ce qui signifie que la fonction de transfert du système est de la forme (intégrateur idéal) :

$$\underline{H}(j\,\omega) = \frac{1}{j\,a\,\omega}$$

16.7.2 Filtre dérivateur

— Filtre dérivateur —

On dit d'un filtre qu'il est dérivateur si :

$$s(t) = b\,\frac{de(t)}{dt}$$

Ce qui signifie que la fonction de transfert du système est de la forme (dérivateur idéal) :

$$\underline{H}(j\,\omega) = j\,b\,\omega$$