

## 1. Traitement d'un signal périodique par un système linéaire :

- 1.1. Définir  $\langle x(t) \rangle$  la valeur moyenne de la grandeur périodique  $x(t)$  de période  $T$ . La valeur efficace  $x_{eff}$  de la grandeur  $x(t)$  est la moyenne quadratique de la grandeur  $x(t)$  notée en anglais RMS (the root mean square, littéralement : racine carrée de la moyenne arithmétique du carré de la grandeur  $x(t)$ ). Définir par une égalité la valeur efficace  $x_{eff}$  de la grandeur  $x(t)$ . Calculer la moyenne de  $\cos \omega t$ ,  $\sin \omega t$ ,  $\cos^2 \omega t$ ,  $\sin^2 \omega t$  avec  $\omega = 2\pi/T$  pulsation de  $x(t)$ . (résultats à retenir !)  
Complément : La valeur efficace d'un courant ou d'une tension, variable au cours du temps, correspond à la valeur du courant continu ou de la tension continue produisant un échauffement identique dans une résistance.

- 1.2. Le multimètre utilisé en TP en tant que voltmètre possède trois modes pour la mesure d'une tension :

# Mode DC : permet de mesurer la valeur moyenne ou valeur de la tension si la tension est continue.

# Mode AC : permet de mesurer la valeur efficace de la composante alternative après avoir enlever la composante continue.

# DC+AC : permet de mesurer la tension efficace (vraie !) ou valeur RMS de tout le signal y compris sa composante continue.

Déterminer les valeurs des tensions affichées par le voltmètre en mode DC notée  $U_1$ , AC notée  $U_2$  puis DC+AC notée  $U_3$  si la tension mesurée est  $u(t) = 1 + \cos \omega t$ . Démontrer la formule  $U_3^2 = U_1^2 + U_2^2$

- 1.3. Soit un dipôle  $D$  parcouru par un courant  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \phi)$  et aux bornes duquel il y a une tension  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$ . montrer que la puissance moyenne correspondante est  $P_m = U.I.\cos \phi$ . En passant aux notations complexes montrer que :  $P_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(u(t).i^*(t))$ .

- 1.4. D'après le théorème de Fourier concernant la décomposition en série de Fourier DSF, toute fonction périodique  $e(t)$  de période  $T$  est décomposable en série de Fourier sous la forme :

$$e(t) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t = \frac{a_0}{2} + \sum E_n \cos(n\omega t + \phi_n) = \sum E_n \cos(n\omega t + \phi_n) = \sum e_n(t)$$

avec :  $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \cdot \cos(n\omega t) dt$ ;  $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T e(t) \cdot \sin(n\omega t) dt$  et  $E_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ .

Chaque terme  $a_n \cos n\omega t$  est appelé harmonique d'ordre  $n$ . L'harmonique d'ordre  $n = 0$  correspond à la composante continue. Pour  $n = 1$  on parle du fondamental.

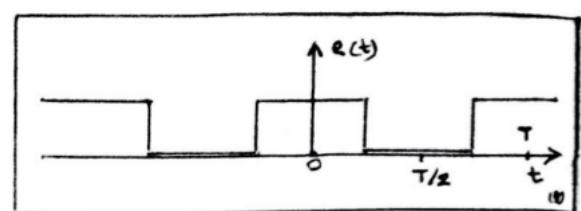
$b_n = 0$  si  $e(t)$  est paire,  $a_n = 0$  si  $e(t)$  est impaire.

En notation complexe  $\underline{e}(t) = \sum \underline{e}_n(t) = \sum \underline{E}_n e^{jn\omega t}$ .

Exemple : On donne la représentation temporelle de la fonction  $e(t)$  suivante :

Donner la DSF de la fonction  $e(t)$  représentée ci-contre. Donner la représentation spectrale correspondant à la représentation temporelle de  $e(t)$ .

On prend :  $e_{max} = V_0$

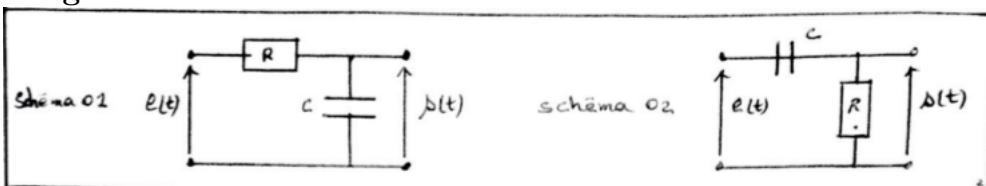


### 1.5. Étude énergétique :

- 1.5.1. Montrer que pour une résistance  $R$  la puissance électrique instantanée est proportionnelle au carré de la tension  $e(t)$  appliquée. En déduire que la puissance moyenne est proportionnelle au carré de la moyenne quadratique de  $e(t)$ . On admet la généralisation de ce résultat à tout autre dipôle autre que  $R$ .

- 1.5.2. On donne l'identité de Parseval suivante : "La moyenne du carré d'un signal  $e(t)$  est la somme des moyennes des carrés de chaque harmonique de  $e(t)$ ". Exprimer la puissance moyenne  $P_m$  d'un dipôle donné en fonction de  $a_0$ ;  $E_n$  et  $K$  un coefficient de proportionnalité.

- 1.6. Caractère intégrateur ou déivateur d'un filtre : On considère les deux schémas de la figure suivante :



Établir la fonction de transfert  $H(j\omega)$  pour chaque schéma. Déterminer la nature de chaque filtre passe bas ou passe haut. Pour chaque filtre préciser s'il s'agit d'un déivateur ou d'un intégrateur sur sa bande d'atténuation.

- 1.7. Filtrage d'un signal périodique :

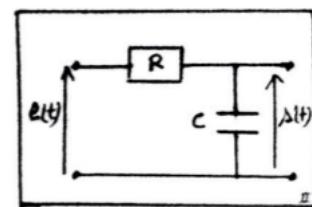
- 1.7.1. Un filtre est un opérateur linéaire dont la fonction de transfert  $H(j\omega)$  dépend de la fréquence.  $e(t) = \underline{E} \cdot e^{j\omega t}$  tension d'entrée et  $s(t) = \underline{S} \cdot e^{j\omega t}$  tension de sortie ; Donner la relation entre  $\underline{s}(t)$ ;  $H(j\omega)$  et  $\underline{e}(t)$ .
- 1.7.2. Pour un signal périodique non sinusoïdal  $e(t) = \sum \underline{E}_n \cdot e^{jn\omega t} = \sum \underline{e}_n(t)$ . Exprimer  $\underline{s}_n(t)$  en fonction de  $H(jn\omega) = H_n$  et  $\underline{e}_n(t)$ . En utilisant le théorème de superposition montrer que  $s(t) = \sum H_n \cdot E_n \cdot \cos(n\omega t + \phi_n + \varphi_n)$  avec  $\phi_n = \arg \underline{E}_n$ ,  $H_n = \|H_n\|$  et  $\varphi_n = \arg H_n$ .

- 1.7.3. Soit le montage de la figure ci-contre :

On donne :  $e(t) = \frac{E}{2} + \frac{E}{2} \cos(2\omega t)$ .

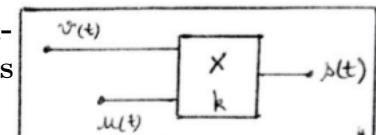
Montrer que :  $s(t) = \frac{E}{2} + \frac{E}{2\sqrt{1+(\frac{2\omega}{\omega_0})^2}} \cos(2\omega t + \Phi)$

en explicitant les expressions de  $\omega_0$  et  $\Phi$ .



2. Multiplication des signaux : Un multiplicateur est un composant électronique actif (nécessitant une tension d'alimentation pour fonctionner et qui permet d'effectuer le produit de deux tensions appliquées à ses deux entrées.

- 2.1. On considère le schéma ci-contre et qui représente un multiplicateur auquel on applique deux tensions  $v(t)$  et  $u(t)$  à ses deux entrées :  $v(t) = V_m \cos \omega_1 t$ ;  $u(t) = U_m \cos \omega_2 t$ .



Exprimer  $s(t) = k \cdot v(t) \cdot u(t)$  en fonction de  $k$ ;  $V_m$ ;  $U_m$ ;  $\omega_1$ ;  $\omega_2$  et  $t$ . Donner la représentation temporelle de  $s(t)$  en faisant apparaître deux périodes temporelles pour  $\omega_1 \ll \omega_2$  puis deux périodes pour  $\omega_2 \gtrsim \omega_1$ . Donner la représentation spectrale de la fonction  $s(t)$ . La multiplication de deux signaux est-elle linéaire ?

- 2.2. Application à la modulation d'amplitude AM : Les sens audibles (voix) ont des fréquences [20Hz – 20kHz] qui restent basses BF comparées aux fréquences des ondes lumineuses. Pour pouvoir transmettre une émission radio on procède à une conversion de l'onde sonore en onde électromagnétique via un microphone et une antenne émettrice, l'onde résultante est toujours BF. Les BF ne peuvent pas se déplacer sur de très grandes distances d'où la nécessité de la modulation. Soient :

$\diamond u(t) = U_m \cos \omega_m t$  signal modulant de basse fréquence BF;  $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi}$ .

$\diamond v(t) = V_m \cos \omega_p t$  la porteuse de haute fréquence HF;  $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ .

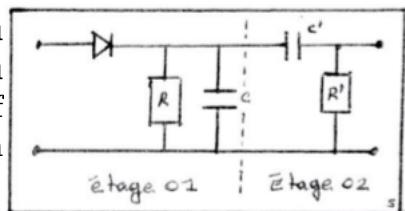
$\diamond U_0$  une composante continue.

◊ Les deux tensions  $U_0 + u(t)$  et  $v(t)$  sont appliquées aux deux entrées d'un multiplieur.

Montrer que  $s(t) = S_m(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$  en précisant l'expression de  $S_m$  et  $m$  taux de modulation. Représenter l'allure de la courbe  $s(t)$  en fonction de  $t$  ainsi que  $s(t)$  en fonction de  $u(t)$ . Montrer que  $m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}$  avec  $A_{max}$  amplitude maximale de  $s(t)$  et  $A_{min}$  amplitude minimale de  $s(t)$ . Rappeler les deux conditions pour avoir une bonne modulation. Montrer que  $s(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t + A_3 \cos \omega_3 t$  en précisant les expressions des  $A_i$  et  $\omega_i$  sachant que  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ . Donner son spectre. Exprimer la puissance moyenne rayonnée ; on rappelle l'identité de Parseval : "La moyenne du carré de  $e(t)$  est égale à la somme des moyennes des carrés de ses harmoniques"

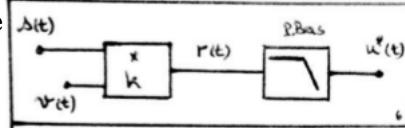
### 2.3. Démodulation :

2.3.1. Démodulation par détection de crêtes : Le schéma du montage ci-contre permet de restituer l'enveloppe du signal modulé et par suite obtenir le signal informatif  $BF$ . Donner la condition d'une bonne démodulation (ou bonne détection de crête).



2.3.2. Démodulation synchrone : On considère le schéma de la figure ci-contre.

on prend  $s(t) = S_m(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$   
et  $v(t) = V_m \cos \omega_p t$ .



Exprimer  $r(t)$  sous forme de somme de fonctions sinusoïdales. Donner la représentation spectrale correspondante. Quelle est la condition sur  $\omega_c$  pulsation de coupure du filtre passe bas pour restituer le signal informatif ? Quelle sera l'expression de  $u^*(t)$  ? Comment peut-on éliminer la composante continue ?

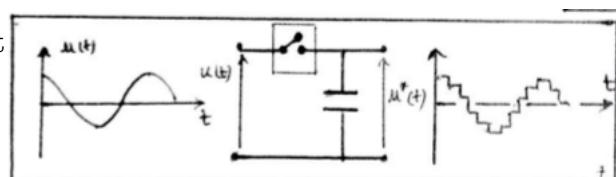
### 3. Électronique numérique :

3.1. Le langage machine ne comporte que des mots binaires suite de 0 et de 1. Pour traiter une information par un système informatique on doit numériser l'information : la convertir en des mots binaires. Définir un signal analogique  $u(t)$  et un signal numérique  $u^*(t)$ . Illustrer par des schémas.

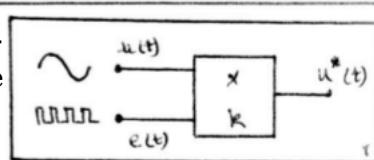
3.2. la numérisation comporte 3 opérations : l'échantillonnage, la quantification et le codage : L'échantillonnage consiste à prélever périodiquement des échantillons d'un signal analogique. La quantification arrondit chaque échantillon prélevé à la valeur permise la plus proche. Le codage consiste à transformer les différentes valeurs quantifiées en langage binaire. La quantification et le codage se font via un CAN.

3.2.1. Échantillonnage d'une sinusoïde et généralisation :

Le montage de principe est ci-contre :



Mise en équation : L'échantillonnage revient à multiplier  $u(t)$  la tension à échantillonner par un peigne de Dirac  $e(t)$ , voir figure ci-contre.



On donne  $u(t) = \cos \omega_0 t$ ;  $e(t) = a_0 + \sum a_k \cos(k\omega_e t)$ . Exprimer  $u^*(t)$  sous forme de somme de fonction sinusoïdale et donner sa représentation spectrale. en déduire la représentation spectrale de  $u^*(t)$  lorsque  $u(t)$  est à spectre continu compris entre

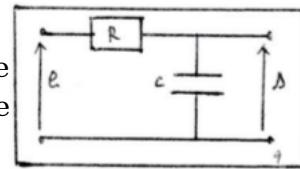
$f_{min}$  et  $f_{max}$ . Comment peut-on restituer le signal informatif de départ ? En déduire la condition de Shannon-Nyquist pour avoir un bon échantillonnage ? Quel phénomène aura lieu si la condition de Shannon-Nyquist n'est pas respectée ? Quel est l'avantage et l'inconvénient du choix d'une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  élevée ?

- 3.2.2. Quantification : Supposons que l'on a à numériser une tension analogique allant de 0V à 1,4V avec un CAN à 3 bits. Quel est le nombre de mots binaires total possible. En déduire le pas du convertisseur ou quantum  $q$  du convertisseur. S'assurer que la formule  $q = \frac{|V_{pleinechelle}|}{2^n - 1}$  est vérifiée,  $n$  étant le nombre de bits. Quel est la tension à laquelle correspond le mot binaire 101 ?

- 3.3. Filtrage numérique : La restitution du signal de départ s'obtient à partir de la tension numérisée (des 0 et des 1) et à l'aide d'un CNA dont le quantum  $q'$  est  $q' = \frac{|V_{pleinechelle}|}{2^n}$ .

Le filtrage se fait par le filtre représenté ci-contre.

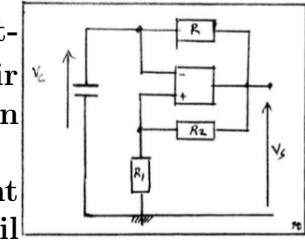
À partir de l'équation différentielle retrouver la relation de récurrence suivante :  $\frac{\tau}{T_e} \cdot s_{n+1} = e_n - (1 - \frac{\tau}{T_e})s_n$  avec  $T_e$  période d'échantillonnage.



#### 4. Étude de quelques oscillateurs :

- 4.1. L'amplificateur opérationnel AO idéal : Donner le symbole d'un AO idéal. Représenter sa caractéristique statique. Rappeler les propriétés d'un AO idéal en régime linéaire puis en régime saturé.
- 4.2. Multivibrateur astable : Il s'agit du montage représenté ci-dessous et pour lequel l'AO fonctionne en régime saturé.  $C$  étant la capacité du condensateur,  $R$  est une résistance.

- 4.2.1. Partons à  $t = 0$  d'une tension  $V_c = -\frac{R_1 V_{sat}}{R_1 + R_2}$  et  $V_s = +V_{sat}$ . S'agit-il d'une charge ou d'une décharge du condensateur ? Établir l'équation différentielle ED vérifiée par  $V_c$  ainsi que la solution de l'ED. Montrer que l'instant de basculement est :  $t = RC \ln(1 + \frac{2R_1}{R_2})$ . On considère l'instant de basculement comme nouvelle origine des temps et que  $V_s = -V_{sat}$ . S'agit-il d'une charge ou une décharge du condensateur ?



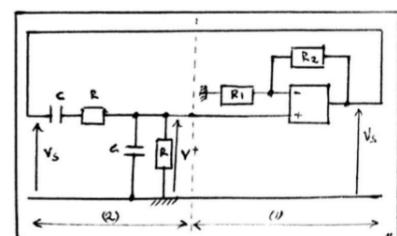
Établir l'équation différentielle ED vérifiée par  $V_c$  ainsi que la solution de l'ED. Montrer que l'instant de basculement est  $t = RC \ln(1 + \frac{2R_1}{R_2})$ .

- 4.2.2. Donner l'oscillogramme représentant  $V_s$  et  $V_c$ . Montrer que la période des deux tensions obtenues est  $T = 2RC \ln(1 + \frac{2R_1}{R_2})$ .

- 4.3. Oscillateur à pont de Wien : L'AO fonctionne en régime linéaire.

- 4.3.1. Étude du bloc amplificateur : Exprimer  $V^-$  en fonction de  $R_1$ ;  $R_2$  et  $V_s$ .

- 4.3.2. Étude du bloc filtre de Wien : Établir la fonction de transfert du filtre (2). En déduire une ED vérifiée par  $V^+$ . En déduire celle vérifiée par  $V_s$ . Quelle est la condition que doit satisfaire  $R_1$  et  $R_2$  pour avoir amorçage des oscillations ? Exprimer  $R_2$  en fonction de  $R_1$  pour avoir un oscillateur électrique harmonique.

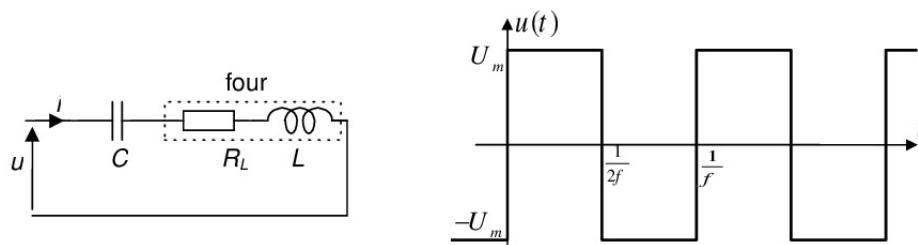


**Exercice 1 :** Extrait du CNC 2013 TSI  $\varphi I$  ;

Étude de l'alimentation d'un four à induction :

On assimile l'inducteur associé à un four à induction à une charge inductive constituée d'une inductance pure  $L = 70\mu H$  en série avec une résistance  $R_L = 20m\Omega$ . Cette charge inductive est mise en série avec un condensateur de capacité  $C = 0,5mF$ . La charge totale constituée de l'inductance, de la résistance et du condensateur est alors alimentée par une tension  $u(t)$  alternative "créneau", d'amplitude  $U_m = 200V$  et de fréquence fixée à  $f = 1kHz$ , fournie par un onduleur autonome non représenté sur la figure. La tension  $u(t)$  a pour développement en série de Fourier :

$$u(t) = \frac{4.U_m}{\pi} [\sin(2\pi ft) + \frac{1}{3} \cdot \sin(6\pi ft) + \frac{1}{5} \cdot \sin(10\pi ft) + \dots]$$



- Justifier qualitativement le développement en série de Fourier de la tension  $u(t)$ . Représenter le spectre de  $u(t)$ .
- Calculer les valeurs efficaces  $U_1$  et  $U_3$  des tensions sinusoïdales  $u_1(t)$  et  $u_3(t)$  relatives aux harmoniques 1 et 3.
- Calculer les impédances  $Z_1$  et  $Z_3$  de la charge totale des harmoniques 1 et 3.
- Calculer le rapport  $I_{1/3} = \frac{I_1}{I_3}$ , où  $I_1$  et  $I_3$  sont les valeurs efficaces des intensités des courants correspondants aux harmoniques 1 et 3. Montrer que l'on peut considérer que le courant  $i(t)$  dans le circuit est pratiquement sinusoïdal et s'écrit sous la forme :  $i(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$ . Exprimer  $I_0$  et  $\varphi$ .
- Calculer la puissance active  $P$  consommée par le four.

**Exercice 2 :** Traitement d'un signal,

Soit une fonction périodique  $x(t)$  de période  $T$ .

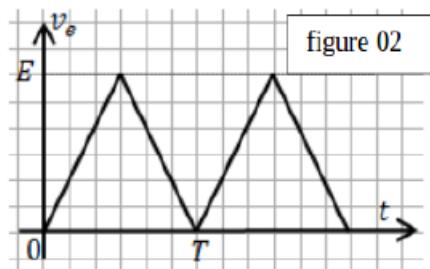
- Définir la valeur moyenne et la valeur efficace de la fonction  $x(t)$ .
- En prenant  $x(t) = 1 + \cos \omega t$  avec  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , calculer la valeur moyenne  $\langle x(t) \rangle$  de  $x(t)$  ainsi que la valeur efficace  $x_{eff}$  de  $x(t)$  et  $x_{eff(AC)}$  la valeur efficace de la composante variable.
- S'assurer que la relation suivante est vérifiée puis la démontrer :  $x_{eff(AC)} = \sqrt{x_{eff}^2 - \langle x(t) \rangle^2}$
- Un filtre a pour fonction de transfert :  $H = \frac{-1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\sqrt{5}\frac{\omega}{\omega_0}}$ .

Trouver  $v_s$  la tension de sortie sachant que  $v_e$  tension d'entrée vaut :

$$v_e(t) = v_0 + v_1 \cos(\omega_0 t) + v_2 \cos(2\omega_0 t)$$

avec  $v_0, v_1, v_2$  sont des constantes.

**Exercice 3 :** : Filtrage d'un signal triangulaire par un passe-haut,  
On s'intéresse au filtrage d'un signal triangulaire par un filtre passe-haut à base de capacité et de résistance.



1. Donner le schéma de ce filtre, établir l'expression de sa fonction de transfert ainsi que l'expression de sa pulsation de coupure  $\omega_c$ .
2. Donner la valeur de la composante continue du signal d'entrée  $v_e$ .
3. Par une analyse qualitative ; préciser la forme du signal de sortie  $v_s(t)$  si  $\omega = 100\omega_c$ .  
Donner, dans l'intervalle  $[0, T/2]$ , l'expression de  $v_{avar}(t)$  la composante variable de  $v_s(t)$  en fonction de  $t$ . Représenter  $v_s(t)$ .
4. On prend comme pulsation du signal d'entrée  $v_e(t)$  la pulsation  $\omega$  telle que :  $\omega = \frac{\omega_c}{100}$  et on donne  $E = 10V$   
Calculer la valeur de la tension à la sortie pour chaque demie-période. Comparer les résultats obtenus à la valeur de  $E$ . Interpréter.

**Exercice 4 :** : Filtrage d'un signal crêteau par un passe-bas,

1. Donner le schéma d'un filtre passe-bas du premier ordre à base de capacité  $C$  et de résistance  $R$ . Établir l'expression de sa fonction de transfert  $H(j\omega)$  et l'écrire sous la forme canonique faisant apparaître  $\omega$  pulsation du signal sinusoïdal d'attaque et  $\omega_0$  pulsation de coupure dont l'expression est à préciser.
2. Établir l'expression de  $s(t)$  signal de sortie dans le cas où la tension d'entrée  $e(t)$  est :  $e(t) = 3 + \cos \omega_0 t + 2 \cos 2\omega_0 t$ .
3. On considère que  $e(t)$  est un signal périodique carré prenant la valeur 1V dans la première demi-période et 0 dans la deuxième demi-période.  $e(t)$  est appliquée à l'entrée du filtre passe-bas précédent.
  - 3.1. Représenter  $e(t)$  dans l'intervalle  $[0, 2T]$ .
  - 3.2. Quelle sera l'allure de  $s(t)$  si  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\omega_0}{100}$  ?
  - 3.3. Quelle sera l'allure de  $s(t)$  si  $\omega = 100\omega_0$  ? Calculer  $S_{cc}$  la tension crête à crête et conclure.

**Exercice 5 : : Extrait du CNC 2016 - TSI - φII - Modulation,**

**1. Émission et réception des signaux analogiques :**

Dans le domaine des télécommunications sonores (radio, téléphone ...), on est amené à étudier la transmission par modulation d'amplitude (AM) d'un signal  $v_m(t) = V_{0m} \cos(2\pi f_m t)$ . Ensuite on s'intéresse à la réception et l'obtention du signal émis. Les signaux sonores ont une fréquence  $f$  qui vérifie :  $f_1 = 20\text{Hz} < f < f_2 = 20\text{kHz}$ ,  $C = 3.10^8 \text{m/s}$ .

- 1.1.** Les antennes émettrices ont une dimension  $L_a$  de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde  $\lambda$  du signal électromagnétique émis (dans l'air). Quelle devrait être la dimension minimale d'une telle antenne ? Commenter.

Pour transmettre un signal sinusoïdal  $v_m(t) = V_{0m} \cos(2\pi f_m t)$  (dit modulant) de fréquence  $f_m$ , on le combine avec un signal sinusoïdal dit porteur  $v_p(t) = V_{0p} \cos(2\pi f_p t)$  avec  $f_p \gg f_m$ .

Le signal à émettre est de la forme :  $v_e(t) = V_{0p} (1 + k \cdot V_{0m} \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_p t)$ .

On appelle taux de modulation la grandeur :  $m = k \cdot V_{0m}$ .

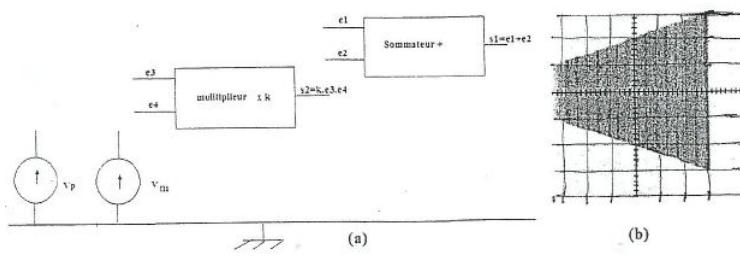


Figure 1

- 1.2.** Dans le montage schématisé par la figure 1(a), on dispose des deux signaux  $v_m(t)$  et  $v_p(t)$  ainsi que d'un multiplicateur et d'un sommateur (additionneur). Reproduire cette figure sur votre copie et la compléter avec des fils de façon à élaborer le signal  $v_e(t)$ .

- 1.3.** On utilise un oscilloscope en mode XY pour obtenir la figure 1(b). Préciser les deux signaux qu'il faut broncher respectivement sur la voie X (abscisse) et sur la voie Y (ordonnée). Déterminer le taux de modulation  $m$  et indiquer la condition sur  $m$  pour avoir une bonne modulation.

- 1.4.** Tracer le graphe du spectre de Fourier du signal émis  $v_e(t)$ .

- 1.5.** En absence de modulation ( $m = 0$ ), la puissance rayonnée par l'antenne est  $P = 2\text{MW}$ , déterminer la puissance totale rayonnée lorsque le taux de modulation est  $m$  (valeur trouvée précédemment), pour un signal de fréquence  $f_m$ . Faire l'AN.

- 1.6.** Deux stations radio émettent des signaux sonores avec des porteuses de fréquences respectives  $f_{p,1}$  et  $f_{p,2}$ , avec  $f_{p,1} < f_{p,2}$ .

Exprimer, en fonction des fréquences, l'écart minimal  $\Delta f_{p,min}$  pour qu'il n'ait pas de chevauchement des deux signaux.

Après propagation, et grâce à une antenne de réception, on collecte le signal modulé qui transporte l'information. Cette tension, de la forme  $v_e(t) = V_{0e} \cos(\omega_p t)$ , doit être démodulée afin de récupérer le signal audio émis. L'une des étapes consiste à utiliser le montage de la figure 2 :

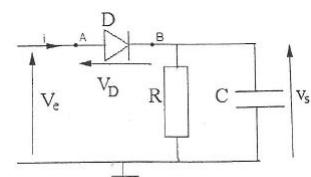


Figure 2

Il comprend une diode à jonction ( $D$ ) supposée idéale, un résistor de résistance  $R$  et un condensateur de capacité  $C$ .

Aucune connaissance de la diode n'est exigible, on modélise son fonctionnement ici par deux situations :

$D$  est dite passante :  $i \geq 0$  et elle est équivalente à un fil (résistance  $R_{AB} = 0$  :  $v_D = 0$ ).

$D$  est dite bloquante :  $i = 0$  et elle est équivalente à un circuit ouvert ( $R_{AB} \rightarrow \infty$  :  $v_D \leq 0$ ).

- 1.7. La diode est supposée passante, et l'intensité  $i(t)$  du courant est positive et de la forme  $i(t) = I_0 \cos(\omega_p t + \varphi)$ . Donner dans ce cas la relation entre  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$ .
- 1.8. Dans ce cas, expliciter les expressions de l'intensité maximale  $I_0$  et du déphasage  $\varphi$  en fonction des données  $R$ ,  $C$ ,  $V_{0e}$  et  $\omega_p$ . On pourra utiliser la notation complexe.
- 1.9. À partir de  $t = 0$ , l'intensité  $i(t)$  décroît et s'annule une première fois pour  $t = t_0$ . Exprimer  $t_0$  en fonction de  $\varphi$  et  $\omega_p$ .  
Préciser l'état de la diode à une date immédiatement postérieure à  $t_0$ .

La diode est supposée bloquée : elle se comporte comme un interrupteur ouvert. L'intensité  $i(t)$  du courant est nulle, et la tension  $V_D$  aux bornes de la diode est négative.

- 1.10. Établir l'équation différentielle satisfaite par la tension  $v_s(t)$ .
- 1.11. Déterminer l'expression de la tension  $v_s(t)$  en fonction de  $V_{0e}$ ,  $\varphi$ ,  $t_0$ ,  $t$ ,  $R$  et  $C$ .
- 1.12. Tracer, sur le même graphe, l'allure des courbes représentatives des tensions  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  pour  $0 \leq t \leq \frac{4\pi}{\omega_p}$ . Indiquer les intervalles de temps où la diode est passante ou bloquante.
- 1.13. Quel type de filtre faut-il placer à la sortie du circuit précédent pour récupérer le signal audio  $v_m(t)$ ? Justifier votre réponse, et donner un exemple de ce filtre.
2. Modulateur d'amplitude en bande latérale unique BLU.

La figure 3(a) représente le schéma de principe d'un modulateur d'amplitude en bande latérale unique (BLU). Ce montage comporte deux déphasateurs de  $-\frac{\pi}{2}$ , deux multiplicateurs de constante  $k$  et un amplificateur de différence de coefficient d'amplification unitaire ; dans notre cas ce dernier donne en sortie  $v(t) = v_2(t) - v_1(t)$ .

On donne  $v_m(t) = V_{0m} \cdot \cos(2\pi \cdot f_m \cdot t)$  et  $v_p(t) = V_{0p} \cdot \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t)$ .

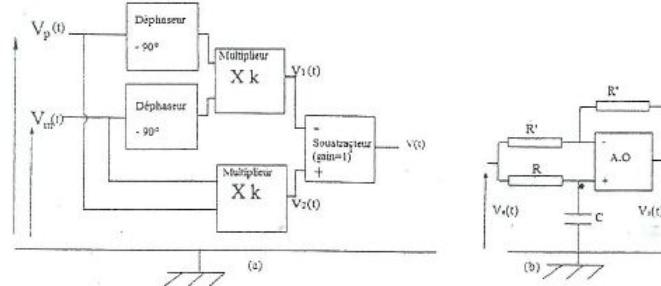


Figure 3

- 2.1. Déterminer l'expression du signal de sortie  $v(t)$ .
- 2.2. Quel signal obtient-on si on remplace le soustracteur par un sommateur ?
- 2.3. L'amplificateur opérationnel du montage 3(b) est idéal et fonctionne en régime linéaire. Déterminer la fonction de transfert complexe  $H(j\omega)$ , en régime sinusoïdal, et en déduire la fonction de ce montage.

**Exercice 6 :** : Extrait du CNC 2016 - MP -  $\varphi II$  - Électronique numérique, Les transferts de signaux font intervenir les deux formes analogiques et numériques. Il est donc nécessaire d'utiliser des convertisseurs analogique-numérique (notés :CAN) et des convertisseurs numérique-analogique (notés : CNA).

La fréquence des signaux analogiques audio vérifie :  $20\text{Hz} \leq f \leq 20\text{kHz}$ .

### 1. Conversion numérique-analogique.

- 1.1. Lors de l'enregistrement sur un disque compact, noté dans la suite CD (compact disk), le signal audio est échantillonné et bloqué avec une fréquence d'échantillonnage  $F_e = 44\text{kHz}$ ; puis il est numérisé.  
Qu'appelle-t-on échantillonnage d'un signal ? justifier que la valeur choisie pour  $F_e$ , correspond à un échantillonnage sans perte d'information.
- 1.2. La chaîne utilise un convertisseur numérique-analogique à 16 bits. Ce convertisseur peut fournir une tension comprise entre les valeurs extrêmes  $-5V$  et  $+5V$  et on suppose que les données numériques sont converties à une fréquence égale à celle utilisée lors de l'enregistrement ( $F_e = 44\text{kHz}$ ).  
Déterminer la valeur du quantum  $q$  du CNA utilisé.
- 1.3. Le spectre du signal audio  $V(t)$  désiré est représenté en figure 1(a) et le spectre du signal  $V_{cna}(t)$  de sortie du CNA est donné en figure 1(b).

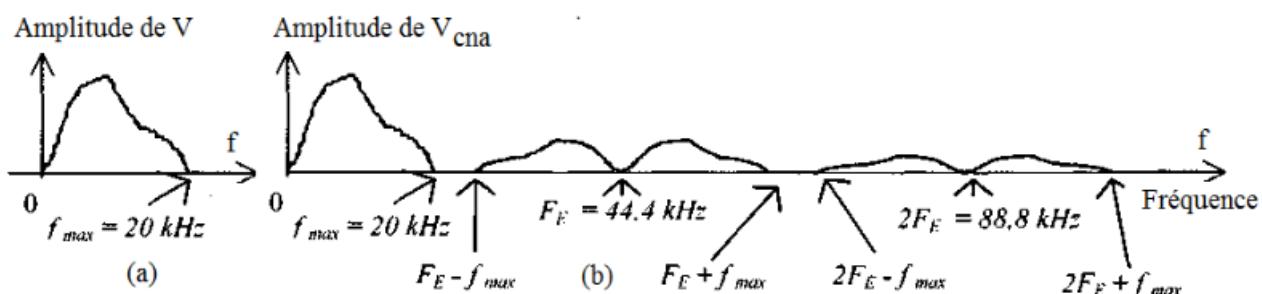


Figure 1

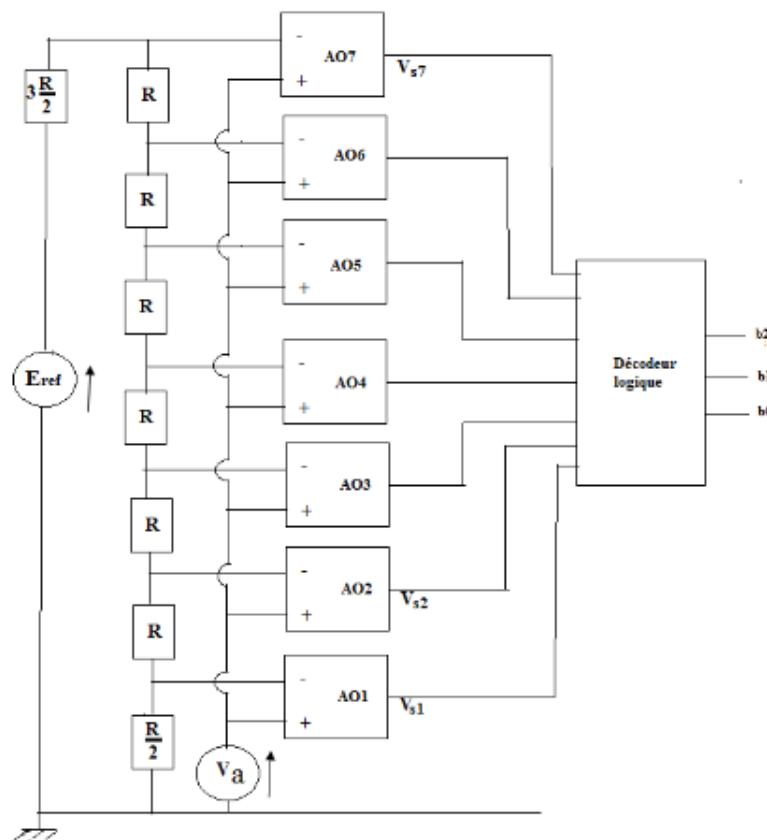
- 1.3.1. Quel type de filtre doit-on utiliser pour obtenir le signal audio désiré ? Donner, en le justifiant, la fréquence de coupure  $f_c$  de ce filtre.
- 1.3.2. Donner un exemple de filtre analogique (schéma), et donner la forme de l'équation différentielle qui relie les grandeurs d'entrée  $e(t)$  et de sortie  $s(t)$ .
- 1.3.3. Si on envisage un filtrage numérique à la fréquence  $F_e$ , donner la forme de la relation de récurrence qui relie  $s_{n+1}$  à  $e_n$  et  $s_n$ .

### 2. Convertisseur analogique-numérique :

On étudie, maintenant, le principe d'un convertisseur analogique-numérique (CAN) qui permet de convertir une tension analogique  $v_a(t)$  pouvant varier de  $0V$  à  $7V$  en signal numérique sur 3 bits. Il est réalisé à l'aide du circuit de la figure ci-dessous. Les amplificateurs opérationnels, notés  $AO_i$ , avec  $1 \leq i \leq 7$  sont idéaux et fonctionnent en régime non linéaire, c'est à dire que la tension de sortie  $V_{s,i}$  peut prendre deux valeurs  $\pm V_{sat} = \pm 15V$ .

La tension analogique  $v_a(t)$  à convertir est appliquée sur toutes les entrées + des  $AO_i$ . La tension de référence est  $E_{ref} = 8V$ .

Aucune connaissance sur le décodeur logique n'est exigible, sauf qu'il donne en sortie des mots formés de trois bits contenant des 0 et des 1.

**Figure 2**

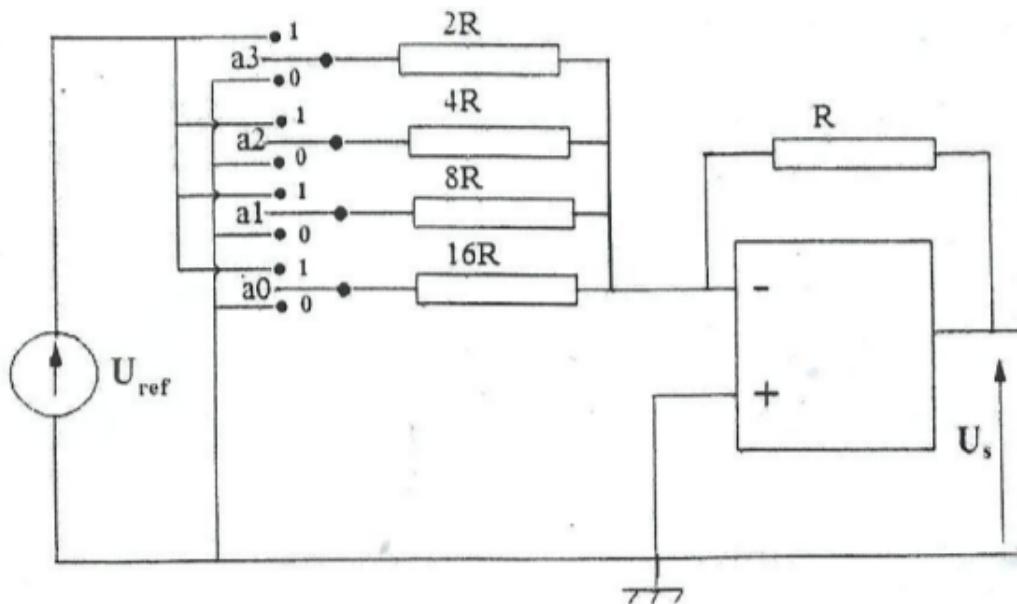
- 2.1. Représenter la caractéristique de l'un des  $AO_i$  :  $V_{s,i} = f(\varepsilon_i)$ , avec  $\varepsilon_i = V_{+,i} - V_{-,i}$ .
- 2.2. On considère l' $AO_1$  : déterminer  $V_{+,1}$ ,  $V_{-,1}$  et son seuil de basculement  $V_{basc,1}$ .
- 2.3. Même question pour les autres  $AO_i$  (de 2 à 7). On pourra présenter les résultats sous forme d'un tableau contenant  $V_{+,i}$ ,  $V_{-,i}$  et  $V_{basc,i}$ .

Ampli.op	$AO_1$	$AO_2$	$AO_3$	$AO_4$	$AO_5$	$AO_6$	$AO_7$
$V_{+,i}$							
$V_{-,i}$							
$V_{basc,i}$							

- 2.4. Décrire le comportement des  $AO_i$  lorsque l'on augmente progressivement la tension  $v_a$  de 0V à 7V.
- 2.5. En déduire l'état de sortie des différents  $AO_i$  pour les valeurs de  $v_a$  : 0V, 1V, 2V, ..., 7V : on notera 1 si  $V_s = +15V$  et 0 si  $V_s = -15V$ , dans l'ordre  $AO_7$  -  $AO_6$  -  $AO_5$  -  $AO_4$  -  $AO_3$  -  $AO_2$  -  $AO_1$ . On présentera les résultats sous forme d'un tableau : Pour chacune des valeurs de  $v_a$ , on donnera le mot formé de 7 bits  $b'_7 b'_6 b'_5 b'_4 b'_3 b'_2 b'_1$ .

**Exercice 7:** : Extrait du CNC 2016 - TSI - φII - Électronique numérique,

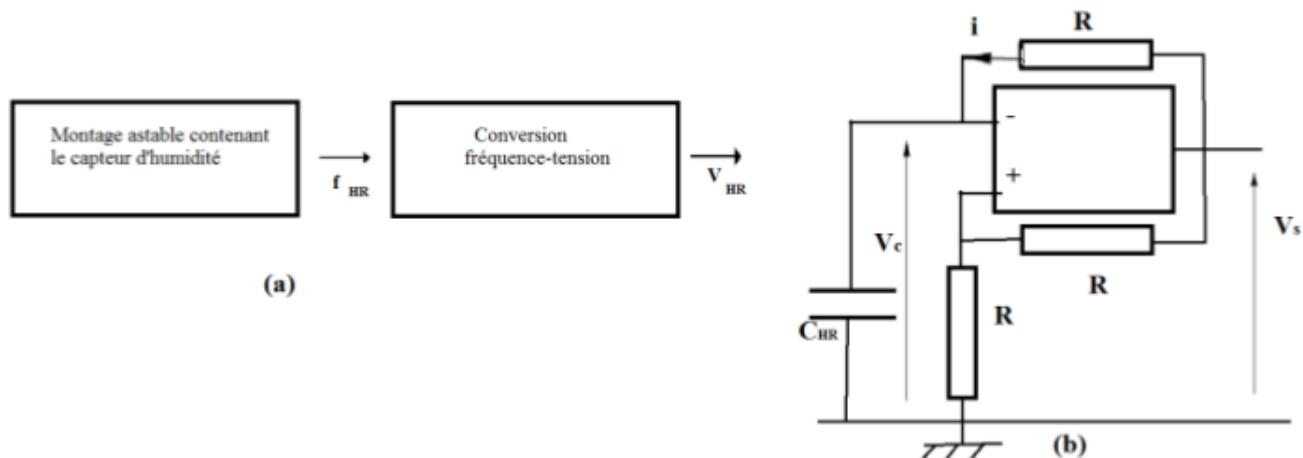
On étudie le principe d'un convertisseur numérique-analogique CNA à l'aide du circuit schématisé ci-dessous. L'amplificateur opérationnel est idéal et en régime linéaire et  $U_{ref} = -12V$ . Chacun des quatre interrupteurs ( $0 \leq i \leq 3$ ) peut occuper la position 0, alors  $a_i = 0$  ou la position 1 et alors  $a_i = 1$ .



1. Donner l'expression de  $U_s$  en fonction de  $a_i$  et  $U_{ref}$ .
2. Calculer le quantum  $q$  de ce convertisseur.
3. Quel mot binaire  $a_3a_2a_1a_0$  faudra-t-il mettre en entrée pour avoir en sortie la tension la plus proche de 5V ?

**Exercice 8 :** : Extrait du CNC 2016 - TSI -  $\varphi I$  - Multivibrateur astable,

Pour mesurer l'humidité relative de l'atmosphère, on utilise un capteur constitué d'un condensateur dont la capacité varie avec l'humidité. Le principe de la sonde hygrométrique est représenté par le schéma de la figure (a), et le circuit de mesure est donné par la figure (b). L'amplificateur opérationnel, considéré comme parfait fonctionne en régime de saturation  $v_s = \pm V_{sat} = \pm 15V$ .



- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension  $v_c(t)$ . On suppose le condensateur déchargé à  $t = 0$ , et  $v_s = +V_{sat}$ . Déterminer l'expression de  $v_c(t)$ .
- Déterminer l'instant  $t_0$  pour lequel on a basculement vers  $v_s(t = t_0^+) = -V_{sat}$ .
- Donner, alors, l'équation différentielle vérifiée par la tension  $v_c(t)$  et déduire l'expression de  $v_c(t)$ .
- Déterminer l'instant  $t_1$  de basculement pour lequel  $v_s(t = t_1^+) = +V_{sat}$ .
- Tracer les graphes de  $v_c(t)$  et  $v_s(t)$  et déterminer l'expression de la période  $T_{HR}$  de ces signaux.
- Expliquer comment déterminer, graphiquement, la valeur de la constante de temps  $\tau = R.C_{HR}$ .
- Justifier que la fréquence  $f_{HR}$  permet de déterminer l'humidité relative HR.
- Rappeler l'expression de la capacité  $C$  pour un condensateur plan. expliquer comment cette capacité peut dépendre de l'humidité ?

**Exercice 9 :** : Extrait du CNC 2012 - TSI -  $\varphi I$  - oscillateur de Wien,

1. Étude d'un filtre du second ordre : Filtre de Wien ;

On considère le filtre de Wien représenté sur la figure 3, et on suppose qu'aucun courant ne sorte de ce filtre ( $i_2 = 0$ ).

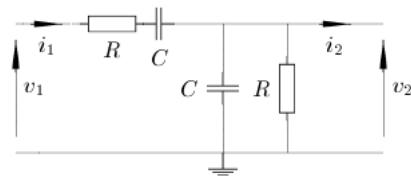


Figure 3: Filtre de Wien

- 1.1. Déterminer la fonction de transfert du filtre :  $H = \frac{v_2}{v_1}$ . Préciser les paramètres caractéristiques du filtre (amplification maximale, facteur de qualité, pulsation particulière).
- 1.2. Tracer le diagramme de Bode (gain et phase) associé à  $H$ . On fera apparaître sur chacun des graphes le tracé asymptotique et le tracé réel. Quelle est la nature de ce filtre ?
- 1.3. Montrer que les tensions d'entrée  $v_1$  et de sortie  $v_2$  sont liées par l'équation différentielle (1) suivante :

$$\frac{d^2v_2}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = \omega_0 \frac{dv_1}{dt}$$

Exprimer le coefficient  $\omega_0$  en fonction de  $R$  et  $C$  et déterminer la valeur numérique du paramètre  $a$  valeur que l'on utilisera ultérieurement.

2. Dans cette partie, on étudie le modèle de l'amplificateur opérationnel (AO) idéal et quelques limitations de ce modèle. On considère le montage de la figure 4 avec  $R_1 = 1k\Omega$  et  $R_2 = 10k\Omega$ .

- 2.1. Modèle de l'amplificateur opérationnel idéal :

Dans cette section, l'AO du montage précédent figure 4 est supposé idéal.

- 2.1.1. Pour un amplificateur opérationnel idéal, tracer la caractéristique de transfert statique, c'est-à-dire les variations de  $u_s$  en fonction de  $\varepsilon$ . On notera  $\pm U_{sat} = \pm 15V$  les tensions de saturation.

- 2.1.2. Cette caractéristique fait apparaître deux domaines. Nommer et définir ces domaines.

- 2.1.3. Quelle est la résistance d'entrée du montage précédent figure 4 formé par l'AO et les résistances  $R_1$  et  $R_2$  ?

- 2.1.4. En supposant que l'AO fonctionne dans sa zone linéaire, montrer que l'on a  $u_s(t) = A.u_e(t)$ . Donner l'expression de  $A$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .

- 2.1.5. Dans quel domaine de tensions  $u_e$  peut-elle varier sans provoquer la saturation de l'AO ?

- 2.1.6. Tracer la courbe représentant  $u_s$  en fonction de  $u_e$  variant de  $-15V$  à  $+15V$

- 2.2. Limites au fonctionnement de l'AO idéal :

Le constructeur indique que le courant maximal de sortie (courant de saturation) de l'AO est de  $i_{s,max} = 20mA$ . On applique à l'entrée du montage  $u_e(t) = U_0 \cos(\omega t)$  avec  $U_0 = 1V$ . Comment choisir la valeur d'une résistance  $R_u$  placée en sortie du montage pour garder un fonctionnement linéaire ?

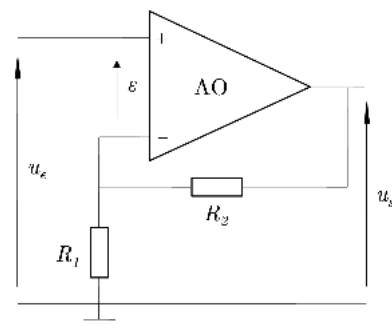


Figure 4 : Montage amplificateur.

**2.3. Influence de quelques défauts de l'amplificateur opérationnel réel :**

On considère un modèle d'AO réel en fonctionnement linéaire où l'on néglige la tension de décalage et les courants de polarisation (figure 5).

- 2.3.1.** Donner les ordres de grandeur de  $r_d$ ,  $r_s$  et  $\mu$  des amplificateurs opérationnels couramment utilisés au laboratoire.

- 2.3.2.** On considère maintenant  $\mu$  fini et fonction de la fréquence  $f$  de la tension appliquée à l'entrée, à l'exclusion de tout autre défaut, notamment on prend  $r_d$  infinie et  $r_s = 0$ . On adopte comme modèle pour le gain complexe :  $\underline{\mu}(f) = \frac{\mu_0}{1+i\frac{f}{f_c}}$  avec  $j^2 = -1$ .

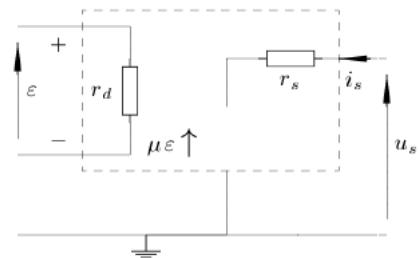


Figure 5: Modèle d'AO en petits signaux en négligeant les dérives.

- 2.3.2.1.** Quel est le nom habituellement donné à ce modèle ? Établir la nouvelle fonction de transfert du montage de la figure 4 et l'écrire sous forme :  $\underline{H}(f) = \frac{H_0}{1+j\frac{f}{f_0}}$ .

Donner les expressions de  $H_0$  en fonction de  $\mu_0$  et  $A$  et de  $f_0$  en fonction de  $f_c$ ,  $A$  et  $\mu_0$ .

- 2.3.2.2.** On prend  $\mu_0 = 10^5$  et  $f_c = 10Hz$ . Donner les expressions approchées de  $H_0$  et de  $f_0$ . Tracer, sur le même graphe, l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques en amplitude pour  $\underline{\mu}$  et  $\underline{H}$ .

- 3.** Étude de démarrage des oscillations : L'amplificateur opérationnel AO utilisé dans cette partie est supposé idéal. Les tensions de saturations en sortie de l'AO sont  $\pm U_{sat} = \pm 15V$ . On suppose que, dans tous les montages proposés, la saturation en courant n'est jamais atteinte.

On prendra pour les valeurs numériques :  $C = 100nF$  et  $R = 1k\Omega$ .

On relie le montage amplificateur de la figure 4 et le filtre de la figure 3 suivant le schéma de la figure 6.

- 3.1.** Justifier l'utilisation de l'équation différentielle (1) et déduire l'équation différentielle liant  $u_e$  à  $u_s$ .

- 3.2.** Montrer que la tension  $u_s$  est régie par l'équation différentielle (2) suivante :

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = 0$$

Donner l'expression du coefficient  $m$  en fonction de  $A$ .

- 3.3.** Montrer que ce montage peut générer des oscillations en l'absence de générateur de fonction GBF pour une valeur de  $A \geq A_0$ . Donner la valeur de  $A_0$ .

- 3.4.** Montrer que pour  $A = A_0$ , La tension  $u_s$  est sinusoïdale. Donner l'expression générale de  $u_s(t)$  et préciser l'expression de sa fréquence  $f$  en fonction des paramètres du montage. Comment doit-on régler pratiquement la valeur de  $A$  par rapport à  $A_0$  pour qu'il y ait démarrage des oscillations dans le circuit ? Justifier. Est-il possible avec le montage proposé de régler l'amplitude des oscillations ? Pourquoi ?

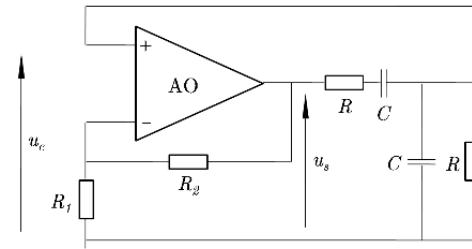
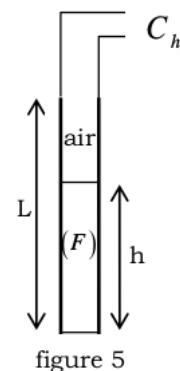


Figure 6 : Montage oscillateur

**Exercice 10 :** : Extrait du CNC 2015 - TSI - φII - électronique numérique,

1. On plonge un condensateur formé des deux armatures ( $P_1$ ) et ( $P_2$ ) dans une cuve contenant un liquide ( $F$ ) isolant de permittivité électrique relative  $\varepsilon_r$  figure 5. Les deux armatures sont de forme rectangulaires (longueur  $L$  et largeur  $l$ ) et distantes de  $d$ . Le liquide est assimilé à un diélectrique homogène, linéaire et isotrope. Le niveau du liquide est repéré par la hauteur  $h$  ( $0 \leq h \leq L$ ). L'air surmontant le liquide est de l'air que l'on assimile de point de vue électrique au vide.



- 1.1. On peut alors considérer le condensateur ainsi obtenu comme l'association de deux condensateurs  $C'_0$  (dans l'air) et  $C_1$  (dans le liquide).  $C'_0$  et  $C_1$  sont-ils associés en série ou en parallèle ?
- 1.2. Déterminer l'expression de la capacité équivalente  $C_h$  en fonction de  $h$ ,  $l$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_r$ . Montrer que  $C_h$  s'écrit sous la forme :  $C_h = \alpha + \beta h$  en exprimant  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ;  $\varepsilon_r$  et  $L$ . Calculer les valeurs numériques des constantes  $\alpha$  et  $\beta$  sachant que  $C_h$  est exprimé en  $pF$  et  $h$  en  $m$ . On donne  $L = 1,00m$ ,  $l = 4,31cm$ ,  $d = 2,54mm$ , et  $\varepsilon_r = 80$ ,  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} SI$ .
2. Mesure du niveau d'un liquide dans un réservoir : On souhaite mesurer la hauteur  $h$  d'un liquide contenu dans un réservoir à l'aide du dispositif étudié ci-dessus. On insère alors le condensateur plan plongé dans le réservoir contenant un liquide dans le circuit de la figure 6.

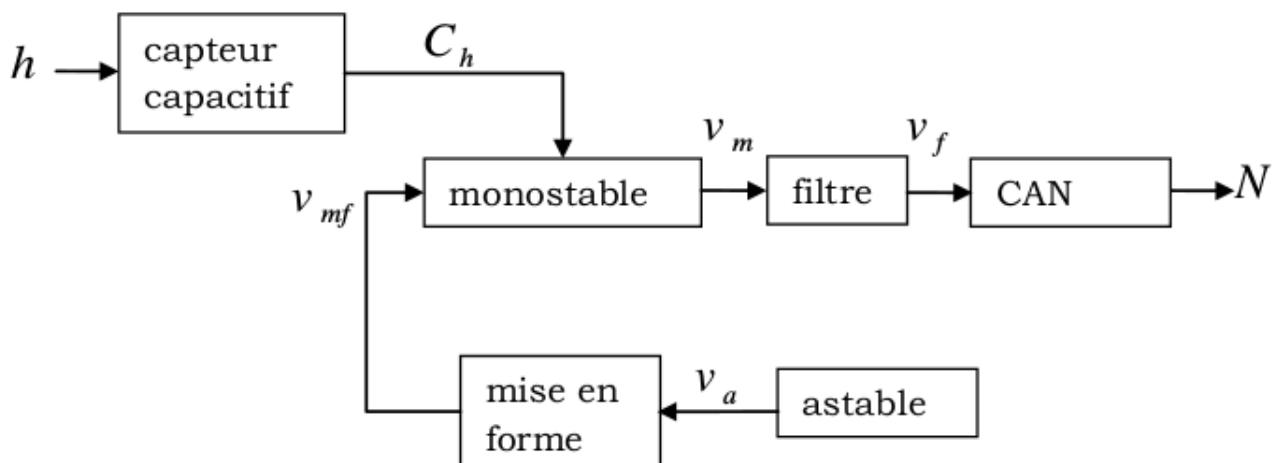


figure 6

- 2.1. Le signal  $v_a$  est délivré par le multivibrateur astable de la figure 7 où l'amplificateur opérationnel de tensions de saturation  $\pm V_{sat} = \pm 15V$  est considéré idéal.

- 2.1.1. Montrer que les seules tensions possibles en sortie sont  $\pm V_{sat}$ . Quelles sont les tensions  $v_+$  correspondantes à l'entrée non inverseuse de l'AO ?

- 2.1.2. Étudier le fonctionnement de ce circuit et montrer qu'il est le siège d'oscillations dues à des charges et des décharges du condensateur. On suppose qu'à la mise sous tension à  $t = 0$ , le condensateur est chargé à  $- \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{sat}$  et  $v_a = +V_{sat}$ .

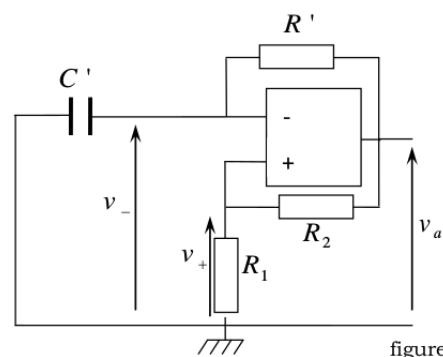


figure 7

- 2.1.3. Sur un oscilloscopogramme, dessiner l'évolution des tensions  $v_+$ ,  $v_-$  et  $v_a$  sur deux périodes complètes.
- 2.1.4. On suppose qu'un régime périodique s'est établi. Calculer les temps de charge  $T_c$  et de décharge  $T_d$  du condensateur au cours d'une période. En déduire l'expression de la période  $T$  des oscillations de la tension  $v_a$  en fonction de  $R'$ ,  $C'$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
- 2.2. Le signal  $v_a$  est appliqué à l'entrée du montage de mise en forme représenté dans la figure 8a. ( $D_z$ ) est une diode zener dont la caractéristique est représentée dans la figure 8b. On donne :  $U_D = -0,5V$  et  $U_z = 5,1V$ .

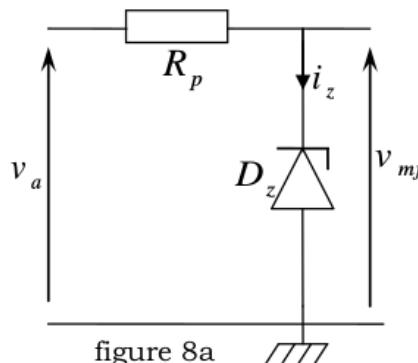


figure 8a

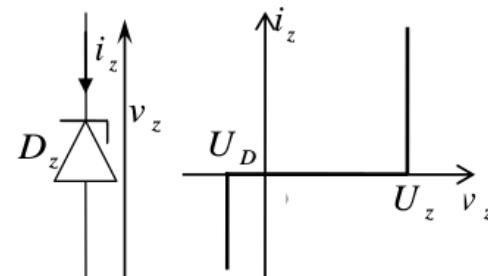


figure 8b

- 2.2.1. Représenter l'allure de la tension  $v_{mf}$  en fonction du temps.
- 2.2.2. Calculer la valeur minimale de  $R_p$  limitant l'intensité du courant  $i_z$  à  $10mA$  lorsque  $v_a$  prend sa valeur minimale. Cette valeur est-elle toujours correcte lorsque  $v_a$  prend sa valeur maximale ? justifier votre réponse.
- 2.3. le monostable, alimenté par une tension continue  $V_{cc} = 5V$ , est un circuit électrique qui a un seul état stable (il correspond ici à l'état bas, sortie à  $0V$ ) quand il est au repos. Il utilise le condensateur  $C_h$ , une résistance ajustable  $R_x$  et deux portes logiques ET-NON. Il est déclenché à chaque transition descendante du signal d'entrée  $V_{mf}$  de période  $T = 2ms$  délivré par le circuit de mise en forme. Il passe alors à son état instable (ici à l'état haut,  $+5V$ ), il y reste une durée  $T_i = R_x C_h$  (durée de l'état instable) qui dépend de  $R_x$  et de  $C_h$ , puis il revient à son état stable au bout de ce temps. Cette durée ne peut être inférieure à  $T_0 = 10\mu s$ .
- 2.3.1. Le réservoir est supposé vide. Calculer la valeur minimale  $C_{hmin}$  de la capacité  $C_h$ . Déterminer la valeur minimale  $R_{xmin}$  de  $R_x$  permettant un fonctionnement correct du monostable.
- 2.3.2. Le réservoir est supposé plein. Calculer la valeur maximale  $C_{hmax}$  de la capacité  $C_h$ .

- 2.3.3. Représenter l'allure de la tension de sortie du monostable  $v_m(t)$  pour une hauteur  $h = 50cm$ . On prendra  $R_x = 82,3k\Omega$ .
- 2.3.4. Déterminer l'expression de la valeur moyenne  $V_{m0}$  de la tension de sortie  $v_m(t)$  en fonction de  $R_x$ ,  $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ,  $T$ ,  $V_{cc}$ ,  $L$ ,  $\varepsilon_r$  et  $h$ . Commenter. Quelle est la plage de variation de  $V_{m0}$  pour  $R_x = 82,3k\Omega$  ?
- 2.4. Afin d'obtenir la composante continue de la tension  $v_m(t)$ , on applique cette tension au filtre de fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . On réalise le filtre à l'aide d'une résistance  $R_f = 220k\Omega$  et d'un condensateur de capacité  $C_f$ .
- 2.4.1. Préciser, en le justifiant, la nature du filtre. Déterminer la fréquence de coupure théorique  $f_c$  à  $-3dB$ , et le comportement du circuit de part et d'autre de sa fréquence de coupure.
- 2.4.2. Le développement en série de Fourier de la tension  $v_m(t)$  est :  $v_m(t) = V_{m0} + \sum (V_{m_n} \cdot \sin(n\omega t + \varphi_{m_n}))$  où  $n$  est un entier non nul et  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . Tracer le spectre de la tension  $v_m(t)$ .
- 2.4.3. Donner l'expression de la tension  $v_f(t)$  à la sortie du filtre. À quelle condition sur  $f_c$  peut-on écrire  $v_f(t) = V_{f_0} + V_{f_1} \cdot \sin(\omega t + \varphi_{f_1})$ ? Exprimer  $V_{f_0}$  et  $V_{f_1}$ .
- 2.4.4. La fréquence de coupure du filtre est  $f_c = 0,5Hz$ . Justifier le choix de cette valeur et calculer la valeur de  $C_f$  permettant d'obtenir cette fréquence.
- 2.4.5. On néglige toute tension dont l'amplitude est inférieure à  $3mV$ . Vérifier que l'on peut écrire  $v_f(t) \approx V_{f_0}$ .
- 2.5. Pour acquérir et traiter le signal  $v_f$  à l'aide d'un ordinateur il faut convertir le signal analogique obtenu à la sortie du filtre en signal numérique : on utilise alors un convertisseur analogique-numérique (CAN). On peut décomposer la conversion en trois étapes : l'échantillonnage, la quantification et le codage. Dans la pratique, ces étapes se font simultanément.
- 2.5.1. Justifier que la tension acquise  $v_f(t)$  à la sortie du filtre est un signal électrique analogique.
- 2.5.2. La tension analogique acquise  $v_f$  est échantillonnée avec une période d'échantillonnage  $T_e$  pendant une durée d'acquisition  $T_a$ . Expliquer brièvement le principe de l'échantillonnage d'un signal analogique et donner le nombre d'échantillons prélevés par seconde.
- 2.5.3. Un ordinateur ne peut traiter que des signaux numériques. Définir ce qui est un signal numérique et expliquer brièvement le principe de la numérisation. Quels sont les avantages de la numérisation ?
- 2.5.4. Pour numériser la tension  $v_f$  on dispose d'un CAN de 8 bits et de calibre (plage de tension convertible en numérique)  $[V_{min}, V_{max}]$ . On appelle  $N$  le mot binaire fourni en sortie du CAN. On admettra que la tension à l'entrée du CAN a pour expression  $v_f = 0,031 + 2,438.h$ , où  $v_f$  est exprimée en volt et  $h$  en mètre. On donne :  $V_{min} = 0V$  et  $V_{max} = 2,560V$ .
- 2.5.4.1. Combien de valeurs possibles peut prendre un échantillon numérisé sur 8 bits ?
- 2.5.4.2. La résolution d'un CAN ou encore quantum est la plus petite variation de tension analogique que le CAN sera capable de repérer. On la définit par :  $q = \frac{V_{max}-V_{min}}{2^{n_b}-1}$ , avec  $n_b$  le nombre de bits. Quelle est la résolution  $q$  du CAN utilisé ? En déduire la plus petite variation de hauteur du liquide mesurable par celui-ci.
- 2.5.4.3. On admet que l'incertitude globale  $\Delta h$  sur toute la chaîne de mesure est équivalente à 2,5 fois la valeur de la résolution du CAN. Calculer alors  $\Delta h$ .
- 2.5.4.4. Calculer la valeur du mot binaire  $N$  fourni en sortie du CAN pour une hauteur de liquide mesurée  $h = 50Cm$ .

*Pour mieux comprendre son cours !*

**Exercice 01 : (Valeur moyenne et valeur efficace)**

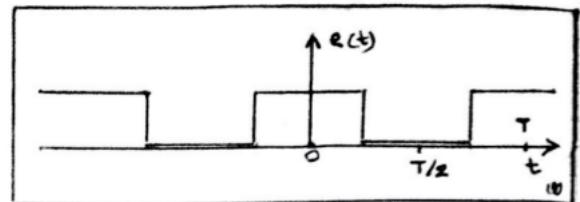
Soit une tension électrique  $u(t)$  périodique de période  $T$ , comportant une composante continue et une composante sinusoïdale telle que :  $u(t) = 2 + 4 \cos \omega t$ . On donne  $f = 1\text{kHz}$  fréquence du signal.

1. Donner la représentation temporelle de la tension  $u(t)$ .
2. Donner la valeur de la composante continue  $U$  de  $u(t)$ .
3. Donner l'expression de la composante variable de  $u(t)$ .
4. Calculer la valeur de la moyenne de  $u(t)$  ainsi que sa valeur efficace.
5. Quelle sera l'indication d'un multimètre de type RMS en mode : DC, AC puis DC+AC ?
6. Donner la représentation spectrale de la tension  $u(t)$ .

**Exercice 02 : (Décomposition en série de Fourier)**

On donne la représentation temporelle de la fonction  $e(t)$  suivante :

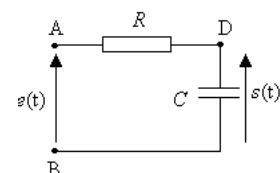
1. Donner la DSF de la fonction  $e(t)$  représentée ci-contre. Donner la représentation spectrale correspondant à la représentation temporelle de  $e(t)$ .  
On prend :  $e_{max} = V_0$ .



2. En utilisant l'identité de Parseval, exprimer la puissance moyenne du signal  $e(t)$  en se contentant des deux premières harmoniques non nuls en plus de la moyenne.

**Exercice 03 : (Filtrage d'un signal non sinusoïdal)**

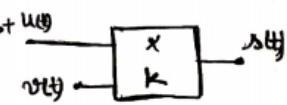
On considère le filtre représenté ci-contre :



1. Par une analyse asymptotique, déterminer la nature du filtre.
2. Établir la fonction de transfert  $H(j\omega)$  en faisant apparaître une pulsation particulière  $\omega_0$  que l'on exprimera en fonction des données.
3. Donner la représentation du diagramme de Bode : gain et phase en fonction de  $\log x$  avec  $x = \omega/\omega_0$ .
4. On filtre un signal  $e(t)$  par le filtre représenté ci-dessus. Sachant que :  $e(t) = 2 + 4 \cos \omega t + 2 \cos 2\omega t$  en  $V$  avec  $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1\text{kHz}$ , exprimer la tension de sortie  $s(t)$  en fonction de  $\omega$  et de  $t$ . Quelle sera l'expression approchée de  $s(t)$  pour  $\omega = \frac{\omega_0}{100}$  puis pour  $\omega = 100\omega_0$ ? Conclure.

### Exercice 04 : Modulation d'amplitude AM ;

La modulation d'amplitude est une multiplication d'un signal basse fréquence  $u(t) = U_m \cos \omega_m t$  (informatif ou modulant) auquel on a ajouté une composante continue  $U_0$ , par une haute fréquence  $v(t) = V_m \cos \omega_p t$  (porteuse).



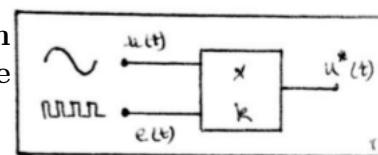
1. Montrer que  $s(t) = S(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$  en identifiant  $S$  et  $m$ .
2. Donner l'équation  $f(t)$  de l'enveloppe du signal  $s(t)$  et représenter  $s(t)$  pour une bonne modulation.
3. Représenter le spectre de  $s(t)$ .
4. Donner les deux conditions pour avoir une bonne modulation.
5. Pour restituer le signal informatif de départ, on procède à une démodulation. La démodulation par détection de crête se fait par utilisation d'un détecteur de crêtes (étage 01) et d'un filtre passe haut (étage 02). Donner la condition sur  $RC$  pour avoir une bonne démodulation.

### Exercice 05 : Électronique numérique ; échantillonnage,

Pour traiter une information (tension) par un système informatique on doit la numériser (la transformer en une suite de 0 et de 1). La numérisation comporte trois étapes : l'échantillonnage, la quantification et le codage.

1. Définir ces deux expressions : "échantillonnage d'un signal" , "quantification et codage".

2. L'échantillonnage revient à multiplier  $u(t)$  la tension à échantillonner par un peigne de Dirac  $e(t)$ , voir figure ci-contre.



On donne  $u(t) = \cos \omega_0 t$ ;  $e(t) = a_0 + \sum a_n \cos(n\omega_e t)$ . Exprimer  $u^*(t)$  sous forme de somme de fonction sinusoïdale et donner sa représentation spectrale. En déduire la représentation spectrale de  $u^*(t)$  lorsque  $u(t)$  est à spectre continu compris entre  $f_{min}$  et  $f_{max}$ . Comment peut-on restituer le signal informatif de départ ? En déduire la condition de Shannon-Nyquist pour avoir un bon échantillonnage ? Quel phénomène aura lieu si la condition de Shannon-Nyquist n'est pas respectée ? Quel est l'avantage et quel est l'inconvénient du choix d'une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  élevée ?

3. Quantification : Supposons que l'on a à numériser une tension analogique allant de 0V à 14V avec un CAN à 3 bits. Quel est le nombre de mots binaires total possible. En déduire le pas du convertisseur ou quantum  $q$  du convertisseur. S'assurer que la formule  $q = \frac{|V_{pleinechelle}|}{2^n - 1}$  est vérifiée,  $n$  étant le nombre de bits. Quel est la tension à laquelle correspond le mot binaire 101 ?

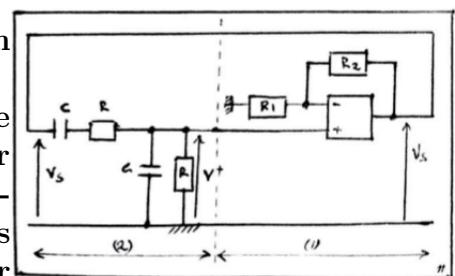
### Exercice 06 : Oscillateur à pont de Wien :

Voir CNC 2012 TSI physique I.

**Exercice 06 : Oscillateur à pont de Wien :**  
L'AO fonctionne en régime linéaire.

1. Étude du bloc amplificateur : Exprimer  $V^-$  en fonction de  $R_1$ ;  $R_2$  et  $V_s$ .

2. Étude du bloc filtre de Wien : Établir la fonction de transfert du filtre (2). En déduire une ED vérifiée par  $V^+$ . En déduire celle vérifiée par  $V_s$ . Quelle est la condition que doit satisfaire  $R_1$  et  $R_2$  pour avoir amorçage des oscillations ? Exprimer  $R_2$  en fonction de  $R_1$  pour avoir un oscillateur électrique harmonique.



## Annexe 01 : Multiplication de deux signaux,

Les courbes ci-dessous sont obtenues grâce au logiciel "Graph". IL s'agit de l'addition de 2 signaux de fréquences très différentes.  $\omega_i = \frac{1}{8}\omega_s = 0,25 \cdot 10^3 \pi \text{ rad/s}$ .

Le premier signal correspond à :  $\cos(250\pi t)$ , le deuxième correspond à :  $\cos(2000\pi t)$  et le troisième correspond à la somme.

