



Cycle Préparatoire Intégré CPI1A

TD : Mécanique classique du point

TD : Cinématique avec changement de référentiel

TD : Changement de référentiels

Exercice 1.

Les coordonnées d'une particule mobile dans un référentiel muni du repère $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ sont données en fonction du temps par : $x = t^2 - 4t + 1$; $y = -2t^4$; $z = 3t^2$.

Dans un deuxième référentiel muni du repère $\mathcal{R}'(O', \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$, avec $\vec{e}_{x'} = \vec{e}_x$, $\vec{e}_{y'} = \vec{e}_y$, $\vec{e}_{z'} = \vec{e}_z$, elles ont pour expression: $x' = t^2 + t + 2$; $y' = -2t^4 + 5$; $z' = 3t^2 - 7$.

1.1 Exprimer la vitesse \vec{v} de M dans \mathcal{R} en fonction de sa vitesse \vec{v}' dans (\mathcal{R}') .

1.2 Procéder de même pour les accélérations.

1.3 Définir le mouvement d'entraînement de (\mathcal{R}') par rapport à (\mathcal{R}) .

Exercice 2.

On laisse tomber d'un immeuble de hauteur h une bille sans vitesse initiale. La chute de celle-ci s'effectue à la verticale selon un mouvement uniformément accéléré d'accélération g (voir figure 1).

2.1 Quelle est la trajectoire de la bille dans un référentiel (\mathcal{R}') lié à une voiture se déplaçant suivant un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse \vec{u} et passant à la verticale de chute au moment du lâcher?

2.2 Quelle est la trajectoire de la bille dans le même référentiel si on admet que la voiture entame au moment du lâcher et à partir de la verticale de chute un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération \vec{a}_e ? (Représenter dans chaque cas la trajectoire demandée.)

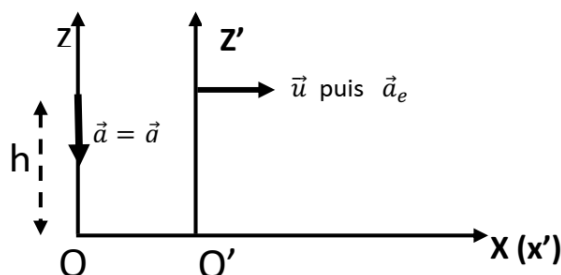


Figure 1:

Exercice 3.

Dans le plan Oxy , un cercle de rayon R , de diamètre OA , tourne à la vitesse angulaire constante ω autour du point O . On lie à son centre mobile O' deux axes rectangulaires $O'x'y'$ (l'axe $O'x'$ est dirigé suivant OA). A l'instant $t = 0$, A est sur Ox , Ox et $O'x'$ étant alors colinéaires. Un point M , initialement en A , parcourt la circonférence dans le sens positif avec la même vitesse angulaire ω .

3.1 Calculer directement les composantes des vecteurs vitesse et accélération de M dans le repère $\mathcal{R}(Oxyz)$ (en dérivant les composantes de \vec{OM}).

3.2 Calculer les composantes de la vitesse et de l'accélération relatives de M dans le repère $\mathcal{R}'(O'x'y'z')$ puis dans $\mathcal{R}(Oxyz)$.

3.3

3.3.1 Calculer les composantes de la vitesse d'entraînement dans le repère $\mathcal{R}(Oxyz)$ en utilisant la notion de point coïncidant, retrouver le résultat par la loi de composition des vitesses.

3.3.2 Calculer de même les composantes de l'accélération d'entraînement dans le repère $\mathcal{R}(Oxyz)$; en déduire l'accélération de Coriolis.

3.4 Vérifier les expressions des composantes de la vitesse d'entraînement et celle de l'accélération complémentaire en utilisant les expressions faisant intervenir le vecteur rotation $\vec{\omega}$.

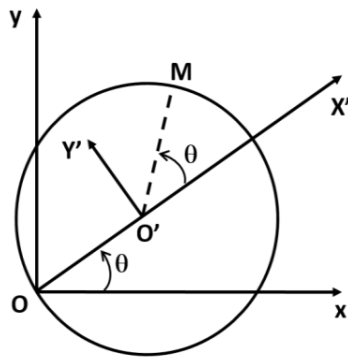


Figure 2:

Exercice 4.

Une masselotte A, de masse m , peut coulisser sans frottements, sur une tige (T). On note r la distance OA entre l'extrémité de la tige et la masselotte A considérée comme ponctuelle. Cette tige, inclinée de l'angle θ_0 par rapport à l'axe Oz du repère d'observation $\mathcal{R}(O, xyz)$, tourne uniformément à la vitesse angulaire ω_0 autour de Oz. On note $\mathcal{R}'(O, x'y'z')$ le repère orthonormé direct lié à la tige, et indiqué sur la figure 3.

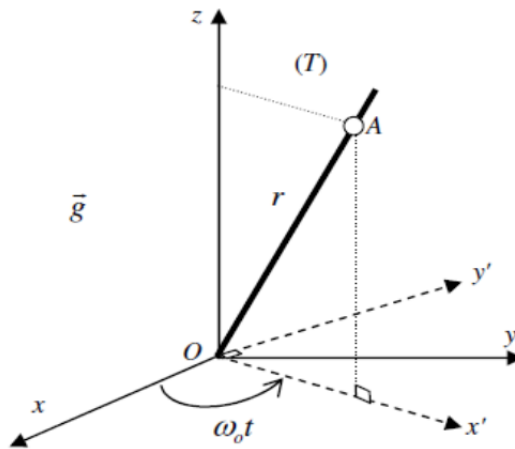


Figure 3:

- 4.1** Exprimer le vecteur \overrightarrow{OA} en fonction de r et θ_0 , dans la base B' liée à \mathcal{R}' . En déduire la vitesse de A dans \mathcal{R}' , $\vec{v}_{(A/\mathcal{R}')}$, que l'on exprimera dans B' .
- 4.2** Caractériser le mouvement de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R} (vitesse de l'origine, vecteur rotation).
- 4.3** Déterminer l'expression de la vitesse d'entraînement, de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis, liées à A, dans le mouvement de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R} .
- 4.4** Retrouver, par application des lois de composition des mouvements, les expressions de la vitesse et de l'accélération de A dans \mathcal{R} .