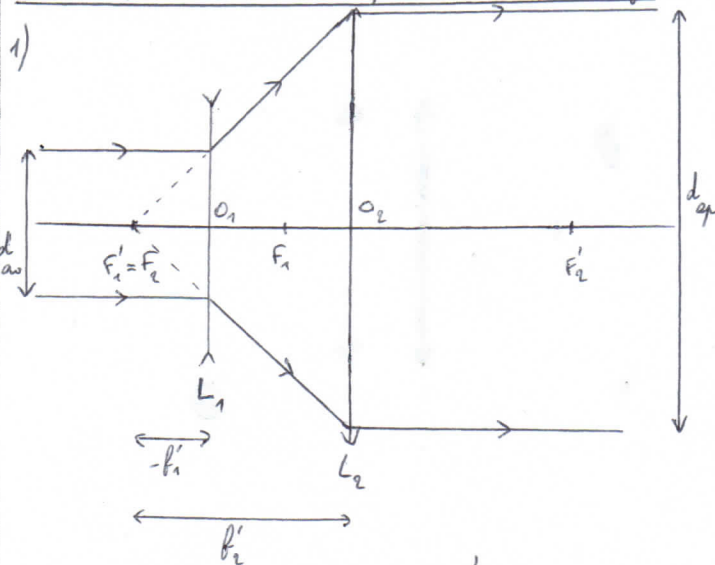


PREMIER PROBLEME : Interférences lumineuses dispositif des trous d'Young (d'après CCP TSI 2007)

Première partie : réalisation pratique du dispositif :



D'après le théorème de Thalès, $-\frac{b_1'}{b_2'} = \frac{d_{av}}{d_{ap}}$

$$\Rightarrow \frac{d_{av}}{d_{ap}} = -\frac{b_2'}{b_1'}$$

2) $\lambda = 632,8 \text{ nm} \Rightarrow$ couleur rouge (laser usuel de TP)

* spectre visible : $400 \text{ nm} < \lambda < 750 \text{ nm}$
↑ violet ↑ rouge

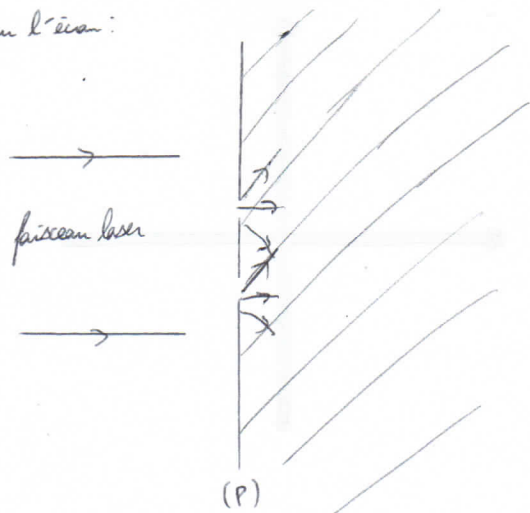
Deuxième partie : description qualitative du phénomène :

3) 1) * En se référant uniquement aux lois de l'optique géométrique, on devrait voir deux petites taches lumineuses sur l'écran (correspondant aux 2 faisceaux lumineux traversant les 2 trous d'Young en ligne droite).

* Les trous sont de "faibles dimensions", donc on ne peut pas se placer dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique.

* C'est grâce au phénomène de diffraction de la lumière à la traversée des trous, que l'on observe ce phénomène d'interférences.

3) 2) sur l'écran :



champ d'interférences : à droite du plan (P).

4) 1) Sur l'écran (E), on observe une alternance de franges rectilignes sombres et brillantes, parallèles à l'axe y (franges à $x = c \frac{t_2}{2}$ car $\delta = \frac{a x}{\lambda}$)

4) 2) Si on obture le trou S_2 , on observe la tache de diffraction d'une ouverture circulaire (tache d'Airy)
 \Rightarrow alternance d'anneaux sombres et brillants
centrés en $x = \frac{a}{2}$, $y = 0$, $z = 0$.

4) 3) * Si on translate (P) suivant Ox , la figure d'interférences est translatée selon Ox de la même quantité.

* Si on translate (P) selon Oy , la figure d'interférences sera inchangée (l'intensité lumineuse ne dépend pas de y).

4) 4) Si on translate (E) suivant $z'z$, \mathcal{D} change, l'interfrange est modifiée ($i = \frac{\lambda \mathcal{D}}{a}$).

Troisième partie : description quantitative du phénomène

$$S_1 \begin{vmatrix} x \\ y \\ 0 \end{vmatrix} \quad S_2 \begin{vmatrix} \frac{a}{2} \\ 0 \\ -\mathcal{D} \end{vmatrix} \quad S_3 \begin{vmatrix} -\frac{a}{2} \\ 0 \\ -\mathcal{D} \end{vmatrix}$$

$$\vec{S_1 \Pi} \begin{vmatrix} x - \frac{a}{2} \\ y \\ \mathcal{D} \end{vmatrix} \quad \vec{S_2 \Pi} \begin{vmatrix} x + \frac{a}{2} \\ y \\ \mathcal{D} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow S_1 \Pi = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + \mathcal{D}^2} \quad \text{et} \quad S_2 \Pi = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + \mathcal{D}^2}$$

$$\Rightarrow \delta(\Pi) = S_2 \Pi - S_1 \Pi = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + \mathcal{D}^2} - \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + \mathcal{D}^2}$$

$$5/2) S_1 \Pi = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D \sqrt{1 + \frac{y^2}{D^2} + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}}$$

$$\stackrel{a, x, y \ll D}{\Rightarrow} = D \left(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} \right)$$

$$\text{De même, } S_2 \Pi = D \left(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} \right)$$

$$\delta = S_2 \Pi - S_1 \Pi = \frac{D}{2D^2} \left[\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right]$$

$$\delta(\Pi) = \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} + ax - \left(x^2 + \frac{a^2}{4} - ax \right) \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta(\Pi) = \frac{ax}{D}}$$

5/3) La différence de marche ne dépend que de x
 \Rightarrow les franges d'interférences sont des lieux $x = c^te$.

Si les 2 trous étaient en $y = y_0$, on obtiendrait la même différence de marche et donc le même système de franges.

\Rightarrow si on remplace les trous par des fentes, on aura exactement la même figure d'interférences (franges rectilignes // à Oy), mais plus lumineuse.

6/1) Il faut le temps $T_1 = \frac{S_1 \Pi}{c}$ pour que la lumière aille de S_1 à Π .

$$\Rightarrow \boxed{\Delta_{1\Pi}(t) = \Delta_0 \cos \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \left(t - \frac{S_1 \Pi}{c} \right) \right)}$$

$$\text{et } \boxed{\Delta_{2\Pi}(t) = \Delta_0 \cos \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \left(t - \frac{S_2 \Pi}{c} \right) \right)}$$

6/2) $\Delta_n(t) = \Delta_{1\Pi}(t) + \Delta_{2\Pi}(t)$ (additivité des amplitudes instantanées)

$$\Delta_n(t) = \Delta_0 \cos \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \left(t - \frac{S_1 \Pi}{c} \right) \right) + \Delta_0 \cos \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \left(t - \frac{S_2 \Pi}{c} \right) \right)$$

$$\text{on } \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta_n(t) = 2\Delta_0 \cos \left(\frac{\pi c}{\lambda} \left(2t - \frac{S_1 \Pi}{c} - \frac{S_2 \Pi}{c} \right) \right) \cos \left(\frac{\pi}{\lambda} (S_2 \Pi - S_1 \Pi) \right)}$$

$$\Rightarrow \text{amplitude de l'onde : } 2\Delta_0 \cos \left(\frac{\pi}{\lambda} (S_2 \Pi - S_1 \Pi) \right)$$

$$6/3) I_n = K 4 \Delta_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} (S_2 \Pi - S_1 \Pi) \right)$$

$$\text{or } S_2 \Pi - S_1 \Pi = \delta = \frac{ax}{D}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_n = 4K \Delta_0^2 \cos^2 \frac{\pi \delta}{\lambda} = 4K \Delta_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right)}$$

$$\text{Eq: } \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_n = 2K \Delta_0^2 \left(1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) = 2K \Delta_0^2 \left(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right)}$$

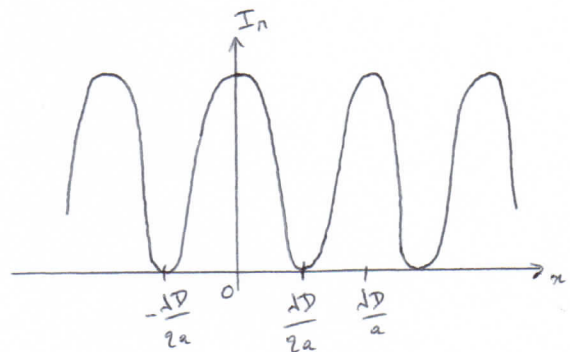
$$(\text{ } = 2I_0 (1 + \cos \varphi) \text{ dans le cours })$$

6/4) $I_n(x) = I_n(x+i)$ (l'interfrange i est la distance entre 2 franges brillantes).

$$\Rightarrow \Delta \varphi = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi a \Delta x}{\lambda D} = \frac{2\pi a i}{\lambda D} = 2\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

6/5)



$$6/6) \varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda} = 2\pi p \quad \text{car } p = \frac{\delta}{\lambda}$$

$$2\pi p = \frac{2\pi ax}{\lambda D} \Rightarrow p = \frac{ax}{\lambda D}$$

$$p=0 \Rightarrow x=0$$

La frange d'ordre 0 ($p=0$) se trouve en $x=0$.

Quatrième partie : modification du dispositif interférentiel :

$$7) \delta'(\Pi) = \delta(\Pi) + \delta'_{\text{sup}} = \frac{ax}{D} + \delta'_{\text{sup}}$$

$$\text{avec } \delta'_{\text{sup}} = m\lambda - 1 \times \lambda$$

↑ trajet dans la lame pour le rayon 2
 ↑ trajet dans l'air pour le rayon 1

$$\Rightarrow \delta'(\pi) = \frac{a\pi}{D} + (n-1)e$$

* calcul de l'interfrange: $\Delta p = 2\pi$ $\Delta p = 1$ $\Delta \delta = 1$

$$\Rightarrow \frac{a\Delta x}{D} + 0 = 1 \Rightarrow \Delta x = i = \frac{1D}{a}$$

\Rightarrow l'interfrange est inchangé.

* position de la frange d'ordre 0:

$$p=0 \Rightarrow \delta=0 \Rightarrow \frac{a x_0}{D} + (n-1)e = 0$$

$$\Rightarrow x_0 = - \frac{(n-1)eD}{a}$$

or cette frange se trouvait précédemment en $x=0$

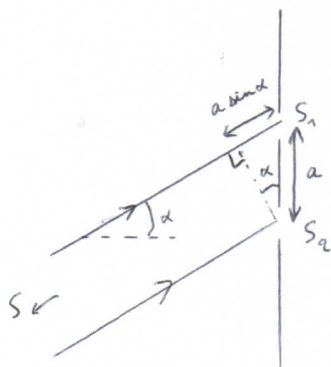
$$\Rightarrow d = 0 - x_0 \Rightarrow d = \frac{(n-1)eD}{a}$$

L'interfrange étant inchangé et la frange d'ordre 0 translatée de d , la figure d'interférences est entièrement translatée de d .

$$x_0 < 0 \text{ car } n > 1$$

\Rightarrow les franges sont déplacées vers le bas (du côté où se trouve la lame).

$$8) \delta''(\pi) = \delta(\pi) + \delta''_{\text{sup}} = \frac{a\pi}{D} + \delta''_{\text{sup}}$$



$$\begin{aligned} \delta''_{\text{sup}} &= (\delta S_2 - \delta S_1)_{\text{sup}} \\ &= SS_2 - SS_1 \\ &= -a \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \delta''(\pi) = \frac{a\pi}{D} - a \sin \alpha$$

or α est "petit" $\Rightarrow \sin \alpha \approx \alpha$

$$\Rightarrow \delta''(\pi) = a \left(\frac{\pi}{D} - \alpha \right)$$

* calcul de l'interfrange: $\Delta \delta = 1$

$$\Rightarrow a \left(\frac{\Delta x}{D} + 0 \right) = 1 \Rightarrow \Delta x = i = \frac{1D}{a}$$

\Rightarrow l'interfrange est inchangée.

* position de la frange d'ordre 0:

$$p=0 \Rightarrow \delta=0 \Rightarrow a \left(\frac{x_0}{D} - \alpha \right) = 0$$

$$\Rightarrow x_0 = D\alpha > 0$$

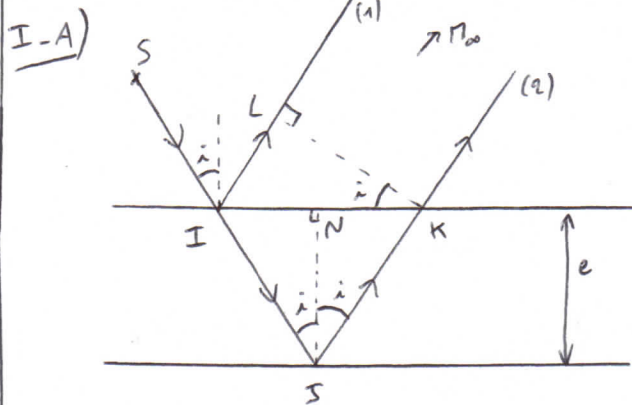
or cette frange se trouvait précédemment en $x=0$

\Rightarrow déplacée vers le haut

L'interfrange étant inchangé et la frange d'ordre 0 translatée vers le haut de $(D\alpha)$, la figure d'interférences est entièrement translatée de $(D\alpha)$ vers le haut.

DEUXIEME PROBLEME: Interférences

Partie I: Interférences à l'infini produites par une lame d'air éclairée par une lumière monochromatique



$$\delta = (SN)_2 - (SN)_1 = (SI + IS + SK + (KN)) - (SI + IL + (LN))$$

$$\alpha(LN) = (KN) \quad (\text{thm de Ptolémée + principe de retour inverse de la lumière})$$

$$\Rightarrow \delta = IS + SK - IL = 2IS - IL$$

triangle ISN: $IS = \frac{e}{\cos i}$

triangle IKL: $IL = IK \sin i = 2IN \sin i$

triangle ISN: $IN = e \tan i$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e \tan i \sin i = \frac{2e}{\cos i} \underbrace{(1 - \sin^2 i)}_{\cos^2 i}$$

$$\Rightarrow \delta = 2e \cos i$$

or R3 et R4: les réflexions et transmissions se font sans aucun déphasage \Rightarrow pas de $\frac{1}{2}$ supplémentaire

$$\Rightarrow \delta = 2e \cos i$$

I-B) $\delta(i=0) = 2e \Rightarrow p = \frac{\delta(i=0)}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} = p$

C'est l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférence.

cf R1: les ondes qui interfèrent ont même amplitude.

$$\Rightarrow I = 2I_0(1 + \cos \varphi) \quad \text{avec } \varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$$

$$\varphi = \frac{2\pi 2e \cos i}{\lambda} = \frac{4\pi e \cos i}{\lambda} = 2\pi p \cos i$$

$$\Rightarrow I = 2I_0(1 + \cos(2\pi p \cos i))$$

I-C) Soit m l'ordre d'interférence du k -ième anneau brillant (donc m entier).

$$m = \frac{2e \cos i_k}{\lambda} = p \cos i_k \Rightarrow m < p$$

$$\Rightarrow 1^{\text{er}} \text{ anneau brillant: } m = p-1$$

$$2^{\text{ème}} \text{ " " : } m = p-2$$

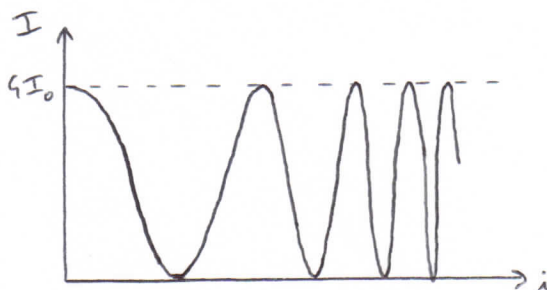
$$k^{\text{ème}} \text{ " " : } m = p-k$$

$$\Rightarrow m = p-k = p \cos i_k = p \left(1 - \frac{i_k^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow i_k = \sqrt{\frac{2k}{p}}$$

(au centre, $k=0$, $i_k=0$, c'est le $0^{\text{ème}}$ anneau brillant).

i_k varie en $\sqrt{k} \Rightarrow$ les anneaux se resserrent quand k augmente.



I-D) $1^{\text{er}} \text{ anneau brillant: } m = p_0 = p-q$

$$2^{\text{ème}} \text{ " " : } m = p_0 - 1 = p - q - 1$$

$$k^{\text{ème}} \text{ " " : } m = p_0 - k + 1 = p - q - k + 1$$

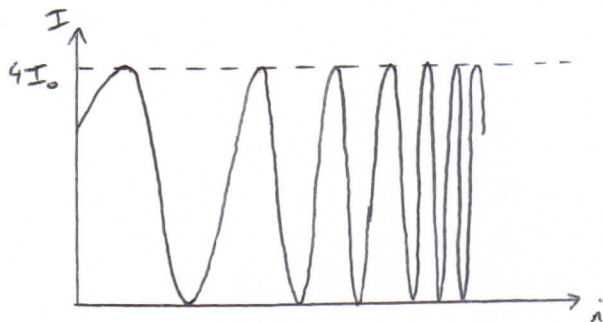
$$m = p - q - k + 1 = p \cos i_k = p \left(1 - \frac{i_k^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow i_k = \sqrt{\frac{2(k+q-1)}{p}}$$

* La courbe donnant I en fonction de i garde la même allure, mais le centre ($i=0$) n'est plus un maximum.

* De plus, si e augmente, $p = \frac{2e}{\lambda}$ augmente

$\Rightarrow i_k$ diminue \Rightarrow le rayon du $k^{\text{ième}}$ anneau brillant diminue \Rightarrow on a de plus en plus d'anneaux dans le champ d'interférence \Rightarrow les anneaux se resserrent.



I-E) Pour les minima d'intensité, l'ordre d'interférence est un demi-entier.

\Rightarrow il faut remplacer m par $m \pm \frac{1}{2}$

\Rightarrow " " " " " " $k \pm \frac{1}{2}$

exemple: si $p = 21388,7$:

$$1^{\text{er}} \text{ anneau sombre: } m = 21388,5 = p_0 + \frac{1}{2}$$

$$k^{\text{ième}} \text{ " " " : } m = p_0 + \frac{1}{2} - k + 1$$

$$\Rightarrow k \rightarrow k - \frac{1}{2}$$

exemple: si $p = 21388,2$

$$1^{\text{er}} \text{ anneau sombre: } m = 21387,5 = p_0 - \frac{1}{2}$$

$$k^{\text{ième}} \text{ " " " : } m = p_0 - \frac{1}{2} - k + 1$$

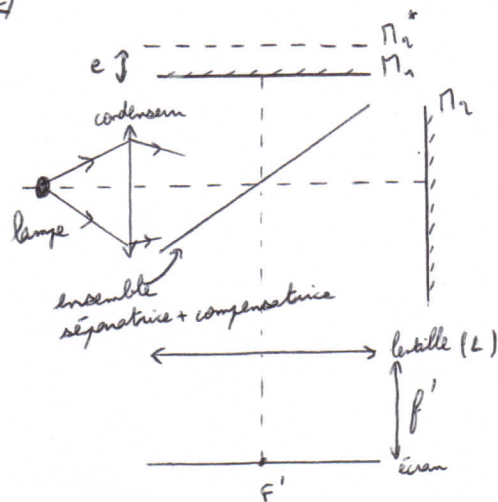
$$\Rightarrow k \rightarrow k + \frac{1}{2}$$

$$\text{Si } q > 0,5: i'_k = \sqrt{\frac{2(k+q-\frac{3}{2})}{p}}$$

$$\text{Si } q < 0,5: i'_k = \sqrt{\frac{2(k+q-\frac{1}{2})}{p}}$$

Partie II: Quelques manipulations avec l'interféromètre de Michelson:

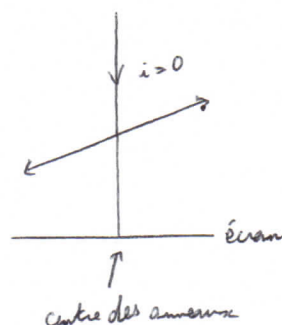
II-A-a)



II-A-b) M_1 et M_2^* sont $\parallel \Rightarrow$ le montage est équivalent à une lame d'air. De plus, la source est large, étendue. Les interférences sont donc localisées à l'infini. On les observe sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente.

II-A-c) Le centre des anneaux est donné par l'intersection de la normale au miroir M_1 passant par le centre optique de la lentille, et l'écran d'observation (point F' , foyer image de la lentille).

II-A-d) * Pivotelement de la lentille:



Après pivotement de la lentille, on ne modifie pas la position du centre des anneaux : c'est un foyer secondaire dans le plan focal image de la lentille.

Plus on s'éloigne du centre des anneaux, plus le contraste sera mauvais, car on n'est plus dans le plan focal image de la lentille.

* Si la lentille est traduite perpendiculairement à l'axe, le centre des anneaux est au foyer F' de la lentille, qui est traduit sur l'écran \Rightarrow la figure d'interférences est traduite de la même quantité.

II-A-e) Les anneaux observés sur l'écran sont des anneaux d'égale inclinaison i . Pour observer le maximum d'un anneau, il faut le plus d'incidence i possible.

II-B-a) * h1 : La séparatrice est une lame semi-réfléchissante qui donne deux rayons de même amplitude. De plus, les réflexions suivent les lois de Descartes, sur la séparatrice comme sur les miroirs plans.

* h2 : l'épaisseur e est due à la dissymétrie dans la position des miroirs : c'est de l'air.

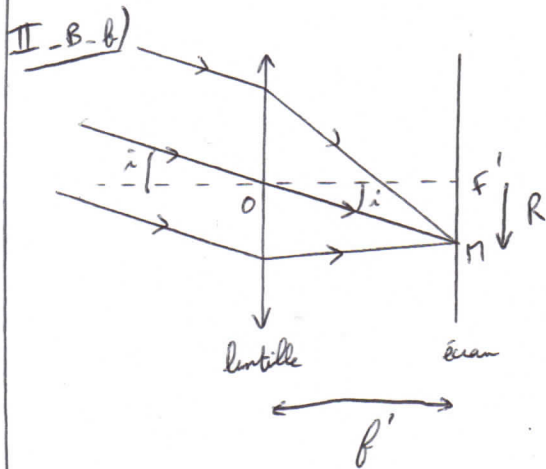
* h3 : on néglige le déphasage supplémentaire de π ($\delta_{\text{sup}} = \frac{1}{2}$) lors d'une réflexion sur un milieu moins réfringent, ce qui ne peut intervenir que sur la séparatrice et non sur la lame d'air (les miroirs plans n_1 et n_2).

dispositif possible pour { séparatrice, compensatrice } :



* h4 : entre deux milieux, au niveau d'un dioptré, la transmission n'introduit jamais de déphasage.

Concernant la transmission à travers la séparatrice, la compensatrice est là pour symétriser les deux faisceaux interférant. \Rightarrow pas de déphasage.



triangle $OF'M$: $R = f' \tan i$

or dans les conditions de Gauss, i est faible

$$\Rightarrow \tan i \simeq i \quad \Rightarrow \boxed{R = f' i}$$

II-c) On trace $R_k^2 = f(k)$ (le faire !)

On obtient bien une droite de pente $a = 5,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$

et d'ordonnée à l'origine $b = -2,1 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$

$$* \text{ cf I-E) : } i'_k = \sqrt{\frac{2(k+q-\frac{3}{2})}{p}} \quad \text{ou} \quad \sqrt{\frac{2(k+q-\frac{1}{2})}{p}}$$

$$\text{or } R_k = f' i'_k \Rightarrow R_k^2 = f'^2 \frac{2(k+q-\frac{3}{2})}{p} \quad \text{ou} \quad f'^2 \frac{2(k+q-\frac{1}{2})}{p}$$

$$\Rightarrow R_k^2 = a k + b$$

$$\text{avec } a = f'^2 \frac{2}{p} \quad \text{or } p = \frac{2e}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{\lambda f'^2}{e} = 5,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^2}$$

II-d) On trace $R_k^2 = f(k)$ (le faire !). On obtient une droite

de pente $a' = 1,7 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ et d'ordonnée à l'origine

$$b' = -1,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

II-E) 3 équations :

$$\begin{cases} a = \frac{\lambda f'^2}{e} = 55 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \\ a' = \frac{\lambda f'^2}{e'} = 17 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \\ e' - e = 4,13 - 4,13 = 0,06 \text{ mm} \end{cases}$$

3 inconnues : λ, e, e'

(on connaît $f' = 50 \text{ cm}$)

$$\Rightarrow e' - e = \lambda f'^2 \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{(e' - e)}{f'^2 \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \right)} = 6 \cdot 10^3 \text{ nm}$$

$$e = \frac{\lambda f'^2}{a} = 0,03 \text{ mm}$$

$$e' = \frac{\lambda f'^2}{a'} = 0,03 \text{ mm}$$

* Épaisseur nulle : index à la position :

$$x_0 = 4,13 - e \\ = 4,13 - e'$$

$$\Rightarrow x_0 = 4,10 \text{ mm}$$

* incertitude sur a : $R_k^2 = a k + b \Rightarrow 2 R_k dR_k \approx k da$

$$R_k \approx 100 \text{ mm (ordre de grandeur)}$$

$$\Rightarrow 2 R_k \Delta R_k \approx k \Delta a$$

$$\Delta R_k = 2 \text{ mm}$$

$$k \approx 4 \text{ (ordre de grandeur)}$$

$$\Rightarrow \Delta a \approx 100 \text{ mm}^2 \text{ (ordre de grandeur)}$$

* De même pour a' : $\Delta a' \approx 60 \text{ mm}^2$ (ordre de grandeur)

* incertitude sur λ :

$$\lambda = \frac{(e' - e)}{f'^2 \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \right)} = \frac{(e' - e) a a'}{f'^2 (a - a')}$$

différenciation logarithmique :

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta(e' - e)}{e' - e} + 2 \frac{\Delta f'}{f'} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta a'}{a'} + \frac{\Delta(a - a')}{a - a'}$$

$$= \frac{\Delta e + \Delta e'}{e' - e} + 2 \frac{\Delta f'}{f'} + \Delta a \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a - a'} \right) + \Delta a' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{a - a'} \right)$$

les erreurs s'ajoutent au pire

$$\Delta e = \Delta e' = 0,005 \text{ mm} ; \Delta f' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx 26\% \Rightarrow \text{très mauvaise précision.}$$

$$\Rightarrow 446 \text{ nm} < \lambda < 760 \text{ nm} !!$$

II-F.a) * On suit la frange d'interférence d'ordre n entier.

$$n = \frac{d}{\lambda} = \frac{2e \cos i}{\lambda} = c^2$$

$e \nearrow \Rightarrow \cos i \searrow \Rightarrow i \nearrow \Rightarrow$ le rayon de cet anneau augmente quand on augmente e .

\Rightarrow les anneaux apparaissent au centre

(ils sortent)

* cf I-D), quand $e \nearrow$, l'ordre au centre $p \nearrow$ et les anneaux se resserrent. (cf précédemment)

II-F.b) * L'évolution du contraste est caractéristique d'une lumière polychromatique constituée d'un doublet de radiations (2 longueurs d'onde voisines).

On a 2 systèmes de franges incohérentes qui se superposent : lorsque les fonctions $I(d, \lambda_1)$ et $I(d, \lambda_2)$ sont en phase, le contraste est maximal ; lorsque ces 2 fonctions sont en opposition de phase, le contraste est minimal (nul si les 2 radiations ont même amplitude).

* Lorsque le contraste s'annule (bruitage des franges), les franges brillantes de λ_1 sont superposées aux franges sombres de λ_2 .

$$J = N \lambda_1 = \left(N + m + \frac{1}{2} \right) \lambda_2$$

↑
ordre d'interférence entier pour λ_1

↑
ordre d'interférence demi-entier pour λ_2

(N et m : entiers)

D'autre part, $\delta = 2e \cos i \simeq 2e$ au voisinage du centre de la figure d'interférence.

$$\Rightarrow N = \frac{\delta}{\lambda_1} \simeq \frac{2e}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2e}{\lambda_1} + n + \frac{1}{2} \right) \lambda_2 = 2e$$

$$\Rightarrow n + \frac{1}{2} = \frac{2e}{\lambda_2} - \frac{2e}{\lambda_1} = 2e \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

or λ_1 et λ_2 sont proches: $\lambda_2 = \lambda$

$$\lambda_1 = \lambda_2 + \Delta\lambda = \lambda + \Delta\lambda$$

avec $\Delta\lambda \ll \lambda$

$$\Rightarrow n + \frac{1}{2} = 2e \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \right) \simeq 2e \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{2\Delta\lambda}{\lambda^2} e - \frac{1}{2}$$

index (en mm)	4,25	4,54	4,84	5,13
e (en mm) (= index - 4,10 mm)	0,15	0,44	0,74	1,03
n	0	1	2	3

On trace $n = f(e)$ (le faire!).

On obtient une droite de pente $3,4 \text{ mm}^{-1}$

$$\Rightarrow \frac{2\Delta\lambda}{\lambda^2} = 3,4 \text{ mm}^{-1} \quad \text{or } \lambda = 590 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = 0,59 \text{ nm}$$

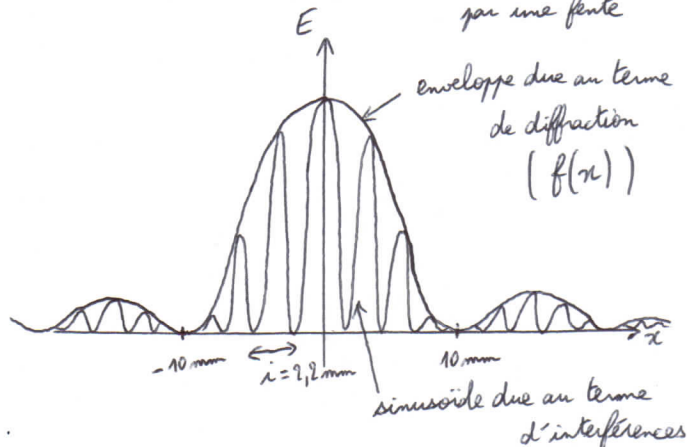
Rq: il s'agit du doublet du sodium

TROISIEME PROBLEME: Acquisition d'une figure d'interférence (d'après laque PT 2006)

Interprétation de la courbe d'interférence:

1) Exploitation de la courbe d'interférence:

$$1/a) E = E_0 \underbrace{\left(1 + \cos \frac{2\pi x}{\lambda D}\right)}_{\text{terme d'interférence}} \times \underbrace{f(x)}_{\text{terme de diffraction par une fente}}$$

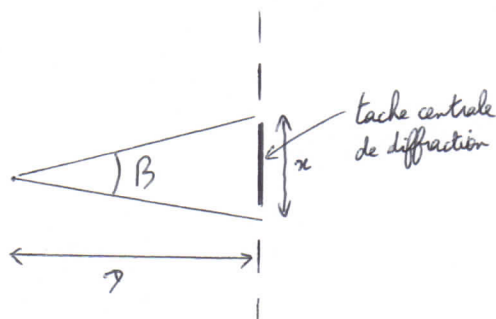


1/b) * lecture graphique de l'interfrange: $i = 2,2 \text{ mm} = \frac{\lambda D}{e}$

$$\Rightarrow e = \frac{\lambda D}{i} = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow \boxed{e = 0,58 \text{ mm}}$$

* largeur angulaire β de la tache centrale de diffraction: $\beta = \frac{2\lambda}{d}$

\hookrightarrow on va en déduire d .



$$\tan \frac{\beta}{2} = \frac{\frac{x}{2}}{D} \approx \frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta = \frac{x}{D}$$

$$\text{or } \beta = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{2\lambda D}{x}$$

avec $x = 20 \text{ mm}$ (lecture graphique).

$$\Rightarrow \boxed{d = 0,13 \text{ mm}}$$

1/c) caméra avec capteurs CCD (plusieurs capteurs \Rightarrow pas besoin de translateur)

2) Vérification optique de l'écartement:

$$2/a) -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA}'} = \frac{1}{\overline{OF}'}$$

$$\text{or } \overline{OF}' = +f' \text{ (lentille convergente)}$$

$$\overline{OA} = p \text{ et } \overline{OA}' = \overline{OA} + \overline{AA}' = p + L$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{p} + \frac{1}{p+L} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow \frac{-p+L}{p(p+L)} = \frac{1}{f'} \Rightarrow p(p+L) = -L f'$$

$$\Rightarrow \boxed{p^2 + Lp + Lf' = 0}$$

$$\Delta = L^2 - 4Lf' = L(L - 4f') > 0 \text{ (cf AN)}$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{-L - \sqrt{L(L - 4f')}}{2} ; p_2 = \frac{-L + \sqrt{L(L - 4f')}}{2}$$

$$2/b) \gamma = \frac{\overline{OA}'}{\overline{OA}} = \frac{p+L}{p} = 1 + \frac{L}{p}$$

$$\gamma = 1 + \frac{L}{\frac{-L \pm \sqrt{L(L - 4f')}}{2}} = 1 + \frac{2}{-1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{f'}{L}}}$$

On s'intéresse au cas $|\gamma| > 1$, c'est-à-dire $\gamma < -1$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = 1 + \frac{2}{-1 + \sqrt{1 - 4\frac{f'}{L}}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = -17,9}$$

$$2/c) \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow |\gamma| = \frac{e'}{e}$$

$$\Rightarrow \boxed{e = \frac{e'}{|\gamma|} = 0,568 \text{ mm} \approx 0,58 \text{ mm}} \text{ (cf 1/b)}$$

\Rightarrow cohérent