

## DM 9 – Étude de doubles vitrages

On étudie divers vitrages.

Un vitrage simple est constitué d'une plaque de verre de surface  $S$  et d'épaisseur  $e$ . On prendra  $S = 1.0 \text{ m}^2$ , et  $e = 4.0 \text{ mm}$ .

Un double vitrage est constitué d'une plaque de verre d'épaisseur  $e$ , d'un espace inter-plaque d'épaisseur  $e'$ , et d'une seconde plaque de verre d'épaisseur  $e$ . Des valeurs courantes sont  $e = 4.0 \text{ mm}$  et  $e' = 16 \text{ mm}$  (double vitrage 4/16/4). On considérera une surface de vitrage  $S = 1.0 \text{ m}^2$ .

Dans tous les cas considérés, la vitre sépare un intérieur à la température  $T_i = 20.0^\circ\text{C}$  d'un extérieur à la température  $T_e = 5.0^\circ\text{C}$ .

Les échanges thermiques à une interface air-verre sont modélisés par la loi de transfert conducto-convectif de Newton, qui donne le flux thermique à travers une surface  $S$  lorsqu'il y a une différence de température  $\Delta T$  entre l'air et le verre :  $\Phi_{\text{th}} = hS\Delta T$ . Ici  $h$  est le coefficient conducto-convectif.

On donne :

- La conductivité thermique du verre  $\lambda_v = 1.6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , celle de l'air au repos  $\lambda_a = 0.03 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Le coefficient conducto-convectif pour un contact entre le verre et l'air d'un local fermé :  $h_i = 9.1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ , et celui pour un contact entre le verre et l'air extérieur :  $h_e = 17 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

On note  $Ox$  l'axe perpendiculaire à la vitre, allant de l'intérieur vers l'extérieur. On se place en régime stationnaire et en dimension unidimensionnelle paramétrée par  $x$ .

### Simple vitrage

On étudie d'abord le simple vitrage.

On note  $T_i$  la température à l'intérieur de la pièce,  $T_{i,v}$  la température de la face intérieure du verre,  $T_{e,v}$  la température de la face extérieure du verre, et  $T_e$  la température de l'air extérieur.

- 1 - a -** Montrer que le profil de température  $T(x)$  dans le verre est affine.
- b -** En déduire l'expression de la résistance thermique  $R_v$  de la plaque de verre d'épaisseur  $e$  et de surface  $S$ . Faire l'application numérique.
- 2 -** Il faut également prendre en compte la couche conducto-convective coté air extérieur, et celle coté air intérieur. Montrer que l'on peut assimiler chacune de ces couches à une résistance thermique,  $R_{\text{air ext-verre}} = \frac{1}{h_e S}$  et  $R_{\text{air int-verre}} = \frac{1}{h_i S}$ . Faire l'application numérique.
- 3 -** Donner l'expression de la résistance thermique totale de la vitre. Faire l'application numérique. Quel(s) terme(s) contribue(nt) le plus à l'isolation ? Comparer avec la donnée constructeur du tableau en fin de sujet et conclure sur la pertinence de notre modèle.

### Double vitrage avec air

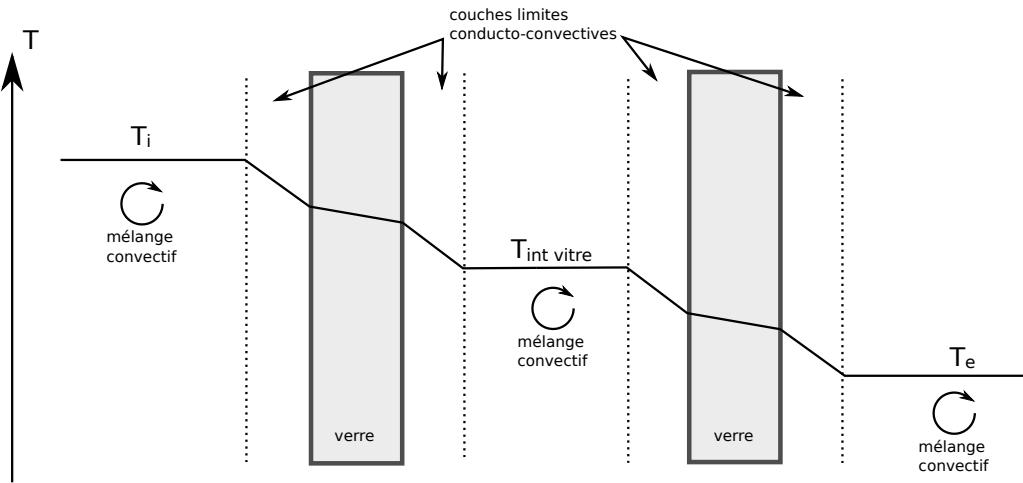
On s'intéresse ensuite au double vitrage.

On suppose dans un premier temps que l'air entre les deux vitres est parfaitement immobile.

- 4 - a -** Quelle est alors l'expression de la résistance thermique de cette couche d'air ? Faire l'application numérique.
- b -** Donner alors l'expression et la valeur de la résistance thermique totale du vitrage. Est-ce en accord avec les données constructeurs ?

L'air entre les deux vitres est en réalité mis en mouvement par la différence de température entre les faces coté intérieur et coté extérieur : il en résulte des mouvements de convections. Les mouvements convectifs étant très efficaces pour transférer l'énergie, l'expression précédente n'est pas valable.

Nous allons donc plutôt supposer qu'entre les deux vitres le profil de température est constant, égal à  $T_{\text{int-vitre}}$ , sauf dans deux couches limites situées contre chacune des faces du verre (voir figure ci-dessous). On prendra la valeur de  $h_i$  pour le coefficient conducto-convectif associé à ces couches.



- 5 - Pourquoi la résistance thermique associée à la portion d'air de température uniforme égale à  $T_{\text{int-vitre}}$  est-elle nulle ?
- 6 - Donner alors l'expression de la résistance thermique totale du vitrage. Faire l'application numérique et comparer à la valeur constructeur du tableau. Commenter.
- 7 - Donner l'expression de la température  $T_{\text{int-vitre}}$ . On fera un schéma électrique équivalent et on utilisera l'équivalent d'un diviseur de tension. Application numérique ?

### Double vitrage avec argon

Certains fabricants utilisent de l'argon pour le gaz entre les deux vitres, car ce gaz à une conductivité thermique moins élevée que celle de l'air ( $\lambda_{\text{Ar}} = 0.0177 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ). On garde le même modèle que précédemment, la seule modification étant celle de la valeur du coefficient conducto-convectif {air entre les vitres} - verre, car l'air entre les vitres est remplacé par de l'argon.

- 8 - Sachant que l'expression démontrée en cours pour  $h$  est  $h = \frac{\lambda}{d}$  avec  $\lambda$  la conductivité thermique du gaz et  $d$  l'épaisseur de la couche limite, quelle est la valeur du coefficient  $h$  à prendre pour les échanges conducto-convectifs entre verre et argon ? On supposera pour simplifier que  $d$  ne dépend pas de la nature du gaz.
- 9 - Donner alors la valeur de la résistance thermique pour un double vitrage avec argon et commenter.

### Gain double vitrage / simple vitrage

Si l'on souhaite comparer le gain entre une installation avec simple vitrage et une installation avec double vitrage, il faut prendre en compte le fait que toutes les déperditions thermiques ne se font pas par les fenêtres. L'Agence de l'environnement et de la maîtrise de l'énergie estime que "seulement 10 à 15% de la chaleur [d'un logement] s'échappe par les fenêtres".

- 10 - Si l'on retient le chiffre de 15%, quel est le gain sur le flux thermique total du logement, en pourcentage, entre une installation simple vitrage et une installation double vitrage à air (on prendra les données constructeur dans le tableau ci-dessous).

Type de vitrage	Résistance thermique donnée par le constructeur pour $S = 1.0 \text{ m}^2$	Résistance thermique pour $S = 1.0 \text{ m}^2$ donnée par le modèle utilisé ici
Simple vitrage 4 mm	$0.16 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$	
Double vitrage 4/16/4 avec air	$0.35 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$	
Double vitrage 4/16/4 avec argon et traitement spécial du verre	$0.83 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$	
Double vitrage 4/16/4 avec vide d'air	$0.71 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$	

Le "traitement spécial du verre" peut être par exemple une couche qui réfléchit le rayonnement infrarouge vers l'intérieur du logement.

Quelques références pour les valeurs : <https://www.picbleu.fr/page/l-isolation-thermique-double-et-triple-vitrage-isolant>, [https://fr.wikipedia.org/wiki/Double\\_vitrage](https://fr.wikipedia.org/wiki/Double_vitrage)