

## TD de thermodynamique n°3

### Le premier principe de la thermodynamique

#### Bilans d'énergie

#### **Exercice 1 - Influence du chemin de transformation.**

Une mole de dioxygène, assimilé à un gaz parfait de coefficient  $\gamma = 7/5$ , passe d'un volume  $V_1 = 10,0 \text{ L}$  à la température  $\theta_1 = 25,0^\circ\text{C}$  à un volume  $V_3 = 20,0 \text{ L}$  à la température  $\theta_3 = 100^\circ\text{C}$ .

1. Calculer la capacité thermique à volume constant molaire  $C_{V,mol}$  du dioxygène.
2. La détente s'effectue par un chauffage isochore quasi-statique suivi d'une détente isotherme quasi-statique.
  - 2.1. Représenter le chemin suivi dans le diagramme ( $P, V$ ).
  - 2.2. Calculer le transfert thermique  $Q$  et le travail  $W$  échangés par le gaz avec l'extérieur.
3. La détente s'effectue maintenant par une détente isotherme quasi-statique suivie d'un chauffage isochore quasi-statique.
  - 3.1. Représenter le chemin suivi dans le diagramme ( $P, V$ ).
  - 3.2. Calculer le transfert thermique  $Q'$  et le travail  $W'$  échangés par le gaz avec l'extérieur.
4. Que remarque-t-on concernant les sommes  $W + Q$  et  $W' + Q'$ ? Interpréter.

Donnée :  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

1. Réponse :  $C_{V,mol} = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{5}{2}R$

2.1. Réaliser un schéma de synthèse où vous noterez les différents états d'équilibre thermodynamique du système pour lesquels vous indiquerez ou calculerez les valeurs des paramètres d'état  $P, T$  et  $V$  ainsi que la nature de la transformation faisant passer le système d'un état à un autre.

2.2. Réponses :  $W = -2,15 \cdot 10^3 \text{ J}$  et  $Q = 3,71 \cdot 10^3 \text{ J}$

3.1. Même indication qu'au 2.1.

3.2. Réponses :  $W' = -1,72 \cdot 10^3 \text{ J}$  et  $Q' = 3,28 \cdot 10^3 \text{ J}$

4. Réponses : Appliquer le premier principe de la thermodynamique entre les états 1 et 3 pour les deux transformations. Quelle propriété de  $U$  peut-on utiliser?

#### **Exercice 2 - Transformation cyclique d'un gaz parfait.**

Une mole de gaz parfait diatomique ( $\gamma = 7/5$ ) subit la transformation cyclique constituée des étapes suivantes :  
- à partir des conditions normales  $P_0 = 1,00 \text{ bar}$  et  $\theta_0 = 0,00^\circ\text{C}$ , un échauffement isobare quasi-statique fait tripler son volume, sa température atteint alors  $\theta_1$  ;  
- une compression isotherme quasi-statique provoque une augmentation de sa pression qui vaut alors  $P_2$  ;  
- un refroidissement isochore quasi-statique le ramène à l'état initial.

1. Représenter le cycle suivi dans le diagramme ( $P, V$ ).
2. Calculer pour chaque étape, avec trois chiffres significatifs, le transfert thermique  $Q$  échangé, le travail  $W$  échangé ainsi que les variations  $\Delta U$  d'énergie interne et  $\Delta H$  d'enthalpie.
3. Calculer  $W_{tot}$  et  $Q_{tot}$  sur le cycle complet, ainsi que  $\Delta U_{tot}$  et  $\Delta H_{tot}$  sur ce cycle.

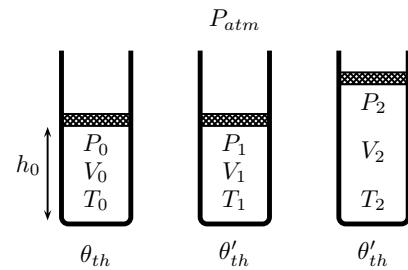
**1.** Réaliser un schéma de synthèse où vous noterez les différents états d'équilibre thermodynamique du système pour lesquels vous indiquerez ou calculerez les valeurs des paramètres d'état  $P$ ,  $T$  et  $V$  ainsi que la nature de la transformation faisant passer le système d'un état à un autre.

$$\begin{array}{llll} W_{0 \rightarrow 1} = -4,54 \cdot 10^3 \text{ J} & \Delta_{0 \rightarrow 1}U = 1,14 \cdot 10^4 \text{ J} & W_{0 \rightarrow 1} = -4,54 \cdot 10^3 \text{ J} & W_{0 \rightarrow 1} = -4,54 \cdot 10^3 \text{ J} \\ \text{2.1. } W_{1 \rightarrow 2} = 7,48 \cdot 10^3 \text{ J} & \Delta_{1 \rightarrow 2}U = 0 \text{ J} & W_{1 \rightarrow 2} = -4,54 \cdot 10^3 \text{ J} & W_{1 \rightarrow 2} = -4,54 \cdot 10^3 \text{ J} \\ W_{2 \rightarrow 0} = 0 \text{ J} & \Delta_{2 \rightarrow 0}U = -1,14 \cdot 10^4 \text{ J} & W_{2 \rightarrow 0} = 0 \text{ J} & W_{2 \rightarrow 0} = 0 \text{ J} \end{array}$$

**3.** Réponses :  $W_{tot} = 2,94 \cdot 10^3 \text{ J}$ ,  $\Delta U_{tot} = 0 \text{ J}$ ,  $Q_{tot} = -2,94 \cdot 10^3 \text{ J}$  et  $\Delta H_{tot} = 0 \text{ J}$

### Exercice 3 - Chauffage d'un gaz parfait.

On enferme  $n = 0,10$  mol de diazote, assimilé à un gaz parfait de coefficient  $\gamma = 7/5$ , dans un cylindre thermostaté à  $\theta_{th} = 27^\circ\text{C}$ , fermé par un piston mobile sans frottement de section  $S = 1,0 \cdot 10^2 \text{ cm}^2$ . La pression atmosphérique est  $P_{atm} = 1,0$  bar. On néglige la force pressante due au poids du piston devant la force pressante atmosphérique.



**1.** Calculer la hauteur  $h_0$  occupée par le gaz dans le cylindre.

**2.** Le piston étant bloqué, on élève la température du thermostat à  $\theta'_{th} = 50^\circ\text{C}$ . Calculer le travail  $W$  et le transfert thermique  $Q$  échangés par le gaz.

**3.** En repartant de l'état initial, on élève à nouveau la température jusqu'à  $\theta'_{th}$ , mais en laissant libre le piston. Calculer le travail  $W'$  et le transfert thermique  $Q'$  échangés par le gaz.

**1.** Réponses :  $h_0 = 25 \text{ cm}$

**2.** Réaliser un schéma de synthèse où vous noterez l'état d'équilibre thermodynamique initial et l'état d'équilibre thermodynamique final du système pour lesquels vous indiquerez ou calculerez les valeurs des paramètres d'état  $P$ ,  $T$  et ainsi que la nature de la transformation faisant passer le système d'un état à un autre. Réponses :  $W = 0 \text{ J}$ ,  $Q = 47,8 \text{ J}$

**3.** Réaliser un schéma de synthèse où vous noterez l'état d'équilibre thermodynamique initial et l'état d'équilibre thermodynamique final du système pour lesquels vous indiquerez ou calculerez les valeurs des paramètres d'état  $P$ ,  $T$  et ainsi que la nature de la transformation faisant passer le système d'un état à un autre. Réponses :  $W' = -19,1 \text{ J}$ ,  $Q' = 66,9 \text{ J}$

### Exercice 4 - Compressions isotherme et monotherme d'un gaz parfait.

Un gaz parfait est contenu dans un cylindre clos par un piston. La température initiale du gaz est égale à la température extérieure  $T_1 = 293 \text{ K}$ , sa pression est  $P_1 = 1 \text{ atm}$  et son volume est  $V_1 = 5 \text{ L}$ . On néglige le poids du cylindre devant la force pressante due à l'atmosphère. Les parois du cylindre et le piston sont de « bons » conducteurs de la chaleur (diathermanes).

**1.** On appuie « lentement » sur le piston, de manière à assurer à chaque instant l'équilibre thermique entre le gaz et l'extérieur, jusqu'à ce que le gaz atteigne la pression  $P_2 = 10 \text{ atm}$ .

Calculer le volume final  $V_2$  occupé par le gaz, sa variation d'énergie interne  $\Delta_{1 \rightarrow 2}U$  ainsi que le travail  $W_{1 \rightarrow 2}$  et le transfert thermique  $Q_{1 \rightarrow 2}$  échangés.

**2.** On applique d'un seul coup une surpression extérieure, par exemple en posant une masse sur le piston, de telle sorte que la pression extérieure passe brusquement de la valeur  $P_1$  à la valeur  $P_2$ . On attend qu'un état d'équilibre thermique se réinstaure avec l'extérieur.

Calculer le volume final  $V'_2$  occupé par le gaz, sa variation d'énergie interne  $\Delta_{1 \rightarrow 2'}U$  ainsi que le travail  $W_{1 \rightarrow 2'}$  et le transfert thermique  $Q_{1 \rightarrow 2'}$  échangés.

Il est extrêmement important de justifier rigoureusement vos réponses. Indiquer la nature de la transformation.

**1.** Réponses :  $V_2 = 0,5 \text{ L}$ ,  $\Delta_{1 \rightarrow 2}U = 0 \text{ J}$ ,  $W_{1 \rightarrow 2} = -Q_{1 \rightarrow 2} = 1166 \text{ J}$

**2.** Réponses :  $V'_2 = 0,5 \text{ L}$ ,  $\Delta_{1 \rightarrow 2'}U = 0 \text{ J}$ ,  $W_{1 \rightarrow 2'} = -Q_{1 \rightarrow 2'} = 4558 \text{ J}$

### Exercice 5 - Compression suivie d'une détente.

Une mole de gaz parfait diatomique est initialement dans les conditions  $P_0 = 1,00$  bar et  $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ . On réalise une compression adiabatique quasi-statique de ce gaz, qui diminue son volume de moitié. On note  $(P_1, \theta_1)$  la pression et la température dans cet état. Puis on détend de manière quasi-statique et isotherme le gaz, de manière à lui faire retrouver son volume initial.

1. Représenter les chemins suivis lors des transformations dans le diagramme  $(P, V)$
2. Calculer  $P_1$  et  $\theta_1$ .
3. Calculer la pression finale  $P_2$  à la fin de la détente.
4. Exprimer puis calculer les travaux et les transferts thermiques échangés par le gaz lors des deux transformations.

*Il est extrêmement important de justifier rigoureusement vos réponses. Indiquer la nature de la transformation.*

**1.** Réaliser un schéma de synthèse où vous noterez les différents états d'équilibre thermodynamique du système pour lesquels vous indiquerez ou calculerez les valeurs des paramètres d'état  $P$ ,  $T$  et  $V$  ainsi que la nature de la transformation faisant passer le système d'un état à un autre.

**2.** Réponses :  $P_1 = 2,64$  bar et  $T_1 = 387$  K

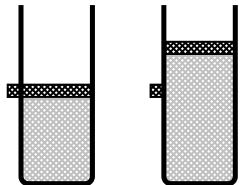
**3.** Réponses :  $P_2 = 1,32$  bar

**4.** Réponses :  $W_{0 \rightarrow 1} = 1945$  J ,  $Q_{0 \rightarrow 1} = 0$  J et  $W_{1 \rightarrow 2'} = -Q_{1 \rightarrow 2'} = -2227$  J

### Exercice 6 - Détente brutale d'un gaz parfait.

Un gaz parfait, de coefficient  $\gamma$ , est contenu dans un cylindre muni d'un piston, l'ensemble étant calorifugé.

La pression extérieure est  $P_0$ . Dans l'état initial, le piston est bloqué et le gaz est comprimé sous la pression  $P_1 > P_0$ , occupant le volume  $V_1$  à la température  $T_1$ . On libère le piston et on laisse le système atteindre un nouvel état d'équilibre. On pose  $x = \frac{P_0}{P_1}$ .



1. Exprimer la température  $T_2$  du gaz à l'équilibre, en fonction de  $\gamma$ ,  $x$ , et  $T_1$ .
2. Comparer  $T_2$  à  $T_1$ .
3. Exprimer le volume  $V_2$  du gaz à l'équilibre, en fonction de  $\gamma$ ,  $x$ , et  $V_1$ .

*Avant de faire l'exercice revoir le paragraphe du cours concernant les transformations adiabatiques. Il est extrêmement important de justifier rigoureusement vos réponses. Indiquer la nature de la transformation.*

**1.**  $T_2 = T_1 \frac{1 + (\gamma - 1)x}{\gamma}$

**2.** Réponses : réaliser une étude mathématique rapide de la fonction  $f(x) = \frac{1 + (\gamma - 1)x}{\gamma}$ .

**3.** Réponses :  $V_2 = V_1 \frac{1 + (\gamma - 1)x}{\gamma}$

### Exercice 7 - Travail fourni par un opérateur.

On considère un cylindre horizontal muni d'un piston et contenant un gaz, supposé parfait, de volume  $V_1 = 5$  L et de pression  $P_1 = 1$  bar. Un opérateur, en agissant sur le piston, réalise une détente quasi-statique isotherme du gaz, et double ainsi son volume.

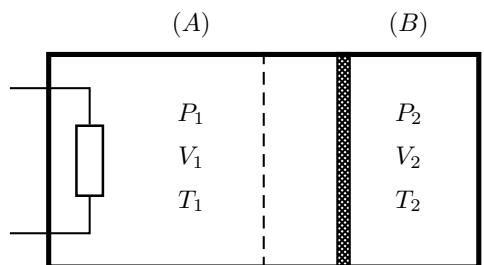
1. Exprimer le travail  $W_{atm}$ , de la force pressante due à l'atmosphère.
2. En déduire l'expression puis la valeur du travail  $W_{op}$  fourni par l'opérateur.

1. Réponse :  $W_{atm} = -P_1 V_1$
2. Réponse :  $W_{op} = P_1 V_1(1 - \ln 2)$

### Exercice 8 - Chauffage par une résistance électrique.

Un cylindre horizontal indilatable est séparé en deux compartiments (*A*) et (*B*) par un piston d'épaisseur négligeable devant la longueur du cylindre et mobile sans frottement. Les parois du cylindre et le piston sont calorifugés.

Dans l'état initial, les deux compartiments contiennent une même quantité d'air, assimilé à un gaz parfait de coefficient  $\gamma = 1,4$ , dans les mêmes conditions de température  $T_0 = 293$  K et de pression  $P_0 = 1$  bar, et occupant le même volume  $V_0 = 1000$  mL. Une résistance électrique traversant le compartiment (*A*) permet de chauffer lentement le gaz le contenant jusqu'à ce que sa pression soit  $P_1 = 3$  bars.



1. Dans l'état d'équilibre thermodynamique final, exprimer puis calculer les paramètres d'état ( $P_2$ ,  $V_2$ ,  $T_2$ ) pour le gaz dans le compartiment (*B*) ainsi que les paramètres ( $V_1$ ,  $T_1$ ) pour le gaz dans le compartiment (*A*).

2. Montrer que le transfert thermique  $Q_A$  reçu par le gaz dans le compartiment (*A*) de la part de la résistance chauffante s'écrit :

$$Q_A = \Delta U_A + \Delta U_B$$

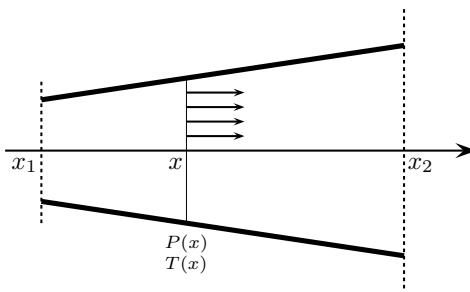
où  $U_A$  et  $U_B$  sont les énergies internes des gaz dans les compartiments respectifs (*A*) et (*B*).

3. Exprimer  $Q_A$  en fonction de  $P_0$ ,  $V_0$  et  $\gamma$ . Le calculer.

### Exercice 9 - Étude d'une tuyère.

On étudie l'écoulement d'un gaz dans une tuyère horizontale isolée thermiquement du milieu extérieur. En régime permanent, dans une section droite de la tuyère, les vitesses d'écoulement sont égales et normales à la section. La pression et la température y sont uniformes et indépendantes du temps :

- à l'entrée de la tuyère,  $x = x_1$  :  $P_1 = 3$  bars et  $T_1 = 300$  K.
- à la sortie de la tuyère,  $x = x_2$  :  $P_2 = 1$  bar et  $T_2 = 250$  K.



1. Montrer que, lorsqu'une mole de gaz passe de l'entrée à la sortie de la tuyère, on peut écrire, quelle que soit l'abscisse  $x$  :

$$H_m(x) + \frac{1}{2}Mv^2(x) = Cte$$

où  $H_m(x)$  : enthalpie molaire du gaz à l'abscisse  $x$  et  $M$  la masse molaire du gaz.

2. En supposant  $v(x_1)$  négligeable, calculer  $v(x_2)$ .

3. Le gaz sortant de la tuyère est utilisé pour actionner une turbine. A l'entrée de la turbine, il a une pression  $P_2$ , une température  $T_2$  et une vitesse  $v_2$ . A la sortie, la pression et la température sont inchangées, et la vitesse est nulle. Calculer le travail récupéré par la turbine par le passage d'une mole de gaz.

*Données* :  $M = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et  $\gamma = 1,4$ . On supposera le gaz parfait.

### **Exercice 10 - Compression isotherme d'un gaz de Van Der Waals.**

On considère une mole d'azote, obéissant à l'équation d'état :

$$\left( P + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT \quad \text{avec} \quad a = 0,13 \text{ S.I.} \quad \text{et} \quad b = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ S.I.}$$

Son énergie interne a pour expression :

$$U_m = C_{V,m}T - \frac{a}{V_m}$$

Le gaz occupe initialement le volume  $V_1 = 25 \text{ L}$  à la température  $T_1 = 300 \text{ K}$  et on le comprime de manière isotherme jusqu'au volume  $V_2 = 12,5 \text{ L}$ .

1. Calculer les pressions initiale  $P_1$  et finale  $P_2$  du gaz.
2. Calculer le travail  $W$  et la quantité de chaleur  $Q$  échangés par le gaz avec l'extérieur au cours de la compression.

### **Exercice 11 - Calorimétrie.**

Un calorimètre et ses accessoires (agitateur, thermomètre...) possède une capacité calorifique  $C$ .

1. Le calorimètre contenant une masse d'eau  $M = 95 \text{ g}$  d'eau à la température  $\theta_1 = 20,0^\circ\text{C}$ , on lui ajoute une masse  $m = 71 \text{ g}$  d'eau à la température  $\theta_2 = 50,0^\circ\text{C}$ . Après quelques instants, la température d'équilibre observée est  $\theta_f = 31,3^\circ\text{C}$ .

En déduire la valeur de la capacité thermique  $C$  du calorimètre. Calculer la masse en eau  $\mu$  équivalente au calorimètre.

2. Le même calorimètre contient maintenant  $M' = 100 \text{ g}$  d'eau à  $\theta_1 = 15^\circ\text{C}$ . On y plonge un échantillon métallique de masse  $m' = 25 \text{ g}$  qui sort d'une étuve à  $\theta_2 = 95^\circ\text{C}$ . La température d'équilibre est  $\theta_f = 16,7^\circ\text{C}$ . Déterminer la capacité thermique massique moyenne  $c_{\text{métal}}$  de l'échantillon métallique dans ce domaine de température.

Donnée :  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

### **Exercice 12 - Méthode électrique.**

On désire mesurer la capacité thermique totale  $C$  d'un calorimètre et de son contenu (eau et accessoires). On plonge pour cela une résistance chauffante  $R = 250 \Omega$  dans l'eau du calorimètre (valeur supposée indépendante de la température). On fait circuler un courant électrique d'intensité  $I = 0,5 \text{ A}$  pendant  $\Delta t = 13 \text{ min}$ , tout en homogénéisant. On constate que la température de l'ensemble passe de  $\theta_0 = 14^\circ\text{C}$  à  $\theta_1 = 16^\circ\text{C}$ .

En déduire l'expression puis la valeur de  $C$ .

### **Exercice 13 - Évolution de la température dans une résistance électrique.**

Une résistance électrique  $R$ , de capacité thermique  $C$ , est placée dans l'air de température  $T_0$ . Lorsque la température de la résistance est  $T > T_0$ , on admet que le transfert thermique  $\delta Q$  perdu pendant une durée  $dt$  est donnée par la loi de NEWTON :

$$\delta Q = aC(T - T_0)dt$$

où  $a$  est une constante. À la date  $t = 0$ , la résistance étant à la température  $T_0$ , on fait passer dans la résistance électrique un courant d'intensité  $I$  constante.

1. Quelle est la dimension de la constante  $a$  ?
2. En faisant un bilan énergétique sur une durée  $dt$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $T(t)$ .
3. Identifier la constante de temps  $\tau$  du phénomène ainsi que la température  $T_\infty$  atteinte par la résistance au bout d'une durée  $t \gg \tau$ .