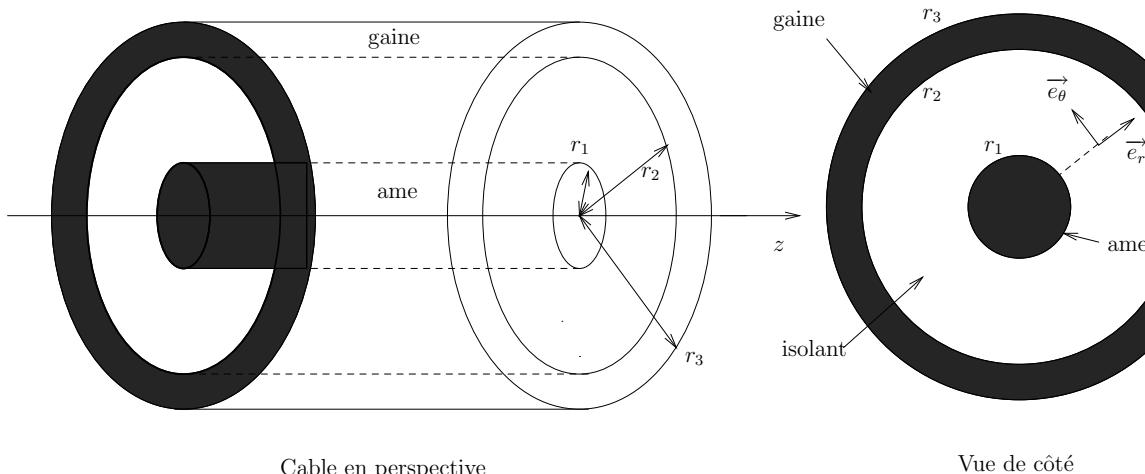


# Devoir maison : électromagnétisme et thermodynamique

## PROBLÈME N°1 : CABLE COAXIAL

On étudie en régime statique un cable coaxial parcouru par un courant  $I$ . Le cable est composé de :

- "l'âme" du cable, cylindre de rayon  $r_1$  et de longueur  $\ell \gg r_3$ , constituée d'un matériau parfaitement conducteur.
- de la gaine, conducteur périphérique parfait de rayon intérieur  $r_2$  et de rayon extérieur  $r_3$ .
- l'âme est isolée de la gaine par un matériau isolant qui occupe l'espace compris entre  $r_1$  et  $r_2$ . Ce matériau a une permittivité diélectrique  $\epsilon_0$  et une perméabilité magnétique  $\mu_0$  et peut être assimilé à du vide.



Cable en perspective

Vue de côté

On rappelle l'expression du gradient et du laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\Delta V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

### 1 Etude du champ électrique

On considère dans cette partie que l'âme est maintenue au potentiel  $U$  alors que le potentiel de la gaine est nul.

**1.1** Rappeler les lois fondamentales locales de l'électrostatique. En déduire la loi liant le potentiel  $V(M)$  à la densité volumique de charges  $\rho$ . Résoudre cette équation dans l'espace  $r \in [r_1; r_2]$  en tenant compte des conditions limites.

**1.2** En déduire l'expression du champ électrique dans l'isolant. Montrer que ce champ est radial.

On rappelle la relation de passage exprimant la discontinuité de  $\vec{E}$  à travers une interface chargée superficiellement séparant deux demi-espaces 1 et 2 :  $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$

En déduire que les interfaces âme/isolant en  $r_1$  et isolant/gaine en  $r_2$  comportent des charges surfaciques  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  à déterminer. On précisera le signe de ces charges.

En déduire les charges totales présentes sur l'âme et la gaine. Vérifier que le cable est électriquement et globalement neutre.

**1.3** Déduire des questions précédentes que la capacité du cable est :  $C = \frac{2\pi\epsilon_0\ell}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

On définit alors la capacité par unité de longueur du cable :  $\Gamma = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

**1.4** Rappeler l'expression de l'énergie volumique du champ électrique.

Intégrer cette expression dans tout le cable pour en déduire l'énergie  $W_E$  du champ électrique du cable coaxial. Cette énergie est  $W_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2$ . Retrouver alors l'expression de C.

## 2 Etude du champ magnétique

On considère dans cette partie que l'âme est parcourue par un courant uniforme d'intensité I dirigé selon  $\vec{e}_z$  alors que la gaine est parcourue par un courant d'intensité -I selon  $\vec{e}_z$ . On suppose maintenant et jusqu'à la fin du problème que l'âme et la gaine sont d'épaisseur très faible.

**2.1** Le champ est alors non nul uniquement dans l'isolant, pour  $r \in [r_1; r_2]$ . Déterminer ce champ.

**2.2** Rappeler l'expression de l'énergie volumique du champ magnétique.

Intégrer cette expression dans tout le cable pour en déduire l'énergie  $W_B$  du champ magnétique du cable coaxial. Cette énergie est  $W_B = \frac{1}{2}LI^2$ . Déterminer alors l'expression de L.

$$\mu_0 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

On définit alors l'inductance par unité de longueur du cable. Montrer qu'elle s'écrit :  $\Lambda = \frac{\mu_0 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi}$

## 3 Bilan énergétique

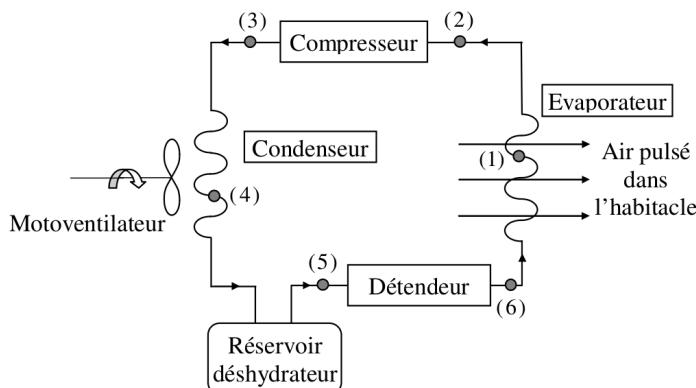
**3.1** Rappeler la définition et la signification physique du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$ .

**3.2** Calculer le vecteur de Poynting dans le cable coaxial en utilisant les résultats des deux premières parties. Préciser sa direction. On considérera que l'âme et la gaine ont une épaisseur très faible.

**3.3** Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers le cable coaxial. Montrer que ce flux s'écrit  $\Phi = UI$ . Commenter.

## PROBLÈME N°2 ETUDE DU CYCLE DE PRODUCTION DU FROID D'UNE CLIMATISATION AUTO

Les véhicules équipés de la climatisation en série occupent une place de plus en plus importante sur le marché automobile : en 2005, cet équipement a été présent sur près de 90 % des véhicules neufs en France. Le fluide frigorigène subissant le cycle est de l'hydrofluorocarbone HFC connu sous le code R134a . On admet qu'il se conduit à l'état gazeux comme un gaz parfait de caractéristique massique  $r = R/M = 85 J.kg^{-1}.K^{-1}$  où R est la constante des gaz parfaits et M la masse molaire du fluide. L'exposant adiabatique est  $\gamma = \frac{c_p}{c_V} = 1,12$ .



Le cycle théorique du R134a est le suivant :

- En (1) , dans l'évaporateur, le fluide frigorigène est entièrement à l'état de vapeur saturante :  $p_1 = 3,5$  bar,  $h_1 = 400\text{kJ.kg}^{-1}$ . Il subit alors un échauffement isobare en sortie de l'évaporateur jusqu'à l'entrée du compresseur caractérisé par l'état ( 2 ) :  $p_2 = 3,5\text{bar}$ ,  $h_2 = 420\text{kJ.kg}^{-1}, \theta_2$ .
- La vapeur surchauffée basse pression est alors comprimée par le compresseur de 3,5 bar à 10 bar (état (3)). Sa température est alors  $\theta_3$ . La compression est supposée adiabatique réversible.
- Entre (3) et (4) , la vapeur surchauffée haute pression est refoulée dans le condenseur où elle cède à l'air extérieur une quantité de chaleur sous pression constante. Le fluide frigorigène se condense alors entièrement (état (4) où le liquide est juste saturant).
- En sortie du condenseur, le fluide liquéfié se sous-refroidit et traverse un réservoir déshydrateur, toujours à pression constante. L'état (5) caractérise ce sous refroidissement.
- Entre (5) et (6) , le fluide est acheminé dans un détendeur où il subit une détente isenthalpique ; sa pression passe alors de 10 bar à 3,5 bar. Le fluide se vaporise alors partiellement. L'état (6) est caractérisé par les données suivantes : titre massique en vapeur 20 % ; température  $\theta_6$  ; pression  $p_6 = 3,5$  bar.
- Enfin, il pénètre dans l'évaporateur et absorbe en s'évaporant une certaine quantité de chaleur provenant de l'air pulsé en direction de l'habitacle. L'air arrive rafraîchi dans l'habitacle.

Dans tout le problème, le débit massique du R134a a pour valeur :  $D_m = 0,13\text{kg.s}^{-1}$ .

1. Pour quelles pressions les isothermes sont-elles en accord avec ce que l'on attend d'un gaz parfait ? Déterminer alors graphiquement la capacité thermique massique à pression constante  $c_p$  du fluide frigorigène R134a (aux températures proches de l'ambiente). Utiliser les données numériques du texte pour déterminer plus précisément cette valeur.
2. Etablir le bilan enthalpique traduisant la conservation de l'énergie pour un fluide en écoulement stationnaire au travers d'une machine en recevant un transfert thermique  $q$  et un travail massique utile  $w_u$ . On négligera l'énergie cinétique du fluide.
3. Placer, sur le diagramme enthalpique (voir annexe), les 6 points correspondant aux différents états du cycle du fluide frigorigène. Tracer le cycle en précisant le sens du parcours.
4. Déterminer les températures de ces 6 états  $\theta_i$  avec  $i \in [1; 6]$ .
5. Déterminer l'entropie massique du fluide  $s_i$  en ces 6 états.
6. a) Relever, sur le diagramme, le travail massique de transvasement que doit fournir le compresseur par kilogramme de fluide lors de sa compression adiabatique (travail utile massique  $w_u$ ). b) En déduire la puissance  $P_1$  que doit fournir le compresseur au fluide caloporeur.
7. Mesurer à l'aide du diagramme la quantité de chaleur massique  $q_C$  échangée lors du passage du fluide entre les états (3) et (4). Préciser et interpréter le signe de  $q_C$ .
8. Déterminer la quantité de chaleur  $q_f$  échangée avec l'air pulsé vers l'habitacle par kilogramme de fluide au niveau de l'évaporateur (entre les états (6) et (1)). Préciser et interpréter le signe de  $q_f$ .
9. En déduire la puissance frigorifique  $P_2$  produite par la climatisation automobile.
10. Définir puis calculer le coefficient de performance de l'installation (efficacité).

# R134a CH2FCF3

**R134a** Ref:D.P. Wilson & R.S.Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.

DTU, Department of Energy Engineering  
s in [kJ/kg KJ] v in [m<sup>3</sup>/kg], T in [°C]  
M.L. Skovup & H.H.J. Knudsen, 12-10-07

