# TD de Thermodynamique SMPC
## Rappels et compléments Mathématique
## Série n° 2

$b = 32$

$a = \frac{212-32}{100} = 1,8$

**Exercice 1.** Un thermomètre centésimal (échelle Celsius) indique 0°C au point de la glace fondante, et la température 100°C au point de l'eau bouillante.
Par hypothèse, l'échelle Fahrenheit se déduit de l'échelle Celsius par une relation linéaire affine suivante : $\theta_F = a\theta(°C) + b$. L'échelle Kelvin se déduit de l'échelle Celsius par la relation suivante : $T(K) = \theta(°C) + 273{,}15$

1° On se propose de trouver une relation entre les températures Fahrenheit et Celsius. Déterminer les valeurs des constantes a et b. Déduire la température 20°C en °F et en K.

2° Quelle est la température, en °F d'un chat bien portant $\theta = 38{,}5°C$

Glace fondante : 0°C = 32°F / Eau bouillante : 100°C = 212°F / $\theta(°F) = a.\theta(°C) + b$

**Exercice 2.** Un thermomètre à mercure, gradué linéairement, est plongé dans la glace fondante, le mercure affleure à la division n = - 2. Dans la vapeur d'eau bouillante, sous la pression atmosphérique, il affleure à la division n = +103.

a) Dans un bain tiède, le mercure affleure à la division n = + 70. Déterminer la température $\theta(°C)$, du bain, indiquée par ce thermomètre.

b) ~~Déterminer~~ la correction à apporter à la lecture de la division n, sous la forme $\theta - n = f(n)$. En déduire la température pour laquelle aucune correction n'est nécessaire.

**Exercice 3.** En utilisant une surface carrée d'un solide métallique. Démonter que $\gamma = 2\lambda$ sachant que chaque coté se dilate $l = l_0 + \lambda l_0 . \Delta T$

De même démontrer que $\alpha = 3\lambda$ en utilisant un cube dont l'arête se dilate.

$\lambda ; \gamma ; \alpha$ : Sont respectivement les coefficients de dilatation linéaire, surfacique et volumique.

**Application** : la température d'un rail de chemin de fer de 50 m ($l_0$) de longueur passe de 0°C la nuit à 80°C le jour au soleil. De combien varie sa longueur sachant que le coefficient linéique du fer est $\lambda = 12.10^{-6}.°C^{-1}$

**Exercice 4.** La pression hydrostatique P (x, y, z) est une fonction scalaire définie par $d\vec{F} = P.d\vec{S}$ où $d\vec{F}$ est la force appliquée à l'élément de surface $d\vec{S}$ de centre M (x, y, z).



Habib Kadi

1°) Etablir la relation différentielle $dP = -\rho.g.dz$ entre la variation d'altitude dz et la différence de pression dP s'exerçant sur les deux faces supérieure et inférieure d'une portion de volume élémentaire dx.dy.dz d'un fluide de masse volumique $\rho$ en équilibre dans le champs de pesanteur.

2°) Exprimer la pression P en fonction de l'altitude z, de la masse volumique $\rho$ supposée constante et de la pression atmosphérique $P_0$.

3°) quelle est la pression dans une fosse océanique à 10 km de profondeur en supposant que l'eau de mer est fluide incompressible de masse volumique 1030 $Kg/m^3$.

4°) On considère que l'air atmosphérique est gaz parfait de masse molaire M = 29 g / mol. Ce gaz obéit à l'équation d'état $PV = nRT$ . la pression au niveau de la mer est $P(0) = P_0 = 1$ atm. L'accélération de la pesanteur g est égale à 9,80 $m/s^2$.

Déterminer la pression P(z) à l'altitude z. La température T est supposée constante.

**Exercice 5.** On place 100 g de carbone (diamant) dans un calorimètre à 15 °C. Le vase calorimétrique étant en aluminium et a une masse de 200 g. Un apport de chaleur Q = 2,59 KJ, augmente la température de l'ensemble à 28 °C. Déterminer la chaleur spécifique (massique) du carbone.

On donne : la chaleur spécifique de l'aluminium $c_{al} = 0,9.kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

**Exercice 6.** a- Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour faire fondre un bloc de glace de 10 kg dont la température initiale est de - 10 °C.

b- Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour convertir entièrement, en vapeur à 110 °C, 5 kg de glace à - 20 ° C.

C- Calculer la quantité de chaleur à enlever à 5 kg de vapeur à 110 ° C pour la convertir entièrement en glace à -20°C.

Données : la pression est supposée constante ;

Chaleur spécifique de l'eau $c_{eau} = 4,169.kJ.kg^{-1}.K^{-1}$;

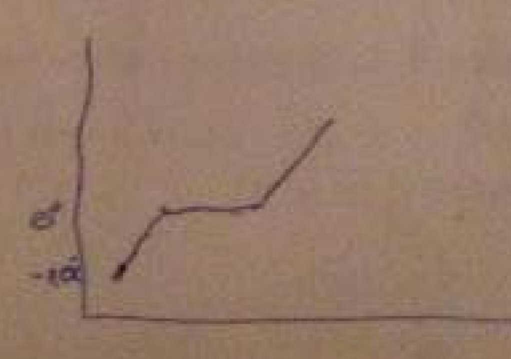
Chaleur spécifique de la glace $c_{glace} = 2,089.kJ.kg^{-1}.K^{-1}$;

Chaleur spécifique de la vapeur d'eau $c_{eau.vap} = 1,963.kJ.kg^{-1}.K^{-1}$;

Chaleur latente massique de fusion de la glace $L_F = 333.kJ.kg^{-1}$;

Chaleur latente massique de vaporisation de l'eau $L_V = 2255.kJ.kg^{-1}$.

Habib Kadi



ce 1: (1) Thermodynamique série n°2

On a $\theta_F = a\theta(°C) + b$ et $T(K) = \theta(°C) + 273{,}15$

① Glace fondante : $0°C = 32°F$

$32 = a \times 0 + b \Longleftrightarrow \boxed{b = 32}$

Eau bouillante : $100°C = 212°F$

$212 = a \times 100 + 32 \Longleftrightarrow a \times 100 = 212 - 32 = 180$

$\Longleftrightarrow a = \frac{180}{100} = 1{,}8 \Longleftrightarrow \boxed{a = 1{,}8}$

On deduit la température 20°C en °F et en K :

- $\theta_F = a\theta(°C) + b$

$\theta_F = 1{,}8 \times 20 + 32 = 68°F \Longleftrightarrow \boxed{\theta_F = 68°F}$

* $T(K) = \theta(°C) + 273{,}15$

$T(K) = 20 + 273{,}15 = 293{,}15\,K \Longleftrightarrow \boxed{T(K) = 293{,}15\,K}$

② La temperature, en °F d'un chat portant : $\theta = 38{,}5°C$ est :

on a $\theta_F = a\,\theta(°C) + b$

$\theta_F = 1{,}8 \times 38{,}5 + 32 = 101{,}5\,°F \Longleftrightarrow \boxed{\theta_{F_{chat}} = 101{,}5\,°F}$

Exercice 2 : On a $\theta°C = am + b$

Habib Kadi

ⓐ $\begin{cases} 0°C = a(-2) + b \Rightarrow b = 2a \\ 100°C = a(103) + b \end{cases}$

donc $100 = 105\,a \Rightarrow a = \frac{100}{105} = \frac{20}{21}$

et $b = \frac{40}{21}$

$\Rightarrow \boxed{\theta°C = \frac{20}{21}m + \frac{40}{21}}$

(1)

$\theta°C = \frac{20}{21} \times 70 + \frac{40}{21} = \frac{200}{3} + \frac{40}{21} = \frac{1400 + 40}{21} = \frac{1440}{21} = 68{,}57°C$

$\boxed{\theta°C = 68{,}57°C}$

(b) $\theta - m = \frac{20}{21} m + \frac{40}{21} - m = \left(\frac{20}{21} - 1\right) m + \frac{40}{21}$

donc $\boxed{f(m) = -\frac{m}{21} + \frac{40}{21}}$

En deduit la température pour lequel aucune correction n'est nécessaire : on a $f(m) = 0$



donc $\theta = m \Longrightarrow \boxed{m = 40°C}$

**Exercice 3 :** on a $\ell = \ell_0 + \lambda \ell_0 . \Delta t$

donc $\begin{cases} \lambda = \frac{1}{\ell_0} \frac{\Delta \ell}{\Delta T} \\ \gamma = \frac{1}{S_0} \frac{\Delta S}{\Delta T} \\ \alpha = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta T} \end{cases}$

$V = V_0 + \alpha V_0 . \Delta t$

$S = S_0 + \gamma S_0 . \Delta t$


on a * $\boxed{S_0 = \ell_0^2}$

$S = (\ell_0 + \Delta \ell)^2$

$S = \ell_0^2 + 2 \ell_0 \Delta \ell + \Delta \ell^2$

$\Delta \ell = \ell_0 . \lambda \Delta t$

$S = \ell_0^2 + 2 \ell_0 (\ell_0 . \lambda . \Delta t) + (\ell_0 \lambda \Delta t)^2$

$S = S_0 + 2 S_0 . \lambda . \Delta t + (\ell_0 . \underbrace{\lambda}_{0} . \Delta t)^2$

$\boxed{\gamma = 2\lambda}$

on a * $\boxed{V_0 = \ell_0^3}$

$V = (\ell_0 + \Delta \ell)^3$

$V = \ell_0^3 + (\Delta \ell)^3 + 3 \ell_0^2 . \Delta \ell + 3 \ell_0 (\Delta \ell)^2 = V_0 + 3 \ell_0^2 \Delta \ell + 3 \ell_0 (\Delta \ell)^2 + \Delta \ell^3$

$V = V_0 + 3 \ell_0^2 (\lambda \ell_0 \Delta t) + 3 \ell_0 \underbrace{(\lambda \ell_0 \Delta t)^2}_{0} + \underbrace{(\lambda \ell_0 \Delta T)^3}_{0}$

$\alpha = \frac{1}{V} \frac{V - V_0}{\Delta T}$

donc $V \simeq V_0 + 3 V_0 \lambda . \Delta t \Longrightarrow \boxed{\alpha = 3\lambda}$

Habib Kadi

# Thermodymamique — série n°2

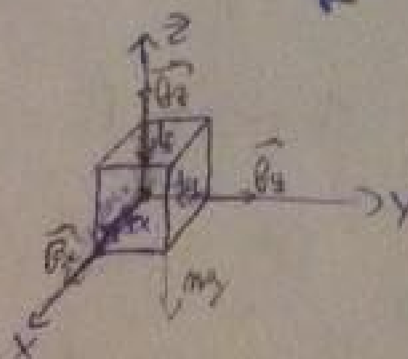
**Application :** on a $l_0 = 50\,m$ et $\lambda = 12.10^{-6}\ °C^{-1}$ ; $\Delta T = 80°C$

Habib Kadi

La longueur se varie : $l = l_0 + \lambda l_0 \Delta t$

$$\Delta l = 12\times 10^{-6}\times 50\times 80 = 4,8\ cm$$

donc $\boxed{\Delta l = 4,8\ cm}$




**Exercice 4 :** on a $dV = dx.dy.dz$

$$dm = \rho . dV = \rho . dx . dy . dz$$

$\vec{P} = m\vec{g}$ ; $\vec{F}_x$ ; $\vec{F}_x + dx$ ; $\vec{F}_y$ ; $\vec{F}_y + dy$ ; $\vec{F}_z$ ; $\vec{F}_z + dz$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$m\vec{g} + \vec{F}_x + \vec{F}_x + dx + \vec{F}_y + \vec{F}_y + dy + \vec{F}_z + \vec{F}_z + dz = 0$$

$$\begin{array}{l|l|l}
/ox & 0 + F_x - F_x + dx + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 & F_x - F_x + dx = 0 \\
/oy & 0 + 0 + 0 + F_y - F_y + dy + 0 + 0 = 0 & F_y - F_y + dy = 0 \\
/oz & -mg + 0 + 0 + 0 + 0 + F_z - F_z + dz = 0 & F_z - F_z + dz = mg
\end{array}$$

avec $P = \dfrac{F}{S}$

$m = \rho dV$

donc
$$\left\{\begin{array}{l}
* F_x = P_x . dy dz \\
* F_x + dx = P(x + dx) . dy . dz \\
* F_y = P_y . dx . dz \\
* F_y + dy = P(y + dy) . dx . dz \\
* F_z = P_z\ dx\ dy \\
* F_z + dz = P(z + dz) . dx dy
\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l}
P_x - P(x + dx) = 0 \\
P_y - P(y + dy) = 0 \\
P_z . dx . dy - P(z + dz) . dx dy = \rho . g dx . dy dz
\end{array}\right.$$

donc $\boxed{\left\{\begin{array}{l} dP_x = 0 \\ dP_y = 0 \\ dP_z = -\rho g dz \end{array}\right.}$

donc $\boxed{dP = -\rho g dz}$ Loi fondamental de l'hydrostatique

② on $dP = -\rho g dz$

$$\int_{P_0}^{P} dP = \int -\rho g \, dz \iff \int_{P_0}^{P} dP = -\rho g \int_0^z dz$$

$$\iff \int_{P_0}^{P} dP = -\rho g z$$

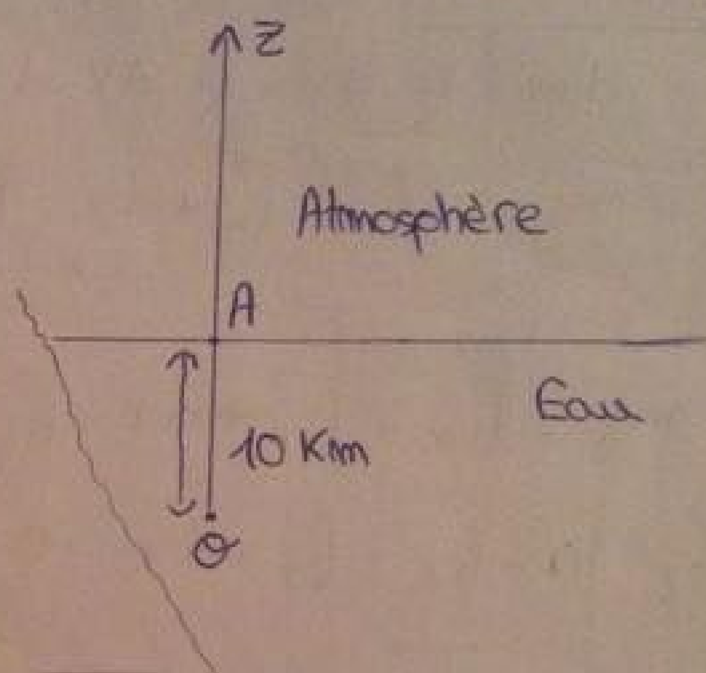
donc $P - P_0 = -\rho g z \iff \boxed{P = P_0 - \rho g z}$

Habib kadi

③ on a $dP = -\rho g dz$

$$\int_O^A dP = \int_O^A -\rho g \, dz = -\rho g \int_O^A dz$$

$$= -\rho g (z_A - z_O)$$




donc $P_a - P_O = -\rho g (z_A - z_O)$

$$P_O = P_a + \underbrace{\rho g (z_A - z_O)}_{h}$$

$$P_O = 10^5 + 1030 \times 10 \times 10^4$$

$\boxed{P_O = 1{,}03 \cdot 10^8 \, Pa} \iff \boxed{P_O = 1030 \text{ bar}}$

④ on détermine la pression $P(z)$ à l'altitude $z$ :

on a $P = P_0 - \rho g z$

masse volumique — Volume massique

$\boxed{m = \rho \cdot V}$

$$\begin{cases} dP = -\rho g dz \\ PV = mRT \\ P = \rho r t \end{cases} \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{\rho g dz . V}{mRT} = -\frac{m g dz}{mRT} = \frac{\mathcal{M} g dz}{RT}$$

$$\text{donc} \Rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{\mathcal{M} g z}{RT} \iff \boxed{P = P_0 e^{-\frac{\mathcal{M} g z}{RT}}}$$

# Thermodynamique — serie 2 :

## Exercice 5 :

$m_{dia} = 100\,g$ ; $m_{al} = 200\,g$ ; $T_0 = 15°C \rightarrow 28°C$

$Q = 2{,}59\,KJ$ ; $C_{al} = 0{,}9\,KJ \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$

* on détermine la chaleur spécifique (massique) du carbone :

$$\sum Q_i = 0$$

$$Q_0 = m_{dia} \cdot c_{dia}(T_f - T_i) + m_{al} C_{al}(T_f - T_i)$$

$$m_{dia} \cdot c_{dia}(T_f - T_i) = m_{al} C_{al}(T_f - T_i) - Q_0$$

$$c_{dia}(T_f - T_i) = \frac{m_{al} C_{al}(T_f - T_i) - Q_0}{m_{dia}}$$

Habib Kadi

$$\boxed{C_{dia} = \frac{m_{al} C_{al}(T_f - T_i) - Q_0}{m_{dia}(T_f - T_i)}}$$

$$C_{dia} = \frac{200 \times 10^{-3} \times 0{,}9(28 - 15) - 2{,}59}{(100 \times 10^{-3})(28 - 15)} = \boxed{0{,}47\,KJ/Kg\,K}$$

## Exercice 6 :

ⓐ

$$\underset{-10°C}{\overset{10\,Kg}{\boxed{\text{glace}}}} \xrightarrow{Q_1} \underset{0°C}{\overset{10\,Kg}{\boxed{\text{glace}}}} \overset{Q_2}{\rightleftharpoons} \underset{0°C}{\overset{10\,Kg}{\boxed{\text{Eau}}}}$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = m_g c_g(0 + 10) \\ \quad = 208{,}9\,KJ \\ Q_2 = m_g L_f = 3330\,KJ \end{array}\right\} Q = m_g(10 c_g + L_f)$$

ⓑ

$$\underset{\text{solide}}{\overset{-20°C}{\boxed{5\,Kg}}} \xrightarrow{Q_1} \underset{\text{Solide}}{\overset{0°C}{\boxed{5\,Kg}}} \overset{Q_2}{\rightleftharpoons} \underset{\text{liquide}}{\overset{0°C}{\boxed{5\,Kg}}} \xrightarrow{Q_3} \underset{\text{liquide}}{\overset{100°C}{\boxed{5\,Kg}}} \overset{Q_4}{\rightleftharpoons} \underset{\text{Vapeur}}{\overset{100°C}{\boxed{5\,Kg}}} \xrightarrow{Q_5} \underset{\text{Vapeur surchoffée}}{\overset{110°C}{\boxed{5\,Kg}}}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$$

$Q_1 = m_0 c_g(0 + 20)$

$Q_2 = m_0 L_f$

$Q_3 = m_0 C_{l}(100 - 0)$

$Q_4 = m_0 \cdot L_v$

$Q_5 = m_0 C_v(110 - 100)$

$Q_1 = 208{,}9\,KJ$

$Q_2 = 1665\,KJ$

$Q_3 = 2084{,}5\,KJ$

$Q_4 = 11275\,KJ$

$Q_5 = 93{,}15\,KJ$

⑥

donc $\boxed{Q = 15331 \text{ kJ}}$

E $\boxed{Q' = -15331 \text{ kJ}}$

F



Habib Kadi