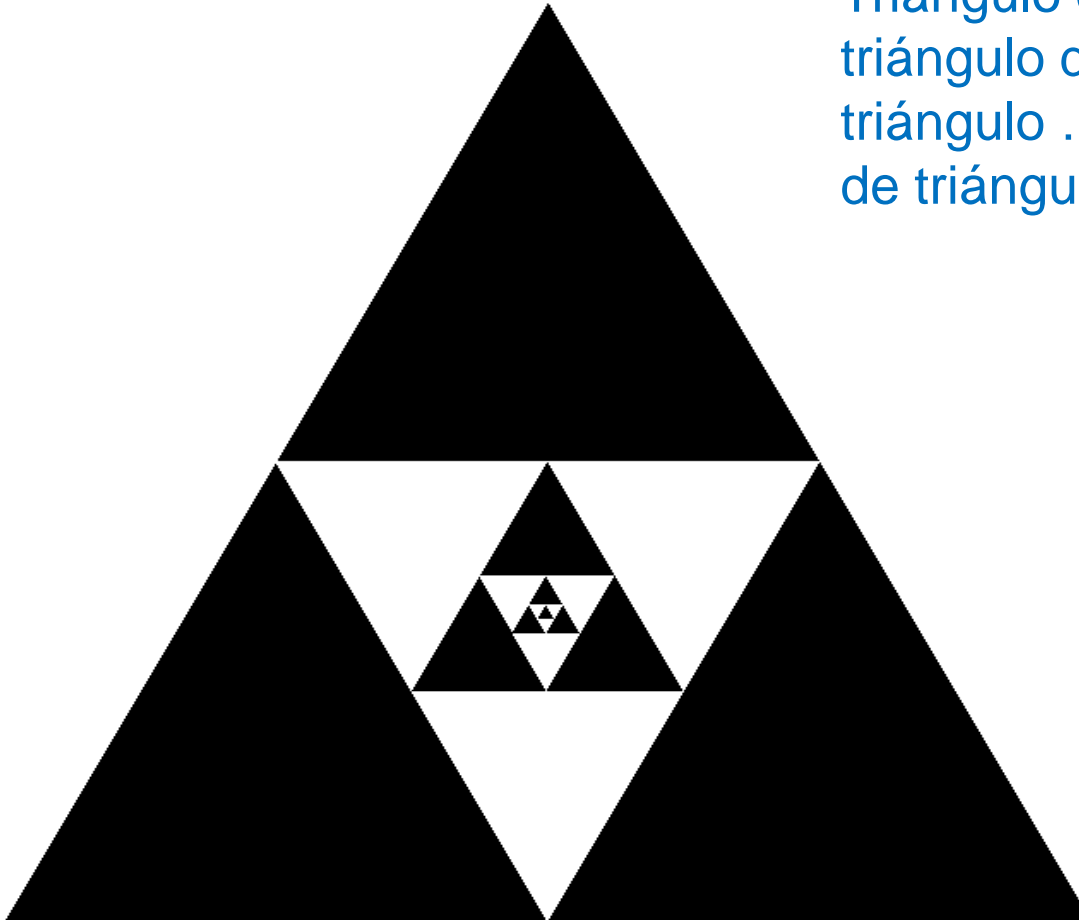
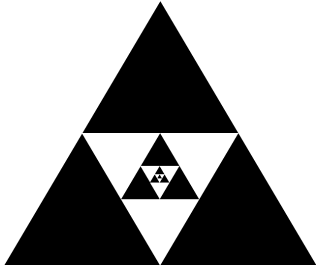


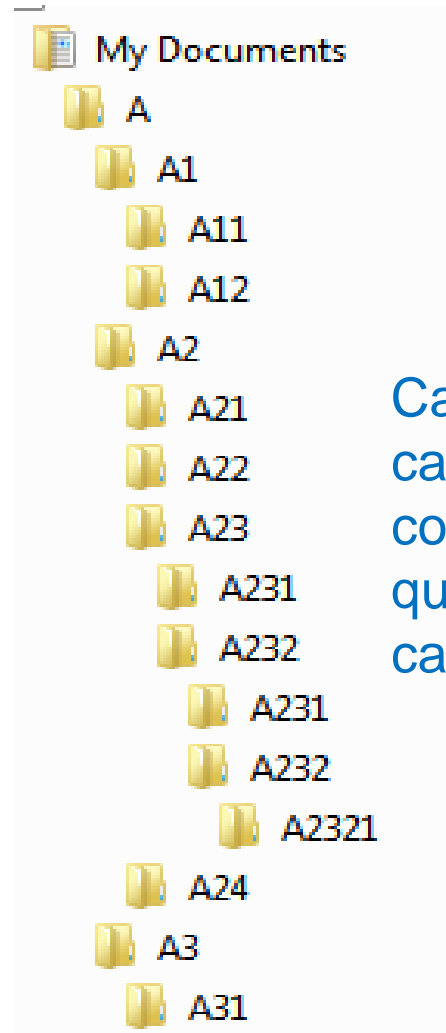
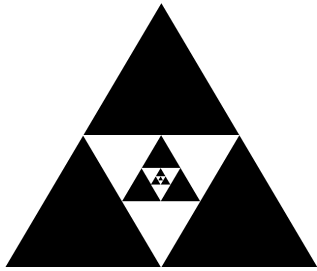
Triángulo dentro de
triángulo dentro de
triángulo dentro
de triángulo



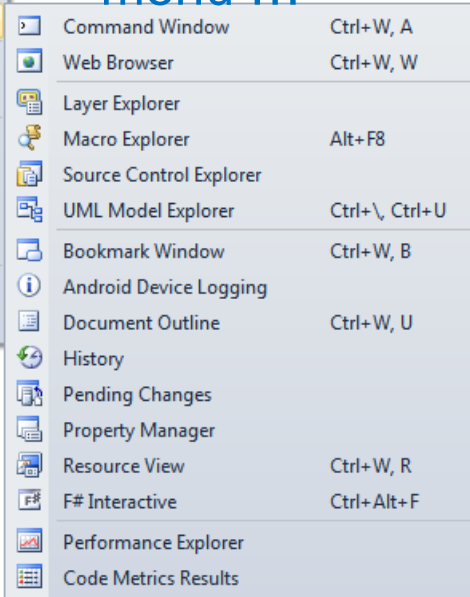
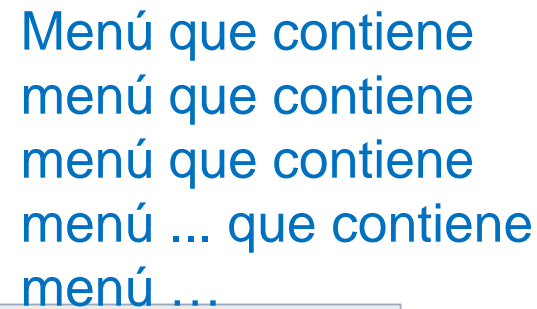
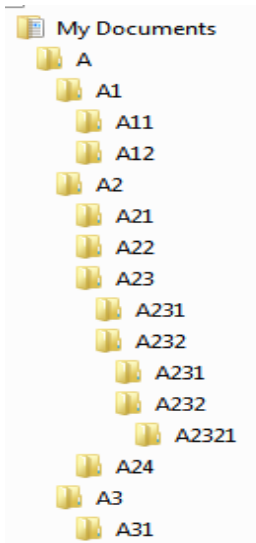


Matriozka dentro de
matriozka dentro de
matrioska
dentro de matriozka



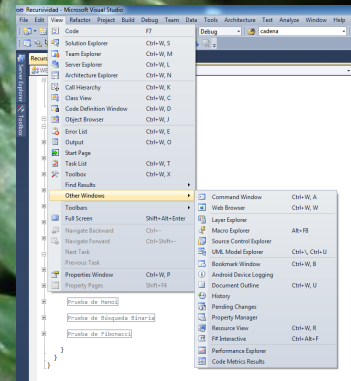
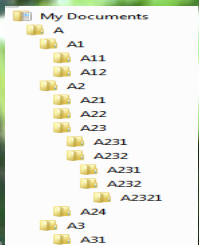


Carpeta que contienen
carpetas que
contienen carpetas
que contienen
carpetas





Recursividad



Recursión (Recursividad)

Base para una estrategia de solución de problemas

Resolver un problema complejo reduciéndolo o dividiéndolo a uno o más **subproblemas**

- que tienen “**la misma estructura**” que el problema original
- pero que son “**más simples**” de resolver que el problema original

En cada paso el subproblema **se divide**, usando un mismo procedimiento, en subproblemas **más simples**

Los subproblemas llegarán a ser tan simples que **no hará falta seguir dividiéndolos** para resolverlos

Para resolver el problema original puede bastar con la solución de uno de los subproblemas o puede que haya que **combinar** las soluciones de cada subproblema

factorial

Caso Base

$$\text{fact}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ n * \text{fact}(n-1), & n > 0 \end{cases}$$

Definición
Recursiva
de factorial

$$\text{fact}(5) = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$$

$$\text{fact}(5) = 5 * \text{fact}(4)$$

$$4 * \text{fact}(3)$$

$$3 * \text{fact}(2)$$

$$2 * \text{fact}(1)$$

$$1 * \text{fact}(0)$$

1

$$5 * 4 * 3 * 2 * 1 * 1$$

$$4 * 3 * 2 * 1 * 1$$

$$3 * 2 * 1 * 1$$

$$2 * 1 * 1$$

$$1 * 1$$

120

División en
subproblemas

Solución del
problema
original

Combinar
soluciones de
los
subproblemas

factorial

```
def factorial(n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    else:  
        return n * factorial(n - 1)
```

```
def factorial(n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    else:  
        return n * factorial(n - 1)
```

Caso Base. El problema es tan simple que se resuelve directamente

Se reduce a un problema más simple

Se combina la solución del subproblema

Subproblema. Se llama al método dentro de misma definición del método

Estructura general de un algoritmo recursivo

Algoritmo RECURSIVO

IF (Problema Simple)

Resolverlo directamente

ELSE

Dividir en subproblemas P_1, P_2, \dots, P_n

Resolver(P_1); **Resolver**(P_2); ... **Resolver**(P_n)

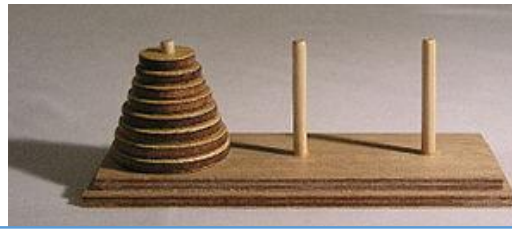
Combinar las soluciones de cada subproblema

Condición
de Parada

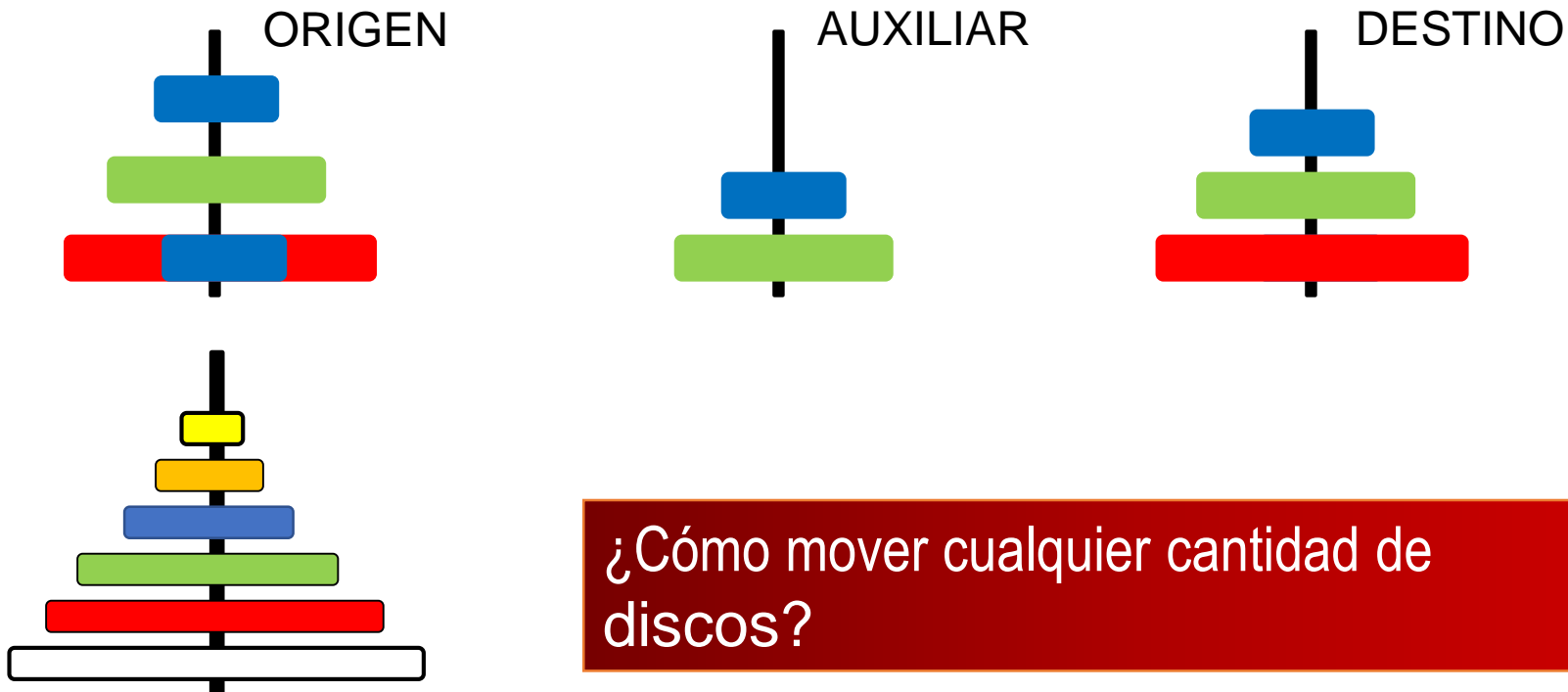
Caso Base

Resolver de
manera
recursiva

Torres de Hanoi



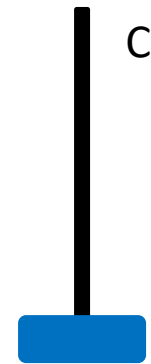
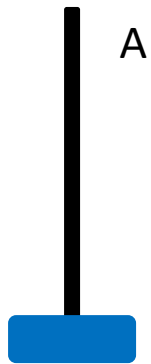
Tenemos en una torre una pila de discos de mayor a menor y queremos pasarlos a la tercera torre usando la del medio como auxiliar, pero solo se puede mover un disco a la vez y nunca se puede poner un disco de mayor tamaño sobre uno menor tamaño



Torres de Hanoi

CASO BASE

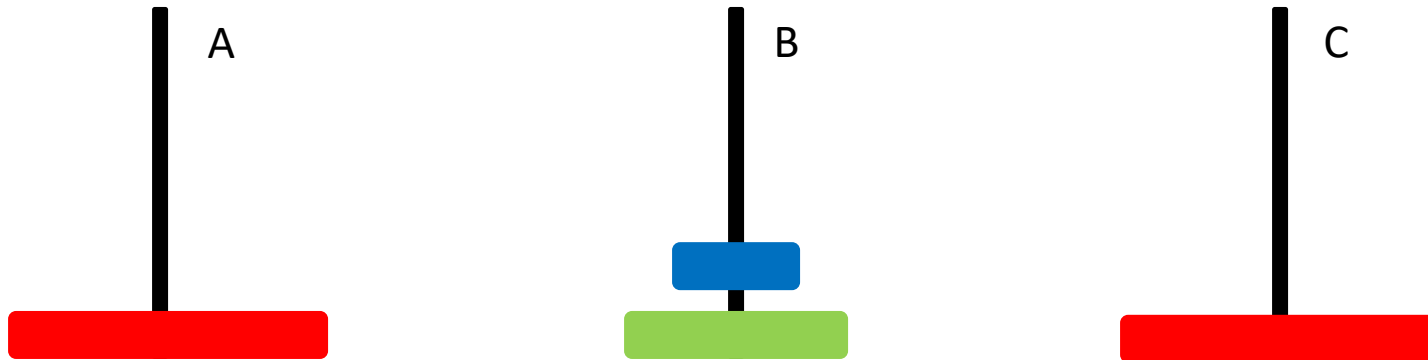
Si la cantidad de discos a mover es 1 pues lo movemos



Torres de Hanoi

CASO BASE

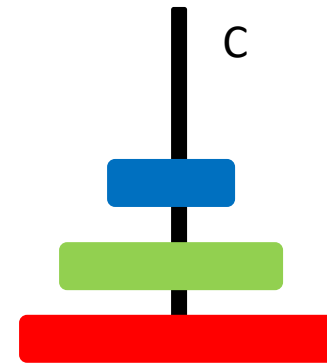
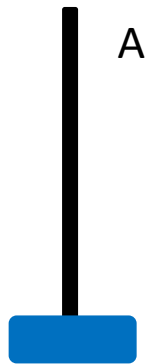
Mover 1 disco de un ORIGEN A a un DESTINO C



Torres de Hanoi

CASO BASE

Mover 1 disco de un ORIGEN A a un DESTINO C



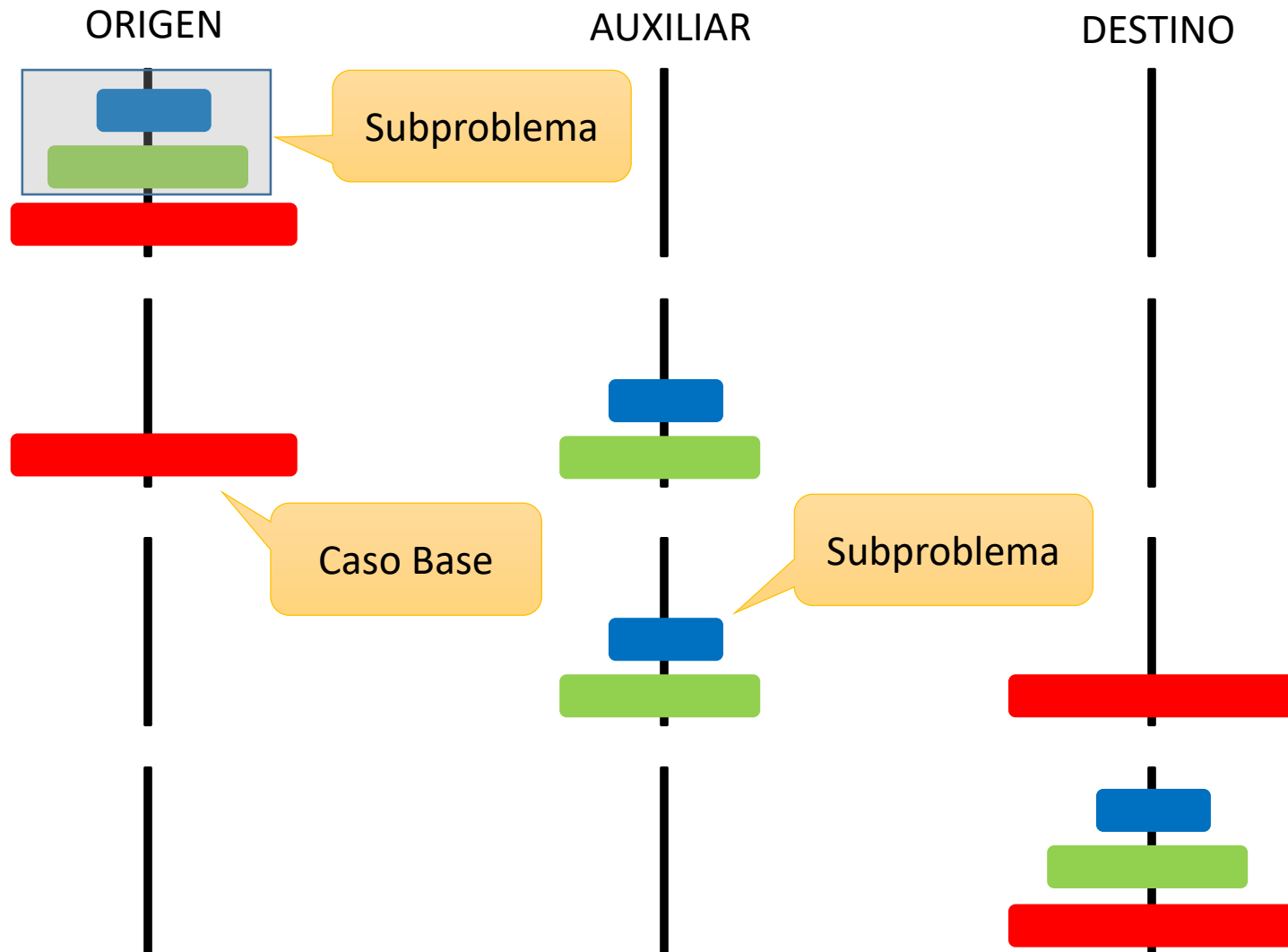
Torres de Hanoi

SUBPROBLEMA

Si la cantidad de discos es mayor que 1

1. Mover $(n-1)$ discos de ORIGEN a AUXILIAR
2. Mover el disco que queda en ORIGEN para DESTINO
3. Mover los $(n-1)$ de AUXILIAR a DESTINO

Torres de Hanoi



Torres de Hanoi

Caso Base de la recursión

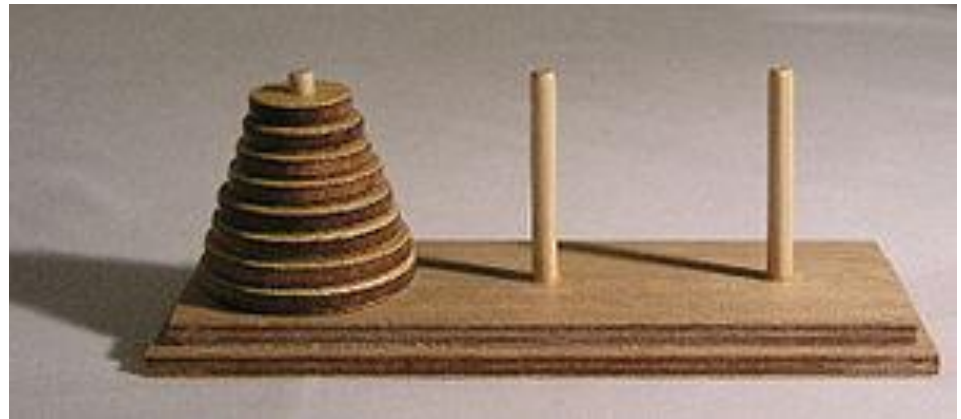
```
def Hanoi(n, origen, auxiliar, destino):  
    if n == 1:  
        print(f'Mueve de {origen} a {destino}')  
    else:  
        Hanoi(n-1, origen, destino, auxiliar)  
        print(f'Mueve de {origen} a {destino}')  
        Hanoi(n-1, auxiliar, origen, destino)  
  
Hanoi(4, "A", "B", "C")
```

Converge al caso base

Converge al caso base

Intente programarlo sin recursividad

DEMO



Ejercicios

1. Escriba una función recursiva `invierte(lista)` para que devuelva una lista con los mismos valores invertidos. Es decir que `invierte([10, 4, 20, 11])` debe devolver la lista `[11, 20, 4, 10]`
2. Defina una función iterativa y una recursiva para calcular el elemento *n*ésimo de la sucesión de Fibonacci. Recuerde que la sucesión de Fibonacci es `1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...`. Analice la diferencia de tiempo de ambas.
3. La expresión Python `a**n` calcula el valor de `a` elevado a la `n`. Suponga que no disponemos del operador `**`. Escriba una función `potencia(a,n)` que devuelva el valor de `a` elevado a la potencia `n`.
4. Un número es **superprimo** si es primo y si al quitarle el último dígito sigue siendo superprimo. Por ejemplo 71 es superprimo porque es primo y además 7 es superprimo. Implemente una función `superprimo`

Ejercicios

5. *Recuerde la función que hace una **búsqueda binaria** para encontrar la posición de un elemento en una lista ordenada. El algoritmo consistía en ir dividiendo la lista en mitades e ir buscando en cuál de las dos mitades podría estar el valor buscado hasta que el valor buscado esye en el medio de la lista o que esta ya no pudiera seguirse dividiendo. Implemente una versión recursiva de esta función. Implemente una tal función `busquedaBinaria(x, lista)` que devuelva la posición en que está `x` en `lista`