TP : Apprentissage automatique et contrôle stochastique

Samy Mekkaoui

2025-02-01

Table des matières

Organisation

Bienvenue sur la page du TP du cours d'**Apprentissage automatique et contrôle stochastique** enseigné par Huyên Pham au sein du M2 Probabilités et Finance. Les TPs seront décomposés en 3 TPs de 3h chacun où chacune des notions abordée pendant le cours sera illustré.

Cette page est en cours de construction .

- **Horaires** : Les TPs auront lieu les ... en salle **123**
- **Agenda** :
  - TP n°1 : About **Reinforcement Learning**
  - TP n°2 : About **Deep Galerkin** and **Deep BSDE Solver** for solving PDEs
  - TP n°3 : About **Generative IA** and **Schrodinger Bridge** for data generation.

Utiliser ce site

Ce site est décomposé en 3 parties qui constituent le cours où un chapitre intitulé **Course Reminders** est présenté où les principaux résultats théoriques sont présentés ainsi qu'un second chapitre qui contient l'énoncé du TP ainsi qu'un lien vers un fichier jupyter notebook.

Par ailleurs, ce site est généré via Quarto et les notes sont accessibles depuis cette page GitHub. Si jamais vous détectez des erreurs sur le site, n'hésitez pas à me les faire remonter via des pull requests.

partie I

Part n°1 : Reinforcement Learning

1 Course Reminders

1.1 Some Foundations of Reinforcement Learning

1.1.1 Markov Decision Processes

Définition 1.1 (MDP)**.** Un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha$ est un intervalle $I = [A, B]$ dont les bornes A, B sont des statistiques, et tel que pour tout θ,

$$P_\theta(\theta \in I) \geqslant 1 - \alpha.$$

Un intervalle de confiance de niveau asymptotique $1-\alpha$ est une *suite* d'intervalles $I_n = [A_n, B_n]$ dont les bornes A_n, B_n sont des statistiques, et tels que pour tout n,

$$P_\theta(\theta \in I_n) \geqslant 1 - \alpha.$$

Théorème 1.1 (Décomposition biais-variance)**.** *Le risque quadratique* $\mathbb{E}_\theta[|\hat{\theta} - \theta|^2]$ *est égal à*

$$\underbrace{\mathrm{Var}_\theta(\hat{\theta})}_{\textit{variance}} + \underbrace{\mathbb{E}_\theta[\hat{\theta} - \theta]^2}_{\textit{carré du biais}} .$$

Preuve. En notant x l'espérance de $\hat{\theta}$, on voit que le risque quadratique est égal à $\mathbb{E}[|\hat{\theta} - x - (\theta - x)|^2]$. Le carré se développe en trois termes : le premier, $\mathbb{E}[|\hat{\theta} - x|^2]$, est la variance de $\hat{\theta}$. Le second, $-2\mathbb{E}[(\hat{\theta} - x)(\theta - x)]$, est égal à $-2(\theta - x)\mathbb{E}[\hat{\theta} - x]$, c'est-à-dire 0. Le dernier, $\mathbb{E}[(\theta - x)^2]$, est égal à $(\theta - x)^2$, c'est-à-dire $(\theta - \mathbb{E}[\hat{\theta}])^2$: c'est bien le carré du biais. $\square$