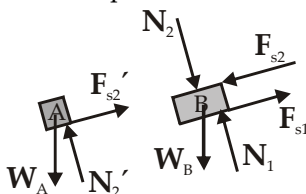
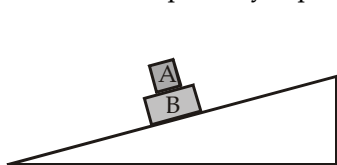


NOTA: La evaluación consta de dos (2) puntos, cada uno de igual valor. Donde sea necesario, se deben realizar todos los procedimientos matemáticos, las respuestas deben ser simplificadas, justificadas y expresadas en función de cantidades dadas y/o conocidas. La interpretación de los enunciados es parte integral de la evaluación.

1. Responda y/o resuelva cada una de las situaciones descritas a continuación.

(a) Los bloques A y B permanecen en la posición mostrada en la figura. Todas las superficies en contacto



son rugosas. (i) Haga el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. (ii) ¿Qué se puede afirmar respecto al trabajo neto realizado sobre el sistema formado por A y B? Justifique física y completamente su respuesta. Como el sistema está en reposo,

ninguna de las fuerzas realiza trabajo, ya que no hay desplazamiento del punto de aplicación de ellas, por lo tanto, el trabajo neto es nulo.

(b) La función de energía potencial asociada a un sistema de dos partículas que interactúan mutuamente, está dada por $E_p(x) = A/x$, donde A es una constante. (i) En este caso, ¿dónde es más adecuado definir el nivel cero de energía potencial? Explique. En este caso, el nivel cero de energía potencial se define en el infinito, es decir, cuando $x \rightarrow \infty$ ya que de acuerdo con la expresión de energía potencial esta se hace cero.

(ii) Halle la fuerza asociada a esta energía potencial.

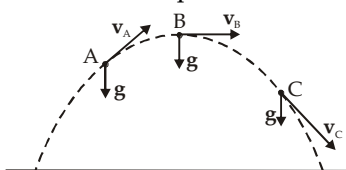
Teniendo en cuenta el concepto de derivada

direccional: $F_x = -dE_p(x)/dx$

$$F_x = -A/x^2$$

(iii) Si una de las partículas describe una trayectoria cerrada, sometida a la fuerza asociada, ¿qué trabajo neto realiza esta fuerza? Explique. Como la fuerza es conservativa, pues sólo se le asocia energía potencial a fuerzas conservativas, el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada es nulo, ya que $W_{F_x} = -\Delta E_p(x) = 0$, que corresponde a la definición de fuerza conservativa.

(c) Desde la superficie de la Tierra se lanza una pelota de masa m con una velocidad v_0 que forma un



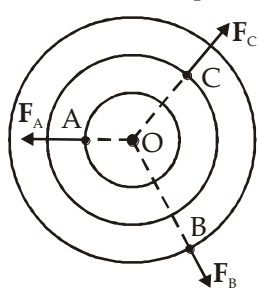
ángulo β con la horizontal. B corresponde a la posición de altura máxima. Desprecie los efectos del aire. (i) Dibuje los vectores velocidad y aceleración en los puntos A, B y C. (ii) ¿Qué trayectoria describe la pelota? Justifique física y completamente su respuesta.

La pelota describe una trayectoria parabólica ya que se mueve en el

plano vertical sometida al peso, que es una fuerza constante, es decir, la pelota tiene una aceleración constante.

(iii) ¿Cuál es la energía cinética de la pelota cuando pasa por B? Explique. En el punto B la velocidad es horizontal, o sea que sólo tiene componente horizontal la cual es la misma en todo el movimiento, puesto que no hay aceleración horizontal, así, $E_{kB} = (mv_0^2 \cos^2 \beta)/2$.

(d) Las tres superficies equipotenciales de la figura, corresponden a esferas en el espacio tridimensional,

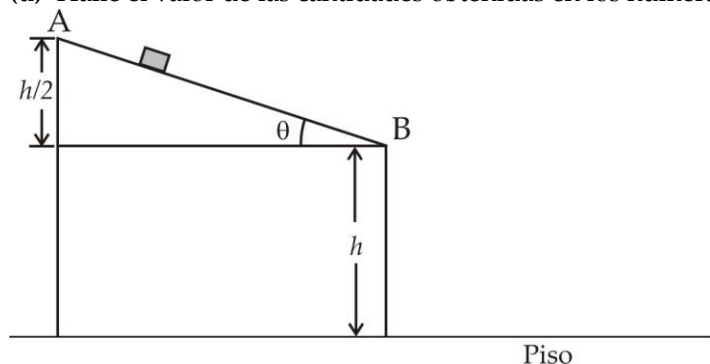


proyectadas sobre el plano de la hoja. Las cargas positivas A, B y C interactúan con la carga positiva O ubicada en el centro. Dibuje la fuerza que se ejerce sobre A, B y C. Justifique física y completamente su construcción. Mediante la operación gradiente, $F = -\nabla E_p(r)$, y utilizando la función de energía potencial, se obtiene el vector fuerza de repulsión perpendicular a las superficies equipotenciales, que en este caso apuntan en la dirección radial por ser estas superficies esféricas.

(e) Se grafican la energía total y la energía potencial para un sistema conservativo, en la misma figura. (i) ¿Dónde se presenta una posición o punto de retorno? Una posición o punto de retorno se presenta donde la partícula rebota, es decir, donde cambia su sentido de movimiento.

(ii) ¿Qué relación existe entre los valores de la energía total y la energía potencial en la posición o punto de retorno? Explique. En la posición o punto de retorno la energía total es igual a la energía potencial, es decir, la energía cinética se hace cero.

2. Cuando el bloque de la figura se suelta desde el punto A, este desliza sobre la superficie del plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal y con coeficiente de fricción μ . El bloque, luego de pasar por B, continúa su movimiento hasta llegar al piso, que se encuentra a una distancia h respecto a B. Desprecie los efectos del aire.
- (a) (i) En la posición de la figura, haga el diagrama de cuerpo libre para el bloque. (ii) Plantee las ecuaciones de movimiento para el bloque, mientras se mueve sobre el plano inclinado y halle la respectiva aceleración. (iii) Analice el resultado obtenido.
- (b) (i) Mediante el teorema del trabajo y la energía, halle la rapidez del bloque cuando pasa por el punto B. (ii) ¿Bajo qué condición matemática el resultado anterior tiene significado físico? Explique.
- (c) (i) ¿Cuál fuerza actúa sobre el bloque luego de pasar por B? (ii) ¿Qué tipo de sistema se tiene? Explique. (iii) Mediante consideraciones de energía total, halle la rapidez con la cual el cuerpo llega al piso. (iv) ¿Bajo qué condición el resultado obtenido tiene significado físico? Explique.
- (d) Halle el valor de las cantidades obtenidas en los numerales (a), (b) y (c), si: $h = 85 \text{ cm}$, $\mu = 0.4$ y $\theta = 27^\circ$.



SOLUCION

- (a) (ii) Ecuaciones de movimiento para el movimiento del bloque entre A y B:

$$\sum F_{\parallel} = ma: mg \sin \theta - F_k = ma \quad (1)$$

$$\sum F_{\perp} = 0: mg \cos \theta - N = 0 \quad (2)$$

$$\text{Donde: } F_k = \mu N \quad (3)$$

$$\text{Por (2) y (3): } F_k = \mu mg \cos \theta \quad (4)$$

$$(4) \text{ en (1): } mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma$$

$$\text{Donde luego de cancelar la masa } m \text{ y despejar se obtiene: } a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad (5)$$

(iii) De la expresión (5) se tiene que el resultado es físicamente aceptable sólo si $\sin \theta > \mu \cos \theta$, es decir: $\mu < \tan \theta$

- (b) (i) T.T.E: $W = \Delta E_k$

En este caso las únicas fuerzas que afectan el movimiento del cuerpo, es decir, las que realizan trabajo son: el peso mg y la fuerza de fricción dinámica F_k . De este modo, el T.T.E. adquiere la forma:

$$W_{mg} + W_{F_k} = E_{kB} - E_{kA}, \text{ donde } E_{kA} = 0.$$

$$(mg \sin \theta)(h/2 \sin \theta) - (\mu mg \cos \theta)(h/2 \sin \theta) = mv_B^2/2$$

Cancelando los factores comunes se llega a:

$$gh - \mu g h \cot \theta = v_B^2, \text{ o sea:}$$

$$v_B = [gh(1 - \mu \cot \theta)]^{1/2} \quad (6)$$

(ii) El resultado anterior tiene significado físico sólo si el radicando es positivo, pues de lo contrario, la raíz sería imaginaria, o sea: $1 - \mu \cot \theta > 0$, $1 > \mu \cot \theta$, $\mu < \tan \theta$.

- (c) (i) Luego de pasar por B, la única fuerza que actúa es el peso del bloque.

(ii) Como el trabajo realizado por el peso es independiente de la trayectoria, es decir, se trata de una fuerza conservativa, el sistema es conservativo.

(iii) Por consideraciones de energía total, se tiene: $\Delta E = 0$, $E_C - E_B = 0$, $E_{kC} = E_{kB} + E_{pB}$

$$mv_C^2/2 = mv_B^2/2 + mgh$$

Cancelando el factor común, simplificando y despejando se obtiene: $v_C = (v_B^2 + 2gh)^{1/2}$, donde al remplazar la expresión obtenida para v_B , se llega finalmente a:

$$v_C = [gh(1 - \mu \cot \theta) + 2gh]^{1/2}$$

$$v_C = [gh(3 - \mu \cot \theta)]^{1/2} \quad (7)$$

(iv) El resultado anterior tiene significado físico, si el radicando es positivo, es decir:

$$3 - \mu \cot \theta > 0, \quad 3 > \mu \cot \theta, \quad \mu < 3 \tan \theta.$$

- (d) Con los valores: $h = 85 \text{ cm} \equiv 0.85 \text{ m}$, $\mu = 0.4$ y $\theta = 27^\circ$

$$(5): a = 9.8 \text{ m s}^{-2}(\sin 27 - 0.4 \cos 27) \equiv 0.96 \text{ m s}^{-2}$$

$$(6): v_B = [9.8 \text{ ms}^{-2} \cdot 0.85 \text{ m}(1 - 0.4 \cot 27)]^{1/2}$$

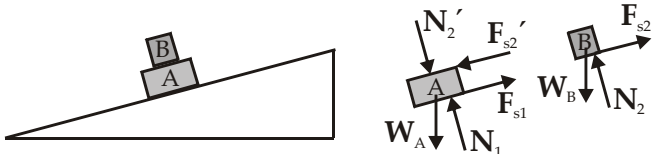
$$v_B = 1.34 \text{ ms}^{-1}$$

$$(7): v_C = [9.8 \text{ ms}^{-2} \cdot 0.85 \text{ m}(3 - 0.4 \cot 27)]^{1/2}$$

$$v_C = 18.45 \text{ ms}^{-1}$$

NOTA: La evaluación consta de dos (2) puntos, cada uno de igual valor. Donde sea necesario, se deben realizar todos los procedimientos matemáticos, las respuestas deben ser simplificadas, justificadas y expresadas en función de cantidades dadas y/o conocidas. La interpretación de los enunciados es parte integral de la evaluación.

1. Responda y/o resuelva cada una de las situaciones descritas a continuación.
- (a) Los bloques A y B permanecen en la posición mostrada en la figura. Todas las superficies en contacto



son rugosas. (i) Haga el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. (ii) ¿Qué se puede afirmar respecto al trabajo neto realizado sobre el sistema formado por A y B? Justifique física y completamente su respuesta. Como el sistema está en reposo, ninguna de las fuerzas

realiza trabajo, ya que no hay desplazamiento del punto de aplicación de ellas, por lo tanto, el trabajo neto es nulo.

- (b) La función de energía potencial asociada a un sistema de dos partículas que interactúan mutuamente, está dada por $E_p(y) = By^{-1}$, donde B es una constante. (i) En este caso, ¿dónde es más adecuado definir el nivel cero de energía potencial? Explique. Como $E_p(y) = By^{-1} = B/y$, en este caso, el nivel cero de energía potencial se define en el infinito, es decir, cuando $y \rightarrow \infty$ ya que de acuerdo con la expresión de energía potencial esta se hace cero.

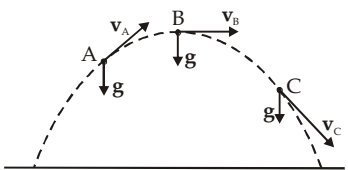
(ii) Halle la fuerza asociada a esta energía potencial.

Teniendo en cuenta el concepto de derivada direccional: $F_y = -dE_p(y)/dy$

$$F_x = -A/y^2$$

(iii) Si una de las partículas describe una trayectoria cerrada, sometida a la fuerza asociada, ¿qué trabajo neto realiza esta fuerza? Explique. Como la fuerza es conservativa, pues sólo se le asocia energía potencial a fuerzas conservativas, el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada es nulo, ya que $W_{FV} = -\Delta E_p(y) = 0$, que corresponde a la definición de fuerza conservativa.

- (c) Desde la superficie de la Tierra se lanza una pelota de masa m con una velocidad v_0 que forma un

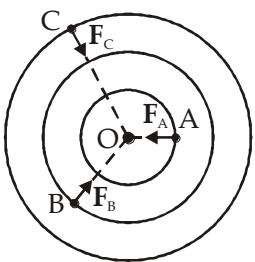


ángulo γ con la horizontal. B corresponde a la posición de altura máxima. Desprecie los efectos del aire. (i) Dibuje los vectores velocidad y aceleración en los puntos A, B y C. (ii) ¿Qué trayectoria describe la pelota? Justifique física y completamente su respuesta. La pelota describe una trayectoria parabólica ya que se mueve en el

plano vertical sometida al peso, que es una fuerza constante, es decir, la pelota tiene una aceleración constante.

(iii) ¿Cuál es la energía cinética de la pelota cuando pasa por B? Explique. En el punto B la velocidad es horizontal, o sea que sólo tiene componente horizontal la cual es la misma en todo el movimiento, puesto que no hay aceleración horizontal, así, $E_{kB} = (mv_0^2 \cos^2 \gamma)/2$.

- (d) Las tres superficies equipotenciales de la figura, corresponden a esferas en el espacio tridimensional,

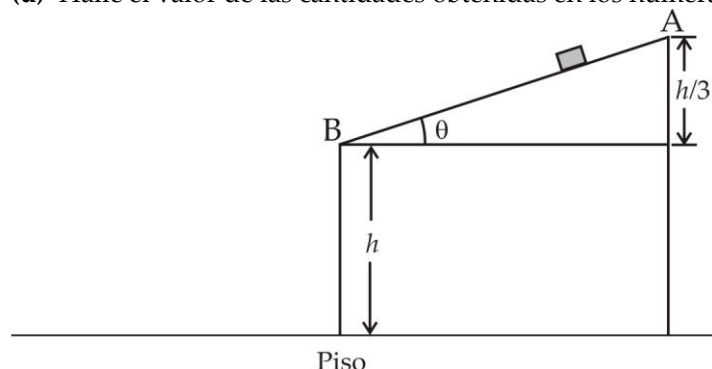


proyectadas sobre el plano de la hoja. Las cargas negativas A, B y C interactúan con la carga positiva O ubicada en el centro. Dibuje la fuerza que se ejerce sobre A, B y C. Justifique física y completamente su construcción. Mediante la operación gradiente, $F = -\nabla E_p(r)$, y utilizando la función de energía potencial, se obtiene el vector fuerza de atracción perpendicular a las superficies equipotenciales, que en este caso apuntan en la dirección radial por ser estas superficies esféricas.

- (e) Se grafican la energía total y la energía potencial para un sistema conservativo, en la misma figura. (i) ¿Qué hace la partícula en la posición correspondiente al punto de corte de las dos gráficas? Explique. Esta es una posición o punto de retorno y en ella la partícula rebota, es decir, cambia su sentido de movimiento.

(ii) ¿Qué relación existe entre los valores de la energía total y la energía potencial en la posición o punto de retorno? Explique. En la posición o punto de retorno la energía total es igual a la energía potencial, es decir, la energía cinética se hace cero.

2. Cuando el bloque de la figura se suelta desde el punto A, este desliza sobre la superficie del plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal y con coeficiente de fricción μ . El bloque, luego de pasar por B, continúa su movimiento hasta llegar al piso, que se encuentra a una distancia h respecto a B. Desprecie los efectos del aire.
- (a) (i) En la posición de la figura, haga el diagrama de cuerpo libre para el bloque. (ii) Plantee las ecuaciones de movimiento para el bloque, mientras se mueve sobre el plano inclinado y halle la respectiva aceleración. (iii) Analice el resultado obtenido.
- (b) (i) Entre A y B, ¿qué tipo de sistema se tiene? Explique. (ii) Mediante consideraciones de energía total, halle la rapidez del bloque cuando pasa por el punto B. (iii) ¿Bajo qué condición matemática el resultado anterior tiene significado físico? Explique.
- (c) (i) ¿Cuál fuerza actúa sobre el bloque luego de pasar por B? (ii) Mediante el teorema del trabajo y la energía, halle la rapidez con la cual el cuerpo llega al piso. (iii) ¿Bajo qué condición el resultado obtenido tiene significado físico? Explique.
- (d) Halle el valor de las cantidades obtenidas en los numerales (a), (b) y (c), si: $h = 97 \text{ cm}$, $\mu = 0.3$ y $\theta = 19^\circ$.



SOLUCION

- (a) (ii) Ecuaciones de movimiento para el movimiento del bloque entre A y B:

$$\sum F_{\parallel} = ma: mg \sin \theta - F_k = ma \quad (1)$$

$$\sum F_{\perp} = 0: mg \cos \theta - N = 0 \quad (2)$$

$$\text{Donde: } F_k = \mu N \quad (3)$$

$$\text{Por (2) y (3): } F_k = \mu mg \cos \theta \quad (4)$$

$$(4) \text{ en (1): } mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma$$

$$\text{Donde luego de cancelar la masa } m \text{ y despejar se obtiene: } a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad (5)$$

(iii) De la expresión (5) se tiene que el resultado es físicamente aceptable sólo si $\sin \theta > \mu \cos \theta$, es decir: $\mu < \tan \theta$

- (b) (i) T.T.E: $W = \Delta E_k$

En este caso las únicas fuerzas que afectan el movimiento del cuerpo, es decir, las que realizan trabajo son: el peso mg y la fuerza de fricción dinámica F_k . De este modo, el T.T.E. adquiere la forma:

$$W_{mg} + W_{F_k} = E_{kB} - E_{kA}, \text{ donde } E_{kA} = 0.$$

$$(mg \sin \theta)(h/3 \sin \theta) - (\mu mg \cos \theta)(h/3 \sin \theta) = mv_B^2/2$$

Cancelando los factores comunes se llega a:

$$2gh/3 - 2\mu g h \cot \theta/3 = v_B^2, \text{ o sea: } v_B = [2gh(1 - \mu \cot \theta)/3]^{1/2} \quad (6)$$

(ii) El resultado anterior tiene significado físico sólo si el radicando es positivo, pues de lo contrario, la raíz sería imaginaria, o sea: $1 - \mu \cot \theta > 0$, $1 > \mu \cot \theta$, $\mu < \tan \theta$.

- (c) (i) Luego de pasar por B, la única fuerza que actúa es el peso del bloque.

(ii) Como el trabajo realizado por el peso es independiente de la trayectoria, es decir, se trata de una fuerza conservativa, el sistema es conservativo.

(iii) Por consideraciones de energía total, se tiene: $\Delta E = 0$, $E_C - E_B = 0$, $E_{kC} = E_{kB} + E_{pB}$

$$mv_C^2/2 = mv_B^2/2 + mgh$$

Cancelando el factor común, simplificando y despejando se obtiene: $v_C = (v_B^2 + 2gh)^{1/2}$, donde al remplazar la expresión obtenida para v_B , se llega finalmente a:

$$v_C = [2gh(1 - \mu \cot \theta)/3 + 2gh]^{1/2} \quad (7)$$

(iv) El resultado anterior tiene significado físico, si el radicando es positivo, es decir:

$$4 - \mu \cot \theta > 0, \quad 4 > \mu \cot \theta, \quad \mu < 4 \tan \theta.$$

- (d) Con los valores: $h = 97 \text{ cm} \equiv 0.97 \text{ m}$, $\mu = 0.3$ y $\theta = 19^\circ$

$$(5): a = 9.8 \text{ m s}^{-2}(\sin 19^\circ - 0.3 \cos 19^\circ) \equiv 0.41 \text{ m s}^{-2}$$

$$(6): v_B = [(2)9.8 \text{ ms}^{-2}0.97 \text{ m}(1 - 0.3 \cot 19^\circ)/3]^{1/2}$$

$$v_B = 0.9 \text{ ms}^{-1}$$

$$(7): v_C = [(2/3)9.8 \text{ ms}^{-2}0.97 \text{ m}(4 - 0.3 \cot 19^\circ)]^{1/2}$$

$$v_C = 4.45 \text{ ms}^{-1}$$