# Introducción a la Física Experimental Experiencias de Cátedra Problema del café y la leche

(Ley de Newton del enfriamiento)

#### J. Güémez

Departamento de Física Aplicada, Universidad de Cantabria.

Septiembre 26, 2007

Para el Problema del Café y la Leche, con dos tratamientos diferentes del café caliente inicial, se han obtenido las constantes de enfriamiento  $k^{(1)} = (2,78\pm0,03)\times10^{-4}~{\rm s}^{-1}$ , para el tratamiento de primero mezclar y luego enfriar, y  $k^{(2)} = (5,36\pm0,06)\times10^{-4}~{\rm s}^{-1}$ , para el tratamiento de primero enfriar y luego mezclar, contrastándose la hipótesis de que la razón r entre ambas constantes debe ser r = 2,00, obteniéndose  $r = 1,92\pm0,04$ .

#### Introducción

La tasa de enfriamiento de un cuerpo proporciona información interesante sobre los mecanismos de pérdida de calor y sobre las propiedades térmicas del material. La pérdida de calor puede ocurrir por uno o más de los siguientes mecanismos <sup>1</sup>:

- 1. Conducción. En conducción el calor es transferido a un medio mediante las colisiones con moléculas térmicamente excitadas, vibrando alrededor de sus posiciones de equilibrio, o, en el caso de los metales, por electrones móviles no unidos a átomos; sólo energía, pero no materia, se mueve a través del material.
- 2. Convección. En contraste con la conducción, en la convección si hay desplazamiento neto de materia, y se refiere a la transferencia de calor a través de un fluido en movimiento; en la convección libre o natural, el movimiento es debido principalmente a la acción de la gravedad sobre las diferencias

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Mark P. Silverman and Christopher R. Silverman, Cool in the kitchen: Radiation, conduction, and the Newton "hot block" experiment, Phys. Teach. **38**, 82-88 (2000)

- de densidad que resultan del diferente calentamiento del fluido y de sus diferentes temperaturas.
- 3. Evaporación. La evaporación implica la pérdida de energía de un sistema y su posterior enfriamiento debido a pérdidas de masa. En este caso la pérdida de energía se debe a que las moléculas que tienen mayor energía que la media tienden a abandonar el sistema en mayor proporción, provocando una pérdida neta de energía en el sistema.
- 4. Radiación. La radiación de un objeto se produce a cualquier temperatura diferente del cero absoluto. Desde el punto de vista de la física clásica, una partícula cargada que oscila, o se acelera, emite radiación electromagnética. Así, la pérdida de energía en forma de radiación se encuentra relacionada con la conversión de la energía cinética y potencial de partículas cargadas que oscilan (principalmente electrones atómicos) en ondas electromagnéticas, habitualmente en la zona infrarroja del espectro.

Sea una masa  $m_1$ , de calor específico  $c_1$  y a una alta temperatura  $T_1$  (el café). Esta masa va a ser enfriada por dos procedimientos:

- (1) Se le añade una masa  $m_2$ , de calor específico  $c_2$  y a baja temperatura  $T_2$  (la leche)  $(T_2 < T_1)$ ; durante un tiempo  $t_0$  se espera a que se mezclen bien, alcanzando el conjunto (A) la temperatura  $T_i^{(1)}$ ; posteriormente, durante un tiempo t se espera a que el conjunto se enfríe en un entorno a temperatura  $T_E$ ; al cabo de este tiempo este conjunto A alcanza la temperatura  $T_f^{(1)}$ ;
- (2) Durante un tiempo t se espera a que la masa caliente (B) se enfríe en un entorno a temperatura  $T_{\rm E}$ ; al cabo de este tiempo se alcanza la temperatura  $T_i^{(2)}$ ; se mezcla esta masa con una masa  $m_2$ , de calor específico  $c_2$  y a temperatura  $T_2$ , con  $(T_2 < T_i^{(2)})$ , esperándose un tiempo  $t_0$  para que se mezclen bien, midiéndose la temperatura  $T_f^{(2)}$ .

La cuestión es: ¿qué temperatura será mayor,  $T_f^{(1)}$  o  $T_f^{(2)}$ ? Éste es el famoso problema de  $El\ café\ y\ la\ Leche\ ^2$ 

La parte relacionada con las mezclas de masas a diferentes temperaturas no representan gran problema a la hora de ser modelizadas  $^3$ . La variación de entalpía  $\Delta H$  de unas mezclas realizadas durante poco tiempo (condiciones adiabáticas) y en condiciones de presión constante es cero. Como la entalpía es

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>C. M. Dennis, Newton's law of cooling or is ten minutes enough time for a coffee break, The Physics Teacher **18**, 532 (1980); W. G. Rees, C. Viney, On cooling tea and coffee, Am. J. Phys. **56**, 434 (1988)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>T. B. Greenslade, *The cofee and cream problem*, The Physics Teacher **32**, 145 (1994).

una magnitud aditiva, su variación será la suma de la variación de entalpía del agua caliente  $\Delta H_{\rm C}$  más la variación de entalpía del agua fría  $\Delta H_{\rm F}$ ,

$$\Delta H = \Delta H_{\rm C} + \Delta H_{\rm F} = 0. \tag{1}$$

Para una masa  $m_i$  de calor específico a presión constante  $c_i$ , supuesto constante con la temperatura, y que varía su temperatura desde  $t_i$  hasta  $t_f$ , a presión constante, se tiene una variación de entalpía de  $\Delta H_i = m_i c_i (t_f - t_i)$ . La condición de equilibrio al mezclar dos sistemas es que la temperatura final del conjunto sea la misma. Por tanto, al mezclar  $m_1$ , con  $c_1$  y a  $t_1$ , con  $m_2$ , con  $c_2$  y a  $t_2$ , se obtiene una temperatura de mezcla  $t_M$ , de

$$t_{
m M} = rac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \, .$$

El tratamiento de las pérdidas de calor al exterior cuando el recipiente se deja en un entorno a menor temperatura exige una modelización algo más compleja  $^4$ . En un recipiente que contiene un líquido a una temperatura T diferente de la de su entorno  $T_{\rm E}$  se producen pérdidas de calor al exterior debido a los mecanismos de conducción –a través de su pared metálica—, convección –con la capa de aire que rodea el calorímetro— y por radiación –ley de Stefan-Boltzmann— $^5$ .

La ley de Fourier, para la transmisión del calor, por unidad de tiempo, a través de una pared de superficie A, de conductividad térmica  $\kappa$  entre cuyos lados se ha impuesto un gradiente de temperaturas  $\Delta T/\Delta x$ , siendo  $\Delta x$  la anchura de la misma, viene dada por

$$\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa A \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \,. \tag{2}$$

Una generalización de esta ley a problemas con convección y radiación viene dada por  $^6\,$ 

$$\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = -hA(T - T_{\mathrm{E}})\,,\tag{3}$$

donde  $T_{\rm E}$  es la temperatura del entorno y T es la temperatura del cuerpo que se enfría y h una constante de convección característica que depende del estado del

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>A. P. French, *Isaac Newton's thermometry*, The Physics Teacher **31**, 208 (1993); M. P. Silverman, C. R. Silverman, *Cool in the kitchen: radiation, conduction, and the Newton "Hot Block" experiment* The Physics Teacher **38**, 82 (2000). El método del Bloque Caliente era el que empleaba Newton para comprobar la pureza de la monedas de oro, utilizando un bloque de hierro fundido que introducía en un horno hasta que el oro se fundía. El tiempo que necesitaba el oro hasta volver a solidificar le indicaba a Newton su pureza. De nuevo un problema físico motivado por conocer las pureza de una pieza de oro. A los condenados por falsificación de moneda se les aplicaban tres leyes de Newton: (i) la ley del enfriamiento, (ii) la ley del Guardián de la Moneda y (iii) la ley de gravitación universal.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Por esta razón un *vaso Dewar* es un buen calorímetro, pues al tener las paredes plateadas y al haberse hecho el vacío entre sus paredes, las pérdidas de calor por estos tres mecanismos se reducen considerablemente.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>C T O'Sullivan, Newton's law of cooling-A critical assessment, Am. J. Phys. **58**, 956 y ss (1990).

aire alrededor del calorímetro <sup>7</sup>.

Esta pérdida de calor por unidad de tiempo sólo depende de la temperatura del cuerpo, no depende ni de su masa ni de su calor específico.

A su vez, esta pérdida de calor al exterior repercute en la variación de temperatura, por unidad de tiempo, del cuerpo que se enfría como

$$\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = mc \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t},\tag{4}$$

pues  $\delta Q = mcdT$ . Combinando las Ec. (3) y (4) se tiene,

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -k(T - T_{\mathrm{E}}); k = \frac{Ah}{mc}.$$
 (5)

que se conoce como *Ley de Newton del Enfriamiento* <sup>8</sup> (aunque también sirve para explicar el calentamiento de un cuerpo situado en un entorno a mayor temperatura que él mismo.)



Figura 1: ISAAC NEWTON (Woolsthorpe, 1642- Londres, 1727) Físico y matemático inglés que está considerado uno de los mayores científicos de todos los tiempos. Descubrió las tres leyes que llevan su nombre (la primera ley de Newton fue anticipada por Galileo), y fue el primero en explicar la gravitación, encontrando la Ley de Gravitación Universal y explicando, con la variación de la fuerza entre masas como el inverso del cuadrado de la distancia, el movimiento de los planetas y de la Luna. También trabajo en Óptica y fue, junto a Leibnitz, uno de los fundadores del Cálculo Diferencial e Integral. Su descubrimiento de la ley del enfriamiento la hizo cuando trabajaba como Warden of the Mint (Guardián de la Moneda) y tenía que descubrir falsificaciones de moneda.

 $<sup>^7</sup> A$  R Ingles, Measurement of the specific heat of liquids by cooling in an air stream, Am. J. Phys.  ${\bf 18},\, 194~y~ss~(1950)$ 

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>J W Dewney, Newton's law of cooling as a laboratory introduction to exponential decay functions, Am. J. Phys. **27**, 668 y ss (1959); G F Landegren, Newton's law of cooling, Am. J. Phys. **25**, 648 y ss (1957).

Integrando la ecuación diferencial Ec. (5) entre el tiempo t = 0 en el que la temperatura del cuerpo es  $T_0$  y una temperatura final T(t) a tiempo t, se tiene que

$$T(t) - T_{\rm E} = (T_0 - T_{\rm E}) \exp(-kt),$$
  
 $\ln \frac{T(t) - T_{\rm E}}{T_0 - T_{\rm E}} = -kt.$  (6)

También se suele poner

$$\ln \frac{T(t) - T_{\rm E}}{T_0 - T_{\rm E}} = -\frac{t}{\tau} \,, \tag{7}$$

donde  $\tau$  es un tiempo característico <sup>9</sup>.

# Método experimental

Con objeto de contrastar experimentalmente alguna hipótesis es preciso obtener alguna expresión teórica en la que las magnitudes puedan ser medidas experimentalmente, típicamente, masas, temperaturas y tiempos. Esta búsqueda explícita va a determinar el método experimental a utilizar. Para ello se comienza haciendo una serie de consideraciones:

- 1. Masas. Dado que hay que aplicar el método de las mezclas, donde aparecen diferentes masas, una forma de simplificar considerablemente el problema experimental será eligiendo  $m_1 = m_2$ , es decir, las masas de café y de leche serán iquales <sup>10</sup>.
- 2. Líquidos a utilizar. Puesto que además de las masas intervienen los calores específicos, otra simplificación importante será elegir el mismo líquido para café y para leche, es decir, sólo se utilizará un tipo de líquido. Por otra parte conviene utilizar un líquido con un calor específico bajo, para que las pérdidas de calor impliquen grandes variaciones de temperatura. Dos posibles candidatos serían el alcohol etílico y la glicerina. Pero el alcohol etílico presenta el problema de que hierve a temperatura relativamente baja, por lo que habría pérdidas de masa importantes. La glicerina presenta el problema de conducir muy mal el calor, por lo que es difícil alcanzar una temperatura homogéneas en una masa importante de glicerina. Por tanto, se utilizará agua como líquido. Tiene un calor específico alto, pero conduce bien el calor y hierve a temperatura relativamente alta.
- 3. Recipiente a utilizar. Se pueden utilizar desde vasos Dewar hasta recipientes metálicos. Con los recipientes metálicos la ventaja es que pierden calor al exterior con relativa rapidez. Si no se quiere emplear mucho tiempo en

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Si se traza una recta tangente a la curva de enfriamiento, T - t, a tiempo t = 0, esta recta corta al eje de abscisas en un tiempo  $\tau$ , cuya inversa es la constante de enfriamiento k.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>V V Amelkin, Ecuaciones Diferenciales en la Práctica, Ed. URSS, Moscú (2003), pp. 11-14.

el experimento, para conseguir diferencias de temperatura apreciables hará falta recipientes metálicos. Es decir, se utilizarán recipientes metálicos para enfriar las masas de agua. Otra ventaja es que los metales tienen un calor específico bajo, con lo que falsearán poco las medidas de la temperatura del agua.

- 4. Temperaturas. Para observar importantes variaciones de temperatura es conveniente que la temperatura inicial sea alta. Tal vez no demasiado para evitar pérdidas por evaporación. Para la temperatura de la leche sería una simplificación importante utilizar la misma temperatura que la del entorno,  $T_2 = T_{\rm E}$ .
- 5. Tiempos. En el proceso de mezclas habrá que emplear poco tiempo, el mismo en ambos en cualquier caso, para evitar pérdidas de calor no controladas. Unos 15 s estará bien. En el enfriamiento en el entorno se emplearán entre 5 y 10 minutos.
- 6. Cantidades. Las masas de agua a utilizar deberán ser tales que esas masas por el calor específico del agua sea mucho mayor que la masa del recipiente metálico multiplicado por su calor específico. Para el recipiente de aluminio,  $m_{\rm C}=45$  g, con  $c_{\rm A}=0,90$  J g<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>. Por tanto, con una masa de 200 g de agua, se tendrá un error de  $\approx 5\,\%$ .

#### Método 1. Mezcla y enfriamiento

Cuando sobre un líquido de masa m a temperatura  $T_1$  se vierte otra masa m del mismo líquido a temperatura  $T_E$ , se tiene que la temperatura final de la mezcla es

$$T_i^{(1)} = \frac{T_1 + T_{\rm E}}{2} \,.$$
 (8)

Si esta masa 2m, denominada cuerpo A, se enfría en un entorno a temperatura  $T_{\rm E}$ , la pérdida de calor al exterior viene dada por

$$2mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -Ah\left(T - T_{\mathrm{E}}\right)\,,$$

donde A es la superficie efectiva del recipiente h es un coeficiente de convección, tal que Ah sólo depende de las propiedades del vaso y la potencia calorífica disipada al exterior  $\delta Q/\mathrm{d}t$  es independiente de la cantidad de líquido en su interior. Así, el cuerpo A evoluciona de acuerdo con la Ley de Newton del enfriamiento, como

$$T_f^{(1)}(t) = (T_i^{(1)} - T_{\rm E}) \exp\left(-\frac{Ah}{2mc}t\right) + T_{\rm E}.$$
 (9)

Sustituyendo  $T_i^{(1)}$  dado por la Ec. (8), la Ec. (9) se puede poner como

$$T_f^{(1)}(t) - T_E = \Delta T^{(1)} = \frac{1}{2}(T_1 - T_E) \exp\left(-\frac{Ah}{2mc}t\right); k^{(1)} = \frac{Ah}{2mc}.$$
 (10)

#### Método 2. Enfriamiento y mezcla

En el otro método, una masa m colocada dentro del vaso, cuerpo B, y dejado todo el conjunto en el mismo entorno a temperatura  $T_{\rm E}$ , evoluciona su temperatura en el tiempo como

 $T_i^{(2)}(t) = (T_1 - T_E) \exp\left(-\frac{Ah}{mc}t\right) + T_E,$  (11)

con una constante de enfriamiento que es dos veces mayor que la constante de enfriamiento del cuerpo A antes considerado. Si al tiempo t otra masa m del mismo líquido y a la temperatura  $T_{\rm E}$  es vertida sobre el cuerpo B la temperatura final de esta mezcla será

$$T_f^{(2)}(t) = \frac{T_i^{(2)} + T_{\rm E}}{2} = \frac{1}{2}(T_1 - T_{\rm E})\exp\left(-\frac{Ah}{mc}t\right) + T_{\rm E}.$$
 (12)

Sustituyendo el valor de  $T_i^{(2)}$  dado por la Ec. (11) en la Ec. (12) se tiene

$$T_f^{(2)}(t) - T_E = \Delta T^{(2)} = \frac{1}{2}(T_1 - T_E) \exp\left(-\frac{Ah}{mc}t\right)$$
  
=  $\frac{1}{2}(T_1 - T_E) \exp\left(-\frac{2Ah}{2mc}t\right); k^{(2)} = \frac{2Ah}{2mc}.$  (13)

De acuerdo con Ehrlich <sup>11</sup> se puede razonar del siguiente modo. La razón r entre las constantes de enfriamiento  $k^{(2)}/k^{(1)}$  será

$$r = \frac{k^{(2)}}{k^{(1)}} = 2,00. (14)$$

La razón entre  $\Delta T^{(1)}$ , dado en la Ec. (10)  $\Delta T^{(2)}$ , dado en la Ec. (13) vendrá dada por:

$$\frac{\Delta T^{(1)}(t)}{\Delta T^{(2)}(t)} = \exp\left(\frac{Ah}{2mc}t\right). \tag{15}$$

Esta es la ecuación que debe ser contrastada experimentalmente. Por un lado se medirán  $T_f^{(1)}$  y  $T_f^{(2)}$ , así como  $T_{\rm E}$ , y se obtendrá la razón

$$r_{\rm e} = \frac{\Delta T^{(1)}}{\Delta T^{(2)}},$$
 (16)

con su error correspondiente. Por otro lado se medirán las temperaturas de cada enfriamiento para obtener las constantes de las leyes de Newton y se comprobará si una es el doble que la otra, se obtendrá Ah/2mc y a partir del tiempo t empleado se obtendrá

$$r_{\rm t} = \exp\left(\frac{Ah}{2mc}t\right)\,,\tag{17}$$

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>R Ehrlich, Why toast lands jelly-side down?, Princeton University Press, Princeton (1997). pp. 113-116.

con su error correspondiente.

Obsérvese que aunque ambas temperaturas  $T_f^{(1)}$  y  $T_f^{(2)}$  evolucionan para alcanzar la temperatura del entorno  $T_{\rm E}$ , y su diferencia con ella tiende a cero, la razón entre esas diferencias tiende a infinito, lo que indica que el cuerpo B tiende a la temperatura del entorno más rápido que el cuerpo A.

7. Toma de datos. Los tiempos empleados van a ser del orden de los 300 s, por lo que el error en la medida de los tiempos va a ser pequeño frente a los errores en la medida de las temperaturas. Por esa razón se va a medir con más exactitud aquella magnitud que se mide con menor precisión, es decir, cuando el termómetro marque una temperatura predeterminada, en intervalos de 0,5 ° o de 1°C, se apuntará el tiempo correpondiente. De esta forma se evita que al llegar a un tiempo determinado y mirar la temperatura esta tenga mayor error. En realidad, para termómetros con precisión de 0,1 °C, esta precaución no es muy importante, y podría medirse primero tiempos y luego temperaturas sin mayor problema.

t/s	$T_{\rm a}/^{\circ}{ m C}$	$t/\mathrm{s}$	$T_{\rm b}/^{\circ}{ m C}$
-0,0	90,0	-0,0	90,0
	$+\approx 200$ cc	a 16,8 °C	
0,0	53,9	0,0	53,7
70	53,0	55	53,0
121	$52,\!5$	100	$52,\!5$
174	52,0	156	52,0
227	$51,\!5$	221	$51,\!5$
281	51,0	267	50,5
300	50,9	300	50,7
	+ 10 s		
310	50,7	310	50,5

Tabla 1: Método 1. Dos experimentos de enfriamiento de agua en un entorno a  $T_{\rm E}=16,5$  °C. A tiempo t=0 s, m=200 g de agua a  $T_{\rm E}=16,8$  °C se vierten sobre m=200 g de agua caliente a temperatura de  $T_1=90$  °C. Tiempo de espera  $t_0=10$  s. Después de 300+10 s, se mide la temperatura final  $T_f^{(1)}$ .

# Resultados experimentales

En la Tab. 1 se muestran los resultados experimentales del enfriamiento de una masa de agua de m=200 g, a  $T_1=90$  °C, mediante el Método 1. Puesto que el tiempo se mide con mayor precisión que la temperatura, se apuntaron los tiempos cuando la temperatura variaba exactamente en 0,5 °C.

En la Tab. 2 se muestran los resultados experimentales del enfriamiento de una masa de agua de m=200 g, a  $T_1=90$  °C, mediante el Método 2. Los tiempos se apuntaban cuando la temperatura variaba exactamente en 1 °C.

t/s	$T_{\rm a}/^{\circ}{ m C}$	$t/\mathrm{s}$	$T_{\rm b}/^{\circ}{ m C}$
0	90,0	0	90,0
21	89,0	20	89,0
45	88,0	46	88,0
68	87,0	71	87,0
94	86,0	99	86,0
121	85,0	125	85,0
148	84,0	155	84,0
177	83,0	183	83,0
208	82,0	213	82,0
238	81,0	245	81,0
269	80,0	276	80,0
300	79,1	300	79,3
	$+\approx 200$ cc	a 16.8 °C	
		+10  s	
310	47,3	310	47,4

Tabla 2: Método 2. Dos experimentos de enfriamiento de agua en un entorno a  $T_{\rm E}=16,5\,^{\circ}{\rm C}.\ m=200~{\rm g}$  de agua a  $T_1=90\,^{\circ}{\rm C}$  se dejan enfriar y a tiempo  $t=300~{\rm s},\ m=200~{\rm g}$  de agua a temperatura  $T_{\rm E}=16,8\,^{\circ}{\rm C},$  se le vierten encima. Después de  $t_0=10~{\rm s}$  se mide la temperatura fina,  $T_f^{(2)}$ .

## Análisis

De acuerdo con los datos de la Tab. 1 y de la Tab. 2 para el primer experimento, Método 1, se obtiene una constante de enfriamiento  $k^{(1)} = (2,78\pm0,03)\times10^{-4} \text{ s}^{-1}$  y para el método 2,  $k^{(2)} = (5,36\pm0,06)\times10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . La razón r entre ambas constantes, Ec. (14), es

$$r = \frac{k^{(2)}}{k^{(1)}} = 1,92 \pm 0,04$$
.

Para las razones  $r_{\rm e}$ , Ec. (16), y  $r_{\rm t}$ , Ec. (17), se tiene

$$r_{\rm e} = \frac{\Delta T^{(1)}}{\Delta T^{(2)}} = \frac{50, 6 - 16, 5}{47, 4 - 16, 5} = 1, 10 \pm 0, 02,$$

y a partir de los ajustes anteriores se tiene que  $Ah/2mc = 2,78 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , con t = 300 s,

$$r_{\rm t} = \exp(2,78 \times 10^{-4} \times 300) = 1,09 \pm 0,04$$
.

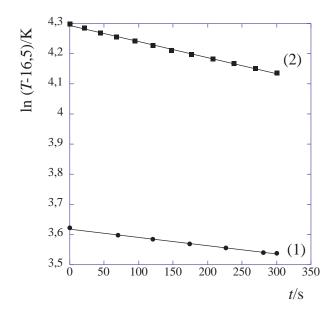


Figura 2: (1) Representación gráfica de  $\ln(T-16,5)$  para los datos de la Tab. 1. El mejor ajuste del enfriamiento que se obtiene es  $\ln(T-T_{\rm E})=3,60-0,000278\,t$ . (2) Representación gráfica de  $\ln(T-16,5)$  para los datos de la Tab. 2. Para el enfriamiento de este cuerpo se obtiene como mejor ajuste.  $\ln(T-T_{\rm E})=4,29-0,000536\,t$ .

#### Conclusiones

Aunque para la razón entre constantes de enfriamiento r=2,00 no se encuentra dentro del intervalo de error, la hipótesis de que las pérdidas de calor al exterior del recipiente sólo dependen de su temperatura y no de lo que hay dentro del mismo, no parece completamente inverosímil <sup>12</sup>. Las razones experimental  $r_{\rm e}$  y teórica,  $r_{\rm t}$  son iguales dentro del intervalo de error.

Se puede concluir que la explicación para la menor temperatura del sistema cuando se le aplica el Método 2, enfriamiento y mezcla, que con el Método 1, mezcla y enfriamiento, se debe a que con el método 1 el sistema se encuentra durante mucho más tiempo a una alta temperatura, produciéndose tasas de pérdida de calor mucho más importantes que con el método 1, en que el sistema casi siempre se encuentra a temperaturas mucho más próximas a la ambiente.

El método de análisis utilizado no ha considerado la posible pérdida de agua por evaporación, aunque a la vista de los resultados obtenidos, no parece haber influido mucho, tal vez debido al corto período de tiempo empleado.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>C. F. Bohren, Comment on "Newton's law of cooling-A critical assessment, Am. J. Phys. **59**, 1044 (1991)

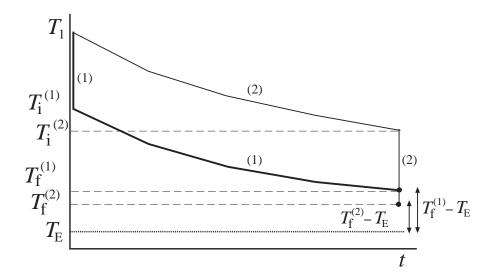


Figura 3: Descripción cualitativa de las variaciones de temperatura en los diferentes pasos de los Métodos 1 (1) y 2 (2). La pendiente del proceso de enfriamiento en el Método 2 es mayor que la pendiente del paso del enfriamiento en el Método 2. Esta es la razón por la que con el Método 2 el café con leche termina a menor temperatura que con el Método 1.

### Cálculo de errores

- 1. Puesto que las constantes de enfriamiento se calculan tomando el logaritmo de dos diferencias de temperaturas, cada una de ellas del orden de los 40  $^{\circ}$ C, con errores de 0,1  $^{\circ}$ C en cada temperatura, se tienen errores de orden del 0,5 % en cada diferencia de temperatura, por lo que se tendrá un error relativo total del 1 % en las constantes. El tiempo se considera que no tiene error.
- 2. El error de  $r_{\rm e}$  se estima que es del 2 %, pues también se calcula como razón entre dos diferencias de temperaturas con errores de 1% cada una.
- 3. El error de  $r_{\rm t}$  se estima del orden del 4%. En los 300 s del tiempo hay un error de unos 10 s, un 3%, y en la constante de enfriamiento hay un error del 1%.