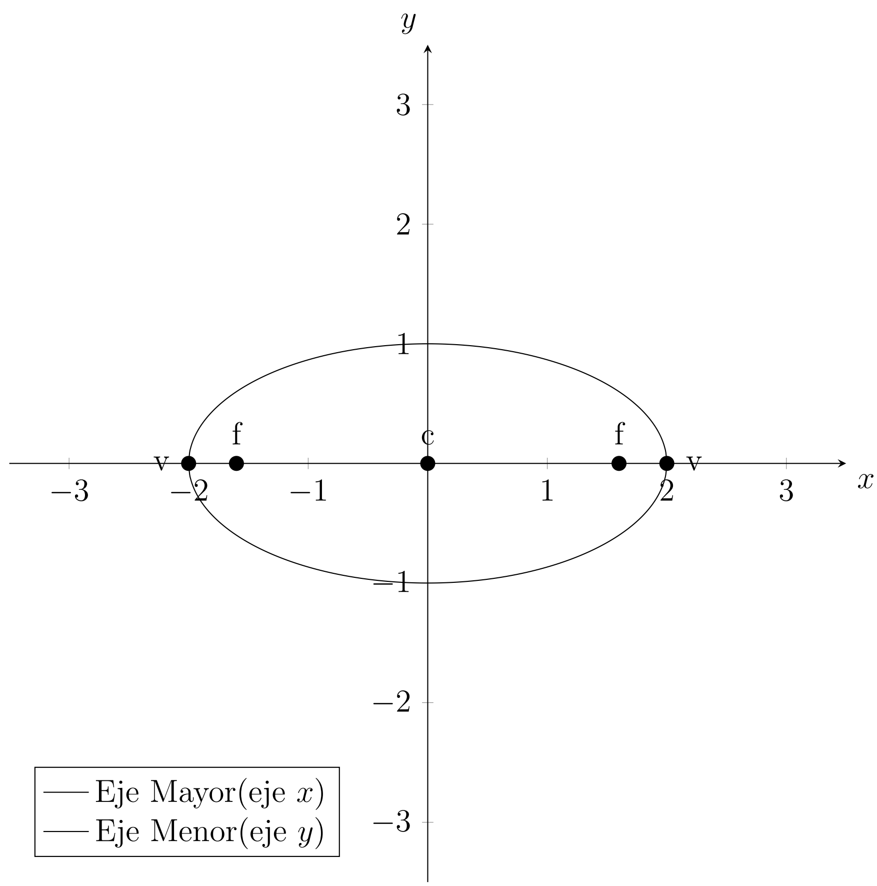
1. Elementos.

La elipse tiene los siguientes elementos:



2. Forma Ordinaria.

La elipse tiene dos posibles orientaciones: vertical y horizontal. La ecuación de la elipse horizontal es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

La ecuación de la elipse vertical es:

$$\frac{(y-k)^2}{b^2} + \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$$

En ambas ecuaciones $a^2 > b^2$. No importa si la elipse es horizontal o vertical las siguientes relaciones siempre son ciertas.

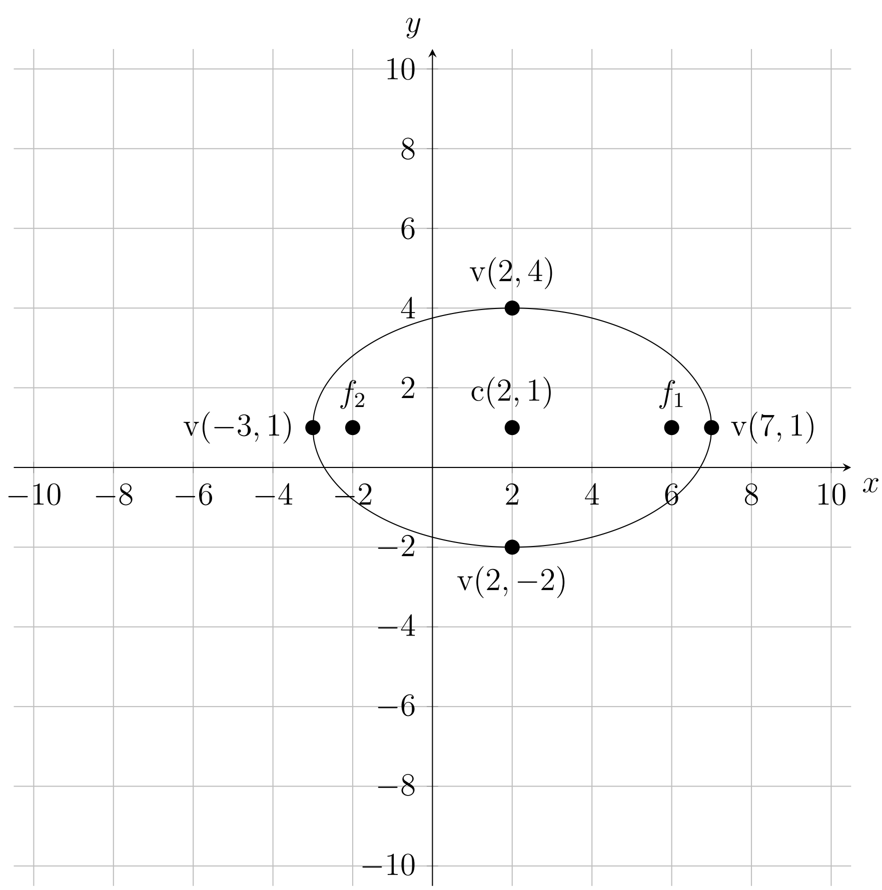
Elemento	Fórmula
Centro	(h, k)
Longtiud del eje mayor	$2a$
Longtiud del eje menor	$2b$
Distancia focal	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$
Longitud del lado recto	$\frac{2b^2}{a}$

Ejemplo: Obtén los elementos y la gráfica de la siguiente elipse

$$\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

Primero observamos que $25 > 9$ por lo tanto la elipse es horizontal. Ahora observamos:

- Centro: $(2, 1)$
- Longitud del eje mayor: 10
- Longitud del eje mayor: 6
- Distancia focal: $4 = \sqrt{5^2 - 3^2}$
- Focos: $f_1 = (6, 1), f_2 = (-2, 1)$



Ejercicios:

- $\dfrac{(x-3)^2}{25}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$
- $\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{25}=1$
- $\dfrac{(x+3)^2}{4}+\dfrac{(y+2)^2}{9}=1$
- $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{16}=1$
- $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{(y+3)^2}{9}=1$

3. Forma General.

Para obtener la forma general de la elipse utilizamos el mismo procedimiento que utilizamos para obtener la forma general de la circunferencia. Ejemplo: Transforma la elipse:

$$\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$$

a la forma general.

$$\begin{aligned}
\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{9}&=1 && \text{Ecuación original.}\\
25\left(\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{9}\right)&=25(1) && \text{Ambos lados} \times 25\\
9\left((x-2)^2+25\frac{(y-1)^2}{9}\right)&=9(25) && \text{Ambos lados} \times 9\\
9(x-2)^2+25(y-1)^2&=225 && \\
9(x^2-4x+4)+25(y^2-2y+1)&=225 && \text{Expande binomios.}\\
9x^2-36x+36+25y^2-50y+25&=225 && \\
9x^2-36x+36+25y^2-50y+25-225&=0 && \\
9x^2-36x+25y^2-50y-164&=0 && \text{Simplifica.}\\
9x^2+25y^2-36x-50y-164&=0 &&
\end{aligned}$$

Transforma las siguientes elipses a su forma general.

- $\dfrac{(x-3)^2}{25}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$
- $\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{25}=1$
- $\dfrac{(x+3)^2}{4}+\dfrac{(y+2)^2}{9}=1$
- $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{16}=1$
- $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{(y+3)^2}{9}=1$

4. Forma general a forma ordinaria.

$$\begin{aligned}
9x^2+25y^2-36x-50y-164&=0\\
9x^2-36x+25y^2-50y&=164\\
9(x^2-4x)+25(y^2-2y)&=164\\
9(x^2-4x\boldsymbol{+4})+25(y^2-2y\boldsymbol{+1})&=164\boldsymbol{+36+25}\\
9(x-2)^2+25(y-1)^2&=225\\
\frac{9(x-2)^2}{\mathbf{225}}+\frac{25(y-1)^2}{\mathbf{225}}&=\frac{225}{\mathbf{225}}\\
\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{9}&=1
\end{aligned}$$

Como ejericio transforma las formas generales del ejercicio pasado en forma ordinaria.