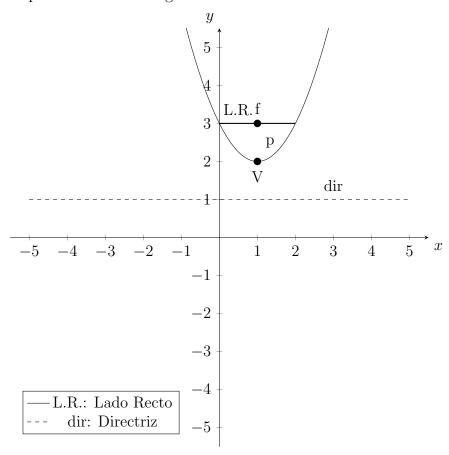
1. Elementos.

La parábola tiene los siguientes elementos:



Tenemos cinco elementos:

- V: Vértice.
- f: foco.
- L.R.: Lado Recto.
- dir: Directriz.
- p: Distancia Focal.

2. Forma ordinaria.

Existen dos versiones de parábolas: verticales y horizontales. Las parábolas verticales tienen la siguiente forma ordinaria:

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Y las parábolas horizontales tienen la forma:

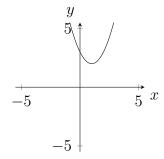
$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

Sin importar si la parábola es vertical u horizontal tenemos las siguientes fórmulas:

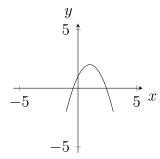
Elemento	Fórmula
Vértice	(h,k)
Distancia focal	p
Longitud del lado recto	4p

Para encontrar el foco y la directriz vamos a usar los elementos que se pueden determinar de la ecuación junto con la orientación de la parábola. Para determinal la orientación de la parábola tenemos las siguientes observaciones:

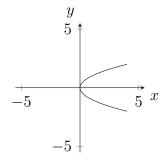
- Parábola vertical
 - Si 4p es positivo entonces



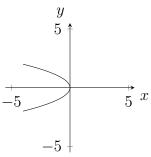
- Si 4p es negativo entonces



- Parábola horizontal
 - Si 4p es positivo entonces



- Si 4p es negativo entonces

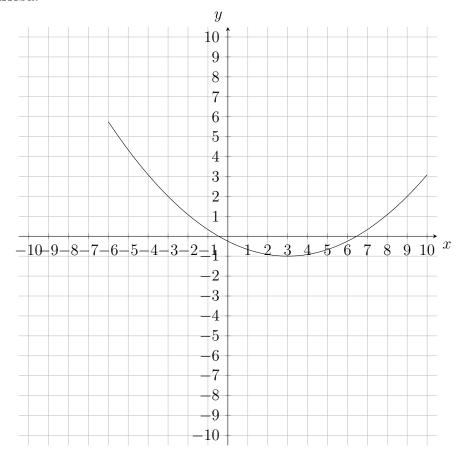


Ejemplo: Obtener los elementos y la gráfica de la parábola

$$(x-3)^2 = 12(y+1)$$

- Vértice (3, -1)
- Longitud del lado recto 12
- Distancia focal 3 $(4 \cdot 3 = 4p = 12)$

La parábola es vertical y 4p es positivo entonces esta orientada hacia arriba.



Una vez que sabemos el vértice (3, -1), que esta orientada hacia arriba y que la distancia focal es de 3, entonces es inmediato que el foco tiene coordenadas (3, -1 + 3) = (3, 2). Y de manera similar podemos determinar que la directriz tiene por ecuación y = -4.

Obtén los elementos y gráfica las siguientes parábolas.

•
$$(x+1)^2 = 4(x+1)$$

•
$$(y+1)^2 = 4(y+1)$$

•
$$x^2 = -16(y+1)$$

•
$$(x-3)^2 = -4y$$

•
$$(y+1)^2 = -10(x+2)$$

3. Forma General

El proceso es el mismo que utilizamos para transformar una circunferencia a su forma general. Ejemplo, transforma $(x-3)^2 = 12(y+1)$ a forma general.

$$(x-3)^2=12(y+1) \qquad \text{Ecuación original.}$$

$$x^2-6x+9=12y+12 \qquad \text{Expandimos ambos lados.}$$

$$x^2-6x+9-12y-12=0 \qquad \qquad \text{Todos los términos a L.I.}$$

$$x^2-6x-3-12y=0 \qquad \qquad \text{Simplificamos.}$$

$$x^2-6x-12y-3=0$$

Transforma las siguientes ecuaciones a forma general.

•
$$(x+1)^2 = 4(x+1)$$

•
$$(y+1)^2 = 4(y+1)$$

•
$$x^2 = -16(y+1)$$

$$\bullet (x-3)^2 = -4y$$

•
$$(y+1)^2 = -10(x+2)$$

4. Forma general a forma ordinaria.

Ejemplo: Transforma $x^2 - 6x - 12y - 3 = 0$ a forma ordinaria.

$$x^2-6x-12y-3=0$$
 Ecuación original.
$$x^2-6x=12y+3$$
 Agrupa términos.
$$x^2-6x+9=12y+3+9$$
 Completa el cuadrado.
$$(x-3)^2=12y+12$$
 Simplifica.
$$(x-3)^2=12(y+1)$$
 Forma ordinaria.

Como ultimo ejericio transforma las ecuaciones en forma general del ejercicio pasado a forma ordinaria.