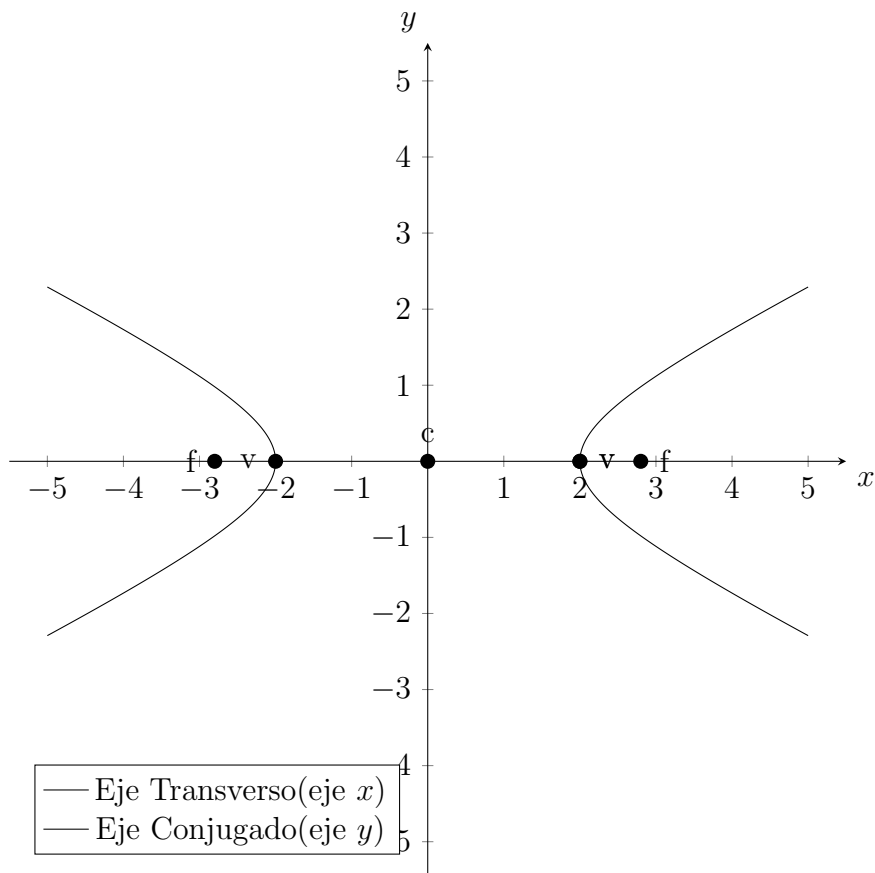


## 1. ELEMENTOS

La hipérbola tiene los siguientes elementos:



## 2. FORMA ORDINARIA.

La hipérbola tiene dos posibles orientaciones: horizontal y vertical. La ecuación de la hipérbola horizontal es:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

La ecuación de la hipérbola vertical es:

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$

La orientación de la hipérbola la determina el término que sea positivo. La cantidad  $a^2$  siempre va con el término positivo. No importa si la hipérbola es horizontal o vertical las siguientes relaciones siempre son ciertas.

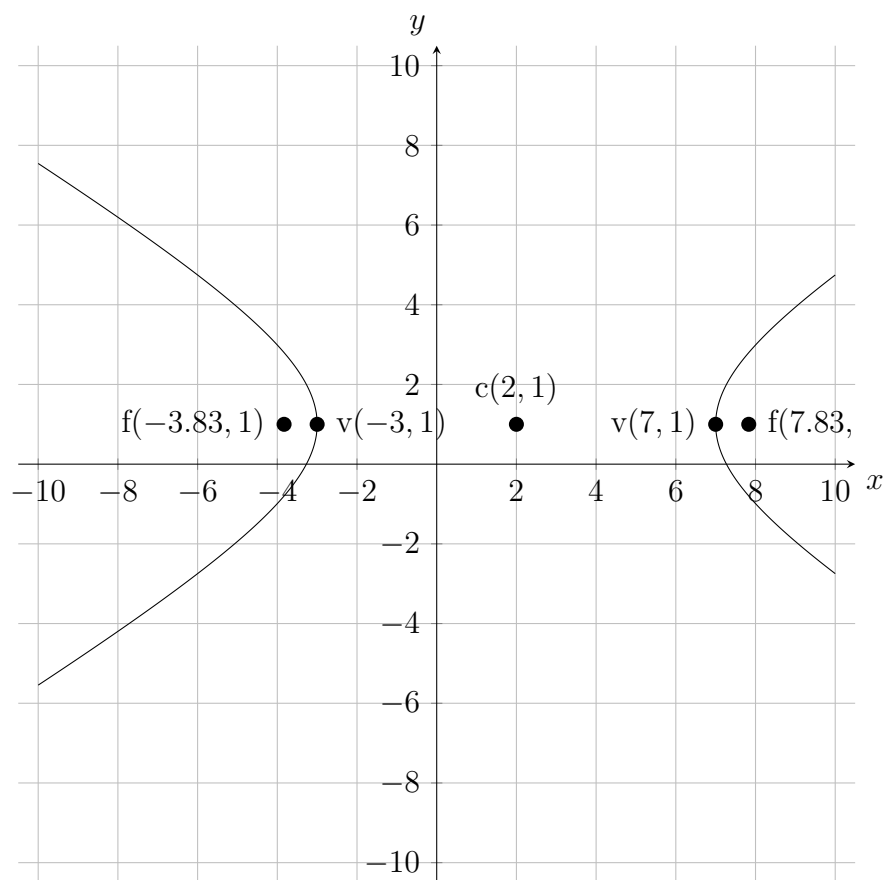
Elemento	Fórmula
Centro	$(h, k)$
Longitud del eje transversal	$2a$
Longitud del eje conjugado	$2b$
Distancia focal	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
Longitud del lado recto	$\frac{2b^2}{a}$

Ejemplo: Obtén los elementos y la gráfica de la siguiente hipérbola

$$\frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

Primero observamos que el término  $\frac{(x-2)^2}{25}$  es positivo, por lo tanto es una hipérbola horizontal.  $a^2 = 25$ .

- Centro:  $(2, 1)$
- Longitud del eje transversal: 10
- Longitud del eje conjugado: 6
- Distancia focal:  $5.83 \approx \sqrt{34} = \sqrt{5^2 + 3^2}$
- Focos:  $f_1 = (7.83, 1)$ ,  $f_2 = (-3.83, 1)$



Ejercicios:

- $\frac{(x-3)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$
- $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$
- $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{25} = 1$
- $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{25} = 1$
- $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

## 3. FORMA GENERAL.

Para obtener la forma general de la hipérbola utilizamos el mismo procedimiento que utilizamos para obtener la forma general de la circunferencia. Ejemplo: Transforma la elipse:

$$\frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

a la forma general.

$$\frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1 \quad \text{Ecuación original.}$$

$$25 \left( \frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} \right) = 25(1) \quad \text{Ambos lados} \times 25$$

$$9 \left( (x-2)^2 - 25 \frac{(y-1)^2}{9} \right) = 9(25) \quad \text{Ambos lados} \times 9$$

$$9(x-2)^2 - 25(y-1)^2 = 225$$

$$9(x^2 - 4x + 4) - 25(y^2 - 2y + 1) = 225 \quad \text{Expande binomios.}$$

$$9x^2 - 36x + 36 - 25y^2 + 50y - 25 = 225$$

$$9x^2 - 36x + 36 - 25y^2 + 50y - 25 - 225 = 0$$

$$9x^2 - 36x + 25y^2 - 50y - 214 = 0 \quad \text{Simplifica.}$$

$$9x^2 + 25y^2 - 36x - 50y - 214 = 0$$

Transforma las siguientes elipses a su forma general.

$$\bullet \frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

$$\bullet \frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$

$$\bullet \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$$

$$\bullet \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\bullet \frac{x^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$$