

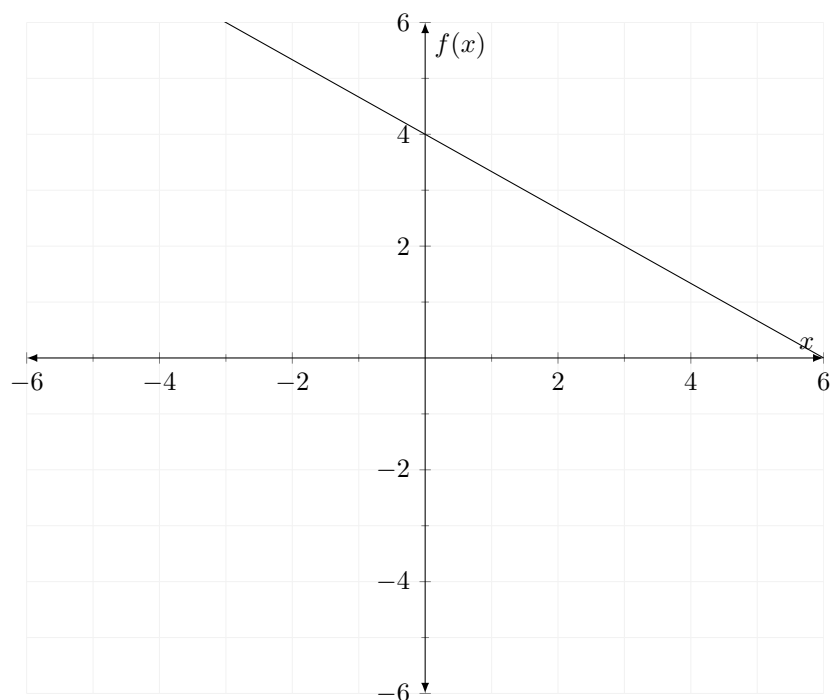
La línea recta y su pendiente.

Una ecuación que tiene la forma:

$$ax + by + c = 0$$

representa una línea recta, en el sentido que, las soluciones de esta ecuación al ser puestas como puntos (x, y) en el plano forman visualmente una recta.

Considera la ecuación: $2x + 3y - 12 = 0$. La gráfica de las soluciones de esta ecuación forman la siguiente gráfica:



Nota que esta recta pasa por puntos como: $(6, 0)$, $(3, 3)$, $(0, 4)$, y que estos puntos son soluciones de la ecuación de la recta.

Para graficar una recta dada su ecuación seguimos el siguiente procedimiento:

1. Encontrar **2** soluciones de la ecuación.
2. Graficar las soluciones como puntos en el plano.
3. Unir esos puntos con una línea recta que se extiende indefinidamente.

Una cantidad que es de mucho interés en cálculo diferencial es la *pendiente* de una recta. La pendiente de una recta indica que tan “inclinada” es una recta. Para calcular la pendiente de una recta tenemos la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son soluciones de la ecuación.

En nuestra recta $2x + 3y - 12 = 0$, consideremos las soluciones: $(3, 3)$ y $(6, 0)$ y al sustituirlos en la fórmula obtenemos:

$$m = \frac{3 - 0}{3 - 6} = -\frac{2}{3}$$

La *forma ordenada al origen* ofrece otra forma de determinar la pendiente de una recta. La *forma ordenada al origen* de una recta es una ecuación que tiene la siguiente estructura:

$$y = mx + b$$

donde m y b son números que representn la pendiente de la recta y al intersección con el eje y respectivamente

Para obtener la forma ordenada al origen solo requerimos despejar y . Vamos a obtener la forma ordenada al origen de nuestra ecuación: $2x + 3y - 12 = 0$

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 12 &= 0 \\ 2x + 3y &= 12 \\ 3y &= 12 - 2x \\ y &= \frac{12 - 2x}{3} \\ y &= \frac{12}{3} - \frac{2x}{3} \\ y &= 4 - \frac{2x}{3} \\ y &= -\frac{2x}{3} + 4 \end{aligned}$$

Podemos observar que $m = -\frac{2}{3}$.

Para obtener la ecuación de una recta tenemos dos opciones:

1. Conocer 2 puntos que pertenezcan a la recta.
2. Conocer 1 punto y la pendiente de la recta.

Si conoces 1 punto y la pendiente de la recta usamos la fórmula:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

donde m es el valor de la pendiente y (x_1, y_1) es el punto que pertenece a la recta. Si conoces dos puntos que pasan sobre la recta utiliza la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

para obtener el valor de la pendiente y sigue el mismo procedimiento que el caso pasado.

Por ejemplo, considera los puntos $(2, 1)$ y $(5, 5)$ y obtén la ecuación de la recta que pasa por ellos. Utilizamos la fórmula para obtener la pendiente:

$$m = \frac{5 - 1}{5 - 2} = \frac{4}{3}$$

y sustituimos la pendiente y alguno de los dos puntos en nuestra fórmula:

$$y - 1 = \frac{4}{3}(x - 2)$$