El concepto de demostración.

La idea de demostrar algo en matemáticas consiste en presentar un argumento que establezca la veracidad o falsedad de un enunciado. Por ejemplo, considera el enunciado: **El cuadrado de cualquier número par es también un número par**, podríamos considerar algunos ejemplos:

n	n^2
0	$0^2 = 0$
2	$2^2 = 4$
4	$4^2 = 16$
6	$6^2 = 36$
8	$8^2 = 64$
10	$10^2 = 100$

al parecer el patrón es cierto: *cualquier número par elevado al cuadrado resulta en un número par*. Sin embargo, ¿cómo podemos estar seguros de que este patrón se cumple para siempre?, ¿cómo podemos estar seguros de que no existe algún número par que al elevarse al cuadrado resulta en un número impar?

En este caso la demostración es muy sencilla: Considera que cualquier número par se puede escribir como:

$$2n, n \in \mathbb{Z}$$

esto significa que un número par se puede escribir como 2 multiplicado por algún número entero. Por ejemplo, $0 = 2(0)$, $2 = 2(1)$, $4 = 2(2)$, $6 = 2(3)$, $8 = 2(4)$, etc. Cuando elevamos un número par al cuadrado obtenemos:

$$(2n)^2 = 4n^2$$

que podemos escribir como:

$$4n^2 = 2(2n^2)$$

que evidentemente es un número par.

Considera el siguiente enunciado: **El cuadrado de cualquier número impar es también un número impar**. Veamos algunos ejemplos:

n	n^2
1	$1^2 = 1$
3	$3^2 = 9$
5	$5^2 = 25$
7	$7^2 = 49$
9	$9^2 = 81$
11	$11^2 = 121$

al igual que en el caso de los números pares el patrón parece cierto. ¿Existe algún argumento que nos asegure que esto es cierto? La respuesta es *si*, Considera que cualquier número impar puede ser escrito como:

$$2n + 1, n \in \mathbb{Z}$$

esto es: cualquier número impar es el resultado de multiplicar un número entero por 2 y luego sumarle 1: $1 = 2(0) + 1$, $3 = 2(1) + 1$, $5 = 2(2) + 1$, $7 = 2(3) + 1$, $9 = 2(4) + 1$, $11 = 2(5) + 1$, etc. Cuando elevamos un número impar al cuadrado obtenemos:

$$(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$$

que podemos escribir como:

$$4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1$$

que evidentemente es un número impar.