

Definición formal de una función.

Definición (Función): Dados dos conjuntos A y B , una función (también aplicación o mapeo) entre ellos es una asociación f que a cada elemento de A le asigna un *único* elemento de B . Se dice entonces que A es el **dominio** (también conjunto de partida o conjunto inicial) de f y que B es su **rango** (también conjunto de llegada o conjunto final).

Dominio.

A el conjunto de posibles argumentos de una función se le conoce como **dominio**, utilizando la analogía de la máquina podemos pensar al dominio como todos los posibles “inputs” que la máquina puede recibir. Es posible restringir el dominio de una función, solamente hay que escribir dentro de la definición de nuestra función el dominio que queramos asignarle.

Por ejemplo: Sea la función $f(x) = 2x; x \geq 0$, esto quiere decir que el dominio esta restringido a los números que sean iguales o mayores que cero, así por ejemplo, podemos obtener los valores de $f(1) = 2$, $f(3) = 6$ o $f(0.45) = 0.9$, sin embargo, para los valores que sean menores que cero la función se considera *indefinida*.

Si no se indica explícitamente el dominio de la función, entonces se asume que el dominio son todos los números reales \mathbb{R} , esto se conoce como *dominio implícito*.¹ Por lo tanto, podemos asumir que la función $g(x) = 3x$ esta definida para todos los números reales, mientras que la función $h(x) = 3x, x > 5$ solo esta definida para los números que sean mayores que 5. Nota que aunque las funciones $g(x)$ y $h(x)$ tienen la misma fórmula **NO** son iguales. Dos funciones son iguales si y solo si comparten el mismo dominio, el mismo rango y la misma correspondencia entre elementos.

Sin embargo, aunque una función tenga dominio implícito, este puede que no sean todos los números reales \mathbb{R} , esto debido a ciertas particularidades de las matemáticas. Por ejemplo, la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

no esta definida en $x = 2$, debido a que:

$$f(2) = \frac{(2)^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$$

y por lo tanto su dominio son todos los números reales **excepto** 2. Esto es expresado como $\text{Dom}_f = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$.

¹Siempre y cuando cada argumento esta determinado.

Considera la función:

$$g(x) = \frac{1}{x(x-1)}$$

esta función tiene dos valores donde esta indefinida: $x = 0$ y $x = 1$

$$g(0) = \frac{1}{0(0-1)} = \frac{1}{0}$$

$$g(1) = \frac{1}{1(1-1)} = \frac{1}{0}$$

y por lo tanto su dominio son todos los números reales **excepto** 0 y 1. Esto se expresa como: $\text{Dom}_g = (-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$.