# Definición formal de una función.

## Dominio.

A el conjunto de posibles argumentos de una función se le conoce como **dominio**, utilizando la analogía de la máquina podemos pensar al dominio como todos los posibles “inputs” que la máquina puede recibir. Es posible restringir el dominio de una función, solamente hay que escribir dentro de la definición de nuestra función el dominio que queramos asignarle.

Por ejemplo: Sea la función , esto quiere decir que el dominio esta restringido a los números que sean iguales o mayores que cero, así por ejemplo, podemos obtener los valores de , o , sin embargo, para los valores que sean menores que cero la función se considera *indefinida*.

Si no se indica explícitamente el dominio de la función, entonces se asume que el dominio son todos los números reales , esto se conoce como *dominio implícito*.[[1]](#footnote-1) Por lo tanto, podemos asumir que la función esta definida para todos los números reales, mientras que la función solo esta definida para los números que esan mayores que . Nota que, aunque las funciones y tienen la misma fórmula **NO** son iguales. Dos funciones son iguales si y solo si comparten el mismo dominio, el mismo rango y la misma correspondencia entre elementos.

Sin embargo, aunque una función tenga dominio implícito, este puede que no sean todos lo números reales , esto debido a ciertas particularidades de las matemáticas. Por ejemplo, la función:

no esta definida en , debido a que:

y por lo tanto su dominio son todos los números reales **excepto** 2. Esto es expresado como .

Considera la función:

esta función tiene dos valores donde esta indefinida: y

y por lo tanto su dominio son todos lo números reales **excepto** 0 y 1. Esto se expresa como: .

## Problemas potenciales para funciones con dominio implícito.

Solo tenemos que preocuparnos por tres problemas que se pueden presentar:

1. División entre cero.
2. Raíces de números negativos.
3. Logaritmos de números iguales o menores que cero.

## Rango.

Al conjunto de todos los posibles valores que pueden producir una función se le conoce como rango. Utilizando la analogía de la maquina el rango serian todos los elementos que la maquina puede producir. Por ejemplo, considera la función:

Nota que el dominio de esta función son todos lo números reales, sin embargo, esta función no puede producir ciertos valores, en particular es imposible que esta función produzca algún número menor que 1, esto se debe a que el término solo puede producir números positivos. Por lo tanto, su rango son los números reales mayores o iguales a 1, esto de denota como:

Otra función por considerar es , en este caso esta función es capaz de producir cualquier número real. Por ejemplo, esta función es capaz de producir al número 8 si usas como argumento al número 2 (). Pero tambien es capaz de producir al número si usas como argumento al número (). Tambien puede producir al número 10, ahora usa como argumento ().

## Como identificar el dominio y rango de una función usando su gráfica.

Para identificar el dominio en la gráfica observamos los valores donde esta definida, en nuestro ejemplo todos los valores una salida en la función y por lo tanto podemos determinar que el dominio de nuestra función son todos los números reales.

Para identificar el rango observaos lo valores donde esta definida, en nuestro ejemplo solo los valores que son iguales o mayores que cero están definidos. Esto se debe a que cualquier valor al ser elevado al cuadrado es positivo.

En este otro ejemplo nota que los valores que están a la izquierda de cero no esta definidos. Esto es debido a que no existen raíces de números negativos.

El rango de esta función son todos los números positivos mayores o iguales que cero. Nota que es un poco difícil de apreciar en la gráfica debido a su tamaño.

## Función inversa

Considera la función , y considera su comportamiento desde hasta :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

La función inversa de es una función que denotamos como tal que tiene el siguiente comportamiento:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Dicho de otra manera: “Deshace” lo que la función original calculó:

## Representación analítica de la función inversa.

Para calcular la fórmula de la función inversa seguimos la siguiente serie de pasos:

1. En la función original sustituir el símbolo por la letra .[[2]](#footnote-2)
2. Despejar la variable .
3. Cambiar la letra por el símbolo y la letra por la letra .

En nuestro ejemplo tendríamos:

No siempre es posible encontrar una representación analítica para una función inversa. Considere la función , en este caso no es posible despejar a la variable . Sin embargo, ¡la función inversa si existe! pero tiene que ser expresada como una gráfica o una enumeración.

## Operaciones con funciones.

Es posible combinar funciones a través de diversos procedimientos. En todos los ejemplos que siguen vamos a asumir y

### Suma de funciones.

### Resta de funciones.

### Multiplicación de funciones.

### División de funciones.

O también:

### Composición de funciones.

O también:

1. Siempre y cuando cada argumento esta determinado. [↑](#footnote-ref-1)
2. Este paso no es necesario solo nos ayuda a no tener tantos símbolos. [↑](#footnote-ref-2)