Отчёт по лабораторной работе №3

по дисциплине

Методы вычислений

Выполнил: студент ИУ7-17

Пахомов А.А.

Вариант 1

МГТУ, 2015 г.

Теоретическая часть

Содержательная постановка транспортной задачи:

Имеется m производителей некоторой однородной продукции, мощность i-го производителя $S_i > 0$ единиц, $i = \overline{1,m}$. Имеется так же n потребителей этой же продукции. Мощность j-го потребителя обозначим через $D_j > 0$ единиц, $j = \overline{1,n}$. Стоимость перевозки единицы продукции от i-го производителя к j-му потребителю составляет $c_{ij} \geq 0$ единиц. Необходимо составить такой план перевозок от производителей к потребителям при котором:

1. Вся продукция вывезена от производителей;
2. Вся продукция доставлена потребителю с учетом ограничений на мощность;
3. Общая стоимость перевозок минимальная.

Математическая постановка транспортной задачи:

$$\begin{cases} f(x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to min \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i, \quad i = \overline{1,m} \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j, \quad j = \overline{1,n} \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

Входные данные:

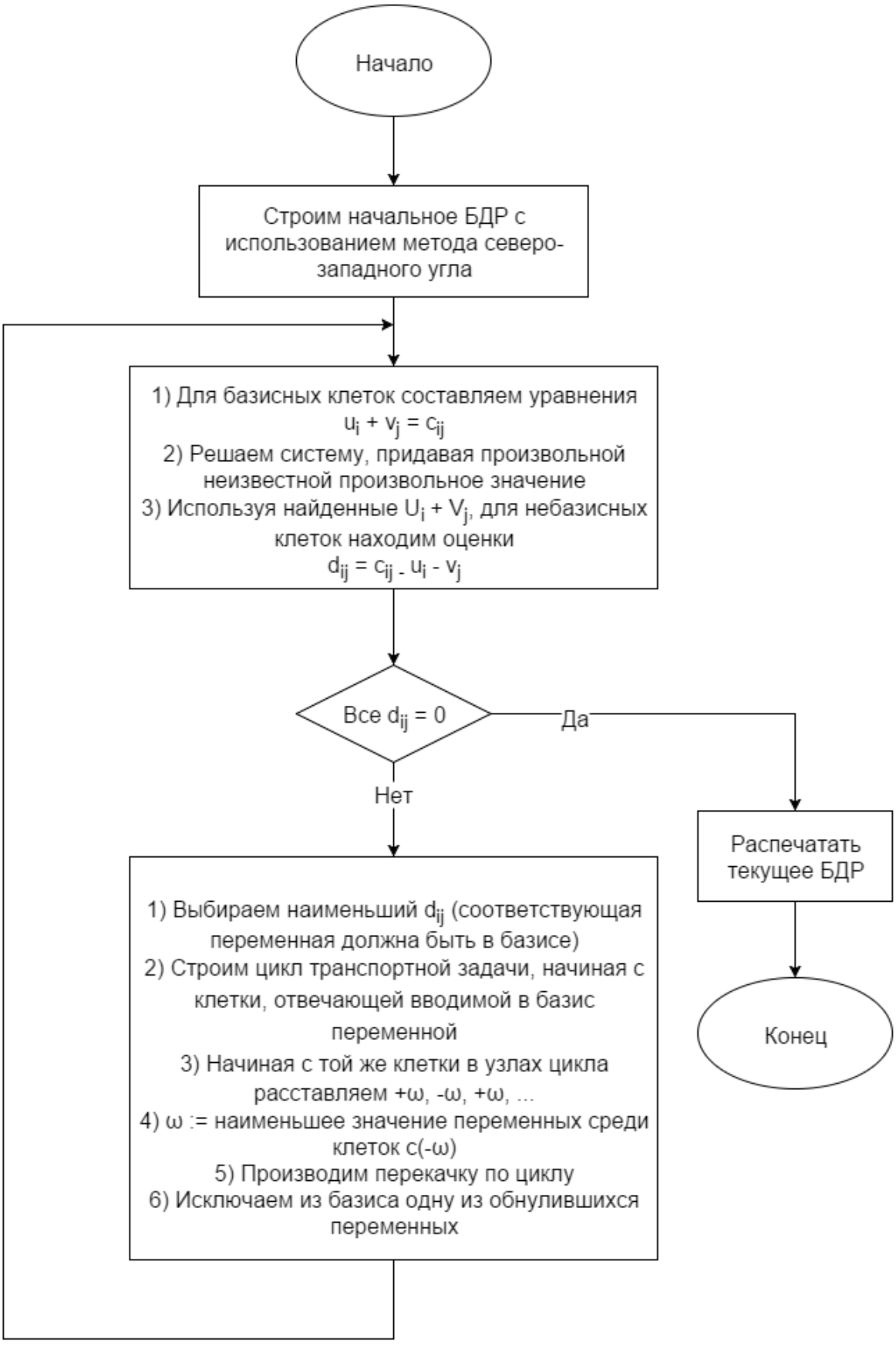
Входные данные задаются в виде значений мощностей производителей S и потребителей D, а также матрицы стоимостей C, для которых требуется найти решение методом северо-западного угла и методом потенциалов.

$$S = \begin{bmatrix} 140 \\ 100 \\ 60 \end{bmatrix}, \qquad D = [80 \quad 80 \quad 60 \quad 80], \qquad C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 6 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Кроме того, из лабораторной работы №1 были взяты входные данные в виде матрицы стоимостей C для решения задачи о назначениях с использованием метода потенциалов.

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 8 & 7 & 2 \\ 9 & 9 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

Метод потенциалов для решения транспортной задачи:



Текст программы

lab3.m

```
C = dlmread('costs.txt');
S = dlmread('have.txt');
D = dlmread('need.txt');

clc;

if(sum(S) ~= sum(D))
    fprintf('Задача несбалансирована!');
else
    fprintf('Матрица стоимостей:\n');
    disp(C);
    fprintf('Источники:');
    disp(S);
    fprintf('Стоки:');
    disp(D);

    debug_mode = false;
    [transportation, cost] = transportation_task(C, S, D, debug_mode);

    fprintf('Оптимальный план перевозки:\n');
    disp(transportation);
    fprintf('Оптимальная стоимость:');
    disp(cost);
end;
```

NW_angle.m

```
function [x, indexes] = NW_angle(S, D)

m = length(S);
n = length(D);

i = 1;
j = 1;
x = zeros(m,n);
k = 1;
while (i <= m && j <= n)
    indexes(k,:) = [i, j];
    k = k + 1;
    if (D(j) > S(i))
        x(i, j) = S(i);
        D(j) = D(j) - S(i);
        i = i + 1;
    else
        x(i, j) = D(j);
        S(i) = S(i) - D(j);
        j = j + 1;
    end;
end;
end
```

transportation_task.m

```
function [ xx, ff ] = transportation_task(C, S, D, debug_mode)

[xx, indexes] = NW_angle(S, D);
ff = sum(sum(C.*xx));

if(debug_mode)
    fprintf('Начальный план перевозки:\n');
    disp(xx);
    fprintf('Стоимость:');
    disp(ff);
end;

k = 0;
while(true)
    k = k + 1;
    if(debug_mode)
        fprintf('Итерация %d:\n', k);
    end;
    [ii, ji] = toBasis(C, indexes, debug_mode);
    if(ii == -1)
        break;
    end;

    [xx, io, jo] = getOutOfBasis(xx, indexes, ii, ji);
    [~,ind] = ismember([io,jo], indexes, 'rows');
    indexes(ind,:) = [ii, ji];
    ff = sum(sum(C.*xx));

    if(debug_mode)
        fprintf('Элемент [%d, %d] в базис\n', ii, ji);
        fprintf('Элемент [%d, %d] из базиса\n', io, jo);
        fprintf('План перевозки:\n');
        disp(xx);
        fprintf('Стоимость:');
        disp(ff);
    end;
end;

end
```

toBasis.m

```
function [ii, jj] = toBasis(C, indexes, debug_mode)

[u, v] = getUV(C, indexes(:,1), indexes(:,2));
[m, n] = size(C);

mi = 1 - indexesToMatrix(indexes);

d = 0;
ii = -1;
jj = -1;
for i = 1: m
    for j = 1: n
        if(mi(i, j) == 1)
            nd = C(i, j)-u(i)-v(j);
            if(debug_mode)
                fprintf('d[%d,%d] = %d\n', i, j, nd);
            end;
```

```
            if(nd < d)
                d = nd;
                ii = i;
                jj = j;
            end;
        end;
    end;
end;
if(debug_mode)
    fprintf('\n');
    if(d ~= 0)
        fprintf('d[%d,%d] = %d минимально\n', ii, jj, d);
    else
        fprintf('Отрицательных d не найдено, последний найденный план
оптимален\n');
    end;
end;

end
```

getUV.m

```
function [u, v] = getUV(C, ui, vi)

m = length(unique(ui));
n = length(unique(vi));

    % решу через СЛАУ
coef = zeros(m+n);
y = zeros(1, m+n);
coef(1,1) = 1;
y(1) = 0;
k = 2;
for i = 1 : length(ui)
    coef(k, ui(i)) = 1;
    coef(k, m + vi(i)) = 1;
    y(k) = C(ui(i), vi(i));
    k = k + 1;
end;

x = coef^(-1)*y';
u = x(1:m);
v = x(m+1 : m+n);

end
```

getOutOfBasis.m

```
function [xx, io, jo] = getOutOfBasis(xx, indexes, ii, ji)

matr = indexesToMatrix(indexes);
index = [ii, ji];
path = findCycle(index, ii, matr, [], false);
path = flipud(path);

io = path(2,1);
jo = path(2,2);
m = xx(io, jo);
k = 4;
```

```
while(k <= size(path, 1))
    tm = xx(path(k,1), path(k,2));
    if(tm < m)
        io = path(k,1);
        jo = path(k,2);
        m = tm;
    end;
    k = k + 2;
end;

for k = 1: size(path, 1)
    i = path(k,1);
    j = path(k,2);
    if(mod(k, 2) ~= 0)
        xx(i,j) = xx(i,j) + m;
    else
        xx(i,j) = xx(i,j) - m;
    end;
end;

end
```

findCycle.m

```
function path = findCycle(index, baseRow, matr, path, isFindInRow)

if(~isFindInRow)
    col = matr(:, index(2));
    rows = find(col==1);
    for i=1:length(rows)
        if(rows(i) ~= index(1))
            path = findCycle([rows(i), index(2)], baseRow, matr, path,
~isFindInRow);
            if(~isempty(path))
                ind = size(path, 1) + 1;
                path(ind,:) = index;
                return;
            end;
        end;
    end;
else
    if(index(1) == baseRow)
        ind = size(path, 1) + 1;
        path(ind,:) = index;
        return;
    else
        row = matr(index(1), :);
        cols = find(row==1);
        for i=1:length(cols)
            if(cols(i) ~= index(2))
                path = findCycle([index(1), cols(i)], baseRow, matr, path,
~isFindInRow);
                if(~isempty(path))
                    ind = size(path, 1) + 1;
                    path(ind,:) = index;
                    return;
                end;
            end;
        end;
    end;
end;
end
```

Результаты вычислений

Транспортная задача:

Матрица стоимостей:

4	2	1	3	7
1	5	4	6	3
5	4	8	7	2
9	9	3	2	5
3	4	7	8	2

Источники: 1 1 1 1 1

Стоки: 1 1 1 1 1

Оптимальный план перевозки:

0	0	1	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

Оптимальная стоимость: 10

Задача о назначениях симплексным методом:

Матрица стоимостей:

5	4	3	4
3	2	5	5
1	6	3	2

Источники: 140 100 60

Стоки: 80 80 60 80

Оптимальный план перевозки:

0	0	60	80
20	80	0	0
60	0	0	0

Оптимальная стоимость: 780