

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Домашнее задание №2

Вариант №15

Куприй Александр, ИУ7-63Б

Задача №1

Проверка параметрических гипотез

Условие

До наладки станка была проверена точность изготовления $n_1=10$ втулок, в результате чего получено значение $S^2(\vec{x}_{n_1})=9.6$ мкм 2 . После наладки была проверена партия из $n_2=15$ втулок и получено значение $S^2(\vec{y}_{n_2})=5.7$ мкм 2 . Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha=0.05$ проверить гипотезу о том, что после наладки станка точность изготовления втулок увеличилась.

Решение

Введём основную гипотезу:

$$H_0 = \{$$
точность станка не изменилась $\} = \{\sigma_1 = \sigma_2\}$

Введём конкурирующую гипотезу:

$$H_1 = \{$$
после наладки точность увеличилась $\} = \{\sigma_1 > \sigma_2\}$

Для рассматриваемого случая воспользуемся статистикой:

$$T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) = \frac{max\{S^2(\vec{x}_{n_1}), S^2(\vec{y}_{n_2})\}}{min\{S^2(\vec{x}_{n_1}), S^2(\vec{y}_{n_2})\}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

Согласно условию

$$T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) \ge F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 2)$$

построим критическую область W

$$W = \{ (\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) : T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \ge F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 2) \},\$$

где $F_{1-\alpha}$ - квантиль распределения Фишера.

Проведём вычисления:

$$T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) = \frac{S^2(\vec{x}_{n_1})}{S^2(\vec{y}_{n_2})} = \frac{9.6}{5.7} = 1.68$$

$$F_{1-\alpha} = F_{0.95}(9, 14) = 2.65$$

Вывод:

 $1.68 \ngeq 2.65 \implies (\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \notin W \implies$ отклоняем гипотезу H_1 , принимаем H_0 .

Ответ: после наладки станка точность изготовления втулок не увеличилась при уровне значимости $\alpha=0.05$.