

**БИБЛИОГРАФИЯ**

J. V. Jelley, *Cerenkov Radiation and its applications*, стр. X+304, Pergamon Press, London, 1958.

В конце прошлого года английское издательство «Pergamon Press» выпустило в свет книгу Дж. В. Джелли «Излучение Черенкова и его применения».

Излучение Вавилова—Черенкова испускается заряженными частицами, которые движутся в прозрачной среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в этой среде. Это излучение было детально исследовано П. А. Черенковым, работавшим под руководством С. И. Вавилова. Теория излучения Вавилова—Черенкова была дана И. Е. Таммом и И. М. Франком в 1937 г.

В течение двенадцати-пятнадцати лет, последовавших после открытия, излучение Вавилова—Черенкова представляло для физиков лишь академический интерес. В основном изучались теоретически и экспериментально только свойства самого излучения, и не было речи о его практическом использовании. Первые возможные применения излучения Вавилова—Черенкова были предложены в 1947 г. К этому времени относятся работы В. Л. Гинзбурга, рассмотревшего возможность генерации ультракоротких радиоволн с помощью излучения Вавилова—Черенкова, и И. А. Геттинга, который предложил простую оптическую систему для регистрации единичных заряженных частиц по испускаемому ими черенковскому излучению. Это излучение является очень слабым. Число фотонов, испускаемых быстрой заряженной частицей при ее равномерном движении в преломляющей среде, не превышает нескольких сотен на каждый сантиметр пути, при этом фотоны максимальной энергии лежат в ультрафиолетовой области. Человеческий глаз не в силах различить столь слабое излучение. Поэтому для практического осуществления регистрации частиц по излучению Вавилова—Черенкова необходимо было чувствительное устройство, позволяющее улавливать слабые световые импульсы. Такое устройство—фотоумножитель—было достаточно хорошо разработано после второй мировой войны.

В 1947 г. И. А. Геттинг предложил использовать фотоумножитель для регистрации слабых световых импульсов черенковского излучения, которые дает отдельная быстрая частица, проходящая через прозрачный радиатор.

Первые успешные эксперименты с черенковскими счетчиками относятся к 1951 г., когда почти одновременно были опубликованы работы Дж. Мэзера, Дж. Маршалла и Дж. Джелли. Дж. Мэзер и Дж. Маршалл создали черенковские детекторы для прямого измерения скорости пучков заряженных частиц высокой энергии, полученных на ускорителях, а Дж. Джелли сделал черенковский счетчик, позволявший с высокой эффективностью регистрировать отдельные заряженные частицы.

Начиная с 1951 года число различных конструкций черенковских детекторов и число их применений быстро возрастало. Сейчас черенковские детекторы прочно вошли в обиход исследователей в области физики частиц высоких энергий. Можно с уверенностью сказать, что с дальнейшим развитием исследований в области высоких энергий роль черенковских детекторов будет непрерывно повышаться.

Развитие техники черенковских детекторов послужило основой для присуждения трем советским ученым—П. А. Черенкову, И. Е. Тамму и И. М. Франку—Нобелевской премии по физике за 1958 г.

Одновременно развивалась и теория эффекта Вавилова—Черенкова. Здесь надо сказать, что в исследовании эффекта Вавилова—Черенкова за годы, протекшие после его открытия и объяснения, произошло своеобразное разделение труда. Именно подавляющее большинство экспериментальных работ по созданию и применению черенковских счетчиков было проделано за рубежом: в Америке, Великобритании, Италии, а подавляющее число теоретических исследований свойств и возможных применений черенковского излучения было проведено в Советском Союзе. Были детально исследованы особенности излучения Вавилова—Черенкова в анизотропных и гиротропных средах (В. Л. Гинзбург, А. А. Коломенский, А. Г. Ситенко, В. Е. Пафомов, М. И. Каганов и др.). Подробному исследованию подверглись также вопросы излучения заряженных частиц при наличии границ раздела: излучение частицы в канале,

проделанном в преломляющей среде (В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, А. Г. Ситенко и др.), излучение частицы, движущейся в пустоте над плоской границей диэлектрика (М. Данос, В. Е. Пафомов и др.), излучение Вавилова—Черенкова в волноводах (А. И. Ахиезер, Г. Л. Любарский, Я. Б. Файнберг, М. И. Каганов, Л. С. Богданкевич и др.) и ряд других задач. Не следует думать, что теоретические исследования проводились в отрыве от практических задач. Например, теория излучения Вавилова—Черенкова в гиротропном кристалле прямо применима в ионосфере, ибо ионизованный газ (плазма), находящийся в магнитном поле Земли, как раз и является анизотропной и гиротропной средой. В последние годы теория излучения Вавилова—Черенкова в гиротропных средах приобрела интерес в связи с проблемой управляемых термоядерных реакций, поскольку все известные методы удержания горячей плазмы основаны на применении магнитных полей, а плазма в магнитном поле, как уже говорилось, ведет себя как гиротропный кристалл. Исследования граничных задач в теории излучения Вавилова—Черенкова также вызваны практическими задачами, одной из которых является генерация радиоволн с помощью этого излучения.

Мы сделали это довольно длинное введение, чтобы обрисовать состояние теории и применений излучения Вавилова—Черенкова. Как видно, более всего сейчас разработано применение этого излучения для регистрации и определения многих важных характеристик быстрых заряженных частиц. Наряду с этим имеются другие важные области применения этого явления. Хотя практические достижения в этих других областях пока не столь велики, исследуемые вопросы очень важны, и, по нашему мнению, усилия для их решения в ближайшем будущем резко возрастут.

Книга Дж. В. Джелли посвящена в основном технике черенковских счетчиков. Многочисленные работы в этой области рассеяны по страницам физических журналов, что затрудняет ознакомление с состоянием дел и применение накопленного опыта. Поэтому появление монографии, написанной к тому же одним из наиболее квалифицированных в этой области людей, является своевременным.

Однако содержание монографии не сводится к систематическому изложению принципов конструирования и применения черенковских счетчиков для разных целей. Примерно треть книги—около ста страниц из трехсот—посвящена изложению вопросов теории излучения Вавилова—Черенкова. Поэтому книга Дж. В. Джелли представляет определенный интерес и для тех, кто хочет ознакомиться с состоянием теории излучения Вавилова—Черенкова и примыкающих явлений (переходного излучения, эффекта Допплера в преломляющей среде и др.).

Переходим теперь к обсуждению содержания книги. В первой главе, носящей характер введения, излагается история и, пожалуй, предыстория открытия эффекта Вавилова—Черенкова. Дело в том, что само это явление наблюдалось задолго до того, как на него было обращено внимание П. А. Черенковым. В частности, еще супруги Кюри в 1910 г. заметили, что бутылки с концентрированным раствором солей радия испускают слабо-бледно-голубое свечение. Это было за 24 года до появления первой работы П. А. Черенкова и за 27 лет до объяснения этого явления И. М. Франком и И. Е. Таммом. Уже в то время (1910 г.) макроскопическая электродинамика среды была достаточно разработана, и теория этого эффекта могла в принципе появиться на много лет раньше, чем это произошло в действительности. Этого не случилось, и объяснение лежит в том, что природа нового явления маскировалась рядом сложных процессов, протекающих при люминесценции жидкостей и твердых тел под действием различных излучений. Впервые С. И. Вавилов в 1934 г. указал, что явление, обнаруженное П. А. Черенковым, не может быть люминесценцией, и высказал первые предположения о его природе.

Автор кратко описывает также наблюдения Л. Малле, который за несколько лет до П. А. Черенкова наблюдал свечение чистых жидкостей под действием  $\gamma$ -излучения, но не понял, что это совершенно новое явление, а не обычная люминесценция. Затем подробно рассказывается об опытах П. А. Черенкова и о полученных им результатах.

Кроме этого, в первой главе несколько страниц посвящено качественному описанию эффекта Вавилова—Черенкова. Здесь излагается известное построение, которое объясняет образование конуса Вавилова—Черенкова с помощью принципа Гюйгенса. Автор приводит также микрокартину явления. Эта последняя, однако, по нашему мнению, нуждается в некоторой детализации. Именно поляризация атомов среды при прохождении заряженной частицы приводит к потерям энергии не только тогда, когда скорость частицы становится сравнимой со скоростью света в среде (стр. 4). В действительности заряд теряет энергию на поляризацию атомов среды и при меньших скоростях\*). Если же скорость частицы превышает фазовую скорость света в среде, кроме поляризационных потерь, появляются еще и потери на излучение Вавилова—Черенкова.

Вторая глава посвящена изложению теории излучения заряженной частицы в изотропной преломляющей среде. Подробно излагается первая работа Франка

\*) См., например, <sup>1</sup>, где проводится близкое рассмотрение.

и Тамма, обсуждается характер дисперсии реальной среды. При этом делается утверждение (стр. 15), что в первой работе Франка и Тамма не учитывается дисперсии. На самом деле, конечно, дисперсия в работе И. Е. Тамма и И. М. Франка учитывалась; чтобы в этом убедиться, не нужно даже обращаться к оригинальной работе И. Е. Тамма и И. М. Франка, достаточно перевернуть страницу книги Дж. В. Джелли и посмотреть формулы на следующей странице.

Затем автор излагает основные результаты, полученные И. Е. Таммом в его более поздней работе (1939 г.).

К этим результатам относятся вопрос о длительности вспышки черенковского излучения, особенности излучения в среде без дисперсии, и обращение эффекта Вавилова—Черенкова (эффект Вавилова—Черенкова в движущейся среде).

Конец второй главы посвящен изложению квантовой теории эффекта Вавилова—Черенкова (в основном по результатам, полученным В. Л. Гинзбургом), а также теории излучения частиц со спином. Если основополагающая работа И. Е. Тамма и И. М. Франка изложена автором достаточно подробно, то все дальнейшие исследования излагаются очень кратко, как правило, приводятся только результаты, а не методы их получения. Но при этом каждый раз упоминаются все или почти все относящиеся к излагаемому вопросу исследования. Это, несомненно, облегчит для интересующихся дальнейшее изучение.

Третья глава содержит дальнейшее изложение вопросов теории черенковского излучения. В начале главы рассматривается излучение диполей, мультиполей и осцилляторов в безграничной преломляющей среде. Этот вопрос был впервые рассмотрен И. М. Франком. Говоря о работе И. М. Франка, автор приводит в списке частное сообщение Н. Л. Балаша о том, что, во-первых, в работе И. М. Франка выражения для потерь энергии движущихся электрических и магнитных диполей на излучение Вавилова—Черенкова завышены вдвое, а во-вторых, выражения для потерь энергии электрического и магнитного диполей, ориентированных перпендикулярно скорости, не согласуются друг с другом.

Оба эти замечания Балаша основаны на недоразумении. Что касается «лишней» двойки в результатах И. М. Франка, она объясняется тем, что в его работе рассматривалось движение диполей в промежутке времени от  $-T$  до  $T$ . Поэтому излученная энергия оказалась пропорциональной  $2T$ , т. е. времени излучения. Чтобы получить выражение для энергии излучения в единицу времени, нужно формулы, приведенные И. М. Франком, разделить на  $2T$  (а не на  $T$ ); при этом «лишняя» двойка пропадает. Вторая часть сообщения Н. Л. Балаша поднимает очень интересный вопрос о преобразовании величины магнитных и электрических диполей, движущихся в преломляющей среде. Как известно, у частицы, которая в системе координат, где она покоится, обладает только электрическим дипольным моментом, при движении возникает также и магнитный момент, и наоборот. Для случая движения частицы в пустоте формулы преобразования моментов хорошо известны. Именно эти формулы и были применены И. М. Франком в его первой работе. В результате для потерь энергии на излучение движущейся частицы, обладающей магнитным моментом, было получено выражение, на «сомнительность» которого указывает Н. Л. Балаш. Во второй своей работе И. М. Франк показал, что этот результат следует из применявшейся им формулы для преобразования дипольных моментов в пустоте. Им также найден вид преобразований, при которых потери на излучение электрического и магнитного моментов согласуются друг с другом, т. е. определяются аналогичными по структуре выражениями. Оказалось, что при этом в формулы преобразования входит диэлектрическая постоянная среды (если считать, что  $\mu = 1$  и не учитывать магнитных свойств среды). Причина этого явления была вскрыта в работе В. Л. Гинзбурга и в недавней работе В. Л. Гинзбурга и В. Я. Эйдмана<sup>2</sup>. Дело в том, что во второй своей работе И. М. Франк рассматривал магнитный диполь как совокупность двух точечных магнитных зарядов. При этом среда в промежутке между двумя зарядами поляризуется, и для определения поля в среде нужно учитывать не только моменты внешних частиц, но и вызываемую ими поляризацию среды. Учет такой поляризации является сложной задачей, которая не решена до конца; если же момент локализован в области, размеры которой меньше межатомных расстояний, то поляризацию среды учитывать не нужно, и для потерь на излучение получается как раз то выражение, в справедливости которого Балаш неосновательно сомневается.

Кстати, в формуле для потерь энергии на излучение электрического диполя, ориентированного перпендикулярно скорости, в книге имеется опечатка (формула 3.2 на стр. 33); формулу следует умножить на  $v^2/c^2$ .

Затем кратко рассматривается излучение систем с высшими мультипольными моментами, и совсем кратко—на десяти строчках упоминается эффект Допплера в преломляющей среде.

Вопрос об излучении диполей и мультиполей—это, по существу, вопрос об интерференции излучения Вавилова—Черенкова, испускаемого системой заряженных частиц. Как известно, излучение точечного заряда также можно рассматривать как результат интерференции волн, испущенных зарядом в каждой точке своего пути. Если путь

заряда велик по сравнению с длиной излучаемой волны, интерференция приводит к образованию конуса излучения. При этом, конечно, скорость заряда должна превышать фазовую скорость излучаемой волны. Однако, если длина пути заряда в среде сравнима с длиной излучаемой волны, излучение будет иметь место в том случае, если скорость заряда меньше, чем фазовая скорость света. В книге обсуждаются свойства этого «подпорогового» излучения в основном по результатам работы Лоусона.

Остановимся еще на одном явлении, которое в книге не освещено. Источником излучения Вавилова—Черенкова могут быть не только заряженные частицы или системы заряженных частиц. Излучать могут и токи, перемещающиеся, как целое с большими скоростями. Примером является шнур газового разряда. Черенковское излучение токовых пучков было рассмотрено А. И. Морозовым<sup>8</sup>. Возможное использование свойств этого излучения в управляемых термоядерных реакциях обсуждалось А. И. Морозовым и Л. С. Соловьевым<sup>6</sup>.

Говоря об излучении в изотропных ферритах, автор пишет, что выражение для потерь энергии заряда на излучение в изотропном феррите было получено впервые А. Г. Ситенко. Однако Яух и Ватсон получили это выражение пятью годами ранее.

Подробно рассматривается излучение Вавилова—Черенкова в одноосном кристалле, а также в оптически активной среде. Излучение в гиротропной среде автор рассматривает, следуя работе А. А. Коломенского, опубликованной в 1953 г. В этой работе дается общая теория эффекта Вавилова—Черенкова в гиротропных средах, а также рассматривается конкретный пример—среда с тензором диэлектрической постоянной

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Такой вид тензора диэлектрической постоянной был выбран А. А. Коломенским только для того, чтобы на конкретном примере применить общую теорию, не задаваясь вопросом, имеется ли реальная среда с таким тензором диэлектрической постоянной. Гораздо больше смысла имеет рассмотрение излучения в оптически активной среде, в которой тензор диэлектрической постоянной имеет вид:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Такой средой, в частности, является электронная плазма, помещенная в магнитное поле. Следовало бы, по нашему мнению, изложить результаты теории излучения Вавилова—Черенкова именно для такого вида тензора диэлектрической постоянной. Соответствующее рассмотрение принадлежит А. Г. Ситенко и А. А. Коломенскому. Конкретный пример излучения в гиротропной среде, рассмотренный автором, относится к излучению Вавилова—Черенкова в плазме, помещенной в магнитное поле, т. е. в среде, описываемой тензором вида (2).

Остановимся несколько подробнее на вопросах, связанных с излучением заряда, проходящего через плазму. В книге рассматривается только излучение в плазме с наложенным магнитным полем. Своеобразный эффект Вавилова—Черенкова имеет место и в электронной плазме без магнитного поля. Мы имеем в виду излучение движущимся зарядом продольных плазменных волн. Представим себе заряженную частицу, движущуюся через электронную плазму со скоростью  $v$ . Излучение такой частицы должно переноситься со скоростью заряда, т. е. поле частицы зависит от аргумента  $x-vt$ . Пусть частица испускает волну

$$e^{ik(x-vt)}. \quad (3)$$

Волновой вектор этой волны  $k$ , частота волны  $k v = kv \cos \vartheta$ , где  $\vartheta$ —угол между скоростью частицы и волновым вектором испущенной волны.

Волновой вектор и частота волны, распространяющейся в плазме, связаны дисперсионным соотношением (справедливым для длинных волн)

$$k v^2 = \omega_0^2 + \frac{3\kappa T}{m} k^2, \quad (4)$$

где  $\kappa$ —постоянная Больцмана,  $T$ —температура плазмы,  $m$ —масса электрона,  $\omega_0$ —плазменная частота. Из этого уравнения легко найти угол между  $k$  и  $v$

$$\cos \vartheta = \frac{v}{V_\Phi}, \quad (5)$$

где  $V_{\Phi} = \frac{kv}{k} = \frac{\omega}{k}$  — фазовая скорость излученной волны,  $v$  — скорость заряда. Из уравнения (5) видно, что продольная волна излучается лишь в том случае, если ее фазовая скорость меньше, чем скорость излучающей частицы. Как видно, здесь имеется полная аналогия со случаем эффекта Вавилова—Черенкова на поперечных волнах.

Эффект Вавилова—Черенкова в электронной плазме интересен еще и тем, что он определяет затухание продольных электромагнитных волн в плазме. Рассмотрим разреженную плазму, в которой соударениями между частицами можно пренебречь. Как было показано Л. Д. Ландау, электромагнитные волны в такой плазме являются затухающими, причем декремент затухания  $\gamma$  для длинных волн является экспоненциально малой величиной

$$\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{2}} \frac{1}{(kD)^3} e^{-\frac{1}{2}(kD)^2}, \quad (6)$$

здесь  $k$  — волновой вектор волны,  $D$  — дебаевский радиус плазмы, и все выражение справедливо для  $kD \ll 1$ .

Возникает вопрос, каков механизм затухания волн в среде, где нет столкновений между частицами? Ответ на этот вопрос был дан в 1948 г. Д. Бомом и Е. Гроссом<sup>3</sup>. Сравнительно недавно этот вопрос рассматривался также Шафрановым<sup>4</sup>. Оказывается, поглощение волн обусловлено частицами в плазме, для которых выполнено условие (5). Такие частицы все время движутся в одной фазе с электрической волной, и поэтому волна передает им свою энергию. Это — обращение эффекта Вавилова—Черенкова. Число частиц, удовлетворяющих этому условию, можно оценить с помощью распределения Максвелла, подставив туда в качестве скорости частицы фазовую скорость волны  $\frac{\omega}{k}$ . Мы получим, что число частиц плазмы со скоростями  $\frac{\omega}{k}$  пропорционально

$$e^{-\frac{m}{2\pi T} \left(\frac{\omega}{k}\right)^2}. \quad (7)$$

Так как мы рассматриваем длинные волны ( $kD \ll 1$ ), то из равенства (4) следует, что  $\omega \approx \omega_0$ . Подстановка этого соотношения в (7) и учет равенства  $\frac{m\omega_0^2}{\pi T} = \frac{1}{D^2}$  сразу дают экспоненциальный множитель (6)\*. Таким образом, поглощение длинных волн в разреженной плазме обусловлено обращенным эффектом Вавилова—Черенкова.

Говоря об исследовании эффекта Вавилова—Черенкова в плазме, следует упомянуть также работу А. И. Морозова<sup>5</sup>, рассмотревшего излучение Вавилова—Черенкова в плазме с магнитным полем при учете сжимаемости плазмы. Учет сжимаемости приводит к тому, что возбуждаемые волны являются уже не чисто электромагнитными, а магнито-звуковыми; скорость таких волн определяется комбинацией из скорости звука в плазме при отсутствии внешнего поля и скорости света в несжимаемой проводящей среде с наложенным магнитным полем.

В этой же главе рассматриваются граничные задачи теории излучения Вавилова—Черенкова. К ним относятся: движение заряда в пустом канале, сделанном внутри диэлектрика; движение заряда в пустоте параллельно плоской границе диэлектрика, излучение заряда в замедляющих системах (в волноводах, заполненных диэлектриками, в волноводах с диафрагмами и т. п.). Следует здесь указать, что возможность существования дискретного спектра излучения Вавилова—Черенкова была впервые указана не Абелем, как об этом говорится в книге, а двумя годами раньше А. И. Ахиезером, Г. Л. Любарским и Я. Б. Файнбергом. Ими же была дана общая теория излучения Вавилова—Черенкова и эффекта Доплера в замедляющих системах.

Параграф о переходном излучении снабжен примечанием, где говорится о том, что автор совместно с Эллиоттом и Голдсмитом провели эксперименты по обнаружению переходного излучения и, по-видимому, наблюдали впервые это излучение, предсказанное В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком в 1945 г. и возникающее при переходе заряда из одной среды в другую.

Отметим здесь, что уже после выхода книги появилась интересная работа Г. М. Гарибьяна<sup>6</sup>, посвященная теории переходного излучения. Рассмотрим две среды с разными диэлектрическими постоянными, разделенные плоской границей. Пусть заряженная частица, двигаясь нормально к границе раздела, переходит из одной среды в другую. При переходе через границу возникает так называемое переходное излучение. В. Л. Гинзбург и И. М. Франк подсчитали энергию переходного излучения,

\*) На самом деле декремент затухания  $\gamma$  пропорционален не функции распределения, а ее производной по скорости. В рассматриваемом нами случае это не меняет величину экспоненциального множителя.

испускаемого назад (в ту среду, где частица двигалась до перехода через границу раздела), и показали, что эта энергия мала и слабо (логарифмически) растет с энергией. Недавно Г. М. Гарибян подсчитал энергию переходного излучения вперед. Оказалось, что эта величина в релятивистском случае линейно растет с энергией и может стать довольно большой.

Рассматривая движение заряда параллельно плоской границе диэлектрика, автор приводит два выражения для потерь энергии на излучение. Одно из них получено Дж. Линхартом для случая движения заряда в пустоте, другое выведено Пафомовым для случая, когда заряд движется в диэлектрике с диэлектрической постоянной  $\epsilon_1$  параллельно границе раздела с диэлектриком  $\epsilon_2$ . Однако, если в формуле В. Е. Пафомова положить  $\epsilon_1 = 1$ , эта формула не переходит в результат Линхарта даже при тех упрощающих предположениях, которые Линхарт сделал в своих расчетах. Это объясняется тем, что формула Линхарта неверна. Более уместным было бы привести выражение для потерь энергии, полученное М. Даносом, который рассмотрел ту же задачу, что и Линхарт, но получил правильные результаты. Формула Даноса смыкается с результатами В. Е. Пафомова.

Сделаем еще одно замечание, относящееся к вопросу об излучении Вавилова—Черенкова в пустом канале, продланном в диэлектрике. Как было показано В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком, излучение точечного заряда, движущегося по оси такого канала, не отличается от излучения в сплошной среде, если только радиус канала меньше, чем длина излучаемой волны. Однако, если по оси канала движется более сложная в электрическом отношении система, например электрический диполь, то наличие канала может существенно влиять на излучение при любом сколь угодно малом радиусе канала. Это было недавно показано В. Л. Гинзбургом и В. Я. Эйдманом<sup>2</sup>, а также Л. С. Богданкевич<sup>7</sup> для случая диполя, составляющего с осью канала прямой угол.

Сравнительно много места Дж. В. Джелли уделяет вопросу об отличии излучения Вавилова—Черенкова от тормозного излучения. Этот вопрос является существенным для техники регистрации частиц по испускаемому ими излучению Вавилова—Черенкова.

Мы упомянули здесь почти все вопросы, изложенные в двух теоретических главах книги Дж. В. Джелли «Черенковское излучение и его применения». В книге есть еще одна глава, значительная часть которой посвящена вопросам теории. Это—последняя, одиннадцатая глава, названная «Различные идеи и приложения». В этой главе кратко обсуждаются различные физические идеи, выдвинутые в последние годы и основанные на свойствах излучения Вавилова—Черенкова. Хотя некоторые из обсуждаемых предложений являются спорными, автор сознательно включил их в книгу, надеясь ознакомить с ними большое число читателей и тем ускорить окончательное суждение о ценности того или иного предложения. Перечислим некоторые из приведенных в этой главе вопросов: стандартные источники света, основанные на излучении Вавилова—Черенкова; излучение Вавилова—Черенкова в линейных ускорителях; импульсы радиоизлучения, связанные с ливнями в космических лучах. Излучение Вавилова—Черенкова в атомных реакторах, в которых замедлителем служит вода; обращение эффекта Вавилова—Черенкова и основанный на этом метод когерентного ускорения; регистрация продуктов распада в реакторах и другие вопросы.

Благодаря своим уникальным свойствам (кратковременность высвечивания, направленность и наличие порога) черенковское излучение нашло широкое применение в детекторах частиц. Однако регистрация света, испускаемого при пролете отдельной частицы, практически возможна только с помощью современных фотоумножителей. Поэтому одна из глав книги (пятая) посвящена фотоумножителям, характеристики которых чрезвычайно важны для конструирования черенковских счетчиков.

Во вводной части этой главы автор отмечает исключительно высокую чувствительность фотоумножителей как детекторов электромагнитного излучения, уступающих в этом отношении только радиоприемникам. Слабая интенсивность черенковского свечения вынуждает экспериментаторов использовать наиболее качественные из существующих фотоумножителей с катодами, обладающими высокой квантовой эффективностью и подходящей спектральной чувствительностью, с низким уровнем шумов. В ряде случаев большое значение имеет возможность получения с фотоумножителя импульса, не нуждающегося в дальнейшем усилении. Таким образом, появляется потребность в фотоумножителях с большими усилениями. Кроме того, желательно, чтобы фотоумножители имели хорошие временные характеристики, позволяющие при необходимости использовать кратковременность световой вспышки. Словом, для черенковских счетчиков, вообще говоря, необходимы универсальные фотоумножители, каких в настоящее время, по-видимому, еще не существует. Поэтому выбор фотоумножителей производится в каждом отдельном случае на основе компромисса между различными характеристиками, ибо, к примеру, хорошие временные свойства могут сочетаться с низким усилением или большим амплитудным разбросом и т. п.

Автор выделил три вопроса, которые, по его мнению, заслуживают наибольшего внимания с точки зрения использования фотоумножителей в черенковских детекторах. Это темновой ток, отношение сигнала к шуму, флуктуации амплитуд импульсов с фото-

умножителей. В соответствующих разделах приводятся основные формулы и данные, позволяющие сделать необходимые оценки. Кроме того, описаны процедуры калибровки порога дискриминатора непосредственно в числе фотоэлектронов, выбиваемых с катода фотоумножителя. Одна из них состоит в измерении полуширины  $\gamma$ -линии с падающей энергией с помощью кристалла  $\text{NaJ(Tl)}$ . Используя величину полуширины и данные о коэффициентах вторичной эмиссии диодов, можно вычислить число фотоэлектронов. Однако эта процедура не может дать правильного числа фотоэлектронов, поскольку измеренное на опыте разрешение обязательно включает флуктуации, обусловленные разбросом величины световых вспышек в кристалле. Этот разброс обусловлен обычно неравномерной активацией кристалла и приводит к заниженному значению числа фотоэлектронов. Далее, упоминаются еще некоторые из особенностей фотоумножителей: различные виды обратной связи, приводящей к появлению сопровождающих импульсов; конечное время пролета электронов, разброс которого ограничивает «быстроту» черенковских счетчиков; насыщение, приводящее к нелинейной зависимости амплитуды на выходе от интенсивности световой вспышки и ограничивающее максимальное усиление прибора. В книге не рассматриваются радиотехнические схемы, нашедшие широкое применение в черенковских счетчиках. Указывается лишь на целесообразность отделения полезного сигнала от шумов с помощью схем совпадения.

В специальном разделе собраны некоторые практические советы по работе с фотоумножителями. На наш взгляд, ряд из них имеет ценность лишь применительно к определенным типам фотоумножителей.

В этой же главе изложен способ расчета абсолютной эффективности катодов фотоумножителей к черенковскому свечению. Эти расчеты позволяют оценить число фотоэлектронов, вылетающих с катода фотоумножителя в детекторе определенного типа, и тем самым получить представление о характеристиках этого прибора.

Поскольку абсолютная интенсивность и спектральное распределение излучения Черенкова хорошо известны, то для вычисления числа фотоэлектронов необходимо знать квантовую эффективность и спектральную чувствительность фотокатода (а в ряде случаев и спектральную прозрачность радиатора). К сожалению, упомянутые выше характеристики фотокатодов часто бывают неизвестны для имеющихся в распоряжении экспериментаторов типов фотоумножителей. Квантовая эффективность может быть лишь грубо оценена из приводимой в паспорте фотоумножителя чувствительности, измеренной со стандартным световым источником. Соответствующая процедура описана в книге. Однако ее надежность, на наш взгляд, весьма сомнительна, ибо расчет предполагает использование спектральной чувствительности фотокатода, которая обычно известна лишь в общих чертах, по усредненным характеристикам фотоумножителей определенного типа. Таким образом, достоверность оценки числа фотоэлектронов в любом случае зависит от точности, с которой известны квантовая эффективность и спектральная чувствительность.

В заключительном разделе собраны характеристики фотоумножителей различных типов, в том числе английских фотоумножителей ЕМ1, американских—RCA и Du Mont, швейцарских—AFR, французских—AVP и советских—ФЭУ-12, а также характеристики некоторых фотозащитных. Автор указывает, что им были включены лишь характеристики фотоумножителей, пригодных для использования в черенковских счетчиках. Что же касается советских фотоумножителей, то, помимо ФЭУ-12, отчетственная промышленность изготавливает ряд типов фотоумножителей, которые с успехом могут быть использованы и используются в черенковских счетчиках, а именно ФЭУ-24, ФЭУ-33, ФЭУ-С, ФЭУ-Б, ФЭУ-В (последние три типа ФЭУ выпускаются с известной квантовой эффективностью катода при определенной длине волны).

Следует также отметить, что, на наш взгляд, в этой главе крайне мало места уделено временным характеристикам фотоумножителей. Вопрос о флуктуациях амплитуды импульса с фотоумножителя также следовало бы изложить значительно подробнее.

Основные данные о свойствах и функциях черенковских счетчиков содержатся в главах 6, 7, 8 и 10. Обычно черенковские детекторы классифицируются как счетчики с фокусировкой и счетчики без фокусировки. В счетчиках с фокусировкой используется специальная оптическая система, концентрирующая свет на детекторе. Как в счетчиках с фокусировкой, так и без фокусировки (в первых—всегда, во вторых—иногда) используются те или иные характерные особенности черенковского свечения. Существует также классификация черенковских счетчиков по их функциям, позволяющая отчетливо выделить основные характеристики таких детекторов, а также отметить их достоинства и недостатки. Автор выделил одиннадцать групп детекторов. Прежде всего, черенковские счетчики как с фокусировкой, так и без фокусировки используются в качестве наиболее «быстрых» детекторов заряженных частиц. Затем счетчики с фокусировкой могут быть использованы для непосредственного измерения скорости частиц в ограниченной области над порогом черенковского свечения. К третьей группе счетчиков относятся детекторы, в которых существование порога используется для дискриминации частиц с различной массой (и одинаковым импульсом или пробегом), для выделения частиц с высокой энергией от фоновых частиц с малой энергией (или, наоборот, путем

использования антисовпадений, выделения медленных частиц от частиц с высокой энергией). В эту группу входят как счетчики с фокусировкой, так и счетчики без фокусировки. В четвертую группу включены селекторы скоростей, т. е. детекторы, регистрирующие частицы, скорости которых заключены в определенных пределах. Это могут быть либо счетчики с фокусировкой, либо комбинации пороговых детекторов. К пятой группе относятся детекторы, обладающие свойством «антинаправленности», т. е. «различающие» частицы, движущиеся в прямо противоположных направлениях. К шестой группе принадлежат счетчики, позволяющие измерять величину заряда падающей частицы. Далее идут: спектрометры полного поглощения, т. е. счетчики, в радиаторах которых поглощается вся энергия  $\gamma$ -кванта или электрона большой энергии; счетчики, позволяющие регистрировать частицы на большой площади; измерители потока частиц; селекторы направлений, использующие счетчики с фокусировкой и, наконец, детекторы нейтронов. В ряде этих применений методика черенковских счетчиков является уникальной. К ним относятся селекторы скоростей и направлений, пороговые детекторы. В других случаях с черенковскими счетчиками могут успешно конкурировать и детекторы других типов, например, сцинтилляционные счетчики. Тем не менее и здесь ряд факторов заставляет отдавать предпочтение черенковским счетчикам. К примеру, черенковские спектрометры полного поглощения, в отличие от сцинтилляционных, нечувствительны к фону более медленных тяжелых частиц.

Упомянутые выше две различные классификации лежат в основе изложения двух последующих глав, посвященных оптическим свойствам и конструкциям различных черенковских детекторов. Однако они не являются исчерпывающими и не позволяют охватить всех специфических особенностей черенковских детекторов. Это обстоятельство, по-видимому, и является поводом для специального рассмотрения трех классов счетчиков: «тонких», «толстых» и счетчиков, работающих на полном внутреннем отражении. Тонкими называют черенковские счетчики, вызывающие минимальное возмущение падающих частиц. Критерий малости толщины оказывается различным в зависимости от задачи, решаемой с помощью тонких счетчиков. Так, при «быстром» счете частиц радиатор не должен сильно рассеивать частицы. Основной трудностью, связанной с работой таких детекторов, является малое количество света и соответственно большие флуктуации амплитуды импульсов с фотоумножителей. В тонких счетчиках отсутствует фокусировка, и большое внимание обращается на повышение эффективности собирания света на катод фотоумножителя.

Несмотря на то, что количество света, возникающего в «тонком» сцинтилляторе, в десятки раз превышает интенсивность вспышки черенковского свечения, существует весьма важное обстоятельство, которое в ряде случаев может сделать предпочтительным использование именно черенковского детектора. Дело в том, что в тонких слоях вещества ионизационные потери энергии, а следовательно, и доля энергии, трансформирующаяся в сцинтилляторах в свет, сильно флуктуируют. Это может привести к тому, что разброс импульсов у тонкого сцинтилляционного счетчика окажется больше разброса у черенковского счетчика.

В спектрометрах полного поглощения («толстых» счетчиках) используется то обстоятельство, что  $\gamma$ -квант или электрон с большой энергией вызывает в веществе развитие каскадного электромагнитного ливня. Характеристики такого детектора определяются прежде всего тем, насколько в радиаторе поглощается в с я энергия падающей частицы. Поскольку пробег в веществе каскадных электронов, испускающих черенковское свечение, пропорционален энергии первичной частицы, то по интенсивности световой вспышки можно судить об энергии частицы, вызвавшей ливень. Следует отметить, что в книге в качестве условия пропорциональности светового выхода энергии частицы предполагается малость порога свечения по сравнению с критической энергией вещества радиатора, хотя в этом нет необходимости. В качестве материала радиатора выгодно выбирать вещества с большими атомным номером и плотностью, так как в этом случае размеры детектора будут весьма компактными. Это соображение делает предпочтительным использование эффекта Черенкова, а не люминесцентного свечения, поскольку тяжелые компоненты сильно уменьшают эффективность сцинтилляторов. К сожалению, в книге приведено очень мало данных, которые могли бы быть использованы для оценки параметров спектрометров полного поглощения.

Большой интерес представляют счетчики полного внутреннего отражения, сочетающие хорошую селективность направления с большой рабочей поверхностью. Детектор такого типа имеет радиатор в форме прямоугольного параллелепипеда. Если частица падает нормально к одной (обычно наибольшей) из граней, то свет не может выйти из радиатора при условии, что показатель преломления  $n > \sqrt{2}$ . В книге приведены кривые, характеризующие долю света, отражающегося в радиаторе при наклонном падении частиц с различными скоростями на одну из граней радиатора. Эти кривые характеризуют пороговые свойства и селективность направлений счетчиков полного внутреннего отражения.

Шестая глава завершается разделом, посвященным выбору материала радиатора, а также содержит многочисленные данные, необходимые при конструировании черенковских счетчиков.



Для создания ряда черенковских детекторов (сюда относятся «тонкие» счетчики, счетчики с фокусировкой и др.) желательно иметь вещества с большим показателем преломления (что обеспечит высокий световой выход), малым светопоглощением, малыми плотностью и атомным номером (что позволит свести к минимуму потери энергии и рассеяние), а также низкой дисперсией. Однако эти требования противоречивы. Кроме того, необходимо, чтобы материал был доступен, легко обрабатывался и полировался и нефлуоресцировал. Наиболее широкое распространение, по-видимому, нашли пластмассы, а среди них органическое стекло, известное у нас как плексиглас (перспекс в Англии и люцит в США). В обширных таблицах и на графиках приведены свойства различных веществ, существенные с точки зрения их использования в черенковских счетчиках. Сюда относятся показатели преломления при различных длинах волн для пластмасс, естественных и синтетических кристаллов, различных сортов стекла, жидкостей и, наконец, сжиженных газов, данные о спектральной прозрачности пластмасс и стекол. Весьма обширной является сводка материалов, пригодных для использования в спектрометрах полного поглощения (тяжелые стекла, растворы тяжелых солей и т. п.), полезные данные об отражающей способности различных металлических покрытий, используемых в качестве рефлекторов, а также данные о других отражателях.

Рассмотрению оптических вопросов, связанных с конструкциями счетчиков с фокусировкой и без фокусировки, посвящена седьмая глава. Сначала рассматриваются счетчики с фокусировкой. Большую группу приборов этого типа составляют счетчики с фиксированным фокусом. В таких счетчиках условия фокусировки выполняются только при определенном значении угла черенковского свечения. Принцип работы большинства таких счетчиков заключается в том, что благодаря соответствующему подбору геометрии радиатора черенковское свечение преобразуется в параллельный пучок, который затем фокусируется с помощью линзы. Фокусировка может быть осуществлена и в результате однократного отражения или преломления, например, с помощью параболического зеркала. В главе рассмотрены первая модель, предложенная И. А. Геттингом, а также ряд ее модификаций. Описан также принцип работы ахроматических счетчиков, проанализированных И. М. Франком.

Более современными являются счетчики с переменным фокусом, позволяющие регистрировать излучение, испускаемое под разными углами. Конструктивно это достигается введением в оптическую систему сферических линз и цилиндрических зеркал. Счетчики этого типа были впервые предложены и затем детально разработаны Дж. Маршаллом. Основными параметрами счетчиков с фокусировкой являются временная характеристика и энергетическое разрешение. Как известно, длительность световой вспышки на катоде фотоумножителя может сильно отличаться от длительности высвечивания вследствие различия во временах собирания света. Подробно эти вопросы были рассмотрены лишь в связи с использованием ахроматических счетчиков.

Энергетическое разрешение счетчиков с фокусировкой зависит от свойств пучка (ширина пучка, угловой и энергетический разброс частиц) и свойств радиатора (дифракция, многократное рассеяние, дисперсия или хроматическая абберация, сферическая абберация и замедление частиц).

Черенковский свет, испускаемый пучком частиц конечной ширины, не может быть сфокусирован в точку; размеры изображения могут быть вычислены на основании правила синусом Аббе. Влияние дифракции и рассеяния было рассмотрено в третьей главе. В данной главе приводятся простые формулы, позволяющие оценить вклад в энергетическое разрешение рассеяния, а также дисперсии. Приведены также соображения, позволяющие на практике компенсировать изменение угла свечения в результате замедления частиц.

Вопросы, связанные с оптикой счетчиков без фокусировки излагаются на основе работы Мандо. Детекторы этого типа можно разбить на три группы: с зеркальными стенками, с диффузноотражающими стенками и детекторы, в которых используется частично зеркальное, а частично диффузное отражение. Счетчики на зеркальном отражении являются весьма «быстрыми» и обладают свойством «антинаправленности», т. е. различают частицы, движущиеся в противоположных направлениях, однако, в сочетании с большой неоднородностью собирания света и малой эффективностью. Счетчики на диффузном отражении, наоборот, обладают высокой эффективностью и хорошей однородностью; однако их временные характеристики ухудшаются и они не обладают свойством антинаправленности.

В книге приведены результаты, относящиеся только к счетчикам на диффузном отражении. Основной характеристикой детектора является отношение интенсивности света, собранного на фотокатоде, к интенсивности испускаемого света. Эта величина часто называется оптической эффективностью детектора. Зависимость оптической эффективности от времени характеризует длительность световой вспышки на катоде фотоумножителя. Приведенная в книге формула для оптической эффективности получена при ряде предположений для случая интегрирующей сферы. Тем не менее формула может быть использована для получения оценки в большом числе практических случаев.

Часто для передачи света от радиатора на катод фотоумножителя используются так называемые световоды. Конструкция световода нуждается в тщательном отборе,

поскольку слабая интенсивность черенковского свечения вынуждает использовать световоды, обладающие максимальным коэффициентом передачи. Существенное влияние на конструкцию световода в ряде случаев может оказать направленность черенковского свечения. Ряд веществ, используемых для изготовления световодов сцинтилляционных счетчиков, например полистирол, слабо сцинтиллируют. Поэтому световоды для черенковских счетчиков лучше всего изготавливать из кварца, плексигласа или делать полыми. В книге приведены соображения, позволяющие оценить эффективность передачи света световодом. Эта эффективность определяется прежде всего долей светового потока, которая «захватывается» световодом, т. е. остается в световоде после первого отражения. Соответствующую величину легко оценить в случае изотропного распределения интенсивности света. Доля света, передаваемая к удаленному концу световода, оценивается по формуле, полученной в работе Р. Л. Гарвина.

Заключительная часть этой главы посвящена возможности увеличения светового выхода черенковских детекторов в видимой области спектра. Для этой цели могут быть использованы флуоресцирующие материалы, поглощающие ультрафиолетовую часть спектра черенковского свечения и трансформирующие ее в свет, лежащий в области спектральной чувствительности фотоумножителя. Подобные вещества и среди них так называемый РОРОР (дифенилгексатриен), нашедший широкое применение при изготовлении сцинтилляторов, могут с успехом применяться в черенковских детекторах с жидкими радиаторами. Естественно, что при добавлении подобного «трансформатора спектра» детектор утрачивает свойства, обусловленные направленностью черенковского свечения.

Восьмая глава книги Дж. В. Джелли посвящена описанию конструкций различных счетчиков. При этом автор использует классификацию, в которой счетчики разбиваются на группы в соответствии с выполняемыми ими функциями.

Прежде всего, рассматриваются счетчики, предназначенные для точного измерения скорости частиц. Дж. Мазер разработал прибор с фотографической регистрацией, предназначенный для измерения энергии протонов во внешнем пучке фазотрона в Беркли. Им же были проанализированы различные факторы, приводящие к конечной величине разрешающей способности прибора, и предложены методы выбора параметров детектора (показателя преломления и толщины радиатора), позволяющие получить повышенную разрешающую способность. Прибор позволяет измерять с помощью полистиролового конвертора энергию протонов  $340 \text{ Мэв}$  с ошибкой около  $0,2\%$  при условии, что пучок не является расходящимся. Недостатком этого детектора является малая чувствительность.

Далее описан счетчик Дж. Маршалла, использовавшийся для регистрации заряженных  $\pi$ -мезонов. Разрешение прибора (ширина линии на половине высоты) при энергии  $\pi$ -мезонов  $145 \text{ Мэв}$  составляла примерно  $13\%$ .

Приведены также характеристики очень простого детектора, созданного в Институте Карнеги и использовавшегося для изучения рассеяния протонов протонами. Разрешение при энергии  $435 \text{ Мэв}$  составляло примерно  $8\%$ .

В следующем разделе описан пороговый детектор, впервые разработанный Т. Дюрденом и Б. Хямсом. В качестве примера селектора скоростей описан детектор, созданный О. Чемберленом и К. Виганом. Этот прибор был использован в опытах по обнаружению антипротона. Его рабочий диапазон в этих опытах соответствовал  $0,75 < \frac{v}{c} < 0,78$ .

В разделе, посвященном спектрометрам полного поглощения упоминается большинство приборов этого типа, созданных в различных лабораториях. В их числе счетчики с радиаторами из свинцового стекла, монокристалла хлористого таллия, четыреххлористого углерода. Последний был насыщен РОРОР'ом, что привело к существенному увеличению светового выхода и улучшению разрешения. Создателем этого счетчика удалось получить при энергии электронов  $217 \text{ Мэв}$  разрешение (ширина линии на половине высоты), равное  $22\%$ . По-видимому, наиболее широкое применение нашли спектрометры с радиаторами из свинцовых стекол, хотя их разрешение уступает разрешению счетчика с  $\text{CSi}_2$ . Они применялись при изучении эффекта Лановского (Дж. Касселс, Л. Маршалл), упругого рассеяния  $\gamma$ -квантов с большой энергией протонами (Т. Ямагата), исследования взаимодействия антипротонов (Дж. Брабант) и в других работах.

Тонкие счетчики описаны на примере детектора Дж. Линсли и Н. Горвида, который был использован для определения величины заряда частиц в космическом излучении и измерения потока  $\alpha$ -частиц в первичном излучении.

Счетчики, обладающие свойством «антинаправленности», иллюстрируются прибором Дж. Уинклера, предназначенным для измерения альбеда космических лучей на больших высотах. В разделе «селекторы направлений» довольно подробно описаны конструкция и характеристики детектора, созданного Дж. Мазером и Э. Мартинелли. Этот прибор использовался при изучении образования  $\pi^0$ -мезонов в соударениях протонов с протонами.

В заключительном разделе этой главы излагаются данные о детекторе нейтронов высокой энергии.

Черенковским счетчикам с газообразным радиатором посвящена небольшая по объему десятая глава. До сих пор газовые счетчики не получили столь большого распространения как детекторы других типов. Однако можно надеяться, что с началом работы ныне строящихся гигантских ускорителей газовые счетчики найдут широкое применение. Достоинством этих счетчиков является возможность изменения в широких пределах показателя преломления. При этом меняется порог свечения, что позволяет использовать эти счетчики в широком диапазоне энергий. Однако интенсивность черенковского свечения в газе крайне мала. Например, релятивистский электрон в гелии при нормальных условиях испускает 1 фотон на пути в 37 см. В главе описано несколько газовых счетчиков, использовавшихся для измерения интенсивности тормозного излучения с максимальной энергией 500 Мэв, регистрации  $\pi$ -мезонов с энергией 3 Бэв и другие.

В девятой главе книги рассматривается черенковское излучение в атмосфере. Эта глава стоит несколько особняком относительно основного материала книги. Значительная часть ее содержания посвящена изложению результатов наблюдения черенковского излучения космических частиц в атмосфере. В этих исследованиях важное место занимают работы автора.

Наш разбор книги Дж. В. Джелли оказался довольно длинным по той причине, что мы затронули ряд вопросов, не отраженных в книге, но имеющих отношение к ее содержанию. Мы надеемся, что упоминание об этих проблемах позволит читателю получить более полное представление о круге вопросов, связанных с излучением Вавилова—Черенкова.

Основная ценность книги, по нашему мнению, заключается в том, что в ней впервые собран и систематизирован огромный материал, накопленный к настоящему времени по излучению Вавилова—Черенкова. Этот материал изложен ясно и физично, изложение сопровождается рядом удачных примеров. Книга снабжена в значительной степени исчерпывающей библиографией, и читатель, в случае надобности, может обратиться к оригинальным работам для более подробного ознакомления.

Большой труд Дж. В. Джелли, взявшего на себя ответственную и не всегда благодарную задачу отразить достижения целой армии ученых в быстро развивающейся области физики, заслуживает всяческого признания. Следует издать русский перевод этой книги.

Б. М. Болотовский  
Е. М. Лейкин

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. N. B o h r, Det. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Mat.-Fis. Medd. XVIII, 8, København, 1948. Перевод: Н. Б о р, Прохождение атомных частиц через вещество, М., ИЛ, 1950.
2. В. Л. Гинзбург и В. Я. Эйдемман, ЖЭТФ 35, 1508 (1958).
3. D. B o h m and E. P. G r o s s, Phys. Rev. 75, 1864 (1949). Перевод: Сборник «Электромагнитные волны в плазме», Проблемы современной физики XI, 1952.
4. В. Д. Шафранов, ЖЭТФ 34, 1475 (1958).
5. А. И. Морозов, Сборник «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. IV, стр. 331, АН СССР, 1958.
6. А. И. Морозов и Л. С. Соловьев, Там же, стр. 391.
7. Л. С. Богданкевич, ЖТФ 29, 1086 (1959).
8. А. И. Морозов, Вестник МГУ, серия физ.-матем., № 1, 72 (1957).
9. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ 37, 527 (1959).