

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ КОСМОСА

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**СТЕРЕО-ПОДХОД КОМПЛЕКСА TAIGA К НАБЛЮДЕНИЯМ
ГАММА-ИСТОЧНИКА В ТУМАННОСТИ DRAGONFLY**

Выполнил студент
214м группы
Разумов Александр Юрьевич

Научный руководитель
д.ф-м.н., проф. Кузьмичёв Леонид Александрович

Допущена к защите _____

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Москва
2022

Оглавление

Введение	2
1 Литературный обзор	3
1.1 Космические лучи	3
1.2 Черенковское излучение	3
1.3 История развития черенковской гамма-астрономии	4
1.3.1 Черенковское свечение атмосферы	4
1.3.2 Первые опыты	5
1.4 Первые успехи наземной гамма-астрономии	6
1.4.1 Черенковские телескопы первого поколения	6
1.4.2 Черенковские телескопы второго поколения	7
1.4.3 Черенковские телескопы третьего поколения	8
2 Алгоритм случайного леса	10
2.1 Задачи классификации и регрессии	10
2.1.1 Постановка задачи	10
2.1.2 Мера качества	11
3 Эксперимент TAIGA	12
3.1 Основные сведения	12
3.1.1 Географические сведения	12
3.1.2 Развёрнутые эксперименты	12
4 Методика работы с данными	13
5 Обработка результатов	14
Выводы	15
Литература	15

Введение

Предваряющий текст введения, примерно на страницу-две просто о проблематике, в рамках которой поставлена задача, решённая в данной курсовой/дипломе.¹

¹Это сноска, делается командой \footnote{ }.

Глава 1. Литературный обзор

1.1 Космические лучи

Космические лучи являются одним из источников информации о физических процессах, проходящих во Вселенной, и о свойствах межзвёздной среды. Прошло больше ста лет с проведения экспериментов Виктора Гесса, результатом которых было обнаружение роста ионизации воздуха с набираемой высотой. На основании этого, Гесс заключил, что из космоса идёт поток ионизирующего излучения, пронизывающий атмосферу Земли. Впоследствии Роберт Милликен предложил называть это излучение космическими лучами.

В настоящее время к космическим лучам относят заряженные субатомные частицы: протоны, электроны, тяжёлые ядра, галактического и внегалактического происхождения.

написать про космолучи

1.2 Черенковское излучение

Идея о том, что электрон, передвигаясь в прозрачной среде, будет вызывать излучение с коническим фронтом, была высказана ещё Оливером Хевисайдом ([ссылка](#)). Позже, к аналогичным результатам ([ссылка](#)) пришёл и Арнольд Зоммерфельд, делая расчёты движения заряда со скоростью выше скорости света в вакууме¹.

Первое упоминание голубого свечения в экспериментах наблюдалось в работах Марии Склодовской-Кюри ([ссылка](#)), однако этому эффекту не было придано значение. Дж. Джелли указывает на то, что первыми систематическими наблюдениями этого эффекта можно считать исследования Маллета, проведённые ориентировочно в 1926–1928. ([ссылка на Джелли](#)). Им был, в частности, обнаружен непрерывный спектр излучения, что противоречило предположению Кюри о люминисцентной природе явления, но ключевые свойства излучения, такие как поляризация и анизотропия, не были им установлены.

¹Необходимо помнить, что в это время скорость света не считалась принципиальным пределом скорости тел. Более того, движение такого заряда в среде с оптическим показателем преломления n давало решение, не противоречащее результатам СТО

П. А. Черенков, будучи аспирантом С. И. Вавилова, обнаружил неизвестное свечение голубоватого света в прозрачных жидкостях под воздействием γ -излучения солей урана в 1934 г (*ссылка*). Позже, в 1937 г., в работе И. Е. Тамма и И. М. Франка (*ссылка*) была объяснена природа явления, впоследствии названного излучением Вавилова-Черенкова. Согласно их теории, свет испускается средой, через которую проходит заряженная частица со скоростью, превышающей скорость света $v = c/n$ в данной среде (где c — скорость света в вакууме, а n — коэффициент оптического преломления). Дальнейшие эксперименты показали, что:

- спектр излучения и интенсивность не зависят от чистоты вещества и температуры;
- излучение связано с движением электронов в среде;
- свет поляризован и направлен под небольшим углом к направлению пучка электронов;
- эффект имеет пороговый характер, так как не вызывается, например, электронами, рождёнными в веществе под действием рентгеновских лучей;
- спектр излучения непрерывен в излучаемом диапазоне длин волн.

В 1958 г. П. А. Черенков, И. Е. Тамм и И. М. Франк получили Нобелевскую Премию за открытие и истолкование эффекта Вавилова-Черенкова.

1.3 История развития черенковской гамма-астрономии

1.3.1 Черенковское свечение атмосферы

В 1948 г. Патрик Блакетт оценил (*ссылка*), что доля в 10^{-4} всего света в ночном небе может приходиться на черенковское свечение, возникающее в атмосферных ливнях, порождённых космическими лучами. В 1952 г. Гэлбрейт и Джелли создали установку (*ссылка*), состоявшую из параболического зеркала диаметром 25 см и двух ФЭУ в фокусе зеркала. Раз в минуту «телескоп» срабатывал в совпадении с квадратным массивом из 16 счётчиков Гейгера-Мюллера, каждый из которых имел площадь 200 см^2 . В результате эксперимента было установлено, что бо́льшая часть срабатываний установки на световой импульс напрямую коррелирует с регистрацией частиц ШАЛ. Спустя год установка была усовершенствована, а также стало возможным исследовать

поляризацию света. Было обнаружено, что в регистрируемых вспышках преобладала синяя часть спектра, что также играло роль в пользу гипотезы о черенковском свечении атмосферы.

В 1953–1955 гг командой под руководством А. Е. Чудакова проводились систематические измерения пространственного распределения черенковского излучения в горах Памира на высоте около 3800 м над уровнем моря (*ссылка*).

Успех обоих экспериментов и идея о том, что ШАЛ могут быть инициированы не только адронами, но и γ -квантами высоких энергий, стимулировали дальнейшие эксперименты по регистрации γ -излучения космического происхождения с помощью эффекта Вавилова-Черенкова.

1.3.2 Первые опыты

В 1958 г. Филип Моррисон предложил вести баллонные измерения (*ссылка*) потоков γ -квантов в энергетическом диапазоне 0,2–400 МэВ от возможных источников космических лучей, так как нейтральное γ -излучение не отклоняется межзвёздным магнитным полем. В качестве возможного источника γ -лучей Моррисон рассматривал Крабовидную туманность, предполагая, что в расширяющейся газовой оболочке туманности может быть множество радиоактивных элементов. По его оценке, можно зарегистрировать поток γ -лучей от ^{226}Ra в $10^{-2} \frac{1}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$.

В 1959 г. Джузеппе Коккони предложил (*ссылка*) конструкцию высокогорной установки по регистрации космических лучей и γ -квантов с ТэВ-ными энергиями с угловым разрешением в 1° . Также он выдвинул оптимистичное предположение о том, что поток γ -квантов от Крабовидной туманности может быть приблизительно в 10^3 выше фона. Даже в том случае, если его оценка оказывается слишком оптимистичной, он допускал, сигнал от Крабовидной туманности всё ещё может быть зарегистрирован на земле таким способом.

В 1960 г. была запущена система из 4 телескопов в на Крымском полуострове на берегу Чёрного моря в Кацивели, разработка велась командой А. Е. Чудакова. Позже число телескопов было увеличено до 12. Каждый телескоп представлял из себя параболическое зеркало диаметром 155 см и фокусным расстоянием 60 см; в фокус были помещены ФЭУ с диаметром 4,5 см. Выработка триггера для регистрации события происходила в случае четырёхкратного совпадения регистрации на четырёх телескопах. Средний темп счёта атмосферных событий был немного выше 3 Гц. В течение ночи каждые

7 минут шло сопровождение источника телескопом с точностью в $0,2^\circ$ по наклонению и $0,4^\circ$ по азимуту.

В то время не было никакого представления о пульсарах и их периодах, а также об источниках космического рентгеновского излучения, поэтому выбор источников для наблюдения был обусловлен надеждой на то, что источники радиоизлучения также могут быть и источниками γ -квантов. Внушительный список исследованных источников включает в себя Крабовидную туманность, Cygnus A, Cassiopeia A, Virgo A, Perseus A, Sagittarius A.

На сегодняшний момент нам известно, что интегральный поток γ -квантов от Крабовидной туманности с энергиями выше 4 ТэВ составляет приблизительно $2,5 \cdot 10^{-12} \frac{\text{фотонов}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$, однако верхний предел потока, поставленный Чудаковым и командой, был в 20 раз выше этой величины при суммарном времени измерения Крабовидной туманности около 5,5 ч. Это означает, что для обнаружения значимого сигнала от источника им было необходимо было вести измерения в течение минимум 2200 ч.

Важным следствием отсутствия сигнала стала переоценка потока, заявленного ранее Коккони. Помимо этого, отсутствие сигнала посеяло сомнения в том, что электроны рождаются в туманности в результате столкновения протонов ($pp \rightarrow \pi \rightarrow \mu \rightarrow e^-$). Это означало, что на самом деле электроны могли быть ускорены в туманности.

В последующие годы было проведено несколько экспериментов, в основном, масштаба меньшего, чем эксперимент, проведённый в Крыму. К ним можно причислить британские эксперименты в Организации по исследованию атомной энергии (*A. E. R. E. ссылка*) и исследования в обсерватории Mt. Hopkins (США *ссылка*).

1.4 Первые успехи наземной гамма-астрономии

1.4.1 Черенковские телескопы первого поколения

В конце 1960-х годов появились первые наблюдения, по результатам которого можно было утверждать наличие высокоэнергичного γ -излучения от точечных космических источников. Гамма-сигнал от Крабовидной туманности был зарегистрирован на телескопе Дублинской группы в долине Гленкаллен (D.J. Fegan et al., *ссылка*). Сперва телескоп состоял из двух посеребрённых зеркал диаметром 92 см, в фокусе каждого из которых был расположен ФЭУ,

обладающий полем зрения в 5° . Средний совместный темп счёт был около 1,7 Гц. На установке также велись наблюдения Cygnus A, M31 и некоторых иных источников. Уровень достоверности детектирования оказался ниже 3σ . Совместно с установками *A. E. R. E.* после общей модификации наблюдались положительные избытки, не дававшие, тем не менее, надёжных результатов.

Каждая из перечисленных выше установок, также называемых *черенковскими телескопами первого поколения*, работала по принципу нахождения источника в поле зрения телескопа и фиксировала лишь факт черенковской вспышки. Эта вспышка почти наверняка была изначально инициирована адронном, и поток γ -излучения от источника вычислялся по превышению темпа счёта телескопа с источником в поле зрения над фоновым значением. Нельзя утверждать, что черенковским телескопам первого поколения удалось зарегистрировать источники космического излучения, однако были значительно уточнены оценки верхнего предела потока гамма-излучения.

1.4.2 Черенковские телескопы второго поколения

Параллельно с проведением экспериментов упомянутых научных групп шла разработка иных методов детектирования сигнала. Начались длительные поиски решения одной из краеугольных задач наземной гамма-астрономии — проблемы режекции адронного фона.

В 1967 г. началось возведение конструкций телескопа на горе Mount Hopkins (штат Аризона) в обсерватории Whipple (2300 м над уровнем моря). Телескоп состоял из зеркала диаметром 10 м и камеры, в которой первоначально стоял один ФЭУ. Позже она становится многопиксельной камерой, количество ФЭУ в которой увеличивается до 10. На протяжении почти 20 лет на телескопе велись наблюдения 13 источников. В 1977 г. Тревор Уикс предлагает использовать для наблюдений два таких телескопа с 37 пикселями ФЭУ и находящихся на расстоянии 100 м друг от друга. Это предложение было своего рода отправной точкой для стереоскопического метода поиска гамма-сигнала.

Многопиксельные камеры позволяют регистрировать не только сам факт наличия черенковской вспышки в атмосфере, но и получать её изображение в виде проекции ливня. В 1985 г. Майкл Хиллас предлагает ввести параметризацию таких изображений, что также становится важной вехой в истории наземных черенковских гамма-телескопов. Благодаря этой параметризации на обсерватории Whipple удалось серьёзно подавить адронный

фон, и в 1989 г. команда заявила о регистрации сигнала от Крабовидной туманности с рекордной значимостью 9σ . Сигнал соответствовал потоку в $1.8 \cdot 10^{-11} \frac{\text{фотонов}}{\text{с} \cdot \text{см}^2}$.

Спустя три года был открыт второй источник гамма-квантов сверхвысоких энергий: блазар Маркарян-421 в созвездии Большой Медведицы. В это же время проектами HEGRA и CANGAROO был подтверждён сигнал от Крабовидной туманности.

Параллельно с конца 60-ых велись наблюдения научной группы в Крымской астрофизической обсерватории (КраО, пос. Научный) под руководством Арнольда Степаняна. Группа сообщила об обнаружении сигнала от Кассиопеи А и Cygnus X3 в начале 70-ых.

В 1991 г. был введён в эксплуатацию первый телескоп комплекса HEGRA (*High-Energy-Gamma-Ray Astronomy*), первоначально возведённый в горном массиве Арагац в Армении, но позже перевезённый на остров Ла Пальма (Канарские острова). Крупная коллаборация, в которую входили Институт Макса Планка, Гамбургский Университет, Мадридский Университет и многие другие организации, руководили установкой из пяти черенковских телескопов. За 10 лет работы комплекс HEGRA продемонстрировал эффективность применения стереоскопического метода. Площадь зеркал составила $10,3 \text{ м}^2$, в камере были размещены 271 пикселей ФЭУ. Эксперимент закончил свою работу в 2002 г., после чего был разделён на две части: первая положила начало эксперименту H. E. S. S. в Намибии, а вторая осталась на обсерватории Ла Пальма, и на её основе был создан эксперимент MAGIC.

Второе поколение черенковских гамма-телескопов фактически положило начало наземной гамма-астрономии. Произошёл переход от обычной регистрации событий к регистрации изображений атмосферного ливня. Различия каскадных процессов от адронов и γ -квантов позволили провести параметризацию изображений, таким образом, подавив адронный фон. С исторического обнаружения сигнала Крабовидной туманности на обсерватории Whipple параметры Хилласа широко используются почти во всех проектах наземной гамма-астрономии.

1.4.3 Черенковские телескопы третьего поколения

К третьему поколению относятся проекты VERITAS, H. E. S. S., MAGIC, TAIGA. В то время как первые два проекта продолжили развитие

стереоскопического метода, MAGIC предпринимает попытки переместиться в суб-ТэВный диапазон.

Дописать про третье поколение

Глава 2. Алгоритм случайного леса

2.1 Задачи классификации и регрессии

2.1.1 Постановка задачи

Основную сложность в обработке результатов, полученных на экспериментах в области гамма-астрономии сверхвысоких энергий, составляет задача режекции, или подавления адронного фона. Более 99% событий, остающихся после первичного клининга (удаление неинформативных пикселей и артефактов изображения), соответствуют срабатыванию телескопа на ШАЛ, вызванный адроном. Параметры Хилласа, стереоскопический метод регистрации сигнала, оценка энергии первичной частицы позволяют сильно подавить этот фон. В более широком случае задача может быть сформулирована как задача классификации (а также задача регрессии в случае восстановления энергии), что относится к задачам классического машинного обучения с учителем, в которых алгоритм на основе ранее полученного размеченного набора данных может сделать некоторые суждения о новых данных.

Пусть событие имеет набор признаков (в данном случае — параметров Хилласа), полученных в результате некоторого количественного измерения. Событие можно представить как вектор $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. К задаче *классификации* относится определение, к какой из k категорий принадлежит некоторое событие. Алгоритм машинного обучения для решения этой задачи (называемый *классификатором*) должен предоставить функцию $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \{1, \dots, k\}$. К задаче *регрессии* относится предсказание числового значения по входным данным, т. е. в качестве решения алгоритм должен предоставить функцию $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Классификаторы в своей работе могут допускать ошибки, если:

- неправильно выбрана мера сходства объектов одного класса или мера расстояния между различными образцами;
- неразумно подобран набор признаков, в результате чего классификатор неверно учитывает важность того или иного признака для разделения;
- классы пересекаются настолько сильно, что классификатор не может их разделить.

2.1.2 Мера качества

Чтобы оценить способность алгоритма машинного обучения к решению задачи классификации, необходима количественная мера его качества. Ранее полученный набор данных делится на две выборки — тренировочную (*train*) и тестовую (*test*).

В качестве меры качества работы классификатора может служить *точность* (*accuracy*). Точностью называют долю примеров из тестовой выборки, для которых классификатор, обученный на тренировочной выборке, дал верный результат. Эта мера качества может быть нерепрезентативна в случае несбалансированной выборки, где различные классы представлены на порядки различающимися количествами образцов.

В зависимости от задачи различна цена ошибки алгоритма. Какой алгоритм более качественный: тот, что делает частые, но не особо серьёзные ошибки или тот, что делает редкие, но очень серьёзные ошибки? Математическая формализация алгоритма обучения классификатора сводится оптимизации *функции потерь* (*loss function*). Процесс оптимизации заключается в штрафовании классификатора на этапе обучения.

Отдельной задачей можно сформулировать само получение размеченного набора данных для обучения и тестирования. К счастью, в этом может помочь подробное Монте-Карло моделирование процессов, происходящих при прохождении через атмосферу от высокоэнергичных протонов и γ -квантов соответственно, результаты которого будут обработаны моделью оптики телескопа. К данным, относящимся к адронной составляющей, можно также добавить реальные экспериментальные данные с телескопа, которые можно по оценкам параметров Хилласа отнести к классу фоновых событий. Последний метод, в частности, возникал при обработке результатов проекта MAGIC ([ссылка](#)).

Глава 3. Эксперимент TAIGA

3.1 Основные сведения

3.1.1 Географические сведения

Тункинская долина располагается в Республике Бурятия и является продолжением на запад Байкальской рифтовой системы. Находится на 51° с. ш.. С севера долина ограничена Тункинскими гольцами, с юга — хребтом Хамар-Дабан, с запада — Большим Саяном. Изоляция долины системой хребтов создала прекрасный астроклимат, что привлекло сюда множество астрономических проектов. По данным сервиса *MeteoBlue* (<https://www.meteoblue.com/ru/>) в год здесь бывает около 300 солнечных дней. Резкий континентальный сухой климат также этому способствует, хотя влажность повышается за счёт протекания реки Иркут. В августе и сентябре нередки туманы, приводящие к сильному ограничению видимости.

Важно упомянуть о повышенной сейсмической активности региона в силу того, что он находится на глубинном разломе земной коры. Это негативно сказывается на работе прецизионной научной аппаратуры, однако за последние годы крупных разрушений не происходило.

3.1.2 Развёрнутые эксперименты

Тункинский астрофизический комплекс, в состав которого входит гамма-обсерватория TAIGA (*Tunka Advanced Instrument for cosmic ray physics and Gamma Astronomy*), располагается в Тункинской долине вблизи села Торы на высоте 678 м над уровнем моря. С 1993 г. комплекс является центром изучения космических лучей сверхвысоких энергий с помощью метода ШАЛ. На полигоне была создана установка Тунка-25, с помощью которой были получены важные результаты по методике восстановления ШАЛ и по структуре спектра космических лучей в районе излома (*ссылка*). В 2009 г. установка была расширена до 175 оптических станций, регистрирующих атмосферное черенковское излучение.

С 2013 г. на полигоне ведётся строительство обсерватории TAIGA, в состав которой входят три телескопа TAIGA-IACST (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescope), широкоугольная черенковская установка TAIGA-HiSCORE (*High Sensivity COsmic Rays and gamma Explorer*), а также сцинтилляционная установка TAIGA-Muon.

Глава 4. Методика работы с данными

Глава 5. Обработка результатов

Выводы

Литература

1. *Buchmüller W., Lüdeling C.* Field Theory and Standard Model. — 2006. — Сент. — DOI: 10.5170/CERN-2006-014.1. — URL: <https://cds.cern.ch/record/984122>.
2. Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm / B. Abi [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Апр. — Т. 126, вып. 14. — С. 141801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.141801. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.126.141801>.
3. Test of lepton universality in beauty-quark decays / R. Aaij [и др.] // arXiv preprint arXiv:2103.11769. — 2021.
4. *Langacker P.* The Standard Model and Beyond. — CRC Press, 06.2017. — DOI: 10.1201/b22175. — URL: <https://doi.org/10.1201/b22175>.
5. *Д.С. Горбунов В. Р.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. — М.: Издательство ЛКИ, 2008.
6. *Fukugita M., Yanagida T.* Resurrection of grand unified theory baryogenesis // *Physical review letters.* — 2002. — Т. 89, № 13. — С. 131602.
7. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos / Y. Fukuda [и др.] // *Physical Review Letters.* — 1998. — Т. 81, № 8. — С. 1562.
8. Measurement of the Total Active B 8 Solar Neutrino Flux at the Sudbury Neutrino Observatory with Enhanced Neutral Current Sensitivity / S. Ahmed [и др.] // *Physical review letters.* — 2004. — Т. 92, № 18. — С. 181301.
9. High Sensitivity Search for νe 's from the Sun and Other Sources at KamLAND / K. Eguchi [и др.] // *Physical review letters.* — 2004. — Т. 92, № 7. — С. 071301.
10. Review of Particle Physics / M. Tanabashi [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Авг. — Т. 98, вып. 3. — С. 030001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001>.
11. *Ramond P.* The family group in grand unified theories // SEESAW 25. — World Scientific, 2005. — С. 265—280.
12. *Asaka T., Blanchet S., Shaposhnikov M.* The ν MSM, dark matter and neutrino masses // *Physics Letters B.* — 2005. — Т. 631, № 4. — С. 151—156.

13. *Zwicky F.* On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae // *apj*. — 1937. — ОКТ. — Т. 86. — С. 217. — DOI: 10.1086/143864.
14. *Garrett K., Duda G.* Dark matter: A primer // *Advances in Astronomy*. — 2011. — Т. 2011.
15. Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological parameter results / G. Hinshaw [и др.] // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. — 2013. — Т. 208, № 2. — С. 19.
16. Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters / N. Aghanim [и др.] // *Astronomy & Astrophysics*. — 2020. — Т. 641. — A6.
17. *Giagu S.* WIMP Dark matter searches with the ATLAS detector at the LHC // *Frontiers in Physics*. — 2019. — Май. — Т. 7. — С. 75. — DOI: 10.3389/fphy.2019.00075.
18. *Bergström L.* Dark matter candidates // *New Journal of Physics*. — 2009. — ОКТ. — Т. 11, № 10. — С. 105006. — DOI: 10.1088/1367-2630/11/10/105006. — URL: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/10/105006>.
19. Feebly-interacting particles: FIPs 2020 workshop report / P. Agrawal [и др.] // *The European Physical Journal C*. — 2021. — Т. 81, № 11. — С. 1—137.
20. Physics beyond colliders at CERN: beyond the standard model working group report / J. Beacham [и др.] // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. — 2019. — Т. 47, № 1. — С. 010501.
21. *Foreman-Mackey D.* corner.py: Scatterplot matrices in Python // *The Journal of Open Source Software*. — 2016. — ИЮНЬ. — Т. 1, № 2. — С. 24. — DOI: 10.21105/joss.00024.