

توضیحات : در این پروژه با استفاده از الگوریتم های BFS ، IDS ، و A^* مسئله را حل می کنیم و در انتها آن ها را از نظر زمان اجرا با یکدیگر مقایسه کرده و نتیجه گیری می کنیم.

مسئله در یک گراف با n راس و m یال انجام می شود. یک نقطه شروع داریم که مکان ابتدایی سید است و رئوس دیگر میتوانند شامل مریدان، دستور پخت های سری و رئوس صعب العبور باشد. راس های یک گراف خالی نیز میتوانند باشند. هدف این است که حداقل زمان مورد نیاز برای رساندن دیزی به همه مریدان را با استفاده از الگوریتم های مختلف سرچ به دست آوریم.

نحوه مدل کردن مسئله

- **Initial state:** برای شروع هر سرچ، ابتدا تابع `initialize()` فراخوانی می شود. در این تابع وضعیت اولیه استیت قرار داده میشود و یک کلاس برای استیت تعریف میگردد که در آن متغیر هایی مثل مسیر طی شده، وضعیت فعلی استیت، تعداد دستورالعمل های بدست آورده شده و ... در آن قرار میگیرد.
- **Actions:** حرکت هایی که میتوانیم انجام دهیم، این است که در هر خانه که هستیم، به خانه های مجاور میتوانیم حرکت کنیم و اگر در راس صعب العبور قرار داریم، با توجه به اینکه چند بار در این خانه قرار گرفته ایم، باید مدتی را در این خانه بمانیم و سپس حرکت کنیم.
- **Goal state:** یعنی استیتی که وقتی به آن برسیم، کار ما پایان می یابد. در اینجا `goal state` را وقتی در نظر گرفتیم که تعداد مریدانی که دستور عمل های مورد نظر به دست آنان رسیده، با تعداد کل مریدان مسئله برابر باشد.
- **Transition model:** در هر مرحله که هستیم، باید مشخص شود به کدام خانه ها میتوانیم برویم، به عبارت دیگر باید استیت های همسایه را بررسی کنیم و بهترین راه را برای حرکت بعدی انتخاب کنیم. این کار در تابع `next_states()` انجام میگردد.
- **Path cost:** به دلیل اینکه یال های گراف وزنی ندارند، همه آن ها را یک در نظر می گیریم.

BFS

در الگوریتم bfs جست و جو را از start_state شروع می‌کنیم و در صورتی به عمق بعدی می‌رویم که تمامی خانه در عمق فعلی را دیده باشیم. از مزیت الگوریتم bfs میتوان به این اشاره کرد که کامل میباشد یعنی اگر جوابی موجود باشد، حتما آن را بدست می‌آورد. مزیت دیگر آن این است که جوابی که میدهد همواره optimal است زیرا تمامی خانه ها را از سطح کم عمق به سطح پر عمق بررسی میکند.

در این قسمت ابتدا ورودی ها را از فایل میخوانیم. در edges_list جفت رئوسی که بین آنها یال قرار دارد، ذخیره میشود. در hard_to_pass شماره رئوس صعب العبور داده میشود. سپس دیکشنری به نام recipes درست کردیم که key در آن، شماره راسی است که مرید در آن است و value آن شماره رئوسی است که مرید مشخص کرده است و دستور پخت های سری در آن نوشته شده است. در دو لیست جداگانه نیز تمام مریدان و دستور پخت های سری را قرار دادیم تا دسترسی برایمان راحتتر شود.

```
f = open(FILE_NAME)

nodes , edges = f.readline().split()
nodes = int(nodes)
edges = int(edges)
type = []

#read edges
edges_list = {}
for i in range(edges):
    u,v = f.readline().split()
    u = int(u)
    v = int(v)
    if u not in edges_list:
        new_list = []
        new_list.append(v)
        edges_list[u] = new_list
    else:
        new_list = []
        new_list.append(v)
        edges_list[u].extend(new_list)
    if v not in edges_list:
        new_list = []
        new_list.append(u)
        edges_list[v] = new_list
    else:
        new_list = []
        new_list.append(u)
        edges_list[v].extend(new_list)
```

```
#hard to pass
hard_to_pass = []
hard_to_pass_number = int(f.readline())
hard_to_pass = [int(x) for x in f.readline().split()]

#recipes
follower_number = int(f.readline())
all_recipe = set()
morid = []
recipes = {}
for i in range(follower_number):
    lists = []
    p,q,*arr_follower = [int(x) for x in f.readline().split()]
    morid.append(p)
    all_recipe = all_recipe.union(arr_follower)
    recipes[p] = arr_follower

#start state
start_state = int(f.readline())

all_recipes = list(all_recipe)
f.close()
```

0.5s

Pyth

در قسمت بعدی یک کلاس به اسم State تشکیل می‌دهیم. در این کلاس وضعیت یک استیت نگهداری می‌شود به عنوان مثال نود فعلی، مسیر طی شده، دستور عمل هایی که تا الان بدست آورده ایم یا مریدانی که از آنان عبور کرده ایم در آن قرار دارند.

```
class State:
    def __init__(self, path, position, pass_recipes, pass_morid, hard_to_pass, hard_time):
        self.path = path
        self.position = position
        self.pass_recipes = pass_recipes
        self.pass_morid = pass_morid
        self.hard_to_pass = hard_to_pass
        self.hard_time = hard_time

    def __lt__(self, other):
        return self.path < other.path

    def __eq__(self, state2):
        if self.position == state2.position and self.hard_time == state2.hard_time and self.pass_recipes == state2.pass_recipes and self.pass_morid == state2.pass_morid:
            return True
        else:
            return False
```

در تابع initialize() کلاس تعریف شده در قسمت قبل، مقدار دهی اولیه می‌شود و قبل از شروع به انجام هرگونه جست و جو، نیاز به این تابع داریم.

```
def initialize():
    hard_dict = {}
    pass_recipes = set()
    pass_morid = []
    path = [start_state]
    for hard in hard_to_pass:
        hard_dict[hard] = 0
    start = State(path, start_state, pass_recipes, pass_morid, hard_dict, 0)
    return start
```

تابع next_states برای تعیین استیت بعدی براساس استیت فعلی مان می‌باشد یعنی در هر استیتی که الان قرار داریم، تمام استیت های همسایه آن را چک میکنیم و حالات مختلف را در نظر می‌گیریم. اگر استیتی که الان در آن قرار داریم، صعب العبور است، باید به اندازه تعداد باری که از آن عبور کرده ایم، در آن استیت صبر کنیم پس ممکن است استیت مان عوض نشود برای همین این حالت را جدا در نظر گرفته ایم. در بقیه حالات، نود ها را با توجه به ویژگی شان بررسی میکنیم و در نهایت تمامی استیت های ایجاد شده را ریترن می‌کنیم.

```
def next_states(state):
    next_state = []
    if_in_hard = check_hard_state(state)
    if if_in_hard:
        #current state is hard
        neww = copy.deepcopy(state)
        neww.hard_time = neww.hard_time + 1
        next_state.append(neww)
        return next_state
    else:
        for neighbour in edges_list[state.position]:
            #create a new state for each neighbour
            neww = copy.deepcopy(state)
            neww.path.append(neighbour)
            neww.position = neighbour
            neww.pass_recipes = new_recipes(neww, neighbour)
            neww.pass_morid = new_morid(neww, neighbour)
            neww.hard_time = 0
            next_state.append(neww)
        return next_state
```

در کد بالا تعدادی تابع استفاده شده است که آنها را بررسی می‌کنیم. در تابع `check_hard_state` ابتدا بررسی می‌کنیم آیا این استتیت صعب العبور هست یا خیر و سپس بررسی می‌کنیم اگر زمانی که در این استتیت هستیم، کمتر از زمان‌بست که باید در این استتیت باشیم، نتیجه می‌گیریم در استتیت بعدی همینجا قرار داریم. در تابع `new_recipes` بررسی می‌کنیم اگر استتیت همسایه دستور عمل سری داشت، آن را اضافه می‌کنیم در غیر اینصورت کاری نمی‌کنیم. در تابع `new_morid` نیز بررسی می‌کنیم اگر استتیت همسایه مرید باشد و تمامی دستور عمل سری آن را داشته باشیم، آن را به `state.pass_morid` اضافه می‌کنیم و در غیر اینصورت کاری نمی‌کنیم.

```
def check_hard_state(state):
    if state.position in hard_to_pass:
        if state.hard_to_pass[state.position] > state.hard_time:
            return True
        else:
            state.hard_to_pass[state.position] += 1
    return False
✓ 0.6s
```

```
def new_morid(state, neighbour):
    if neighbour in morid:
        if set(recipes[neighbour]).issubset(state.pass_recipes):
            if neighbour not in state.pass_morid:
                state.pass_morid.append(neighbour)
    return state.pass_morid
✓ 0.4s
```

```
def new_recipes(state, neighbour):
    if neighbour in all_recipes:
        state.pass_recipes.add(neighbour)
    return state.pass_recipes
✓ 0.5s
```

تابع `bfs()` به صورت زیر می‌باشد. در ابتدا استتیت شروع را به `frontier` اضافه می‌کنیم. سپس در هر مرحله یک استتیت را از `frontier` را برمی‌داریم و از آن `pop` می‌کنیم و به `visited` اضافه می‌نماییم. سپس همه استتیت‌های همسایه آن را بررسی می‌کنیم. پس از آن چک می‌کنیم که آیا در `goal state` قرار داریم یا خیر و این مراحل تا رسیدن به نتیجه همچنان تکرار می‌شود.

```
def BFS():
    frontier = []
    visited = []
    state = initialize()

    #check if we are in the goal state
    if len(morid) == len(state.pass_morid):
        return state.path
    #add the start state to the frontier
    frontier.append(state)

    while frontier:
        #get the first state in the frontier
        state = frontier.pop(0)
        visited.append(state)

        #get all the next states
        next_state = next_states(state)
        for s in next_state:
            checker = False
            if s not in visited:
                for i in range(len(frontier)):
                    if state_equal(s, frontier[i]):
                        checker = True
                        break
                if checker == False:
                    #check if we are in the goal state
                    if len(morid) == len(state.pass_morid):
                        return state.path

                    #add the state to the frontier
                    frontier.append(s)
            return state.path
✓ 0.5s
```

نتایج برای سه ورودی داده شده به صورت زیر است.

```
file name: input.txt
visited states: 40
BFS : 1 3 4 5 7 10 11 9 8
BFS cost: 8
BFS average time: 0.003033161163330078
```

```
file name: input2.txt
visited states: 3897
BFS : 28 19 13 3 11 24 9 23 28 23 5 7 29
BFS cost: 12
BFS average time: 8.328672568003336
```

```
file name: input3.txt
visited states: 5150
BFS : 40 42 38 24 31 45 30 48 41 18 1 19 43 49 47 49 9 34 25 50 12 16
BFS cost: 21
BFS average time: 6.02601679166158
```

IDS

Iterative deeping search یا همان IDS یک الگوریتم سرچ ناآگاهانه می باشد که از DFS بهره می برد ولی با این تفاوت که عمق آن در هر مرحله یکی اضافه می شود. به عنوان مثال ابتدا با عمق 1، DFS می زنیم. اگر به جواب نرسیدیم، با عمق 2، DFS می زنیم و این مراحل تکرار می شود. از مزیت های این روش می توان به این اشاره کرد که IDS کامل می باشد یعنی اگر جوابی وجود داشته باشد، حتما آن را می یابد. مزیت دیگر آن این است که جواب بدست آمده حتما optimal است. IDS از الگوریتم BFS کندتر می باشد ولی برتری آن نسبت به BFS این است که از حافظه کمتری اشغال میکند.

برای این قسمت از سایت زیر استفاده شده است.

<https://www.geeksforgeeks.org/iterative-deepening-searchids-iterative-deepening-depth-first-searchidddfs>

در تابع IDS() یک حلقه داریم که در هر مرحله DFS را انجام می دهد و اگر به جواب نرسید، عمق آن را یک واحد افزایش می دهیم. در تابع DFS() نیز به ازای هر عمق مشخص شده، ابتدا تمام همسایه های استیت کنونی را بررسی می کند و عمل DFS را به صورت بازگشتی انجام می دهد و اگر عمق کمتر از 1 شد، ریترن می کند.

```

def DFS(level, state):
    #check if we are in the goal state
    if len(morid) == len(state.pass_morid):
        return True, state.path

    #stop if we reach the max level
    if level < 1:
        return False, None

    #get all the next states
    next_state = next_states(state)
    for s in next_state:
        situation, path = DFS(level - 1, s)
        if situation:
            return True, path
    return False, None

```

✓ 0.6s

```

def IDS(level):
    max_level = level
    while max_level >= 0:
        state = initialize()
        situation, IDS_path = DFS(level, state)
        if situation:
            return IDS_path
        level = level + 1
        max_level = max_level - 1

```

✓ 0.3s

به علت طولانی بودن زمان پاسخگویی این الگوریتم برای ورودی هایی که در ابتدا داده شده است، از سری جدید ورودی که در سایت قرار دارد، استفاده می‌کنیم تا در زمان کمتر نتیجه را مشاهده کنیم.

```

file name: testcases/input.txt
IDS : 1 3 4 5 7 10 11 9 8
IDS cost: 8
IDS visited: 2519
IDS average time: 0.10573164621988933

```

```

file name: testcases/input2.txt
IDS : 9 10 9 4 12 3 7 5 8
IDS cost: 8
IDS visited: 6012
IDS average time: 0.2679746945699056

```

```

file name: testcases/input3.txt
IDS : 13 11 10 3 2 6 12 5 9 4 1 13 11 10
IDS cost: 13
IDS visited: 128773
IDS average time: 7.084542751312256

```

A*

حال به پیاده سازی الگوریتم A* می‌پردازیم. این یک الگوریتم آگاهانه است و نسبت به دو الگوریتم پیشین برتری دارد. برای استفاده از این الگوریتم ابتدا یک تابع heuristic تعریف میکنیم که consistent باشد. تابع heuristic مقدار هزینه تخمینی تا رسیدن به goal state را مشخص میکند و ما اینطور در نظر میگیریم که مقدار جمع دستور عمل های باقی مانده و مریدان باقی مانده را محاسبه میکنیم و آن را برمیگردانیم. وقتی به goal state برسیم، جمع آنها صفر میشود و در ابتدا نیز جمع آنها برابر جمع کل مریدان و دستورعمل های سری میباشد.

تابع heuristic در شکل زیر آمده است.

```
def heuristic(state):
    #calculate the heuristic value
    h = []
    for m in morid:
        if m not in state.pass_morid:
            if state.position not in h:
                h.append(state.position)
    for r in all_recipes:
        if r not in state.pass_recipes:
            if state.position not in h:
                h.append(state.position)
    return len(h)
```

به بررسی consistent بودن آن می‌پردازیم. چون در اینجا یال های گراف بدون وزن هستند، آن ها را یک در نظر میگیریم. فرض میکنیم می‌خواهیم از خانه A به خانه B برویم. تفاوت تعداد مجموع دستور عمل های باقی مانده و مریدان x است. با توجه به اینکه تفاوت هر نود با نود همسایه اش یک است، پس یعنی از خانه A تا خانه B حداقل x خانه فاصله است (میتواند بیشتر باشد زیرا ممکن است در هر خانه، دستور عمل یا مریدی نباشد در نتیجه خواسته ما ارضا نمیشود) پس هزینه واقعی از خانه A به B رفتن، همواره کمتر مساوی تفاوت تابع هیوریستیک میباشد.

تابع A_star نیز در شکل زیر آمده است. الگوریتم آن تقریباً شبیه به BFS است ولی به دلیل اینکه آگاهانه عمل میکنیم، در مدت زمان کمتری نسبت به BFS نتیجه میگیریم. برای اضافه کردن به frontier، از heapq استفاده میکنیم به اینصورت که کمترین $h + g$ را در نظر میگیرد و انتخاب میکند که h همان خروجی تابع heuristic و g مسیری است که تا الان طی کرده ایم تا به هدفمان برسیم. بقیه مراحل شبیه BFS اجرا میشود.

برای قسمت a^* weighted نیز یک متغیر α تعریف میکنیم و دو عدد مختلف برایش در نظر میگیریم و سه ورودی را برای هر دو حالت امتحان میکنیم. این الگوریتم نسبت به a^* در زمان کمتری به جواب میرسد اما دقت آن کمتر است. در واقع به جای تولید جواب بهینه، سریعترین جواب را به ما میدهد.

```
def A_star(alpha):
    frontier = []
    visited = []
    state = initialize()
    visited_state = 1

    #check if we are in the goal state
    if len(morid) == len(state.pass_morid):
        return len(state.path)-1,visited_state,state.path

    #add the start state to the frontier
    heapq.heappush(frontier,(alpha*heuristic(state)+len(state.path),state))

    while frontier:
        #get the first state in the frontier
        state = heapq.heappop(frontier)[1]

        #get all the next states
        next_state = next_states(state)
        for s in next_state:
            checker = False
            if s not in visited:
                for i in range(len(frontier)):
                    if s == frontier[i][1]:
                        checker = True
                        break
            if checker == False:
                visited_state += 1

                #check if we are in the goal state
                if len(morid) == len(state.pass_morid):
                    return len(state.path)-1,visited_state,state.path

                #add the state to the frontier
                heapq.heappush(frontier,(alpha*heuristic(s)+len(s.path),s))
            visited.append(state)
    return len(state.path)-1,visited_state,state.path
```

نتایج برای سه ورودی داده شده به صورت زیر میباشد:

```
file name: input.txt
A* : 1 3 4 5 7 10 11 9 8
A* cost: 8
A* visited: 35
A* average time: 0.0036718050638834634
```

```
file name: input2.txt
A* : 28 19 13 3 11 24 9 2 5 7 29 22 28
A* cost: 12
A* visited: 3626
A* average time: 5.870636701583862
```



```
file name: input3.txt
A* : 40 42 38 24 31 45 30 48 41 18 1 19 43 49 47 49 9 34 25 50 12 16
A* cost: 21
A* visited: 4593
A* average time: 4.021674156188965
```

نتایج به ازای $\alpha = 1.6$ به صورت زیر می باشد:

```
file name: input.txt
A* : 1 3 4 5 7 10 11 9 8
A* cost: 8
A* visited: 35
A* average time: 0.002670447031656901
```

```
file name: input2.txt
A* : 28 19 13 3 11 24 9 2 5 7 29 22 28
A* cost: 12
A* visited: 3626
A* average time: 5.356201092402141
```

```
file name: input3.txt
A* : 40 42 38 24 31 45 30 48 41 18 1 19 43 49 47 49 9 34 25 50 12 16
A* cost: 21
A* visited: 4593
A* average time: 4.301829655965169
```

نتایج به ازای $\alpha = 4$ به صورت زیر می باشد:

```
file name: input.txt
A* : 1 3 4 5 7 10 11 9 8
A* cost: 8
A* visited: 35
A* average time: 0.0036718050638834634
```

```
file name: input2.txt
A* : 28 19 13 3 11 24 9 2 5 7 29 22 28
A* cost: 12
A* visited: 3626
A* average time: 5.673522075017293
```

```
file name: input3.txt
A* : 40 42 38 24 31 45 30 48 41 18 1 19 43 49 47 49 9 34 25 50 12 16
A* cost: 21
A* visited: 4593
A* average time: 6.01321546236674
```

تست اول:

میانگین زمان اجرا	تعداد استیت های دیده شده	پاسخ مسئله (حداقل زمان لازم برای رساندن دیزی ها)	
0.003033	40	8	BFS
0.105731	2519	8	IDS
0.00367	35	8	A*
0.00267	35	8	Weighted A* 1.6
0.00367	35	8	Weighted A* 4

تست دوم: (برای تست کیس دوم، IDS را در نظر نگرفتم و از تست کیس جدید که در سایت قرار داده شد، استفاده کردم)

میانگین زمان اجرا	تعداد استیت های دیده شده	پاسخ مسئله (حداقل زمان لازم برای رساندن دیزی ها)	
8.32867	3897	12	BFS
-	-	-	IDS
6.43810	3626	12	A*
5.35620	3626	12	Weighted A* 1.6
5.67352	3626	12	Weighted A* 4

تست سوم: (برای تست کیس سوم، IDS را در نظر نگرفتم و از تست کیس جدید که در سایت قرار داده شد، استفاده کردم)

میانگین زمان اجرا	تعداد استیت های دیده شده	پاسخ مسئله (حداقل زمان لازم برای رساندن دیزی ها)	
6.02601	5150	21	BFS
-	-	-	IDS
4.02167	4593	21	A*
4.30182	4593	21	Weighted A* 1.6
6.01321	4593	21	Weighted A* 4

نتیجه گیری : در حالت کلی، الگوریتمی که انتخاب میکنیم، بستگی به عوامل متفاوتی دارد. به عنوان مثال در $Weighted A^*$ نسبت به A^* ، مزیت این است که الگوریتم سریعتر اجرا میشود ولی نقص آن این است که ممکن است جواب بهینه را به ما ندهد. یا الگوریتم BFS نسبت به الگوریتم IDS، بسیار سریعتر است ولی فضای بیشتری نسبت به آن نیاز دارد پس یعنی با توجه به نیازمان باید انتخاب کنیم. اگر زمان برای ما مسئله مهمی بود و امکان این وجود داشت که از بهینگی صرف نظر کنیم، الگوریتم $weighted a^*$ برای ما مناسب است. اگر حافظه کمی داشته باشیم و بهینگی نیز مهم است، الگوریتم IDS برای ما مناسب است و اگر زمان و بهینگی برای ما مهم بود، از BFS میتوان استفاده کرد. الگوریتم A^* نیز نسبت به BFS برتری دارد زیرا یک الگوریتم سرچ آگاهانه میباشد.

پس در نهایت ما باید با توجه به شرایط تصمیم بگیریم و بهترین الگوریتم را انتخاب کنیم.