



# Computer Graphics

---

## 3. Geometric Modeling

Numazu College of Technology  
Dept. of Computer & Control  
CG·CAD/CAM Laboratory

Version 1.1 2006.03.31

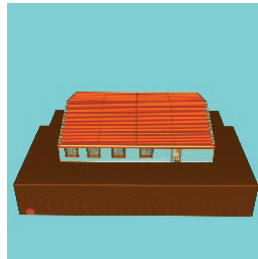


### 3. 形状モデル (Geometric Model)

---

- 3. 1 形状モデル(形状モデリング)
- 3. 2 形状モデルの分類
- 3. 3 ワイヤフレームモデル
- 3. 4 サーフェイスモデル
- 3. 5 ソリッドモデル
- 3. 6 CSGモデル
- 3. 7 B-Repsモデル
- 3. 8 空間格子モデル

## 形状モデルの利用例



### 3. 1 形状モデル(形状モデリング)



実体



コンピュータに取り込む



形状モデル

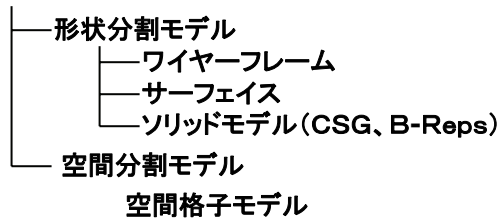
実体をコンピュータが理解できる形式に変換する

形状モデリング

形状モデル

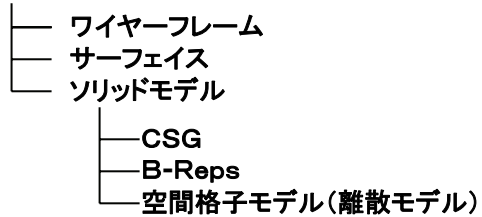
## 3. 2 形状モデルの分類

### 形状モデル(分割手法で分類)

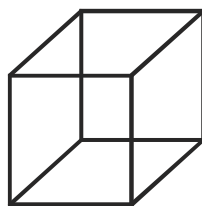


一般的

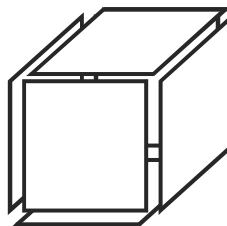
### 形状モデル(表現手法で分類)



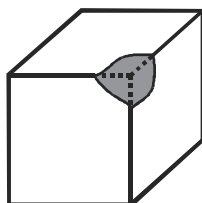
## 形状モデルの概念比較



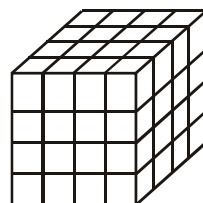
ワイヤーフレームモデル



サーフェイスモデル

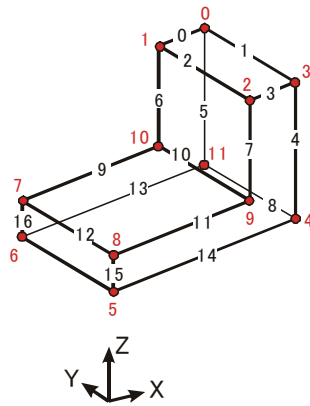


ソリッドモデル



空間格子モデル

### 3.3 ワイヤフレームモデル



頂点テーブル

頂点番号	x	y	z
0	25	15	15
1	20	15	15
2	20	5	15
3	25	5	15
4	25	5	2
5	5	5	2
6	5	15	2
7	5	15	5
8	5	5	5
9	20	5	5
10	20	15	5
11	25	15	2

辺 テーブル

辺番号	START	END
0	0	1
1	0	3
2	1	2
3	2	3
4	3	4
5	0	11
6	1	10
7	2	9
8	4	11
9	7	10
10	9	10
11	8	9
12	7	8
13	6	11
14	4	5
15	5	8
16	6	7
17	5	6

### ワイヤフレームモデルの特徴

ワイヤー(針金)で形状を組み立てる方式

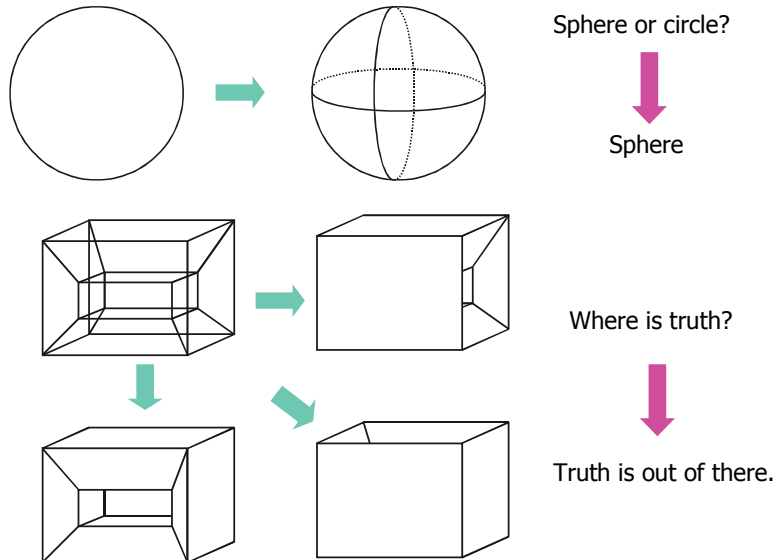
#### 長所

- ・データ構造が簡単である
- ・複雑な形状でも高速処理が可能

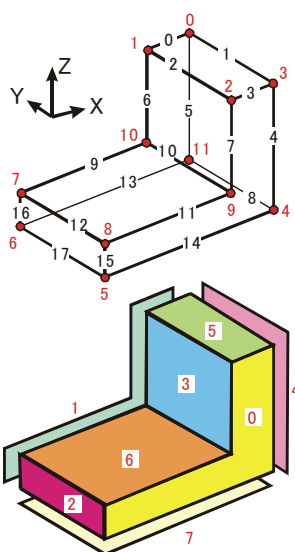
#### 短所

- ・円筒面、曲面の表現が困難
- ・描画される形状の解釈が困難
- ・面の概念を持たないため隠面・線処理不可

## ワイヤーフレームモデルの問題点の例



## 3. 4 サーフェイスモデル



頂点テーブル

頂点番号	x	y	z
0	25	15	15
1	20	15	15
2	20	5	15
3	25	5	15
4	25	5	2

辺 テーブル

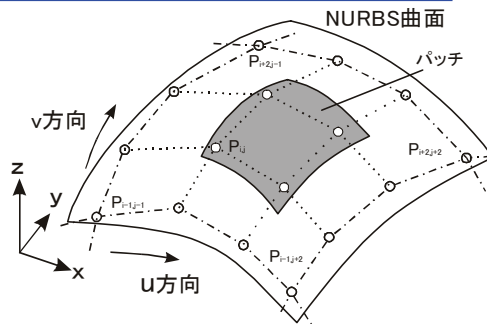
辺番号	START	END
0	0	1
1	0	3
2	1	2
3	2	3
4	3	4
	0	

面テーブル

面	辺	L0	L1	L2	L3	L4	L5
0		4	3	7	11	15	14
1		0	6	9	16	13	5
2		16	17	15	12		
3		2	6	10	7		
4		1	5	8	4		
5		0	2	2	1		
6		9	12	11	10		
7		14	8	8	17		

## 曲面表現

### Non-Uniform Rational B-Spline



$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) M_{j,l}(v) w_{ij} P_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) M_{j,l}(v) w_{ij}}$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t)$$

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & (t_i \leq t \leq t_{i+1}) \\ 0 & (t < t_i, t_{i+1} < t) \end{cases}$$

$$T = [t_0, t_1, \dots, t_{n+k-1}]$$

その他の曲面式

Coons曲面, B-Spline曲面, Bezier曲面

## サーフェイスモデルの特徴

ワイヤフレームに面情報を付加したデータ形式

(CGの世界では今でも使用されている)

### 長所

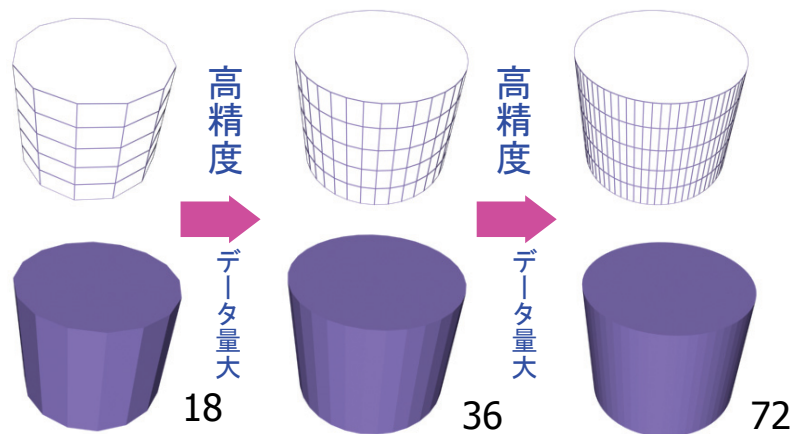
- ・データ構造が比較的簡単である
- ・面情報に基づいて高速処理描画が可能
- ・曲面の表現が可能(FEM、曲面加工が可能)

### 短所

- ・面と面の関係がないため立体として認識ができない
- ・曲面の精度を上げるとデータ量が増える
- ・面の裏表が無い内部の有無表現ができない  
(マスコプロパティ計算ができない)

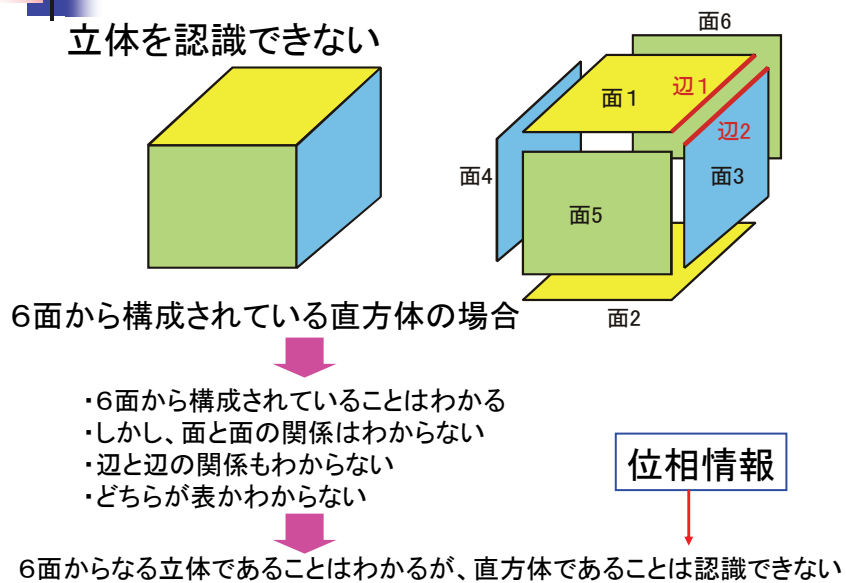
## サーフェースモデルの問題点の例

### 曲面の分割と精度



## サーフェースモデルの問題点の例

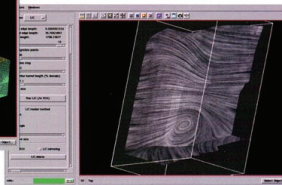
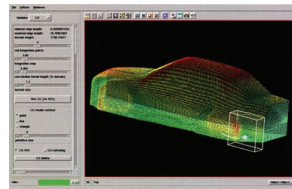
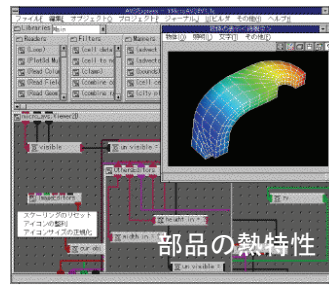
### 立体を認識できない



### 3. 5 ソリッドモデル(Solid Model)

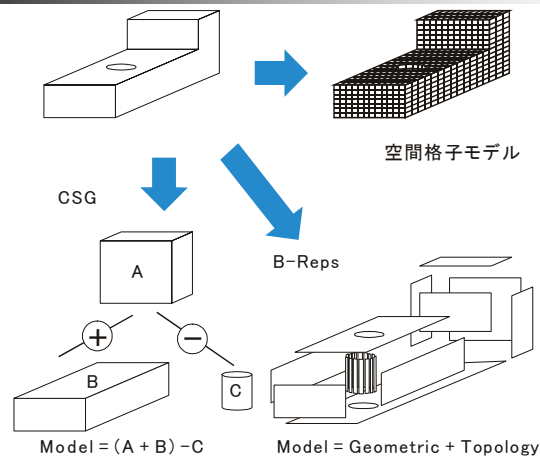
#### ソリッドモデルの利用例

立体を内部情報を含めて表現(主流となりつつある)



クボタ・ケー・ジー・ティーのHPより(<http://www.kgt.co.jp/>)

### ソリッドモデルの特徴と概念比較



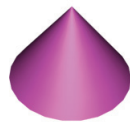
- ・形状の内部情報を持つためマスパロパティ計算が可能
- ・幾何形状を認識できる
- ・形状間の衝突チェックが可能となる



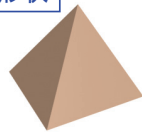
### 3. 6 CSGモデル

#### Constructive Solid Geometry

プリミティブ形状



円錐



ピラミッド



円柱



トーラス



ボックス



球

個々のプリミティブは数式で表現する

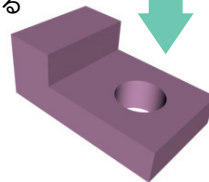
球:半径( $r$ )

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

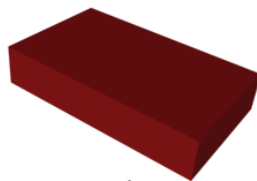
円柱(円筒):半径( $r$ )

$$x^2 + y^2 - z^2 = r^2$$

セットオペレーション  
(形状間の論理演算)



#### セットオペレーション例



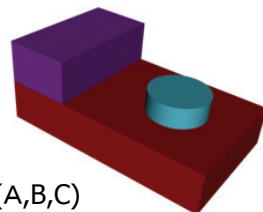
A



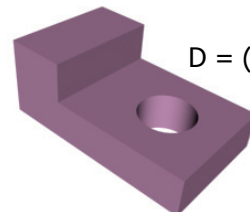
B



C



$D = f(x(A, B, C))$



$D = (A + B) - C$

## CSGモデルの特徴

形状を数式で表されたプリミティブの集合演算で表現

1973に北大沖野教授が提案 TIPS-1

### 長所

- ・データ構造が簡単でかつ、生成手順を示す
- ・生成過程での形状の変更が容易
- ・形状の妥当性と形状精度が保証される

### 短所

- ・数式で保持しているため描画が遅い(ポリゴン化が必要)
- ・複雑な処理(例えば干渉計算)を行う場合、数式間の演算が発生し処理時間を要する
- ・自由曲面を数式立体として持つことが困難

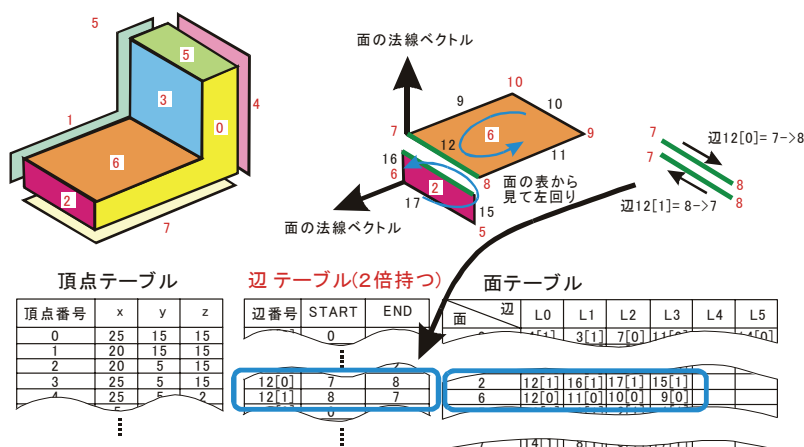
Feature Model

### 現状

現在は形状の入力手法として利用されている

## 3. 7 B-Reps(境界表現)モデル

### Boundary-Representations

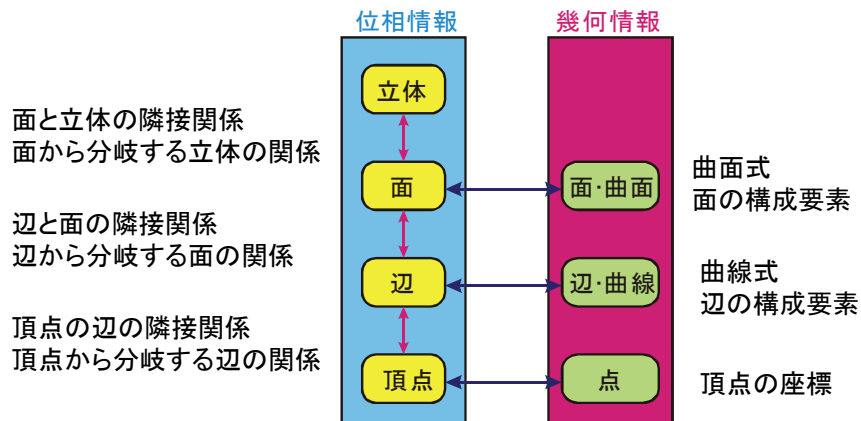


以上は幾何情報であり、さらに面と面の構成情報(位相情報)を持つ

# カーネルデータの概念

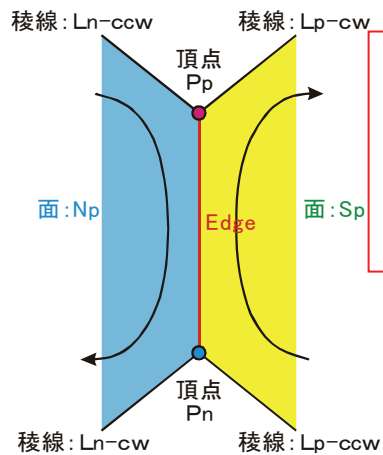
幾何情報と位相情報から成り立つ  
(geometry) (topology)

現在主流の形状モデル



## 位相データの持ち方(Winged-Edge)

Winged-Edgeデータ構造(現在主流のデータ構造)



データ構造とルール

- ・1本の稜線の上下には必ず2つの頂点 (Pp,Pn)が存在する
- ・1本の稜線の左右には必ず2つの面(Sp,Sn)が存在する
- ・2つの頂点からは2本ずつ稜線が存在する

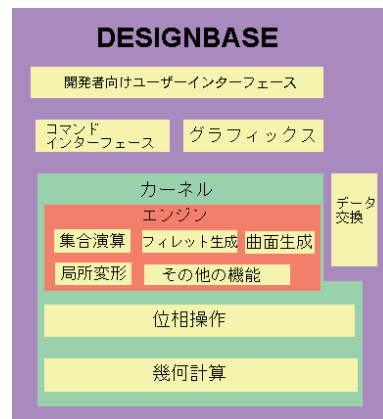
稜線(Edge)

頂点 Pp	頂点 Pn
稜線 Lp-cw	稜線 Ln-cw
稜線 Lp-ccw	稜線 Ln-ccw
面 Sp	面 Np

近年はさらに発展した half-edge -> radial-edgeになってきている

## カーネルの構成例

DesignBaseの構成図



<http://www.ricoh.co.jp/designbase/concept/index.html>

## B-Repsモデルの特徴

形状を面主体の幾何情報と位相情報で表現

**長所** 1973に英ケンブリッジ大I.C.Braidが提案 BUILD

- ・面データが主体なので表示が高速で美しい
- ・生成過程での形状の局所変更が容易

### 短所

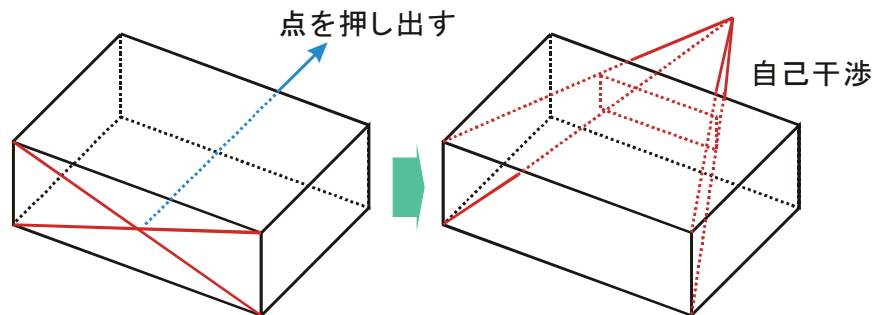
- ・存在できない形状の生成を許してしまう
- ・データ構造が複雑であるため、複雑な処理(例えば干渉計算)を行う場合、処理時間を要する
- ・曲面の多面体化による精度の劣化をまねく

### 現状

現在はCAD用形状モデルの標準となっている

## B-Repsの問題点の例

変形により位相が異なる形状が生成される

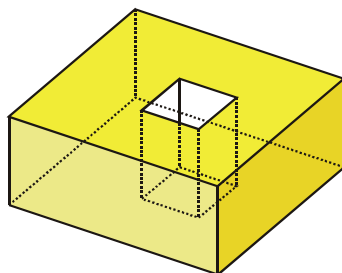


## B-Repsの問題点の解決法 (Euler Operation)

Euler Poincare Equation : 位相構造の矛盾を検出

$$v - e + f - r = 2(b - h)$$

v:頂点の数      e:辺の数      f:面の数  
r:面の内部ループ数      b:物体の数      h:物体を貫通する穴の数



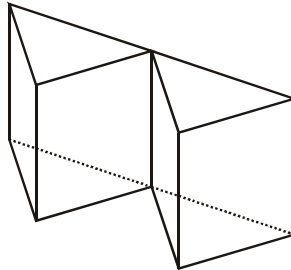
$$v - e + f - r = 2(b - h)$$



$$16 - 24 + 10 - 2 = 2(1 - 1)$$

## B-Repsで表現できない形状

非多様体



従来のWinged-Edge  
では表現できない

データ構造

Radial-edge

Euler式

$$v - e + (f - r) - (V - V_h + V_c) = C - C_h + C_c$$

V, V<sub>h</sub>, V<sub>c</sub> はそれぞれ、volume, volume の貫通穴, volume の空洞の個数  
C, C<sub>h</sub>, C<sub>c</sub> は連結成分, 貫通穴, 空洞の個数)

## 現在主流のカーネルモデル

・ACIS(仏Dassault Systems系-米Spatial Technology)

from・Z(CG)、AutoCAD, TurboCAD, CADKEY

ファイル形式: \*.SAT

<http://www.spatial.co.jp/>

・Parasolid(米Unigraphics Solutions)

Solidworks, SolidEdge, SolidMAN, MasterCAM Solid(CAM)

ファイル形式: \*.x\_b

<http://www.ugsjapan.com/>

・Designbase(日Richo)

図脳Century3D, MicroCADAM Helix

<http://www.ricoh.co.jp/designbase/>

現在流通する形状データ \*.sat, \*.stl, \*.dxf, \*.obj, \*.igs

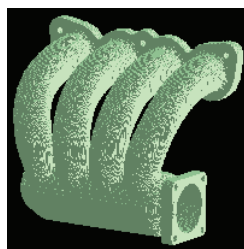
インターネット上で流通 \*.wrl(VRML), \*.xvl(Lattice Kernel)

## まとめ(ソリッドモデルの特徴)

### ソリッドモデルの特徴

形状モデル	長 所	短 所
CSG	データ構造が簡単 データ量が少ない 形状の正当性が保証される B-Repへの変換可能 変形のやり直しが簡単	局所変形が困難 曲面の表現が困難 グラフィック表示が遅い 工具経路生成複雑 図面化が困難
B-Rep	局所変形が容易 曲面の表現が容易 グラフィック表示が高速 工具経路生成簡単 図面化が容易	データ構造が複雑 データ量が多い 形状の正当性が保証されない CSGへの変換が困難
空間格子	データ構造が簡単 形状は空間一意性を持つ 工具経路生成が簡単 形状処理が簡単 干渉チェックが高速 マスプロパティ計算が容易	精度を上げるとデータ量膨大 他のモデルへの変換が困難 データ量が姿勢に依存する

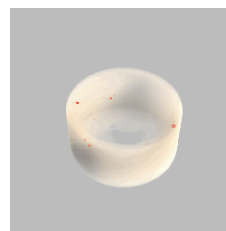
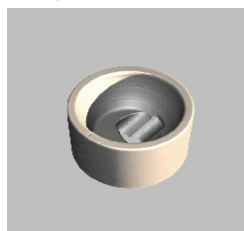
## 3. 8 空間格子モデル



マニホールドの検査

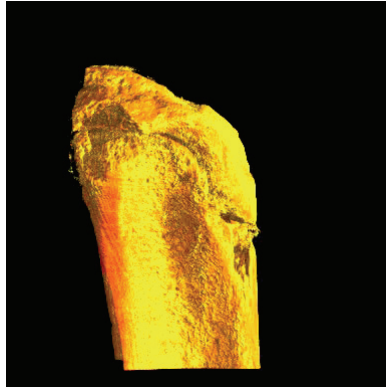


オルタネータの非破壊検査と熱解析



ターボエンジン部品の非破壊検査

## 応用例

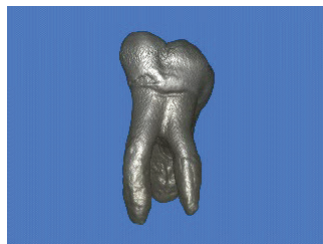


骨の可視化



エンジンプロックの可視化

## 応用例



歯の内部の可視化

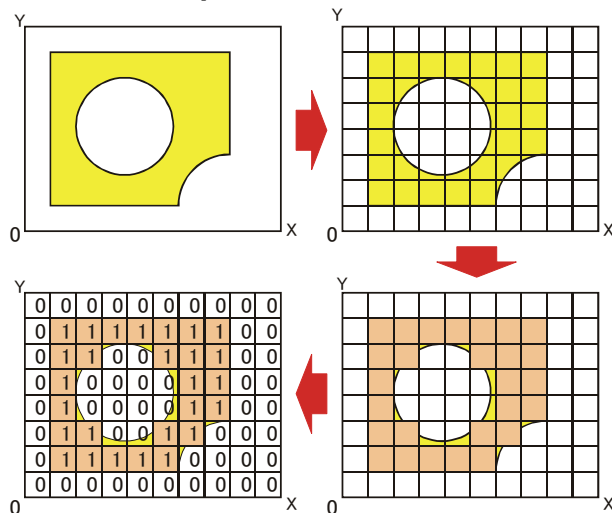
全て VGStudio により作成された映像です

<http://www.ittc.co.jp>

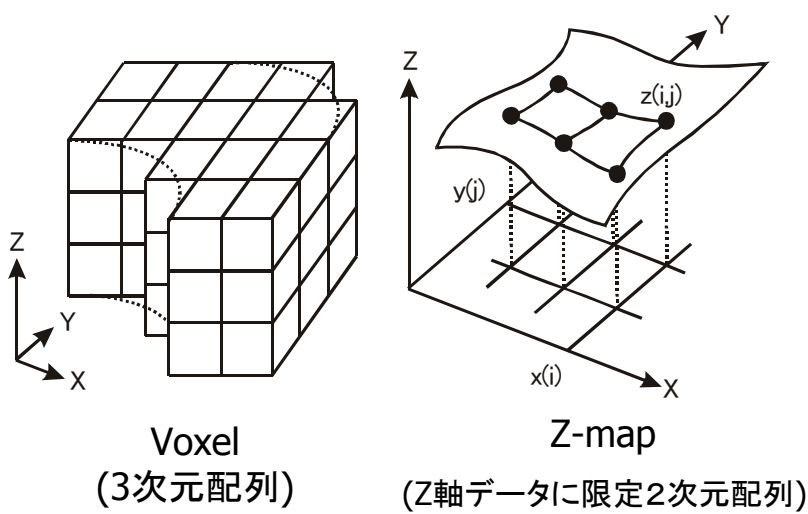


## 空間格子モデルの概念(2D)

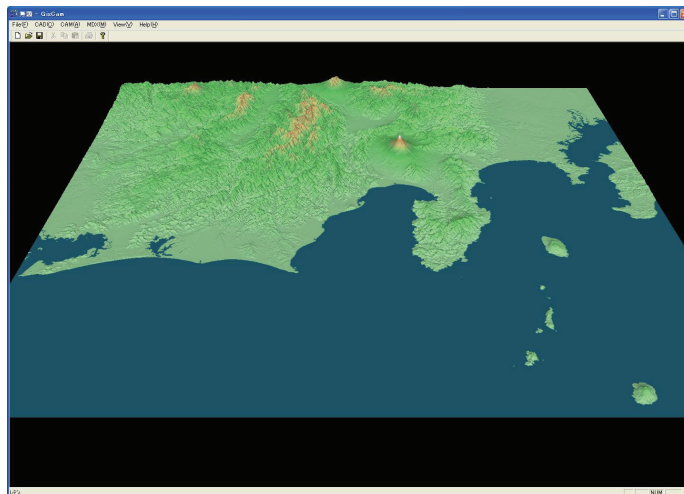
### 空間格子モデル(Spatial-Partitioning Representations)



## 空間格子モデルの種類

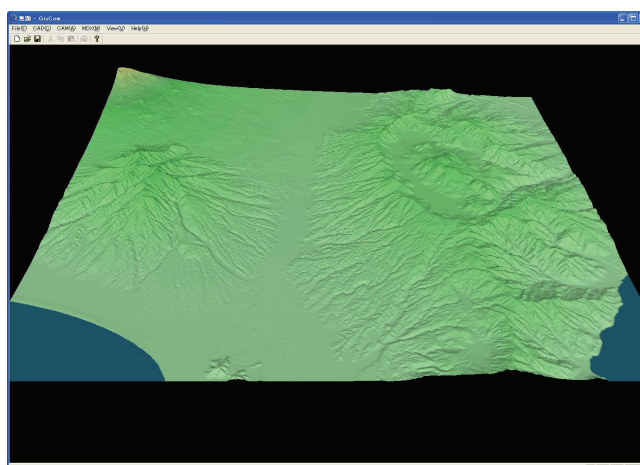


## Z-Mapモデルの応用例(静岡)



静岡県

## Z-Mapモデルの応用例(三島)



三島一箱根

## 空間格子モデルの特徴

形状を微少な直方体の集合体で表す

MRI,CTなど画像処理技術として発展してきた

### 長所

- ・データ構造が簡単
- ・加工に必要な情報(干渉,内外判定)の計算が容易
- ・画像や測定データなど取り扱うデータ形式、形状に制限がない

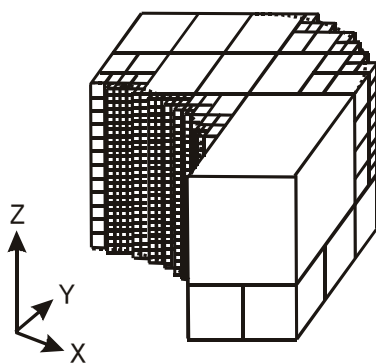
### 短所

- ・精度を上げようとする膨大なメモリを要求する
- ・幾何形状の画面への表示精度が劣る

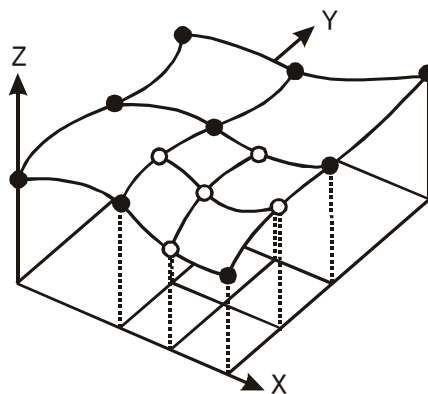
### 現状

- ・医療データの可視化技術として多用されている
- ・加工情報生成にも利用されているが、補助としての扱いが多い

## 空間格子モデルの問題点の解決手法

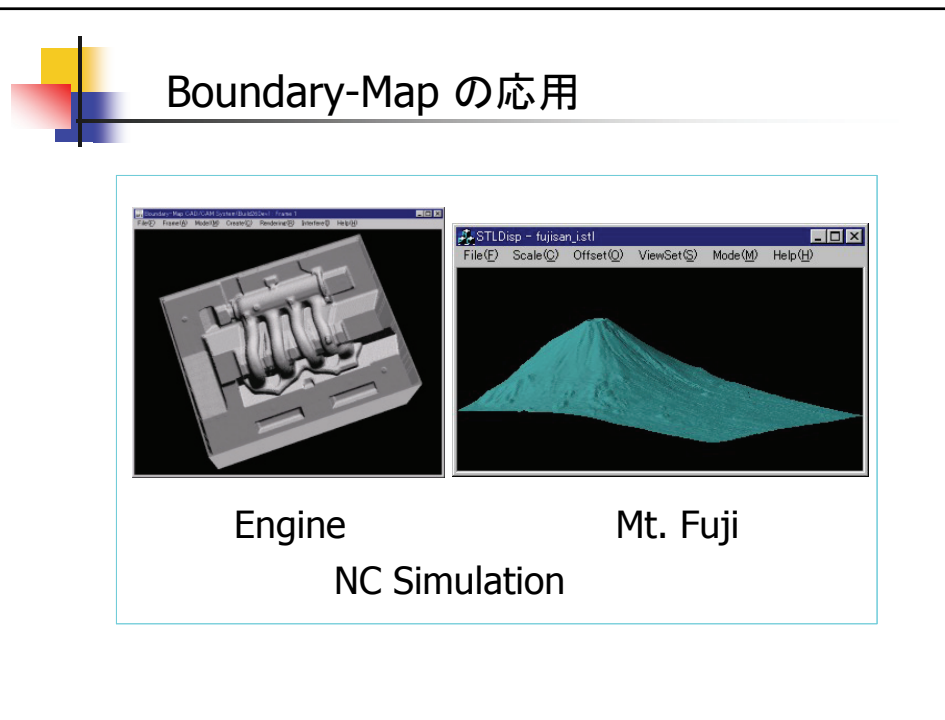
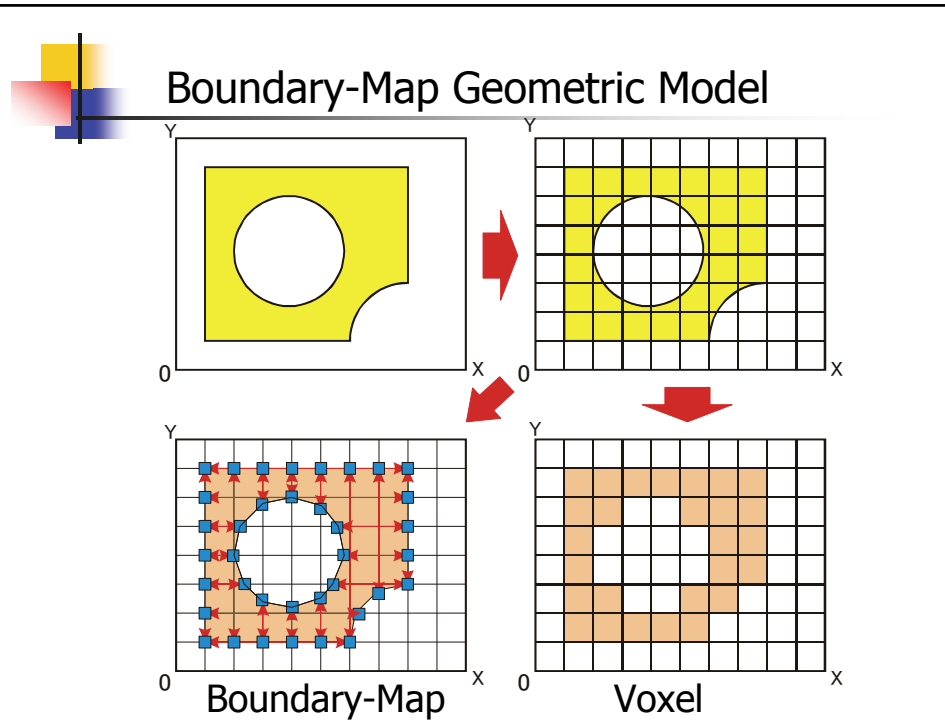


Octree

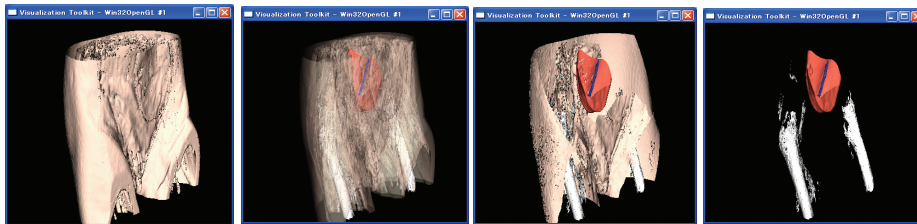
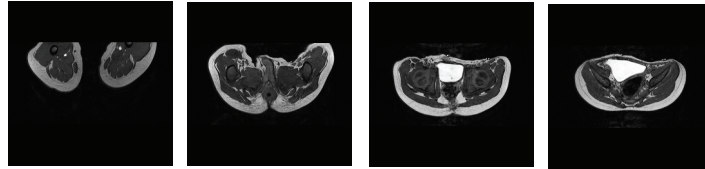


Enhanced Z-map

- ・データが複雑で管理しにくい(処理速度の低下)
- ・精度の分割領域の判定が難しい

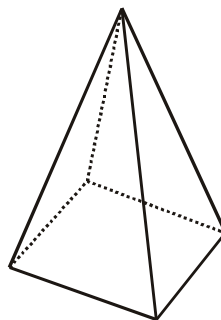


## MRIからの変換例



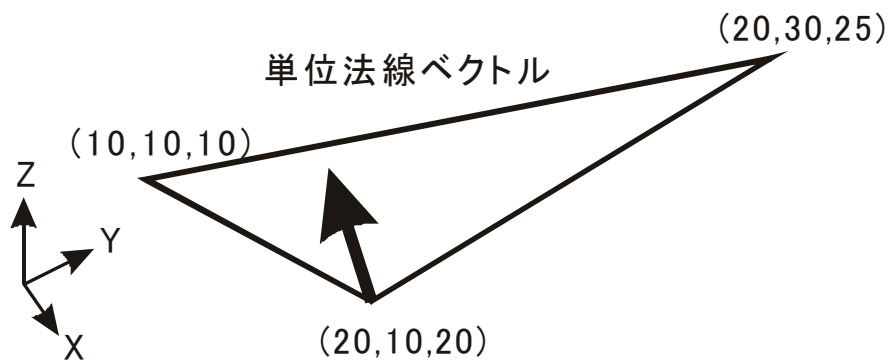
## 課題1:まとめ

問. 次の形状に対してオイラー式を作れ



## 課題2:まとめ

問. 以下に示す三角形の単位法線ベクトルを求めよ



## 課題3:まとめ

問. 次の文の空欄を埋めよ

3次元形状をコンピュータ内で表現するモデルを(1)という。これらには大きく分けてワイヤフレーム、サーフェイス、(2)の三つに大別できる。また、(2)はさらに(3),(4),(5)に大別できる。このうち、(6)はサーフェイスモデルに面の内外情報を持たせた手法で、そのデータ構造には(7)が用いられている。このデータ構造の正当性を判定するための式としては(8)が用いられる。また、(9)は数式で表現できる基本形状を和・差・積の演算により組み合わせて形状をつくる方法である。

(10)は、形状を小さな直方体(Voxel)で表現する手法で、医療に用いられる手法であるが、近年工業界にも適用する動きがある。