

Отчёт по лабораторной работе №1

по дисциплине

«Численные методы анализа»

Московкин Александр Николаевич

ИСУ: 472264

Бабич Александр Петрович

ИСУ: 412882

Группа: J3112

Санкт-Петербург, 2025

Введение

Цель работы — предложить среднеквадратическую аппроксимацию табличной функции многих переменных, проанализировать чувствительность точного решения к ошибкам округления, проверить сходимость расчетных и исходных данных.

Задачи

1. Составить в матричном виде систему линейных алгебраических уравнений для поиска коэффициентов среднеквадратического приближения g , вычислить число обусловленности матрицы.
2. Найти решение системы при помощи обратной матрицы, проверить полученное приближение с использованием данных из обучающей и тестовой выборки отдельно, рассчитать метрику `mean_absolute_error`, сравнить расчетные и исходные значения y (MEDV) на графиках.
3. Определить связь числа обусловленности матрицы системы линейных алгебраических уравнений и средней абсолютной ошибки на обучающей (train) и тестовой (test) выборках отдельно и графически отобразить результаты.

Задание 1

Система имеет вид: $X\alpha = y$. Мы хотим минимизировать ошибку приближения, которая вычисляется как:

$$(\|X\alpha - y\|_2)^2$$

Минимум функции ошибки достигается при равенстве её градиента нулю. Взяв частные производные и составив из них СЛАУ, получаем:

$$X^T X \alpha = X^T y$$

Число обусловленности матрицы $X^T X$: 225786332.83039176

Задание 2

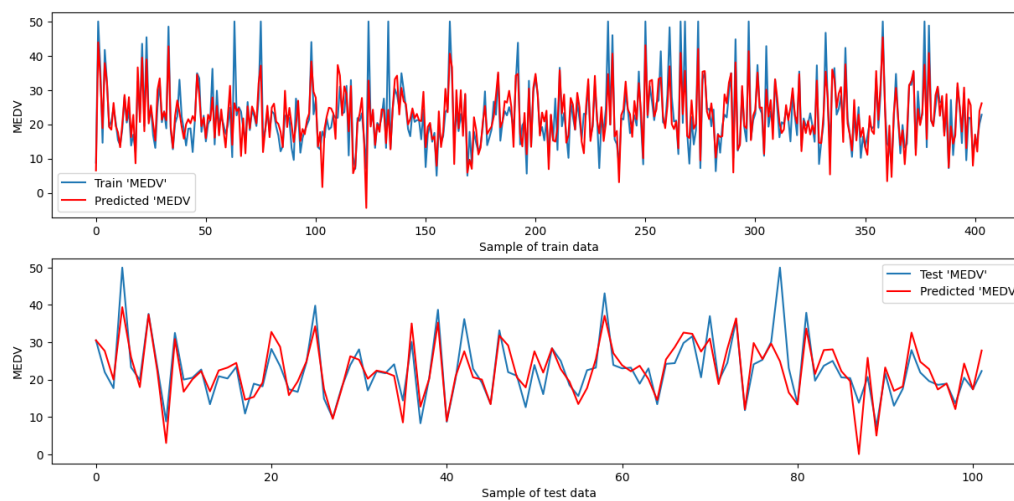


Рис. 1. Графики приближённого значения на обучающей и тестовой выборках

Зависимость числа обусловленности от MAE

Таблица 1. Результаты экспериментов

Эксперимент	Степень	Cond. число	MAE (test)	MAE (train)	Scaler
1	1	$2.26 \cdot 10^8$	3.37	3.01	Нет
2	1	93.67	3.37	3.01	Да
3	2	$1.16 \cdot 10^{20}$	1.70	2.40	Нет
4	2	$2.96 \cdot 10^{17}$	$2.41 \cdot 10^{13}$	$2.08 \cdot 10^{13}$	Да
5	3	$1.03 \cdot 10^{34}$	$2.01 \cdot 10^{-7}$	215.62	Нет
6	3	$3.00 \cdot 10^{20}$	$1.15 \cdot 10^{15}$	$9.02 \cdot 10^{20}$	Да

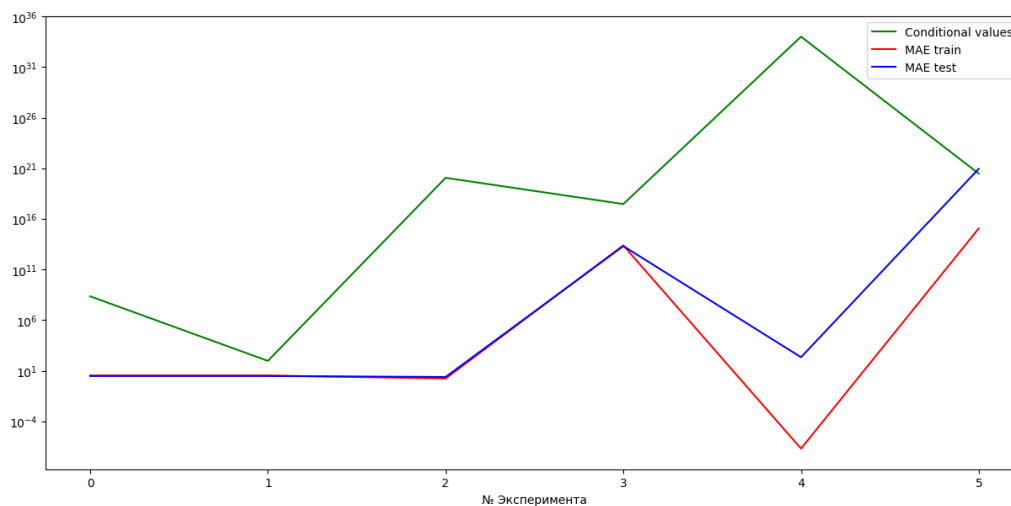


Рис. 2. Визуализация зависимости числа обусловленности от MAE

Заключение

В ходе выполнения работы было построено приближение функции по критерию минимизации расстояния, используя в качестве базисных функций степени аргумента и полиномы Чебышева. Результаты показали, что использование полиномов Чебышева позволило значительно уменьшить ошибку аппроксимации.

Приложение

Полный код доступен по ссылке: https://github.com/Sanchell10/Numerical-methods-of-analysis/blob/main/lab_1/notebooks/NM_EAI_lab_1.ipynb