

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»
Университет ИТМО

Отчёт по лабораторной работе № 3
Hard17 «Динамические хэш-таблицы с инкрементальным
рехэшированием»

Выполнил работу:

Бабич Александр Петрович

Академическая группа: №J3112

Санкт-Петербург 2025

1 Введение

Задача: вместо мгновенного удвоения таблицы при переполнении, элементы постепенно перемещаются в новую таблицу. Доказать, что сложность вставки останется $O(1)$ при большом количестве коллизий. Традиционное рехэширование при достижении порогового коэффициента заполнения вызывает скачкообразный рост задержек. Инкрементальный подход решает эту проблему через постепенную миграцию данных. Проверим это с помощью метода бух. учета. Каждая операция рассматривается как хозяйственная операция, имеющая фиксированную цену двух денег, которая покрывает как фактические «затраты» на выполнение операции, так и формирование «резерва» для сглаживания пиковых нагрузок во время рехэширования.

2 Общий принцип и методология учёта

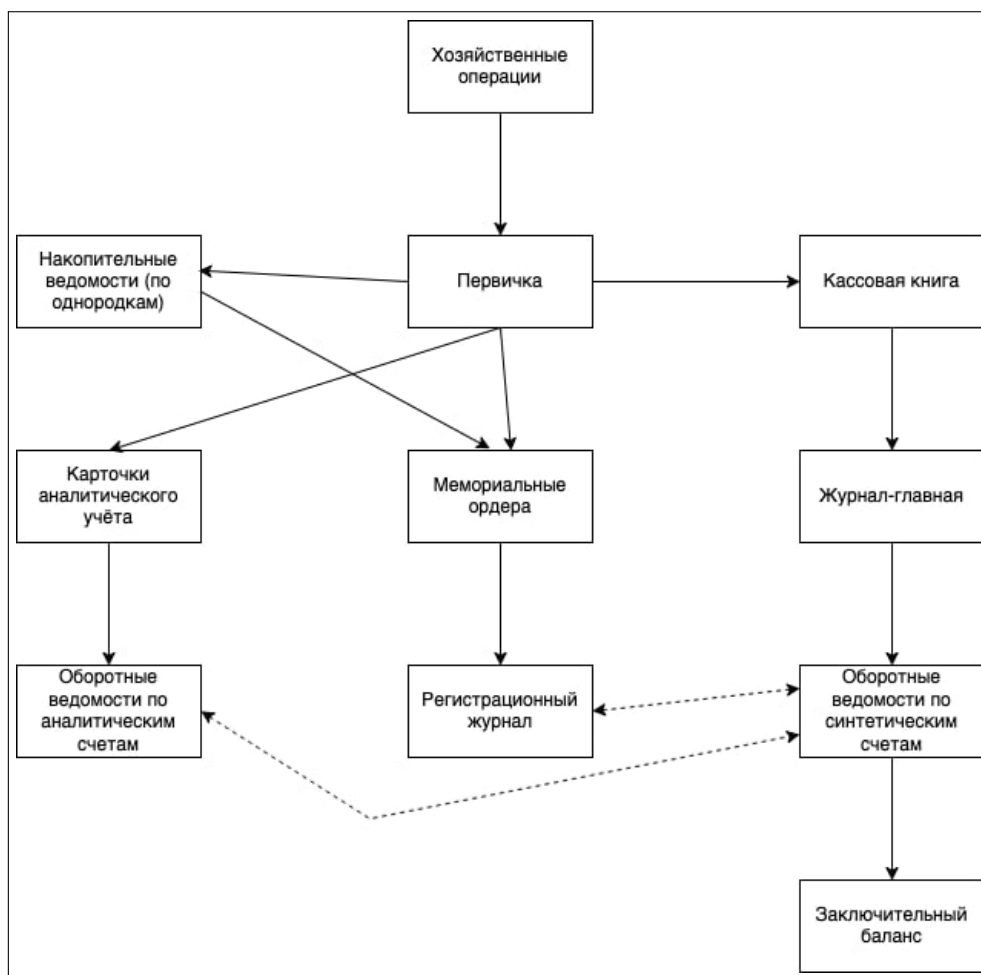


Рис. 1: Регистры учёта

2.1 Базовые принципы работы хэш-таблицы

- **Хэш-функция:** Преобразует ключ в индекс массива: $h(k) = k \bmod m$, где m - размер таблицы
- **Разрешение коллизий:** Метод цепочек.
- **Коэффициент заполнения:** $\alpha = n/m$, где n - число элементов

2.2 Метод инкрементального рехэширования

- В традиционном подходе рехэширования таблица удваивается сразу, что может привести к резкому увеличению затрат по памяти до $O(N)$. Инкрементальный рехэш подразумевает, что элементы постепенно перемещаются в новую таблицу, что позволяет избежать резких скачков затрат по времени, оставляя $O(1)$.

2.2 Стоимость операций по бухгалтерскому учету

Тип операции	Фактическая стоимость	Отчисление в резерв	Общая стоимость
Вставка без переноса (б/п)	1 деньга	1 деньга	2 деньга
Вставка с переносом (с п.)	2 деньга	0 денег	2 деньга

2.2 План счетов

№ счета	Наименование	Тип счета	Назначение
50	«Касса»	Активный	Учёт денежных средств
90	«Себестоимость»	Затратный	Фактические затраты
96	«Резервы»	Пассивный	Накопленный резерв

2.3 Расширенный журнал операций

№	День	Описание	Дебет	Кредит	Сумма
1	1	Поступление оплаты (№1)	50	00	2
2	1	Себестоимость (№1, б/п)	90	00	1
3	1	Резерв (№1)	00	96	1
4	2	Поступление оплаты (№2)	50	00	2
5	2	Себестоимость (№2, б/п)	90	00	1
6	2	Резерв (№2)	00	96	1
7	3	Поступление оплаты (№3)	50	00	2
8	3	Себестоимость (№3, б/п)	90	00	1
9	3	Резерв (№3)	00	96	1
10	4	Поступление оплаты (№4)	50	00	2
11	4	Себестоимость (№4, б/п)	90	00	1
12	4	Резерв (№4)	00	96	1
13	5	Поступление оплаты (№5)	50	00	2
14	5	Себестоимость (№5, с п.)	90	00	2
15	6	Поступление оплаты (№6)	50	00	2
16	6	Себестоимость (№6, с п.)	90	00	2

2.5 Сальдо счетов

Счёт	Тип	Сальдо	Формула и пояснение
50 «Касса»	Активный	12	<p>6 операций \times 2 деньги = 12.</p> <p>Это общая сумма денег, поступившая в систему. Каждая вставка приносит 2 деньги: 1 на фактическую вставку, 1 — в резерв.</p>
90 «Себестоимость»	Затратный	8	<p>4 обычные вставки \times 1 + 2 вставки с переносом \times 2 = 8.</p> <p>Этот счёт показывает реальные затраты на выполнение операций. При переносе счёт увеличивается, отражая удорожание операции.</p>
96 «Резервы»	Пассивный	4	<p>4 обычные вставки (без переноса) \times 1 деньга = 4.</p> <p>Это накопленные средства, которые не были потрачены сразу, а отложены на будущие переносы.</p>

2.6 Проверка доказательства

$$\text{Амортизированная стоимость} = \frac{\sum \text{Фактические затраты} + \text{Резерв}}{n} = \frac{8 + 4}{6} = 2$$

\Rightarrow рехэш выполняется за $O(1)$

4 Общий итог и выводы

- ▷ **Корректность распределения:** $\text{Сальдо}_{50} = \text{Сальдо}_{90} + \text{Сальдо}_{96}$
- ▷ **Роль резервирования:** Покрытие переменных затрат через накопленный резерв
- ▷ **Постоянство амортизированной стоимости:** $O(1)$ при инкрементированном рехэше

Пояснение:

- Сумма всех поступлений в кассу (50) равна 12.
- Эти деньги распределились на:
 - 8 денег — на оплату реальных затрат (90, себестоимость).
 - 4 деньги — накопились в резерве (96), который в дальнейшем покрывает стоимость переноса элементов.
- Таким образом, выполняется основное бухгалтерское равенство:

$$\text{Сальдо}_{50} = \text{Сальдо}_{90} + \text{Сальдо}_{96} \quad \Rightarrow \quad 12 = 8 + 4.$$

- Это равенство гарантирует, что **амортизированная стоимость каждой операции** действительно составляет 2 деньги.
- Модель устойчива: если даже через k операций потребуется массовый перенос, резерв (96) уже накоплен заранее.

5 Заключение

Механизм резервирования (инкремента рехэширования) обеспечивает амортизированную стоимость операций $O(1)$. Минимальная стоимость — **2 деньги**, что подтверждается балансом между фактическими затратами и резервными отчислениями (инкрементом и добавлением в таблицу).