

CLASE 5

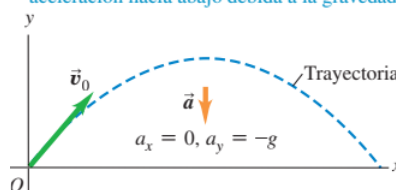
MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Un ejemplo de movimiento con aceleración constante es el movimiento de un proyectil. Se trata del **movimiento bidimensional** de una partícula lanzada horizontalmente u oblicuamente en el aire. El movimiento ideal de una pelota de fútbol pateada, una bala disparada por un rifle o una pelota de básquet lanzada al aro, son ejemplos del movimiento de un proyectil.

Para analizar este tipo de movimiento tan común, partiremos de un modelo idealizado que representa el proyectil como una partícula con aceleración constante (debida a la gravedad), tanto en magnitud como en dirección. Se ignoran los efectos de la resistencia del aire, así como la curvatura y rotación de la Tierra. Como todos los modelos, éste tiene limitaciones. La curvatura de la Tierra debe considerarse en el vuelo de misiles de largo alcance; asimismo, la resistencia del aire es de importancia vital para un paracaidista. No obstante, aprenderemos mucho analizando este modelo sencillo. En adelante, la frase “movimiento de proyectil” implicará que se desprecia la resistencia del aire.

El movimiento de un proyectil se limita a un plano vertical, como se muestra en la figura, determinado por la dirección de la velocidad inicial, lo cual se debe a que la aceleración causada por la gravedad es exclusivamente vertical: la gravedad no puede acelerar el proyectil de forma lateral. Por lo tanto, este movimiento es *bidimensional*. Llamaremos al plano de movimiento, el plano de coordenadas xy , con el eje x horizontal y el eje y vertical hacia arriba.

- Un proyectil se mueve en un plano vertical que tiene un vector velocidad inicial \vec{v}_0 .
- Su trayectoria depende sólo de \vec{v}_0 y de la aceleración hacia abajo debida a la gravedad.



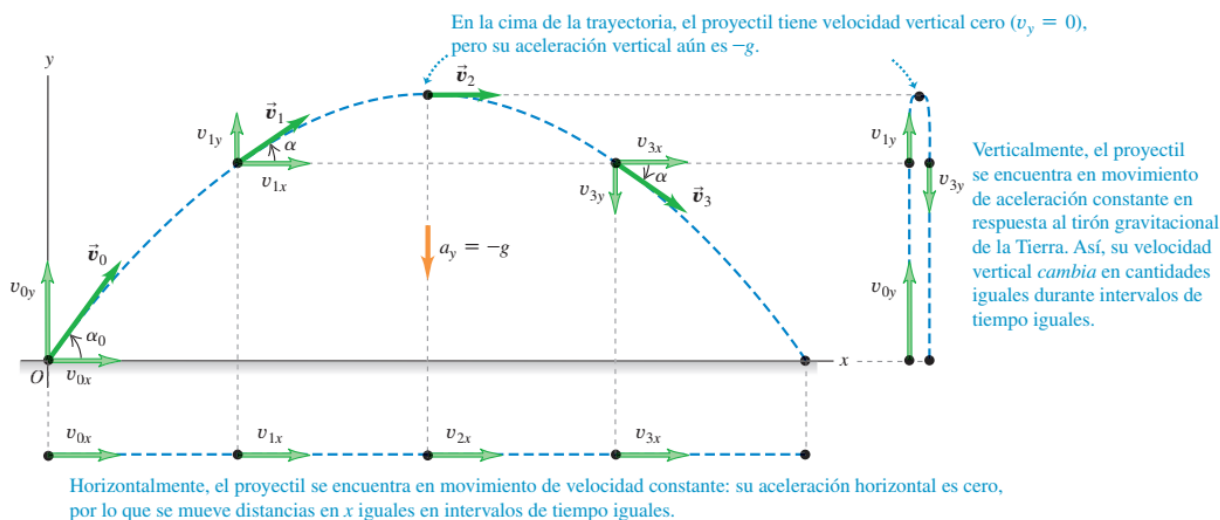
3.16 La pelota roja se deja caer desde el reposo y la amarilla se proyecta horizontalmente al mismo tiempo.



- En un instante determinado, ambas pelotas tienen la misma posición y , velocidad en y y aceleración en y , a pesar de tener diferentes posición y velocidad en x .
- El movimiento horizontal de la pelota amarilla no tiene efecto sobre su movimiento vertical.

La clave del análisis del movimiento de proyectiles es que podemos tratar por separado las coordenadas x e y . En la **figura 3.16** se ilustra esto para dos proyectiles: una pelota roja que cae a partir del reposo y una pelota amarilla proyectada horizontalmente desde la misma altura. La figura muestra que el movimiento horizontal del proyectil amarillo **no** tiene efecto sobre su movimiento vertical. Para ambos proyectiles, la componente x de la aceleración es cero, y la componente y es constante e igual a $-g$ (por definición, g siempre es positiva, pero por las direcciones de coordenadas elegidas, a_y es negativa), es decir que **podemos expresar todas las relaciones vectoriales de posición, velocidad y aceleración del proyectil con ecuaciones independientes para las componentes horizontal y vertical**. En resumen, *analizaremos el movimiento de un proyectil como una combinación de movimiento horizontal con velocidad constante y movimiento vertical con aceleración constante* como se muestra en la **figura 3.17**.

3.17 Si se desprecia la resistencia del aire, la trayectoria de un proyectil es una combinación de movimiento horizontal con velocidad constante y movimiento vertical con aceleración constante.



En el eje horizontal la aceleración es cero, por lo tanto, tendremos un MRU y las ecuaciones en ese eje serán:

$$v_x = v_{0x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

En el eje vertical la aceleración es igual a $-g$ (de acuerdo al sistema de coordenadas elegido), entonces en ese eje tendremos un MRUV y las ecuaciones que los describan serán:

$$a_y = -g$$

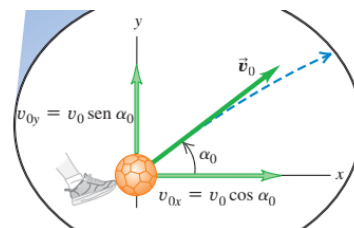
$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Por lo general, lo más sencillo es tomar la posición inicial (en $t = 0$) como el origen; así, $x_0 = y_0 = 0$. Este punto podría ser la posición de una pelota en el instante t cuando abandona la mano del lanzador, o bien, la posición de una bala cuando sale del cañón de un arma.

También podemos representar la velocidad inicial \vec{v}_0 con su magnitud v_0 (la rapidez inicial) y su ángulo α_0 con el eje $+x$ (**figura 3.18**). En términos de esas cantidades, las componentes v_{0x} y v_{0y} de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \cos(\alpha_0) \quad \text{y} \quad v_{0y} = v_0 \sin(\alpha_0)$$



Notemos que podemos obtener mucha información de las ecuaciones planteadas. Por ejemplo, en cualquier instante t , la distancia r del proyectil al origen está dada por:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

La rapidez del proyectil (la magnitud de su velocidad) en cualquier instante es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

La *dirección* de la velocidad, en términos del ángulo α que forma con el eje positivo x (ver figura 3.17), está dada por:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{v_y}{v_x}$$

El vector velocidad \vec{v} es tangente a la trayectoria en todos los puntos.

Si escribimos $y(x)$ podemos ver que la ecuación obtenida es la de una parábola (**hacerlo**) y esto es así siempre en el modelo simplificado de movimiento de proyectiles. Cuando la resistencia del aire *no* es despreciable, el cálculo de la trayectoria se vuelve mucho más complicado; los efectos de dicha resistencia dependen de la velocidad, por lo que la aceleración ya no es constante y si el efecto de la resistencia del aire es muy grande, la altura máxima y el alcance se reducen y la trayectoria ya no es una parábola.

Problemas de ejemplo:

- 1) Un bateador golpea una pelota de béisbol de modo que ésta sale del bate con una rapidez $v_0 = 37 \text{ m/s}$ y un ángulo $\alpha_0 = 53,1^\circ$.
 - a) Calcule la posición de la pelota y su velocidad cuando $t=2\text{s}$.
 - b) Determine cuándo la pelota alcanza el punto más alto de su vuelo y su altura h en ese punto.
 - c) Obtenga el *alcance horizontal* R , es decir la distancia horizontal desde el punto de partida hasta donde cae al suelo, y la velocidad de la pelota justo antes de caer.
 - 2) En un concurso para dejar caer un paquete sobre un blanco, el aeroplano de uno de los concursantes está volando horizontalmente a una velocidad constante de 155 km/h y a una altura de 225 m hacia un punto directamente arriba del blanco. ¿A qué ángulo de mira α debería ser soltado el paquete para que dé en el blanco?
-
- 3) Un jugador de fútbol patea una pelota con un ángulo de 36° respecto a la horizontal y una rapidez inicial de $15,5 \text{ m/s}$. Suponiendo que la pelota se mueva en un plano vertical, halle:
 - a) El tiempo t_1 en que la pelota llega al punto más alto de su trayectoria.
 - b) Su altura máxima.
 - c) Su alcance y tiempo de vuelo.
 - d) Su velocidad cuando llega al suelo.
 - 4) Usted lanza una pelota desde una ventana a 8m del suelo. Cuando la pelota sale de su mano, se mueve a 10m/s con un ángulo de 20° debajo de la horizontal. ¿A qué distancia horizontal de su ventana llegará la pelota al piso? Desprecie la resistencia del aire.

TAREA: Guía 3- Ejercicios 8 a 13.