CLASE 6

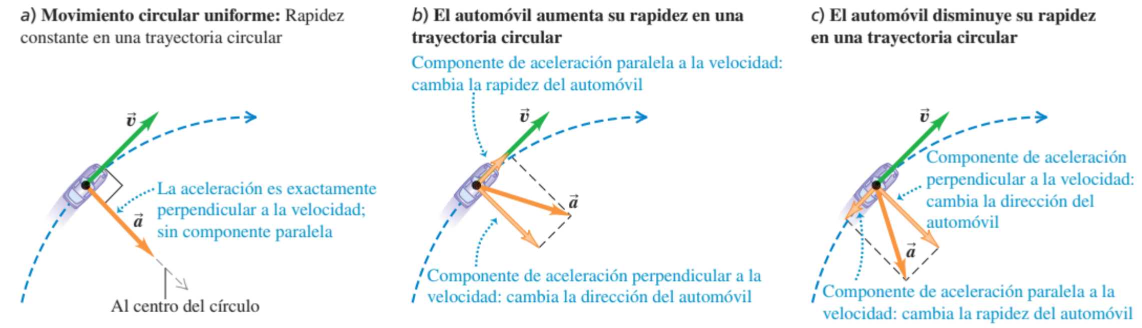
Cuando una partícula se mueve en una trayectoria curva, la dirección de su velocidad cambia, lo cual significa, como vimos la clase pasada, que la partícula *debe* tener una componente de la aceleración perpendicular a la trayectoria, incluso si la rapidez es constante. Veamos como podemos estudiar el importante caso especial de movimiento en trayectoria circular con rapidez constante.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Cuando una partícula se mueve en una circunferencia con *rapidez constante*, el movimiento se conoce como **movimiento circular uniforme**. Un automóvil que da vuelta en una curva de radio constante con rapidez constante, un satelite en orbita circular y un patinador que describe un círculo con rapidez constante son ejemplos de este movimiento. ¡Incluso, podemos vernos a nosotros mismos como partículas que participamos de un movimiento circular uniforme a causa de la rotación de la Tierra!

En un MCU no hay componente de aceleración tangente a la trayectoria porque si la hubiera cambiaría la rapidez, por lo tanto el vector aceleración es perpendicular (normal) a la trayectoria, es decir que se dirige hacia adentro (¡nunca hacia afuera!), al centro de la trayectoria circular. Esto causa el cambio en la dirección de la velocidad, sin que cambie la rapidez. (Figura 3.27)

3.27 Un automóvil con movimiento circular. Si el automóvil tiene movimiento circular uniforme como en *a*), la rapidez es constante y la aceleración se dirige hacia el centro de la trayectoria circular (compare con la figura 3.12).



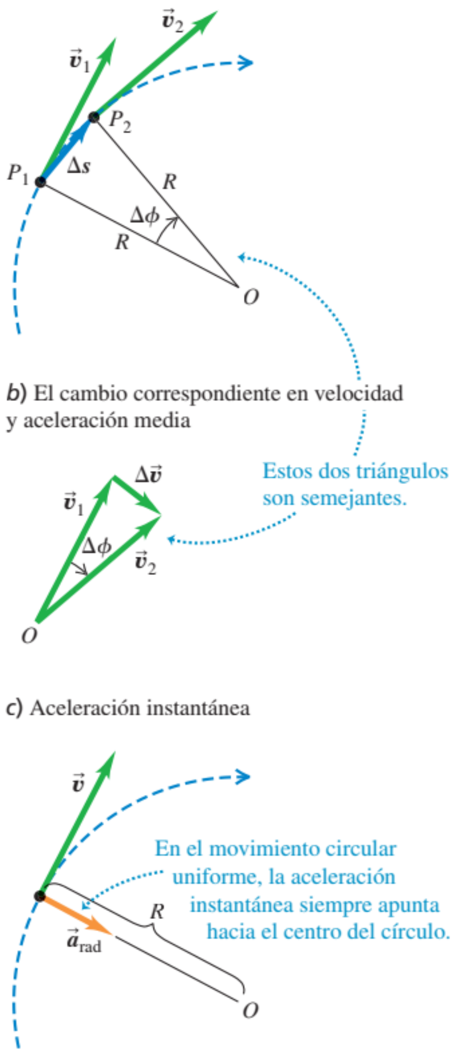
Se puede obtener una relación sencilla para la magnitud de la aceleración en un MCU. Veamos como:

3.28 Determinación del cambio de velocidad $\Delta\vec{v}$, aceleración media $\vec{a}_{med}$ y aceleración instantánea $\vec{a}_{rad}$ de una partícula que se mueve en círculo con rapidez constante.

a) Una partícula se mueve una distancia Δs con rapidez constante en una trayectoria circular.

b) El cambio correspondiente en velocidad y aceleración media

c) Aceleración instantánea



La figura 3.28a muestra una partícula que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular de radio *R* con centro en *O*. Cuando la partícula se mueve de P_1 a P_2 se desplaza un cierto vector $\Delta\vec{s}$ en un tiempo Δt. El cambio de la velocidad $\Delta\vec{v}$ durante ese tiempo se muestra en la figura 3.28b.

Los ángulos identificados como $\Delta\phi$ en las figuras 3.28a y 3.28b son iguales porque $\vec{v}_1$ es perpendicular a la linea OP_1 y $\vec{v}_2$ es perpendicular a la linea OP_2. Por lo tanto, los triángulos en las figuras 3.28a y 3.28b son *semejantes* y las razones de los lados correspondientes en tríangulos semejantes son iguales, así que $\frac{|\Delta\vec{v}|}{|\vec{v}_1|} = \frac{|\Delta\vec{s}|}{R}$ o lo que es lo mismo escrito de otra forma,

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v_1} = \frac{\Delta s}{R} \Rightarrow |\Delta\vec{v}| = \frac{v_1}{R}\Delta s$$

Entonces la magnitud de la aceleración media durante ese intervalo de tiempo es:

$$\bar{a} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v_1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Y la magnitud a de la aceleración instantánea $\vec{a}$ en el punto P_1 es el límite de esta expresión a medida que P_2 se acerca a P_1:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1}{R}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Si el intervalo Δt es muy corto, Δs es la distancia que se mueve la partícula en la trayectoria curva, de modo que $\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$ es la rapidez v_1 en el punto P_1. Asímismo, P_1 puede ser cualquier punto de la trayectoria, así que podemos omitir el subíndice y representar con v la rapidez de cualquier punto, entonces el módulo de la aceleración instantánea de un objeto que se mueve con un MCU en un punto cualquiera de su trayectoria será,

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}} \qquad (1)$$

donde R es el radio de la trayectoria circular que recorre el objeto.

Además, es importante recordar que la aceleración instantánea en cualquier punto siempre es perpendicular a la velocidad instantánea en ese punto y apuntan hacia el centro del círculo sobre su radio como se muestra en la figura 3.28c.

Cómo la aceleración en el movimiento circular uniforme siempre apunta al centro del círculo, en ocasiones se le llama **aceleración centrípeta**. La palabra “centrípeta” se deriva de dos vocablos griegos que significan “que busca el centro”.

> CUIDADO: **Movimiento circular uniforme contra movimiento de proyectiles –** Observe las diferencias entre la aceleración de un MCU y la aceleración en el movimiento de proyectiles. En ambos tipos de movimiento la *magnitud* de la aceleración es constante, sin embargo, en el MCU la *dirección* de la aceleración cambia continuamente, de manera que siempre apunta hacia el centro del círculo, mientras que en el movimiento de proyectiles la dirección de la aceleración es la misma en todo momento.

También podemos expresar la magnitud de la aceleración en el movimiento circular uniforme en términos del **periodo *T*** del movimiento, es decir, el tiempo que dura una revolución (una vuelta completa alrededor del círculo). En un tiempo *T*, la partícula recorre una distancia igual a la longitud de la circunferencia $2\pi R$, así que su rapidez es

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Al sustituir esto en la ecuación (1) obtenemos la expresión alternativa

Magnitud de la aceleración de un objeto con **movimiento circular uniforme**

$$a_{\mathrm{rad}} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \qquad (3.29)$$

Radio de la trayectoria circular de un objeto (R); Periodo de movimiento (T)

<u>EJEMPLOS:</u>

1) La Luna gira alrededor de la Tierra, haciendo una revolución completa en 27,3 días. Supongamos que la órbita es circular y que tiene un radio de $3{,}82\times10^8$m. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de la Luna hacia la Tierra?

2) Calcule la velocidad de un satélite de la Tierra, suponiendo que está viajando a una altitud *h* de 210km, donde $g = 9{,}2\,m/s^2$, porque g decrece con la altitud sobre la Tierra. Asuma que el radio R de la Tierra es de 6370km.

3) Un automóvil deportivo Aston Martin V8 Vantage tiene una “aceleración lateral” de 0,96g (es decir de $0{,}96*9{,}8m/s^2=9{,}4m/s^2$). Esta es la aceleración centrípeta máxima que puede tener el automóvil sin salirse derrapando de la trayectoria curva. Si el automóvil viaja a 40m/s constantes en una pista plana, ¿cuál es el radio R mínimo de una curva sin peralte que puede tomar?

4) En un juego mecánico, los pasajeros viajan con rapidez constante en un círculo horizontal de 5m de radio, dando una vuelta completa cada 4s. ¿Qué aceleración tienen?

==

Movimiento circular no uniforme

Hasta ahora hemos supuesto que la rapidez de la partícula es constante mientras viaja alrededor de una circunferencia. Si la rapidez varía, tenemos un **movimiento circular no uniforme**. En el movimiento circular no uniforme, la ecuación (1) nos sigue dando la componente *radial* de la aceleración $a_{rad} = v^2/R$, que siempre es *perpendicular* a la velocidad instantánea y dirigida al centro de la circunferencia. Sin embargo, puesto que la rapidez *v* tiene valores distintos en diferentes puntos de la trayectoria, el valor de a_{rad} no es constante. La aceleración radial (centrípeta) es mayor en el punto de la circunferencia donde la rapidez es mayor.

En el movimiento circular no uniforme también hay una componente de la aceleración *paralela* a la velocidad instantánea (vea las figuras 3.27b y 3.27c). Esta es la componente $a_{\|}$ que vimos la clase pasada y aquí la llamamos $a_{\tan}$ para destacar que es *tangente* a la circunferencia. La componente de aceleración tangencial $a_{\tan}$ es igual a la tasa de cambio de la rapidez. Entonces,

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \qquad \text{y} \qquad a_{\tan} = \frac{d\left|\vec{v}\right|}{dt} \qquad \text{(movimiento circular no uniforme)}$$

La componente tangencial tiene la misma dirección que la velocidad si la partícula acelera, y la dirección opuesta si frena. Si la rapidez de la partícula es constante, $a_{\tan} = 0$.

En este curso no profundizaremos sobre este tipo de movimiento.

==

Tarea:

- Guía 3: Ejercicios 14 a 17