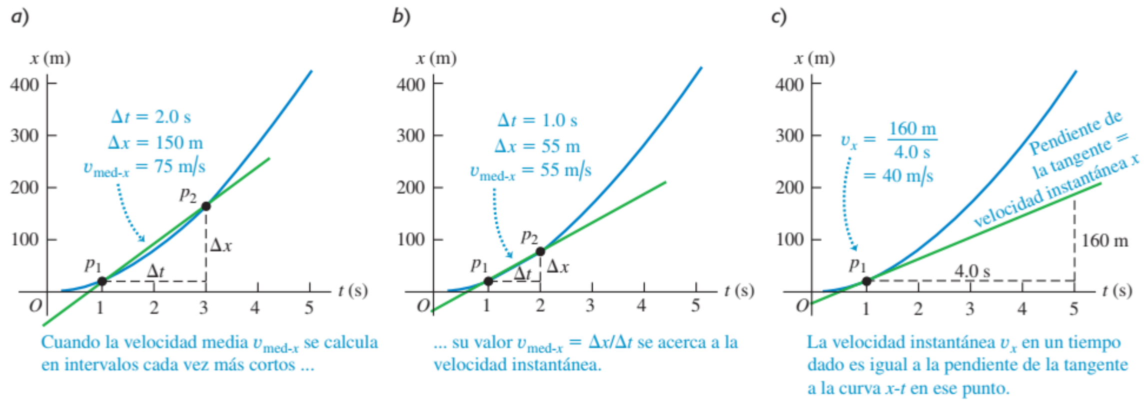
CLASE 2

VELOCIDAD INSTANTÁNEA

La velocidad instantánea es la velocidad en cada instante específico o en cada punto específico de la trayectoria.

2.7 Uso de una gráfica *x-t* al ir de *a*), *b*) velocidad media a *c*) velocidad instantánea v_x. En *c*) obtenemos la pendiente de la tangente a la curva *x-t* dividiendo cualquier intervalo vertical (en unidades de distancia) a lo largo de la tangente entre el intervalo horizontal correspondiente (en unidades de tiempo).



Supongamos que tratamos de calcular la velocidad promedio cuando el intervalo *Δt* se vuelve cada vez más pequeño. En este caso límite, en que $\Delta t \to 0$, la línea que une los puntos extremos del intervalo se aproxima a la tangente de la curva *x(t)* en un punto, y la velocidad promedio se aproxima a la pendiente de *x(t)*, la cual define la velocidad instantánea en ese punto:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Tanto Δx como Δt se hacen muy pequeños pero su cociente no necesariamente lo hace. En el lenguaje del cálculo el límite de Δx/Δt cuando Δt se acerca a cero se llama la derivada de x con respecto a t y se escribe:

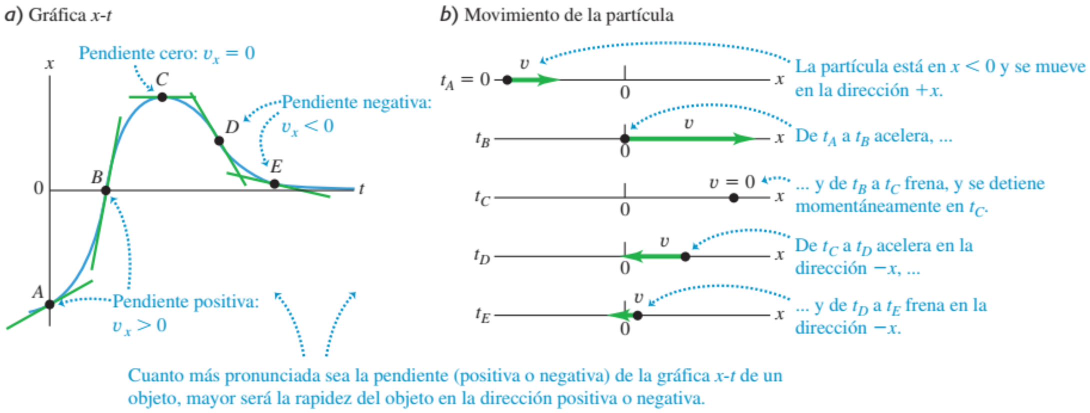
$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

En otras palabras, la velocidad instantánea es el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo se acerca a cero y es igual a la tasa instantánea de cambio de posición con el tiempo.

Así, en una gráfica de posición en función del tiempo para movimiento rectilíneo, la velocidad instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente a la curva en ese punto.

Si la tangente a la curva *x-t* sube hacia la derecha, como en la figura 2.7c, entonces su pendiente es positiva, la velocidad es positiva, y el movimiento es en la dirección +*x*. Si la tangente baja hacia la derecha, la pendiente de la gráfica *x-t* y la velocidad son negativas, y el movimiento es en la dirección -*x*. Cuando la tangente es horizontal, la pendiente y la velocidad son cero. La figura 2.8 ilustra las tres posibilidades.

2.8 *a*) Gráfica *x*-*t* del movimiento de una partícula dada. La pendiente de la tangente en cualquier punto es igual a la velocidad en ese punto. *b*) Diagrama de movimiento que muestra la posición y velocidad de la partícula en cada uno de los instantes identificados en el diagrama *x*-*t*.

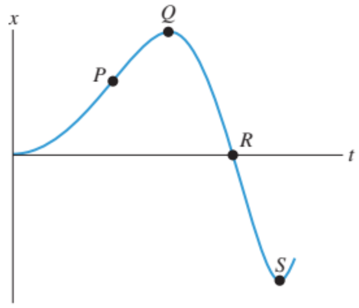


Los términos “velocidad” y “rapidez” se usan indistintamente en el lenguaje cotidiano; no obstante, en física tienen diferentes significados. **Rapidez** denota la distancia recorrida dividida por el tiempo, ya sea media o instantánea. Usaremos el símbolo ***v*** para denotar la *rapidez* instantánea, la cual mide con qué tan rápido se mueve una partícula; la *velocidad* instantánea mide con que rapidez y en que dirección se mueve. La rapidez instantánea es la magnitud de la velocidad instantánea y, por lo tanto, nunca es negativa. Por ejemplo, una partícula con velocidad instantánea $\vec{v} = 25\ \text{m/s}\ \hat{i}$ y otra con $\vec{v} = -25\ \text{m/s}\ \hat{i}$ se mueven en direcciones opuestas con la misma rapidez instantánea de 25 m/s.

Evalúe su comprensión: La figura 2.9 es una gráfica *x*-*t* del movimiento de una partícula.

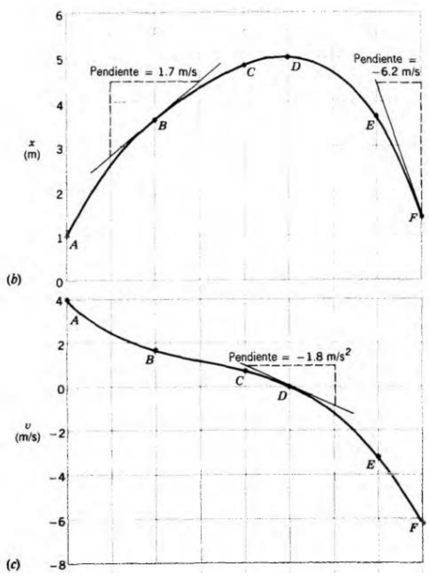
a) Ordene los valores de la velocidad de la partícula en los puntos *P, Q, R* y *S* del más positivo al más negativo.
b) ¿En que puntos es positiva la velocidad?
c) ¿En cuales puntos es negativa la velocidad?
d) ¿En cuáles es cero?
e) Ordene los valores de la *rapidez* de la partícula en los puntos *P, Q, R* y *S* del más rápido al más lento.

2.9 Gráfica *x*-*t* de una partícula.



==

EJEMPLO DE COMO GRAFICAR LA VELOCIDAD INSTANTANEA v(t) PARA UN DADO GRÁFICO DE x(t):



ACELERACIÓN

Cómo ya sabemos la velocidad de una partícula puede cambiar con el tiempo a medida que transcurre el movimiento. Así como la velocidad describe la tasa de cambio de la posición con el tiempo, la *aceleración* describe la tasa de cambio de la velocidad con el tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial. En el movimiento rectilíneo, su única componente distinta de cero está sobre el eje en que ocurre el movimiento.

En el movimiento rectilíneo consideraremos que la aceleración puede referirse tanto al aumento como a la disminución de la rapidez.

ACELERACIÓN MEDIA O ACELERACIÓN PROMEDIO

De manera análoga a como hicimos con la velocidad, podemos calcular una aceleración promedio o aceleración media como el cambio de velocidad en un cierto tiempo, es decir:

$$\vec{\bar{a}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Como vemos, la aceleración es una magnitud **vectorial** que tiene unidades de velocidad sobre unidades de tiempo, es decir que el SI sus unidades serán m/s^2.

Del mismo modo que ocurre con la velocidad media, la aceleración media no nos dice nada de cómo varía la velocidad en cada instante de tiempo, sino que depende sólo del cambio neto de velocidad durante el intervalo de tiempo considerado. CONTAR UN EJEMPLO DONDE LA VELOCIDAD LUEGO DE UN CIERTO INTERVALO DE TIEMPO VUELVE A SER LA MISMA.

ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

Podemos definir la **aceleración instantánea** siguiendo el mismo procedimiento que seguimos para definir la velocidad media. Como ejemplo, supongamos que un pilote de carreras está conduciendo en una recta como se muestra en la figura:

2.11 Vehículo de Fórmula 1 en dos puntos de la recta.

Para definir la aceleración instantánea en el punto P1, tomamos al punto P2 cada vez más cerca de P1, de modo que la aceleración media se calcule en intervalos cada vez más cortos. *La aceleración instantánea es el límite de la aceleración media a medida que el intervalo de tiempo se acerca a cero.* En el leguaje del cálculo, *la aceleración instantánea es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo*. Así

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

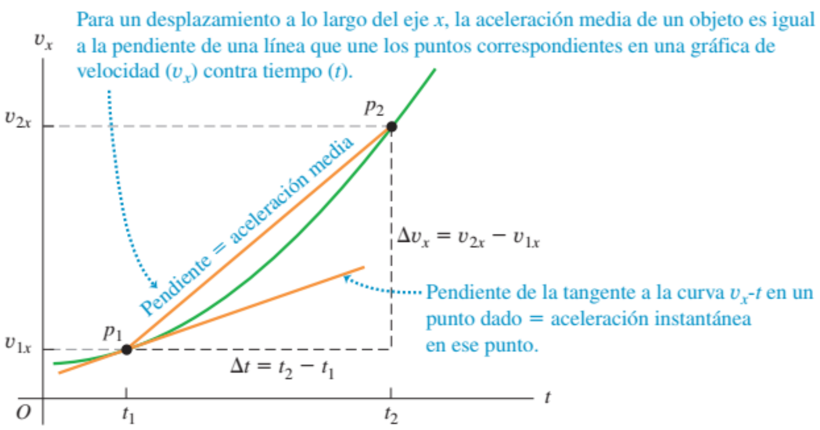
Al hablar de *aceleración*, nos referiremos siempre a la aceleración instantánea.

- **CUIDADO 1:** ¡NO CONFUNDIR ACELERACIÓN CON VELOCIDAD! La velocidad describe el cambio de la posición de un objeto a medida que transcurre el tiempo; nos indica con qué rapidez y en qué dirección se mueve el objeto. La aceleración describe cómo cambia la velocidad con el tiempo; es decir que nos dice cómo cambian la rapidez y la dirección del movimiento. Podría ser útil recordar la frase "la aceleración es a la velocidad lo que la velocidad es a la posición".

- **CUIDADO 2:** El signo de la aceleración ***no*** nos indica si el cuerpo se está acelerando o frenando. Para saberlo hay que comparar los sentidos de la velocidad y la aceleración. (EXPLICAR). En ocasiones usaremos el término "desaceleración" para referirnos a una reducción de la rapidez, pero hay que tener cuidado que eso **no** indica necesariamente que la aceleración sea negativa, sino simplemente que tiene sentido contrario al de la velocidad.

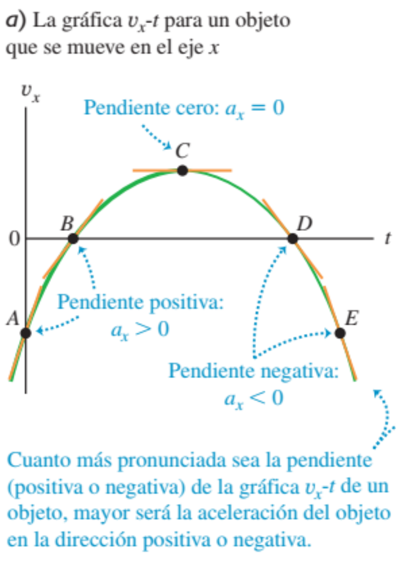
INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LAS ACELERACIONES MEDIAS E INSTANTÁNEAS

Así como interpretamos las velocidades media e instantánea en términos de las pendientes de rectas en una gráfica de posición en función del tiempo, podemos interpretar las aceleraciones media e instantánea en términos de las pendientes de rectas en un gráfico de velocidad en función del tiempo:



Es decir que *en una gráfica v(t)* (velocidad en función del tiempo), *la aceleración instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto*.

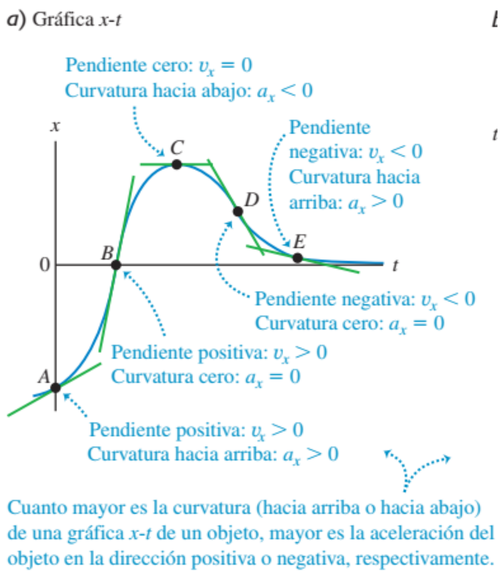
Ejemplo:



CONOCER EL SIGNO DE LA ACELERACIÓN DE UN CUERPO A PARTIR DE x(t)

Cómo $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ y $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$, entonces $\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$, es decir que existe alguna relación entre la aceleración y cómo cambia la posición con respecto al tiempo.

Es muy fácil de ver (**mostrar el gráfico que sigue**) pensando que en un punto donde la gráfica de x(t) sea cóncava hacia arriba (curvada hacia arriba) la velocidad va en aumento por lo cual la aceleración es positiva; donde la gráfica x(t) sea cóncava hacia abajo la velocidad va disminuyendo con lo cual la aceleración es negativa y donde la gráfica de x(t) no tenga curvatura, como por ejemplo en un punto de cambio de concavidad, la aceleración es cero.

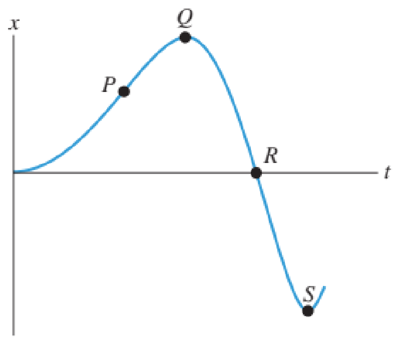


En análisis matemático verán (o habrán visto quienes ya lo cursaron) que la derivada segunda de cualquier función se relaciona directamente con la *concavidad* o *curvatura* de la gráfica de la función exactamente del mismo modo que acabamos de ver, como era de esperarse.

Evalúe su comprensión: Observe otra vez la gráfica *x-t* de la figura 2.9,

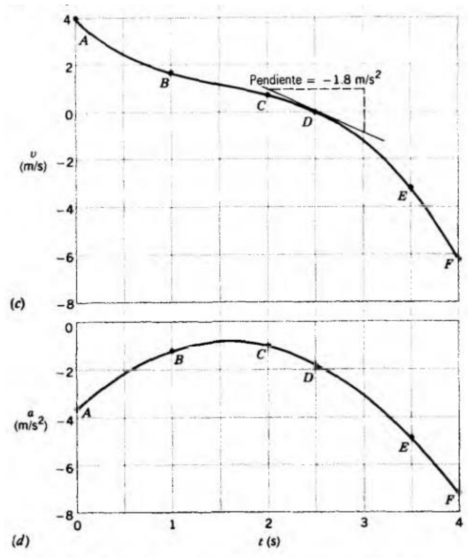
a) ¿En cuál de los puntos *P*, *Q*, *R* y *S* la aceleración tiene el sentido del movimiento?
b) ¿En cuáles tiene el sentido contrario?
c) ¿En cuáles parece ser cero?
d) En cada punto, indique si la velocidad aumenta, disminuye o se mantiene constante.

2.9 Gráfica *x-t* de una partícula.

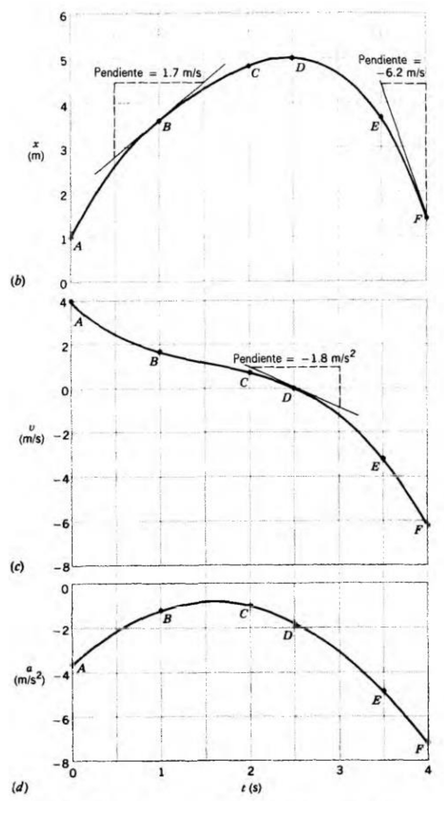


OBTENCIÓN DEL GRÁFICO DE a(t) A PARTIR DEL GRÁFICO DE v(t)

Del mismo modo que obtuvimos cualitativamente el gráfico de v(t) a partir del de x(t), podemos obtener el gráfico de a(t) a partir del de v(t):



OBTENCIÓN DEL GRÁFICO DE a(t) A PARTIR DEL GRÁFICO DE x(t): Obtener el gráfico de v(t) y a partir de ese obtener el gráfico de a(t).



==

TAREA:

- Guía 2: Ej. 1 a 3, 5, 6 y 8 a 11