

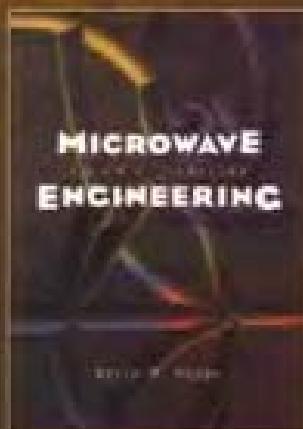


微波工程

(第三版)

Microwave Engineering

Third Edition



[美] David M. Pozar 著

张肇仪 周乐柱 吴德明 等译

徐承和 审校



电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
<http://www.phei.com.cn>

微波工程
第三版

微波工程（第三版）

Microwave Engineering, Third Edition

涵盖现代微波工程的完整内容，包括更新与应用范围

通过实际的应用和清晰的设计过程，David M. Pozar 的这本教材提供了关于微波工程领域的全新内容。以电气工程原理为基础，本书展示出可通过电路理论、麦克斯韦方程组以及相关的概念来阐明微波电路和器件。

第三版的特点是在有源电路设计、非线性效应和噪声方面注入了新内容。

本书新特性

- 内容更新和修改：第三版在容性耦合谐振腔滤波器、射频 MEMS、晶体管功率放大器、晶体管振荡器、倍频器、振荡器的相位噪声以及 FET 混频器方面提供了新内容，同时对一系列专题内容做了重大修改。
- 很多例题包含有理论与设计：在这一版本中，很多例题都是新的或修改过的。所有例题均展示了典型问题是如何求解的、典型设计是如何进行的以及典型元件的设计是如何完成的。
- 习题广泛多样性：所有习题（其中很多是新的或经修改的）既有理论又有设计内容。给出了部分习题的答案，为学生自我评估提供了条件。
- 对微波工程如何做和为什么做两者进行了讨论：本书以基本概念为起点，展示了微波元件和电路如何运作以及对它们如何进行设计。
- 网上的其他资源：本书的网站中包括有来自马萨诸塞大学的实验室实验手册以及用 Ansoft 公司的 SERENADE Microwave CAD 软件包编写的有关本书中一些例题和习题的文件。

本书的习题解答手册可通过 Wiley 的如下网站为得到授权的老师提供。同时老师和学生也可通过该网站免费获得许多例题和习题中使用的数据文件：www.wiley.com/college/pozar。

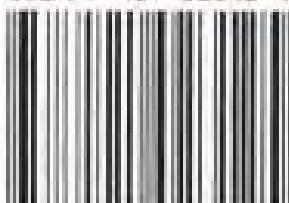
作者简介



David M. Pozar：美国马萨诸塞大学电气与计算机工程教授，IEEE 会士，多个期刊的主编，副主编，在无线与微波领域出版专著、教材多本，发表论文多篇，同时在教学与科研领域多次获奖。目前的研究方向为天线与微带天线的设计、超宽带无线通信、微带天线与相控阵天线等。



ISBN 7-121-02312-1



责任编辑：凌海平
责任美编：毛惠庆

本书贴有激光防伪标志，凡没有防伪标志者，属盗版图书

ISBN 7-121-02312-1 定价：59.00 元

9 787121 023125 >

序

2001年7月间，电子工业出版社的领导同志邀请各高校十几位通信领域方面的老师，商量引进国外教材问题。与会同志对出版社提出的计划十分赞同，大家认为，这对我国通信事业、特别是对高等院校通信学科的教学工作会很有好处。

教材建设是高校教学建设的主要内容之一。编写、出版一本好的教材，意味着开设了一门好的课程，甚至可能预示着一个崭新学科的诞生。20世纪40年代MIT林肯实验室出版的一套28本雷达丛书，对近代电子学科、特别是对雷达技术的推动作用，就是一个很好的例子。

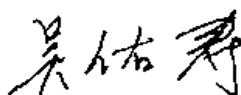
我国领导部门对教材建设一直非常重视。20世纪80年代，在原教委教材编审委员会的领导下，汇集了高等院校几百位富有教学经验的专家，编写、出版了一大批教材；很多院校还根据学校的特点和需要，陆续编写了大量的讲义和参考书。这些教材对高校的教学工作发挥了极好的作用。近年来，随着教学改革不断深入和科学技术的飞速进步，有的教材内容已比较陈旧、落后，难以适应教学的要求，特别是在电子学和通信技术发展神速、可以讲是日新月异的今天，如何适应这种情况，更是一个必须认真考虑的问题。解决这个问题，除了依靠高校的老师和专家撰写新的符合要求的教科书外，引进和出版一些国外优秀电子与通信教材，尤其是有选择地引进一批英文原版教材，是会有好处的。

一年多来，电子工业出版社为此做了很多工作。他们成立了一个“国外电子与通信教材系列”项目组，选派了富有经验的业务骨干负责有关工作，收集了230余种通信教材和参考书的详细资料，调来了100余种原版教材样书，依靠由20余位专家组成的出版委员会，从中精选了40多种，内容丰富，覆盖了电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等方面，既可作为通信专业本科生和研究生的教学用书，也可作为有关专业人员的参考材料。此外，这批教材，有的翻译为中文，还有部分教材直接影印出版，以供教师用英语直接授课。希望这些教材的引进和出版对高校通信教学和教材改革能起一定作用。

在这里，我还要感谢参加工作的各位教授、专家、老师与参加翻译、编辑和出版的同志们。各位专家认真负责、严谨细致、不辞辛劳、不怕琐碎和精益求精的态度，充分体现了中国教育工作者和出版工作者的良好美德。

随着我国经济建设的发展和科学技术的不断进步，对高校教学工作会不断提出新的要求和希望。我想，无论如何，要做好引进国外教材的工作，一定要联系我国的实际。教材和学术专著不同，既要注意科学性、学术性，也要重视可读性，要深入浅出，便于读者自学；引进的教材要适应高校教学改革的需要，针对目前一些教材内容较为陈旧的问题，有目的地引进一些先进的和正在发展的交叉学科的参考书；要与国内出版的教材相配套，安排好出版英文原版教材和翻译教材的比例。我们努力使这套教材能尽量满足上述要求，希望它们能放在学生们的课桌上，发挥一定的作用。

最后，预祝“国外电子与通信教材系列”项目取得成功，为我国电子与通信教学和通信产业的发展培土施肥。也恳切希望读者能对这些书籍的不足之处、特别是翻译中存在的问题，提出意见和建议，以便再版时更正。



中国工程院院士、清华大学教授
“国外电子与通信教材系列”出版委员会主任

出版说明

进入21世纪以来，我国信息产业在生产和科研方面都大大加快了发展速度，并已成为国民经济发展的支柱产业之一。但是，与世界上其他信息产业发达的国家相比，我国在技术开发、教育培训等方面都还存在着较大的差距。特别是在加入WTO后的今天，我国信息产业面临着国外竞争对手的严峻挑战。

作为我国信息产业的专业科技出版社，我们始终关注着全球电子信息技术的发展方向，始终把引进国外优秀电子与通信信息技术教材和专业书籍放在我们工作的重要位置上。在2000年至2001年间，我社先后从世界著名出版公司引进出版了40余种教材，形成了一套“国外计算机科学教材系列”，在全国高校以及科研部门中受到了欢迎和好评，得到了计算机领域的广大教师与科研工作者的充分肯定。

引进和出版一些国外优秀电子与通信教材，尤其是有选择地引进一批英文原版教材，将有助于我国信息产业培养具有国际竞争能力的技术人才，也将有助于我国国内在电子与通信教学工作中掌握和跟踪国际发展水平。根据国内信息产业的现状、教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的指示精神以及高等院校老师们反映的各种意见，我们决定引进“国外电子与通信教材系列”，并随后开展了大量准备工作。此次引进的国外电子与通信教材均来自国际著名出版商，其中影印教材约占一半。教材内容涉及的学科方向包括电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等，其中既有本科专业课程教材，也有研究生课程教材，以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求，广大师生可自由选择和自由组合使用。我们还将与国外出版商一起，陆续推出一些教材的教学支持资料，为授课教师提供帮助。

此外，“国外电子与通信教材系列”的引进和出版工作得到了教育部高等教育司的大力支持和帮助，其中的部分引进教材已通过“教育部高等学校电子信息科学与工程类专业教学指导委员会”的审核，并得到教育部高等教育司的批准，纳入了“教育部高等教育司推荐——国外优秀信息科学与技术系列教学用书”。

为做好该系列教材的翻译工作，我们聘请了清华大学、北京大学、北京邮电大学、南京邮电大学、东南大学、西安交通大学、天津大学、西安电子科技大学、电子科技大学、中山大学、哈尔滨工业大学、西南交通大学等著名高校的教授和骨干教师参与教材的翻译和审校工作。许多教授在国内电子与通信专业领域享有较高的声望，具有丰富的教学经验，他们的渊博学识从根本上保证了教材的翻译质量和专业学术方面的严格与准确。我们在此对他们的辛勤工作与贡献表示衷心的感谢。此外，对于编辑的选择，我们达到了专业对口；对于从英文原书中发现的错误，我们通过与作者联络、从网上下载勘误表等方式，逐一进行了修订；同时，我们对审校、排版、印制质量进行了严格把关。

今后，我们将进一步加强同各高校教师的密切关系，努力引进更多的国外优秀教材和教学参考书，为我国电子与通信教材达到世界先进水平而努力。由于我们对国内外电子与通信教育的发展仍存在一些认识上的不足，在选题、翻译、出版等方面的工作中还有许多需要改进的地方，恳请广大师生和读者提出批评及建议。

电子工业出版社

教材出版委员会

主任	吴佑寿	中国工程院院士、清华大学教授
副主任	林金桐	北京邮电大学校长、教授、博士生导师
	杨千里	总参通信部副部长，中国电子学会会士、副理事长 中国通信学会常务理事
委员	林孝康	清华大学教授、博士生导师、电子工程系副主任、通信与微波研究所所长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	徐安士	北京大学教授、博士生导师、电子学系主任 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	樊昌信	西安电子科技大学教授、博士生导师 中国通信学会理事、IEEE 会上
	程时昕	东南大学教授、博士生导师、移动通信国家重点实验室主任
	郁道银	天津大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	阮秋琦	北京交通大学教授、博士生导师 计算机与信息技术学院院长、信息科学研究所所长
	张晓林	北京航空航天大学教授、博士生导师、电子信息工程学院院长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会委员
	郑宝玉	南京邮电大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	朱世华	西安交通大学副校长、教授、博士生导师、电子与信息工程学院院长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	彭启琮	电子科技大学教授、博士生导师、通信与信息工程学院院长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会委员
	毛军发	上海交通大学教授、博士生导师、电子信息与电气工程学院副院长 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	赵尔沅	北京邮电大学教授、《中国邮电高校学报（英文版）》编委会主任
	钟允若	原邮电科学研究院副院长、总工程师
	刘彩	中国通信学会副理事长、秘书长
	杜振民	电子工业出版社原副社长
	王志功	东南大学教授、博士生导师、射频与光电集成电路研究所所长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会主任委员
	张中兆	哈尔滨工业大学教授、博士生导师、电子与信息技术研究院院长
	范平志	西南交通大学教授、博士生导师、计算机与通信工程学院院长

译 者 序

马萨诸塞大学 David M. Pozar 教授编著的本书是一本适用于高年级本科生和研究生使用的教材。这本教材近年来在美国相当流行,前两版得到了读者的巨大反响,这一版又在收集广大教师和读者的大量反馈信息的基础上,进行了修改和更新。除了教材正文外,教师和学生还可从 Wiley 出版社的网址上得到为教材中许多(不是全部)习题和例题编写的 CAD 课件、SERENADE 电路文件和实验室手册,还可为有资格的教师提供所有习题的在线题解手册。所有这些均表明这是一本成熟的教材。

在电子工业出版社的大力支持下,我们决定翻译此书,以供各高校选用。我们推荐该教材的理由如下:

1. 第 1 章至第 9 章的内容大体上与国内多数在用教材的内容相仿,但实用性更强。
2. 重视理论分析和基本物理概念的阐述,但更重视应用。本书不但介绍微波器件的原理,还强调器件设计的训练。例如,第 9 章在论述铁氧体元件时,介绍了多种隔离器、相移器和环行器的原理性设计,这在国内教材中是不多见的。
3. 以较大篇幅介绍了有源微波器件以及相关的专题(如噪声、交调失真等)。对微波技术应用于无线通信系统,这些内容是不可或缺的。
4. 取材新颖。第三版主要增添了一些新内容,例如在噪声、非线性效应、射频 MEMS、晶体管功放、振荡器的相位噪声等领域都增添了新内容,并改写和增加了新的例题和习题。

这些理由使微波工程的教学内容在当今无线通信(手机通信和卫星通信)飞速发展的形势下,增加了新的活力。

该书可作为高年级本科生或研究生的微波工程教材,也可作为微波电路及器件研制和开发的工程技术人员的参考书。本书由四人合作翻译,不同译者在译文遣词用句上难免存在一些差异,但专业名词力求统一规范。书中的专业术语尽量注上原文,以便读者查询。在翻译过程中,我们尽量使书中主要概念的术语与国内规范译名相符,以免给读者造成不便。

全书共分 13 章和 10 个附录。其中第 1 章至第 3 章由周乐柱教授翻译;前言、第 4 章、第 9 章、第 10 章由徐承和教授翻译;第 12 章、第 13 章由吴德明教授翻译;第 5 章~第 8 章、第 11 章及附录由张肇仪教授翻译;徐承和教授还负责进行了全书的审校。刘家桢编审参加了译文的讨论及修改工作,李力工程师参加了文字录入工作,在此一并表示感谢。

由于译者水平有限,译文还有不妥之处,希望广大读者给予批评指正。最后,译者感谢电子工业出版社对本书翻译工作的大力支持和促进。

前　　言

通过教育获得的知识，不但是人们对科学事物的积累，而且是人们对事物洞察力的积累。为此，我试图写一本着重于电磁学的基本概念、波传播、网络分析和应用于现代微波工程设计原理的教科书。然而，我避免采用手册的写法，即在较小的篇幅内罗列大量信息，不做或少做解释；本书中相当多的内容涉及到了专用电路和元件的设计，这很有实用价值并可启发读者积极进行思考。在这些设计的背后，我力图给出分析和逻辑思路，以使读者知道和理解应用基本概念得出有用成果的处理过程。能牢固掌握微波工程的基本概念和原理，并知道怎样把这些内容应用于特定设计对象的工程师，最有可能在有创造性和多产出的事业中胜出。

与更早时期定位于波导和场论相比，现代微波工程中占支配地位的内容是分布电路分析。当今大多数微波工程师从事平面结构元件和集成电路设计，无需直接求助于电磁场分析。当今微波工程师所使用的基本工具是微波 CAD(计算机辅助设计)软件和网络分析仪，而微波工程的教学必须对此给出回应，把重点转移到网络分析、平面电路和元器件以及有源电路设计方面。微波工程仍总是离不开电磁学(许多较为复杂的 CAD 软件包要使用严格的电磁场理论求解)，而学生仍将从揭示事物的本质中受益(诸如波导模式和通过小孔耦合)，但是把重点改变到微波电路分析和设计上来这一点是不容置疑的。

微波与射频(RF)技术已蔓延到了各个方面。在商业等领域，更是如此，其现代应用包括蜂窝电话、个人通信系统、无线局域数据网、车载毫米波防撞雷达、用于广播和电视的直播卫星、全球定位系统(GPS)、射频识别标识(identification tagging)、超宽频带无线通信和雷达系统以及微波环境遥感系统。防卫系统继续大量地依靠微波技术用于无源和有源测向、通信以及武器操控系统。这样的业务发展态势意味着，在可预见的将来，在射频和微波工程方面不存在缺少挑战性的课题；同时对于工程师们，显然需要领悟微波工程的基本原理，同样需要有把这些知识应用于实际感兴趣问题的创造能力。

本书前两版的成功推出是令人振奋的。对于这一版，我们从教师和读者那里努力详尽地获取反馈信息——有关哪些专题应删去和哪些专题应添加的想法。关于去掉某些具体内容几乎没有相一致的意见(看来本书中的几乎每一个论题都有人采用)。然而，赞成把有源电路设计及相关课题的内容进行扩充的意见相当一致。因此，我们已把原来的 12 章增加到了 13 章，并在噪声、非线性效应、RF 微机电系统(MEMS)、二极管和晶体管器件特性、场效应管(FET)混频器、晶体管振荡器、振荡器相位噪声、倍频器等方面增加了新的内容。对交调产物、动态范围、混频器、天线和接收机设计各小节进行了重写，增加了很多新的或修改过的例题和习题，其中一些与平面电路和元件的实际设计问题有关。这一版的另一个新特色是在书的结尾列出了部分习题的答案。这一版还去掉了一些论题，包括惟一性定理、法布里-珀罗谐振腔、电子战以及有关波导的一些例题。

这本微波工程教材针对高年级本科生或一年级研究生，用于两学期课程的教学。若学生在本科生期间学习电磁学的情况良好，则书中第 1 章和第 2 章的内容可很快地复习过去。情况较差的学生则需要详尽地复习这两章的内容。然后循序渐进地学习第 3 章至第 13 章，任课教师可以适当地把重点选择在场论方面(第 3 章至第 9 章，第 13 章)，或更多地选择在电路设计方面

(第 4 章至第 8 章, 第 10 章至第 12 章)。另外, 也可将重点放在第 2 章、第 4 章至第 8 章以及第 10 章至第 13 章中所包含的微波电路设计内容上, 从而避开有关电磁场分析的内容。

在一门有成效的微波工程课程中, 应有两项重要内容: 使用计算机辅助设计(CAD)模拟软件和微波实验训练。若学生可通过 CAD 软件对课本中有设计意向的习题结果进行验证, 则立刻得到的反馈信息会使学生建立起信心, 并使所做的努力得到更为满意的回报。由于消除了令人乏味的重复计算, 学生可以很容易地试用另一种方法, 并对习题做更加详细的探究。举例来说, 传输线损耗影响已在多个例题和习题中加以了探究——没有现代 CAD 工具的使用, 要有效地做到这一点是不可能的。此外, 在课堂上使用 CAD 工具, 可对毕业后的学生提供有用的经历。大多数商业上推出的微波 CAD 工具是非常昂贵的, 但多家软件制造商在其产品中对学院的使用进行打折, 或是提供免费的“学生版”。例如, Ansoft 公司对他们的 SERENADE 软件包提供有学生版, 该版本可在网站 www.ansoft.com 上免费下载。

装备一个使学生亲身实践的微波教学实验室是很昂贵的, 但它为学生提供了开发对微波现象的直觉感知能力和物理观念的最佳途径。针对课程第一学期的实验包括微波功率、频率、驻波比、阻抗和 S 参量的测量, 以及对基本微波元件如调谐器、耦合器、谐振腔、负载、环行器和滤波器特性的测量。通过这些测量, 学生们还将获得有关连接器、波导和微波测试设备的重要实际知识。作为一种选择, 下学期更为先进的实验课程可考虑诸如噪声系数、交调失真和混频这样的主题。当然, 能提供这类实验很大程度上依赖于可用的测试设备。

对于本书, 我们在 Wiley 的网站上为学生和教师提供了若干资料。除了为教材中许多习题和例题编写的 SERENADE 电路文件之外, 还有一个样本教学实验室手册, 这可在 www.wiley.com/college/pozar 中找到。获得了授权的教师可通过网站 www.wiley.com/college/pozar 并进入 Instructor's Companion Site, 得到本书中所有习题的在线题解手册。

致谢

在完成此书的过程中, 很多人对我给予了帮助, 特别是使用本书前两版的数不清的教师和学生们, 在此对他们表示感谢。我还要感谢我多年来在马萨诸塞大学的同事们, 尤其是 Keith Carver 和 Bob Jackson, 他们提出了许多有益的建议并做出了很大的贡献, Juraj Bartolic (Zagreb 大学) 提供了第 11 章中 μ 参量稳定性准则的简化推导。感谢以下各位提供了本书中的图片: Millitech 公司的 Naresh Deo 博士, 密歇根大学的 John Bryant 博士, Alpha 工业公司的 Harry Syrigos 先生, 马萨诸塞大学的 Cal Swift 教授、Bob Jackson 教授和 B. Hou 先生, M/A-COM 的 J. Wendler 先生, 雷声(Raytheon)公司的 Mike Packard 博士和 Mark Russell 先生, HP 公司 Hugo Vifian 先生以及林肯实验室的 M. Abouzahra 博士。最后, 我要感谢 John Wiley & Sons 出版社的 Bill Zobrist 和全体雇员在这项工作中所给予的宝贵帮助和专业技能方面的贡献。

David M. Pozar
Amherst, MA

目 录

第1章 电磁理论	1
1.1 微波工程简介	1
1.1.1 微波工程的应用	1
1.1.2 微波工程的简史	3
1.2 麦克斯韦方程	4
1.3 媒质中的场和边界条件	7
1.3.1 一般材料分界面上的场	10
1.3.2 介质分界面上的场	11
1.3.3 理想导体(电壁)分界面上的场	11
1.3.4 磁壁边界条件	12
1.3.5 辐射条件	12
1.4 波方程和基本平面波的解	12
1.4.1 亥姆霍兹方程	12
1.4.2 无耗媒质中的平面波	13
1.4.3 一般有耗媒质中的平面波	14
1.4.4 良导体中的平面波	15
1.5 平面波的通解	17
1.5.1 圆极化平面波	20
1.6 能量和功率	21
1.6.1 良导体吸收的功率	22
1.7 媒质分界面上的平面波反射	24
1.7.1 普通媒质	24
1.7.2 无耗媒质	25
1.7.3 良导体	26
1.7.4 理想导体	27
1.7.5 表面阻抗概念	28
1.8 斜入射到一个介电界面	30
1.8.1 平行极化	31
1.8.2 垂直极化	32
1.8.3 全反射和表面波	33
1.9 一些有用的定理	35
1.9.1 互易定理	35
1.9.2 镜像理论	36
参考文献	38
习题	39

第2章 传输线理论	42
2.1 传输线的集总元件电路模型	42
2.1.1 传输线上的波传播	43
2.1.2 无耗传输线	44
2.2 传输线的场分析	44
2.2.1 传输线参量	45
2.2.2 由场分析导出同轴线的电报方程	47
2.2.3 无耗同轴线的传播常数、阻抗和功率流	48
2.3 端接负载的无耗传输线	49
2.3.1 无耗传输线的特殊情况	51
2.4 Smith圆图	55
2.4.1 组合阻抗-导纳的Smith圆图	57
2.4.2 开槽线	59
2.5 四分之一波长变换器	62
2.5.1 阻抗观点	62
2.5.2 多次反射观点	64
2.6 源和负载失配	66
2.6.1 负载与线匹配	67
2.6.2 源与带负载的线匹配	67
2.6.3 共轭匹配	67
2.7 有耗传输线	68
2.7.1 低耗线	68
2.7.2 无畸变的传输线	69
2.7.3 端接的有耗传输线	70
2.7.4 计算衰减的微扰法	71
2.7.5 惠勒增量电感定则	72
参考文献	74
习题	74
第3章 传输线和波导	78
3.1 TEM、TE 和 TM 波的通解	78
3.1.1 TEM 波	80
3.1.2 TE 波	81
3.1.3 TM 波	82
3.1.4 由电介质损耗引起的衰减	83
3.2 平行平板波导	84
3.2.1 TEM 模	84
3.2.2 TM 模	85
3.2.3 TE 模	88
3.3 矩形波导	90
3.3.1 TE 模	90

3.3.2 TM 模	94
3.3.3 部分加载波导的 TE _{m0} 模	98
3.4 圆波导	100
3.4.1 TE 模	101
3.4.2 TM 模	104
3.5 同轴线	108
3.5.1 TEM 模	108
3.5.2 高阶模	109
3.6 接地介质板上的表面波	112
3.6.1 TM 模	112
3.6.2 TE 模	115
3.7 带状线	118
3.7.1 传播常数、特征阻抗和衰减的公式	119
3.7.2 近似的静电解	121
3.8 微带线	123
3.8.1 有效介电常数、特征阻抗和衰减的计算公式	124
3.8.2 近似的静电解	125
3.9 横向谐振法	128
3.9.1 部分加载矩形波导的 TE _{0n} 模	128
3.10 波速和色散	129
3.10.1 群速	129
3.11 传输线和波导小结	132
3.11.1 其他类型的传输线和波导	132
参考文献	134
习题	135
第4章 微波网络分析	138
4.1 阻抗和等效电压与电流	138
4.1.1 等效电压与电流	138
4.1.2 阻抗概念	142
4.1.3 Z(ω)和Γ(ω)的奇偶性	144
4.2 阻抗和导纳矩阵	145
4.2.1 互易网络	146
4.2.2 无耗网络	148
4.3 散射矩阵	149
4.3.1 互易网络与无耗网络	151
4.3.2 参考平面的移动	154
4.3.3 广义散射参量	155
4.4 传输(ABCD)矩阵	157
4.4.1 与阻抗矩阵的关系	159
4.4.2 二端口网络的等效电路	159

4.5 信号流图	161
4.5.1 信号流图的分解	162
4.5.2 TRL 网络分析仪校正的应用	165
4.6 不连续性和模式分析	168
4.6.1 矩形波导中 H 平面阶梯的模式分析	170
4.7 波导的激励——电流和磁流	175
4.7.1 只激励一个波导模式的电流片	175
4.7.2 任意电流源或磁流源的模式激励	176
4.8 波导激励——小孔耦合	179
4.8.1 通过横向波导壁上小孔的耦合	181
4.8.2 通过波导宽壁上小孔的耦合	183
参考文献	185
习题	185
第 5 章 阻抗匹配和调谐	190
5.1 用集总元件匹配(L 网络)	190
5.1.1 解析解法	191
5.1.2 Smith 圆图解法	192
5.2 单短截线调谐	195
5.2.1 并联短截线	196
5.2.2 串联短截线	199
5.3 双短截线调谐	201
5.3.1 Smith 圆图解法	202
5.3.2 解析解法	204
5.4 四分之一波长变换器	206
5.5 小反射理论	209
5.5.1 单节变换器	209
5.5.2 多节变换器	210
5.6 二项式多节匹配变换器	211
5.7 切比雪夫多节匹配变换器	214
5.7.1 切比雪夫多项式	215
5.7.2 切比雪夫变换器的设计	216
5.8 漸变传输线	219
5.8.1 指数漸变	220
5.8.2 三角形漸变	221
5.8.3 Klopfenstein 漸变	221
5.9 Bode-Fano 约束条件	224
参考文献	226
习题	226
第 6 章 微波谐振器	228
6.1 串联和并联谐振电路	228

6.1.1	串联谐振电路	228
6.1.2	并联谐振电路	230
6.1.3	有载和无载 Q	232
6.2	传输线谐振器	233
6.2.1	短路 $\lambda/2$ 传输线	233
6.2.2	短路 $\lambda/4$ 传输线	236
6.2.3	开路 $\lambda/2$ 传输线	237
6.3	矩形波导谐振腔	238
6.3.1	谐振频率	239
6.3.2	$TE_{10\ell}$ 模的 Q 值	240
6.4	圆波导腔	242
6.4.1	谐振频率	243
6.4.2	$TE_{nm\ell}$ 模的 Q	244
6.5	介质谐振腔	247
6.5.1	$TE_{01\delta}$ 模的谐振频率	247
6.6	谐振腔的激励	250
6.6.1	临界耦合	250
6.6.2	缝隙耦合微带谐振器	252
6.6.3	小孔耦合空腔谐振器	254
6.7	腔的微扰	256
6.7.1	材料微扰	257
6.7.2	形状微扰	259
	参考文献	261
	习题	261
第 7 章	功率分配器和定向耦合器	265
7.1	分配器和耦合器的基本特性	265
7.1.1	三端口网络(T型结)	265
7.1.2	四端口网络(定向耦合器)	268
7.2	T型结功率分配器	271
7.2.1	无耗分配器	271
7.2.2	电阻性分配器	273
7.3	Wilkinson 功率分配器	274
7.3.1	偶-奇模分析	274
7.3.2	不等分功率分配和 N 路 Wilkinson 分配器	277
7.4	波导定向耦合器	279
7.4.1	倍兹孔定向耦合器	279
7.4.2	多孔耦合器的设计	282
7.5	正交(90°)混合网络	287
7.5.1	偶-奇模分析	288
7.6	耦合线定向耦合器	290

7.6.1 椭合线理论	291
7.6.2 椭合线耦合器的设计	293
7.6.3 多节椭合线耦合器的设计	297
7.7 Lange 耦合器	300
7.8 180°混合网络	303
7.8.1 环形混合网络的偶-奇模分析	305
7.8.2 渐变椭合线混合网络偶-奇模分析	308
7.8.3 波导魔 T	311
7.9 其他耦合器	312
参考文献	314
习题	315
第8章 微波滤波器	319
8.1 周期结构	319
8.1.1 无限长周期结构的分析	320
8.1.2 有负载的周期结构	322
8.1.3 $k\beta$ 图和波速	323
8.2 用镜像参量法设计滤波器	325
8.2.1 二端口网络的镜像阻抗和传递函数	326
8.2.2 定 k 式滤波器节	327
8.2.3 m 导出式滤波器节	330
8.2.4 复合滤波器	333
8.3 用插入损耗法设计滤波器	335
8.3.1 用功率损耗比表征	335
8.3.2 最平坦低通滤波器原型	337
8.3.3 等波纹低通滤波器原型	340
8.3.4 线性相位低通滤波器原型	342
8.4 滤波器转换	343
8.4.1 阻抗和频率定标	343
8.4.2 带通和带阻转换	346
8.5 滤波器的实现	349
8.5.1 理查德变换	350
8.5.2 科洛达恒等关系	350
8.5.3 阻抗和导纳倒相器	354
8.6 阶跃阻抗低通滤波器	355
8.6.1 短传输线段近似等效电路	356
8.7 耦合线滤波器	359
8.7.1 耦合线段的滤波器特性	359
8.7.2 耦合线带通滤波器的设计	363
8.8 耦合谐振器滤波器	368
8.8.1 用四分之一波长谐振器的带阻和带通滤波器	368

8.8.2 用电容性耦合串联谐振器的带通滤波器	372
8.8.3 用电容性耦合并联谐振器的带通滤波器	374
参考文献	377
习题	378
第 9 章 铁氧体元件的理论与设计	380
9.1 亚铁磁性材料的基本性质	380
9.1.1 磁导率张量	380
9.1.2 圆极化场	385
9.1.3 损耗效应	386
9.1.4 退磁因子	388
9.2 铁氧体中的平面波传播	391
9.2.1 在偏置场方向的传播(法拉第旋转)	391
9.2.2 垂直于偏置场的波传播(双折射)	394
9.3 在铁氧体加载的矩形波导中的波传播	396
9.3.1 载有单片铁氧体的波导的 TE_{m0} 模	396
9.3.2 有两个对称铁氧体片的波导中的 TE_{m0} 模	399
9.4 铁氧体隔离器	400
9.4.1 谐振隔离器	400
9.4.2 场位移隔离器	403
9.5 铁氧体相移器	405
9.5.1 非互易锁存相移器	406
9.5.2 其他类型的铁氧体相移器	408
9.5.3 回转器	409
9.6 铁氧体环形器	409
9.6.1 失配环形器的特性	410
9.6.2 结型环形器	411
参考文献	415
习题	415
第 10 章 噪声与有源射频元件	418
10.1 微波电路中的噪声	418
10.1.1 动态范围和噪声源	419
10.1.2 噪声功率与等效噪声温度	420
10.1.3 噪声温度的测量	422
10.1.4 噪声系数	424
10.1.5 级联系统的噪声系数	425
10.1.6 无源二端口网络的噪声系数	427
10.1.7 失配有耗线的噪声系数	428
10.2 动态范围和交调失真	430
10.2.1 增益压缩	431
10.2.2 交调失真	432

10.2.3 3阶截断点	433
10.2.4 动态范围	434
10.2.5 级联系统的截断点	436
10.2.6 无源交调	437
10.3 RF二极管特性	438
10.3.1 肖特基二极管和检波器	438
10.3.2 PIN二极管和控制电路	442
10.3.3 变容二极管	447
10.3.4 其他二极管	448
10.4 RF晶体管特性	448
10.4.1 场效应晶体管	450
10.4.2 双极结型晶体管	451
10.5 微波集成电路	453
10.5.1 混合微波集成电路	453
10.5.2 单片微波集成电路	454
参考文献	457
习题	457
第 11 章 微波放大器设计	460
11.1 二端口功率增益	460
11.1.1 二端口功率增益的定义	460
11.1.2 二端口功率增益的进一步讨论	463
11.2 稳定性	465
11.2.1 稳定性圆	465
11.2.2 无条件稳定的检验	467
11.3 单级晶体管放大器设计	470
11.3.1 最大增益设计(共轭匹配)	470
11.3.2 等增益圆和固定增益的设计	475
11.3.3 低噪声放大器设计	479
11.4 宽带晶体管放大器设计	482
11.4.1 平衡放大器	482
11.4.2 分布放大器	484
11.5 功率放大器	489
11.5.1 功率放大器的特性和放大器类型	489
11.5.2 晶体管的大信号特性	490
11.5.3 A类功率放大器的设计	490
参考文献	492
习题	493
第 12 章 振荡器和混频器	495
12.1 RF振荡器	495
12.1.1 一般分析方法	496

12.1.2 使用共发射极的双极结型晶体管的振荡器	497
12.1.3 使用共栅极场效应晶体管的振荡器	498
12.1.4 实际考虑	499
12.1.5 晶体振荡器	500
12.2 微波振荡器	501
12.2.1 晶体管振荡器	503
12.2.2 介质谐振器振荡器	506
12.3 振荡器相位噪声	509
12.3.1 相位噪声的表示	510
12.3.2 振荡器相位噪声的 Leeson 模型	511
12.4 频率倍增器	514
12.4.1 电抗性二极管倍频器(Manley-Rowe 关系)	514
12.4.2 电阻性二极管倍频器	517
12.4.3 晶体管倍频器	519
12.5 微波源概述	522
12.5.1 固态源	523
12.5.2 微波电子管	525
12.6 混频器	528
12.6.1 混频器特性	528
12.6.2 单端二极管混频器	532
12.6.3 单端 FET 混频器	533
12.6.4 平衡混频器	535
12.6.5 镜像抑制混频器	537
12.6.6 其他混频器	539
参考文献	540
习题	541
第 13 章 微波系统导论	543
13.1 天线的系统特征	543
13.1.1 天线辐射的场和功率	544
13.1.2 天线辐射图特征	546
13.1.3 天线的增益和效率	548
13.1.4 孔径效率和有效面积	548
13.1.5 背景温度和亮度温度	549
13.1.6 天线的噪声温度和 G/T	551
13.2 无线通信系统	553
13.2.1 Friis 公式	554
13.2.2 无线接收机结构	557
13.2.3 微波接收机的噪声特性	559
13.2.4 无线系统	561
13.3 雷达系统	564

13.3.1 雷达方程	565
13.3.2 脉冲雷达	567
13.3.3 多普勒雷达	568
13.3.4 雷达截面	569
13.4 辐射计系统	570
13.4.1 辐射计的理论和应用	570
13.4.2 全功率辐射计	571
13.4.3 迪克辐射计	573
13.5 微波传输	574
13.5.1 大气的影响	574
13.5.2 大地的影响	576
13.5.3 等离子体效应	576
13.6 其他应用和专题	577
13.6.1 微波加热	577
13.6.2 功率传送	578
13.6.3 生物效应和安全性	578
参考文献	580
习题	580
附录	582
附录 A 用于构成十进制倍数和分数单位的词头	582
附录 B 矢量分析	582
附录 C 贝塞尔函数	584
附录 D 其他数学结果	586
附录 E 物理常数	587
附录 F 某些材料的电导率	587
附录 G 一些材料的介电常数和损耗角正切	588
附录 H 一些微波铁氧体材料的特性	588
附录 I 标准矩形波导数据	589
附录 J 标准同轴线数据	589
部分习题答案	591
索引	593

第1章 电磁理论

作为学习微波工程的开始,我们首先简要地回顾微波工程的历史和重要应用,然后综述贯穿本书的电磁理论的基本课题。有兴趣的读者可在参考文献[1]~[9]中找到这些课题的深入讨论。

1.1 微波工程简介

微波(microwave)是指频率在 $300\text{ MHz}(3 \times 10^8\text{ Hz})$ 到 $300\text{ GHz}(3 \times 10^{11}\text{ Hz})$ 、对应的电波长在 $\lambda = c/f = 1\text{ m}$ 和 $\lambda = 1\text{ mm}$ 之间的交变电流信号。波长在毫米量级的信号,称为毫米波(millimeter waves)。图1.1给出了微波频段在电磁波谱中的位置。由于其频率高(波长短),常规的电路理论一般不能直接应用于求解微波网络问题。在这个意义上,常规电路理论只是由麦克斯韦方程所描述的范围较宽的电磁理论的近似或特定使用。这是因为,一般而言,电路理论的集总电路元件近似在微波频段是不成立的。微波元件常常是分布元件,因为器件的尺度与微波波长为同一数量级,所以其中的电压或电流的相位在器件的物理尺度内有明显的变化。在极低的频率下,其波长足够大,以至于在贯穿一个元件的线度范围内,其相位也没有明显的变化。频率的另一极端被确定为光工程,那里的波长要比元件的尺度短得多。在这种情形下,麦克斯韦方程可以简化为几何光学,而光学系统可以用几何光学的理论来设计。这些技术有时也可应用于毫米波系统,此处它们称为准光学(quasioptical)。

在微波工程中,人们常常以麦克斯韦方程及其解作为开始。然而,正是这些方程引起了数学上的复杂性,因为麦克斯韦方程包含了作为空间坐标函数的矢量场量的矢量微分或积分的运算。但是,本书的目标之一便是试图将这个场理论的解的复杂度,简化为可以用更简单的电路理论来表达的结果。场理论的解通常给出了空间中每一点的电磁场的完整描述,它比我们在绝大多数实际应用中所需的信息多得多。典型地,我们更关心终端的量,例如功率、阻抗、电压和电流等这些常用电路理论概念表达的量。正是这种复杂性给微波工程增加了挑战性与回报。

1.1.1 微波工程的应用

虽然微波能量的高频率和短波长使得分析和设计微波元件和系统变得很困难,但这些因素也为微波系统的应用提供了独特的机遇。这基于如下考虑:

- 天线增益与天线的电尺寸成比例。在较高的频率下,给定的天线尺寸有可能得到较高的增益,这对于装备小型化的微波系统有重要意义。
- 在较高的频率下可以实现更大的带宽(携带信息的容量)。600 MHz频率下1%的带宽为6 MHz(这是一个电视频道的带宽),而60 GHz频率下1%的带宽为600 MHz(这是100个电视频道的带宽)。带宽特别重要,因为在电磁频谱中可用的频带正在被迅速地耗尽。
- 微波信号按视线传播,而不会像较低频率信号那样进入电离层时传输路径会弯曲。因此,卫星与陆地通信链路有可能具有非常高的传输容量,在相距很小的位置上可以实现频率再利用^①。

^① 指蜂窝电话,相距不远的蜂窝小区中,频率可再利用。——译者注

- 雷达目标的等效反射面积(雷达散射截面)总是与目标的电尺寸成比例。这一事实与天线增益的频率特性相结合,使得微波频率更适合于雷达系统。
- 各种分子、原子和原子核的谐振都发生在微波频率下,这使得微波在基础科学领域、遥感、医学诊断和治疗以及加热方法等方面具有独特的应用。

当今,微波技术的主要应用是通信、雷达、环境遥感和医学系统。正如图 1.1 列出的频率分布所示的那样,射频和微波通信系统的应用遍地开花,特别是在今天,无线连接承诺能在“任意时间、任意地点对任意人”提供语音和数据服务。

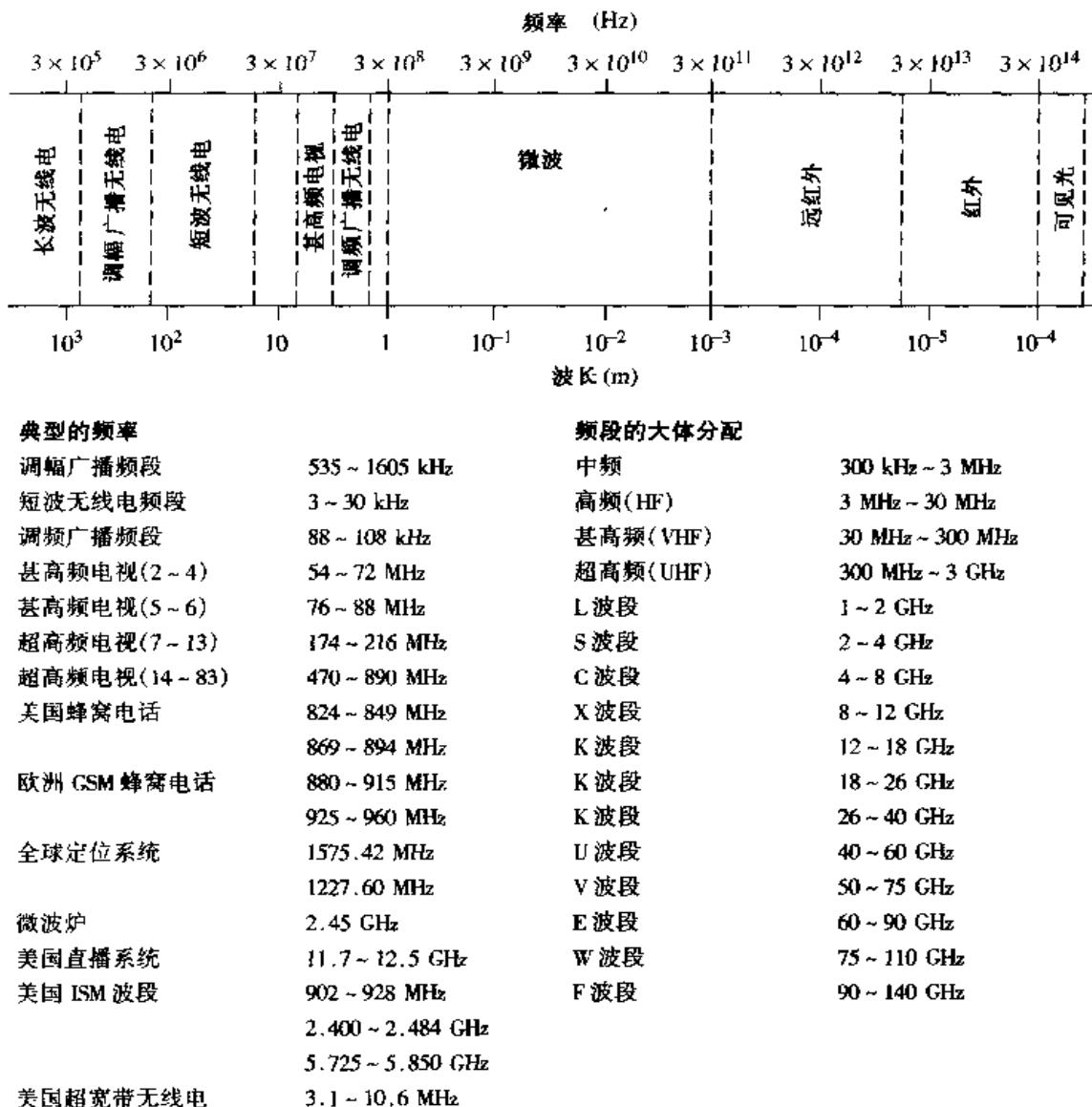


图 1.1 电磁频谱

微波技术无处不在的应用可能是在 20 世纪 70 年代首次提出的蜂窝电话系统中。到 1997 年,世界范围内已有 2 亿多蜂窝电话用户,而用户的数量及这项服务的容量还在继续增长。卫星系统已经发展到能在世界范围内提供蜂窝(语音)、视频和数据连接。遗憾的是,庞大的卫星电话系统如铱星(Iridium)、全球星(Globalstar)都遇到了技术缺陷和疲软的商务运作的打击,从而导致了几十亿美元的损失。但是,小卫星系统如全球定位卫星(GPS, Global Positioning Satellite)系统和直播卫星(DBS, Direct Broadcast Satellite)系统则特别成功。无线局域网(WLAN, Wireless Local

Area Network)提供了短距离内的计算机之间的高速网连接,而对此的容量的需求也正在快速增长。最新的无线通信技术是超宽带(UWB, Ultra Wide Band)无线通信,其中的广播信号占有相当宽的频带,但其功率电平非常低,以避免和其他系统的干扰。

雷达系统在军事、商业和科学系统中都有广泛的应用。雷达用做空中、地面和海洋上目标的探测和定位,也用做导弹的导引和火力控制。商业方面,雷达技术用于空中交通管制、动作探测器(门的开启和安全报警)、车辆的防撞及距离测量。雷达的科学应用包括气象预报,大气、海洋和陆地的遥感,以及医学诊断与治疗。微波辐射计是一种对物体自身辐射微波能量的无源检测,可用于大气和地球的遥感、医学诊断,并可用做安全检查的成像。

1.1.2 微波工程的简史

微波工程领域常常被认为是相当成熟的学科,因为电磁学的基本概念在 100 多年前就已经发展起来了,可能也是因为作为微波技术的第一个主要应用的雷达远在第二次世界大战期间就得到了强劲的发展。尽管微波工程在 20 世纪就已开始,然而其在高频固态器件、微波集成电路领域的显著进展以及现代微系统^①的更广泛应用,仍保持着十分活跃和生气勃勃的状态。

现代电磁理论的基础是由詹姆斯·克拉克·麦克斯韦(James Clerk Maxwell)在 1873 年用公式建立起来的^[1],仅由数学考虑,他就提出了电磁波传播的假说,并指出光也是电磁能量的一种形式。麦克斯韦的公式取其现代的形式是由奥立弗·亥维赛(Oliver Heaviside)在 1885 年到 1887 年间做出的。亥维赛是一位隐居的天才,他的努力消除了许多麦克斯韦理论的数学复杂性,引入了矢量符号,而且提供了一个导波和传输线的实际应用的基础。亨瑞克·赫兹(Heinrich Hertz)是德国的一位物理学教授和难得的天才实验工作者,他非常懂得麦克斯韦所发表的理论。他在 1887 年至 1891 年期间做了一系列实验,这些实验完全证实了麦克斯韦的电磁波理论。图 1.2 是一幅表明赫兹在其实验中所采用的原始设备的照片。有趣的是,这是一个根据理论基础做出预测后就有所发现的例了——这是科学史上很多重要发现的特点。所有电磁理论的应用,包括无线电、电视和雷达,它们的存在都归功于麦克斯韦的理论工作。

由于缺少可靠的微波源和其他元件,20 世纪初无线电技术的快速发展主要发生在高频(HF)到甚高频(VHF)范围。直到 20 世纪 40 年代第二次世界大战期间,雷达的出现和发展才使微波理论和技术得到了人们的根本重视。在美国,麻省理工学院(MIT)建立了辐射实验室来发展雷达的理论和技术。许多顶尖的科学家,包括 N. Marcuvitz, I. I. Rabi, J. S. Schwinger, H. A. Bethe, E. M. Purcell, C. G. Montgomery 和 R. H. Dicke 等聚集在一起,把微波领域推进到一个迅猛发展的时期。他们的工作包括波导元件的理论和实验分析、微波天线、小孔耦合理论以及初期的微波网络理论。这些研究者中,许多人是物理学家,他们在战后重新恢复了对物理学的研究(很多人后来获得了诺贝尔奖)。他们在微波领域所做的工作已经总结在该辐射实验室的 28 卷经典系列图书中,这些工作至今仍然在得到应用。

采用微波技术的通信系统在雷达诞生后不久就开始得到发展,它得益于原本是为雷达系统所做的许多工作。微波系统所具有的许多优点,包括宽频带和视线传播,已经证明对于陆地和卫星通信系统都是关键性的因素,因此对于低价位、小型化微波元件的继续发展提供了推动力。我们建议有兴趣的读者参考 *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*^[2] 的世纪特刊,以便进一步了解微波工程领域的发展史。

^① 指 MEMS 微机电系统。——译者注



图 1.2 赫兹在其电磁学实验中采用的原始设备。(1)50 MHz 火花间隙发射机和加载偶极子天线。(2)极化实验用的平行线圈。(3)阴极射线实验用的真空装置。(4)热线检流计。(5)Reiss 或 Kneuchelsauer 螺旋线圈。(6)包金箔的检流计。(7)金属球探针。(8)Reiss 火花测微计。(9)同轴传输线。(10~12)展示电介质极化效应的仪器。(13)水银感应线圈断续器。(14)Meidinger 小室。(15)真空钟罩。(16)高压感应线圈。(17)Bunsen 电池。(18)存储电荷用的大面积导体。(19)圆环接收天线。(20)八边形接收检测器。(21)旋转镜和水银断续器。(22)矩形环接收天线。(23)折射和介电常数测量仪器。(24)双矩形环接收天线。(25)矩形环接收天线。(26)偶极子发射天线。(27)高压感应线圈。(28)同轴线。(29)高压放电器。(30)柱形抛物面反射器/接收机。(31)柱形抛物面反射器/发射机。(32)圆环接收天线。(33)平面反射器。(34~35)蓄电池组。照片摄于 1913 年 10 月 1 日,巴伐利亚科学院,德国慕尼黑,照片中有赫兹的助手朱丽叶斯·安曼(Julius Arnstein)。照片和标识承蒙密歇根大学的 J. H. Breyan 提供和允许引用。

1.2 麦克斯韦方程

麦克斯韦在 1873 年发布的麦克斯韦方程描述了宏观意义上的电现象和磁现象^[1]。这项工作总结了当时的电磁科学的成果,而且由理论考虑出发提出了存在位移电流的假说,这导致赫兹和马可尼发现了电磁波。麦克斯韦的工作建立在由高斯、安培、法拉第以及其他所发展的大量实验和理论知识的基础之上。电磁学的第一门课程通常都遵循这种历史的或演绎的方法,而且认为,读者已经掌握了作为当前教材先导的先修课。参考文献中提供了几本适用于本科生和研究生的优秀电磁理论书籍^[1~9]。

本章将概述电磁理论的基本概念,这些内容是本书其他部分所需要的。本章将给出麦克斯韦方程、边界条件,并且讨论介电和磁性材料的影响。波现象在微波工程中是非常重要的,因此本章有很多涉及到平面波的主题。平面波是一种最简单的电磁波,我们用它来展示与波传播相关的很多基本特性。虽然我们假设读者已经学习过平面波,但本章的材料仍然希望在读者头脑

中强化许多基本原理,或者引入读者还未见过的一些概念。这些材料将作为后续章节的参考。

通过对历史的透视,从教学法的观点来看,以“归纳”或者公理性的方法,从麦克斯韦方程出发来给出电磁理论是有好处的。普遍的时变形式的麦克斯韦方程可以写成“点”的形式或微分的形式,即

$$\nabla \times \bar{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \bar{\mathcal{B}}}{\partial t} - \bar{\mathcal{M}} \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times \bar{\mathcal{H}} = \frac{\partial \bar{\mathcal{D}}}{\partial t} + \bar{\mathcal{J}} \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot \bar{\mathcal{D}} = \rho \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot \bar{\mathcal{B}} = 0 \quad (1.1d)$$

本书全部采用 MKS 单位制,即米·千克·秒单位制。带上标的书写体表示时变矢量场,它们是空间坐标 x, y, z 和时间变量 t 的实函数。这些量定义如下:

$\bar{\mathcal{E}}$ 是电场强度,单位为 V/m

$\bar{\mathcal{H}}$ 是磁场强度,单位为 A/m

$\bar{\mathcal{D}}$ 是电位移矢量,单位为 C/m²(电通量密度)

$\bar{\mathcal{B}}$ 是磁感应强度,单位为 Wb/m²(磁通量密度)

$\bar{\mathcal{M}}$ 是(虚拟的)磁流密度,单位为 V/m²

$\bar{\mathcal{J}}$ 是电流密度,单位为 A/m²

ρ 是电荷密度,单位为 C/m³

电磁场的源是磁流 $\bar{\mathcal{M}}$ 和电流 $\bar{\mathcal{J}}$,以及电荷密度 ρ 。磁流 $\bar{\mathcal{M}}$ 是虚拟的源,它只是为了数学上的方便:磁流的真实源通常是一个电流环或与此类似的磁偶极子,而不是实际的磁荷流(单极磁荷是不存在的)。这里引入磁流是为了完整性,在第 4 章中,当我们处理孔径问题时会有机会用到它。因为电流是电荷的真实流动,所以我们能够说电荷密度 ρ 是电磁场最根本的源。

在真空中,电、磁场强度与其通量密度之间存在如下的简单关系:

$$\bar{\mathcal{B}} = \mu_0 \bar{\mathcal{H}} \quad (1.2a)$$

$$\bar{\mathcal{D}} = \epsilon_0 \bar{\mathcal{E}}$$

其中, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m 是真空磁导率, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m 是真空介电常数。在下节中,我们将看到非真空的其他媒质怎样影响到这些结构关系。

式(1.1a)~式(1.1d)是线性的,但不是彼此独立的。例如,考虑式(1.1a)的散度。因为任何矢量的旋度的散度都是零[见附录 B 中的矢量恒等式(B.12)],所以我们有

$$\nabla \cdot \nabla \times \bar{\mathcal{E}} = 0 = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \bar{\mathcal{B}}) - \nabla \cdot \bar{\mathcal{M}}$$

因为不存在自由磁荷,所以 $\nabla \cdot \bar{\mathcal{M}} = 0$,这又导致 $\nabla \cdot \bar{\mathcal{B}} = 0$ 或式(1.1d)。类似地,连续性方程可由式(1.1b)取散度导出,即

$$\nabla \cdot \bar{\mathcal{J}} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.3)$$

其中用到了式(1.1c)。该方程表明电荷是守恒的,或者说电流是连续的,因为 $\nabla \cdot \bar{\mathcal{J}}$ 代表由一点流出的电流,而 $\partial \rho / \partial t$ 代表在同一点同一时间形成的电荷。正是这一结果使麦克斯韦得到了式(1.1b)中的位移电流密度 $\partial \bar{\mathcal{D}} / \partial t$ 是必要的结论,它可以看成是对该方程求散度。

上述微分方程可以利用各种矢量积分定理转化为积分形式。因此,对式(1.1c)和式(1.1d)应用散度定理(B.15)可得

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \rho \, dv = Q \quad (1.4)$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (1.5)$$

式(1.4)中的 Q 代表封闭体积 V (由封闭表面 S 所包围的体积)内的总电荷。对式(1.1a)应用斯托克斯定理(B.16)可得

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} - \int_S \vec{M} \cdot d\vec{s} \quad (1.6)$$

当没有 \vec{M} 项时,它是法拉第定律的通常形式,而且是形成基尔霍夫电压定律的基础。在式(1.6)中, C 代表如图 1.3 所示的围绕表面 S 的封闭周线。安培定律可以由式(1.1b),通过应用斯托克斯定理导出:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} + \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} + I \quad (1.7)$$

其中, $I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$ 是流过表面 S 的总电流。式(1.4)~式(1.7)构成了麦克斯韦方程的积分形式。

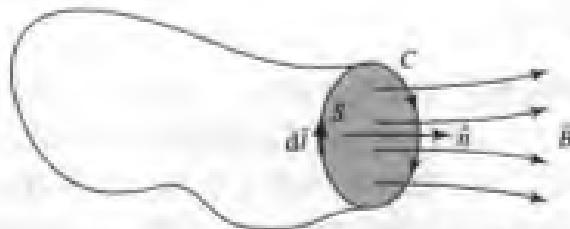


图 1.3 与法拉第定律有关的封闭周线 C 和表面 S

上述方程对于任意的时间依赖关系都是成立的,但是本书的绝大部分将只涉及具有正弦或简谐时间变化的场,认为具有稳态条件。在这种情形下,用相量表示是非常方便的,因此,所有的场量将隐含有时间依赖关系 $e^{j\omega t}$ 的复矢量,而且用正体字(而不是书写体)表示。这样,一个在 x 方向的正弦电场为

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \hat{x} A(x, y, z) \cos(\omega t + \phi) \quad (1.8)$$

其相量形式为

$$\hat{E}(x, y, z) = \hat{x} A(x, y, z) e^{j\phi} \quad (1.9)$$

其中, A 是(实)振幅, ω 是圆频率, ϕ 是波在 $t = 0$ 时的相位参考。本书中,我们假定用余弦基相量,因此由相量到实的时变量的转换是将相量乘以 $e^{j\omega t}$,然后取其实部来完成的:

$$E(x, y, z, t) = \text{Re}[\hat{E}(x, y, z) e^{j\omega t}] \quad (1.10)$$

将式(1.9)代入式(1.10)得到式(1.8)。当我们采用相量工作时,习惯上在所有量中将公共因子 $e^{j\omega t}$ 略去。

在处理功率和能量时,我们常常对二次量的时间平均感兴趣。这很容易用时谐场来求找。例如,

$$\bar{\mathcal{E}} = \hat{x}E_1 \cos(\omega t + \phi_1) + \hat{y}E_2 \cos(\omega t + \phi_2) + \hat{z}E_3 \cos(\omega t + \phi_3) \quad (1.11)$$

给出的电场,其相量形式为

$$\bar{E} = \hat{x}E_1 e^{j\phi_1} + \hat{y}E_2 e^{j\phi_2} + \hat{z}E_3 e^{j\phi_3} \quad (1.12)$$

其振幅平方的时间平均值可以这样计算:

$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}|_{av}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T \bar{\mathcal{E}} \cdot \bar{\mathcal{E}} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T [E_1^2 \cos^2(\omega t + \phi_1) + E_2^2 \cos^2(\omega t + \phi_2) + E_3^2 \cos^2(\omega t + \phi_3)] dt \quad (1.13) \\ &= \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2 + E_3^2) = \frac{1}{2} |\bar{E}|^2 = \frac{1}{2} \bar{E} \cdot \bar{E}^* \end{aligned}$$

于是,其均方根(ms)值为 $|\bar{E}|_{ms} = |\bar{E}|/\sqrt{2}$ 。

在时间依赖关系 $e^{j\omega t}$ 的假设下,式(1.1a)~式(1.1d)中的时间微商可以用 $j\omega$ 来代替。相量形式的麦克斯韦方程变成

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \bar{B} - \bar{M} \quad (1.14a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega \bar{D} + \bar{J} \quad (1.14b)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (1.14c)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (1.14d)$$

傅里叶变换可以用来将任意频率 ω 下麦克斯韦方程的解转化为任意时间依赖关系的解。

式(1.14)中的电流源和磁流源 \bar{J} 和 \bar{M} 都是体流密度,单位分别为 A/m^2 和 V/m^2 。然而,在很多情况下,实际的电流和磁流将是片状的、线状的或无限小的偶极子。这些特定类型的电流分布总可以通过 δ 函数写成体流密度。图 1.4 给出了一些如何处理电流和磁流的例子。

1.3 媒质中的场和边界条件

上一节假定电场和磁场都在真空中,而且没有材料实体。实际上,材料实体是常常存在的;这就使分析复杂化了,但也可以将材料特性应用于微波元件。当材料媒质中存在电磁场时,场矢量是通过本构关系相互联系的。

对于电介质材料,外加电场 \bar{E} 使材料的原子或分子产生极化,从而导致电偶极矩,它增大了总的位移通量 \bar{D} 。这个附加的极化矢量称为电极化强度 \bar{P}_e ,其中,

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}_e \quad (1.15)$$

在线性媒质中,电极化强度与外加电场呈线性关系,即

$$\bar{P}_e = \epsilon_0 \chi_e \bar{E} \quad (1.16)$$

其中, χ_e 称为电极化率(susceptibility),它可能为复数。于是有

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}_e = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \bar{E} = \epsilon \bar{E} \quad (1.17)$$

其中,

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \quad (1.18)$$

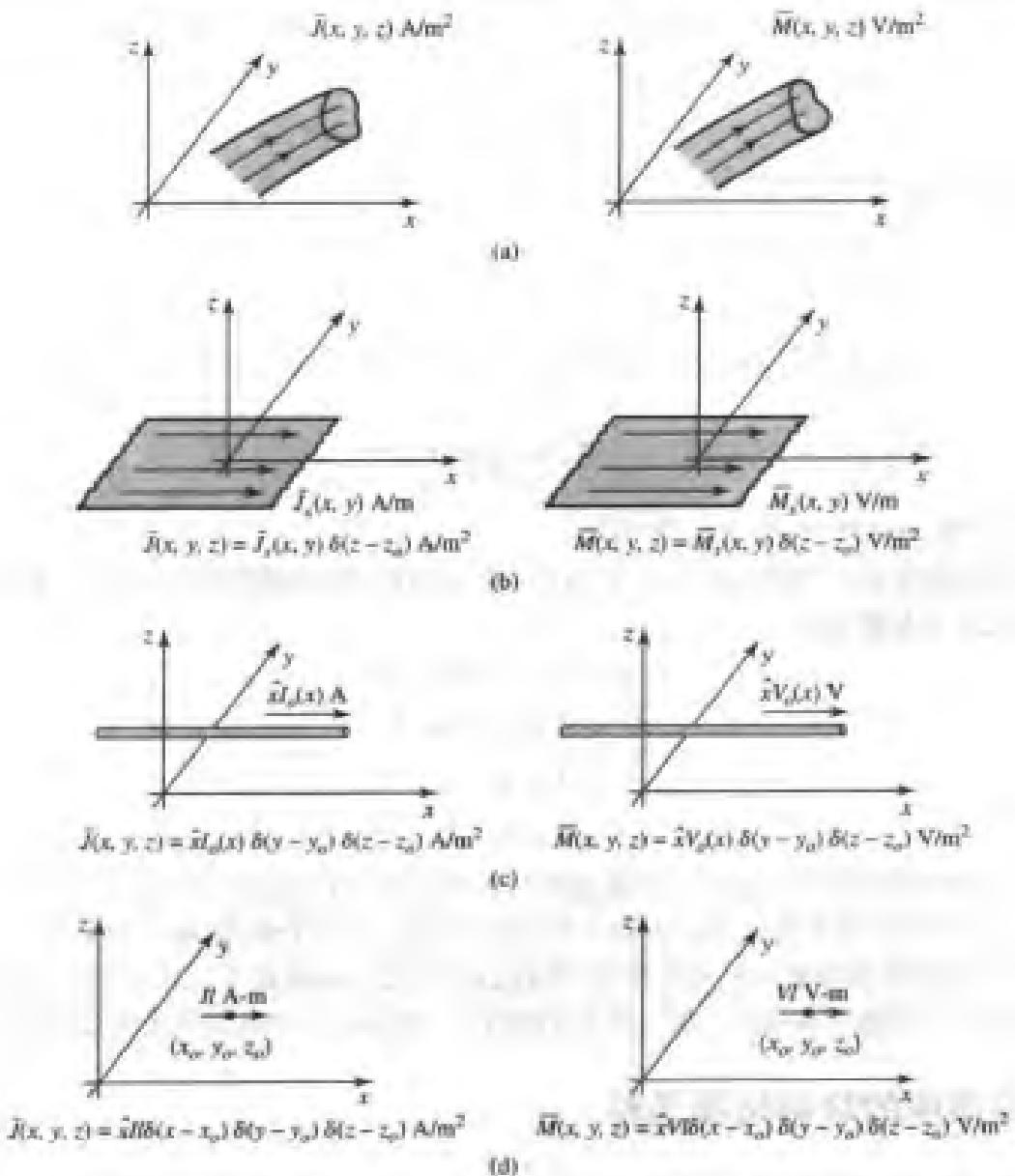


图 1.4 任意的体、面和线电流:(a)任意的体电流和磁流密度;(b)位于 $z = z_0$ 平面上的任意表面电流和磁流密度;(c)任意的线电流和磁流密度;(d)平行于 x 轴的无限小电偶极子和磁偶极子

为媒质的复介电常数。 ϵ' 的虚部被认为是电介质中由于偶极子振动阻尼而产生的热损耗。真空具有实数 ϵ' , 它是无耗的。由于能量守恒,正如我们将在 1.6 节中看到的那样, ϵ' 的虚部必须为负值(τ 为正值)。介电材料的损耗还可能考虑有一个等效的导体损耗。在电导率为 σ 的材料中,传导电流密度为

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \quad (1.19)$$

从电磁场的观点来看,这就是欧姆定律。这样,关于 \bar{H} 的麦克斯韦旋度方程(1.14b)变成

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{H} &= j\omega \bar{D} + \bar{J} \\ &= j\omega \epsilon' \bar{E} + \sigma \bar{E} \\ &= j\omega \epsilon' \bar{E} + (\omega \epsilon'' + \sigma) \bar{E} \\ &= j\omega \left(\epsilon' - j\epsilon'' - j\frac{\sigma}{\omega} \right) \bar{E} \end{aligned} \quad (1.20)$$

从中可以看出,由介电损耗(ω'')引起的损耗是与导电损耗(σ)不同的。 $\omega'' + \sigma$ 项可以看做是总的有效电导率。感兴趣的有关量为损耗角正切,它定义为

$$\tan \delta = \frac{\omega\epsilon'' + \sigma}{\omega\epsilon'} \quad (1.21)$$

它可以看成是总位移电流的实部与虚部之比。微波材料总是用其实介电常数 $\epsilon' = \epsilon_r \epsilon_0$ 和一定频率下的损耗角正切来表征的。一些典型材料的这些常数值已列在附录 G 中。注意到下面一点是有用的,即在无耗假定下得到问题的解之后,损耗很容易通过用复数 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon'(1 - j\tan\delta) = \epsilon_0\epsilon_r(1 - j\tan\delta)$ 取代实数 ϵ 来引进。

在上述讨论中,我们假定 P_e 是与 \bar{E} 同方向的矢量。这种材料称为各向同性材料,但不是所有材料都具有这种特性。有一些材料是各向异性的,它们用 \bar{P}_e 和 \bar{E} 或 \bar{D} 和 \bar{E} 之间更复杂的关系来表达。这些矢量之间的最一般的线性关系取二阶张量(dyad)的形式,它可以用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = [\epsilon] \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

由此可以看出,电场矢量 \bar{E} 的一个给定分量一般地将引起 \bar{D} 的三个分量。晶体结构和离子化的气体是各向异性介质的例子。对于各向同性线性材料,式(1.22)的矩阵将简化为只有阵元 ϵ 的对角阵。

类似的情形也发生在磁材料中,外加磁场可能使磁材料中的磁偶极子有序排列,从而产生磁极化(或磁化)矢量 \bar{P}_m 。于是有

$$\bar{B} = \mu_0(\bar{H} + \bar{P}_m) \quad (1.23)$$

对于线性磁材料, \bar{P}_m 是与 \bar{H} 线性相关的,即

$$\bar{P}_m = \chi_m \bar{H} \quad (1.24)$$

其中, χ_m 为复数的磁极化率。由式(1.23)和式(1.24)得

$$\bar{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\bar{H} = \mu\bar{H} \quad (1.25)$$

其中, $\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu' - j\mu''$ 为媒质的磁导率。同样, χ_m 或 μ 的虚部认为是阻尼力引起的损耗;这里没有磁导率,因为不存在实际的磁流。与电的情况一样,磁材料可能是各向异性的,在这种情形下,张量磁导率可以写为

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = [\mu] \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

微波工程中一个各向异性磁材料的重要例子是称为铁氧体的亚铁磁类材料,这些材料及其应用将在第 9 章进行讨论。

若有线性媒质(ϵ, μ 不依赖于 \bar{E} 或 \bar{H}),则麦克斯韦方程组可以写为相量形式

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} - \bar{M} \quad (1.27a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} + \bar{J} \quad (1.27b)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (1.27c)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (1.27d)$$

本构关系为

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E} \quad (1.28a)$$

$$\bar{B} = \mu \bar{H} \quad (1.28b)$$

其中, ϵ 和 μ 可能是复数, 也可能是张量。注意, 像式(1.28a)和式(1.28b)的关系式一般不能写成时域形式, 即使是对于线性媒质, 因为在 \bar{D} 和 \bar{E} 或 \bar{B} 和 \bar{H} 之间可能存在相移。相位量表达式通过 ϵ 和 μ 的复数形式已考虑了这一相移。

微分形式的麦克斯韦方程组(1.27a)~(1.27d)必须在已知边界上的值时才能有完整和惟一的解。本书所用的一般方法是在一定的区域求解无源的麦克斯韦方程组, 来获得带有未知系数的通解, 然后利用边界条件来求得这些系数。一系列特定的边界条件将在后面讨论。

1.3.1 一般材料分界面上的场

考虑两种媒质之间的平面界面, 如图 1.5 所示。积分形式的麦克斯韦方程可以用来推导包含分界面上的法向场和切向场的边界条件。时谐形式的式(1.4)可以写为

$$\oint_S \bar{D} \cdot d\bar{s} = \int_V \rho \, dv \quad (1.29)$$

其中 S 是如图 1.6 所示的封闭“圆筒”形表面。

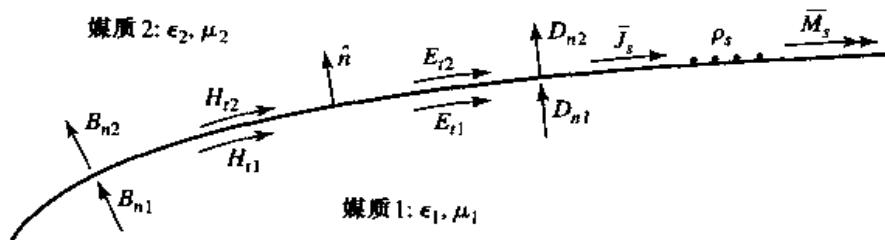


图 1.5 两媒质之间一般的分界面上的场、电流和表面电荷

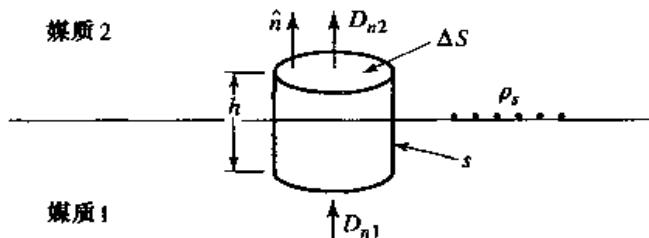


图 1.6 式(1.29)对应的封闭表面 S

在 $h \rightarrow 0$ 的极限情形下, D_{tan} 通过边壁的贡献为零, 所以式(1.29)可简化为

$$\Delta S D_{2n} - \Delta S D_{1n} = \Delta S \rho_s$$

或

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_s \quad (1.30)$$

其中 ρ_s 是分界面上的表面电荷密度。我们可以将其写成矢量形式

$$\hat{n} \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) = \rho_s \quad (1.31)$$

类似的讨论可得到 \bar{B} 的结果为

$$\hat{n} \cdot \bar{B}_2 = \hat{n} \cdot \bar{B}_1 \quad (1.32)$$

因为这里没有自由磁荷。

对于电场的切向分量,我们用式(1.6)的相量形式

$$\oint_C \bar{E} \cdot d\bar{l} = -j\omega \int_S \bar{B} \cdot d\bar{s} - \int_S \bar{M} \cdot d\bar{s} \quad (1.33)$$

把它和图1.7所示的封闭周线C联系起来。在 $h \rightarrow 0$ 的极限情况下, \bar{B} 的面积分趋于零(因为 $S = h\Delta\ell$ 变为零)。然而,若分界面上存在表面磁流密度 \bar{M}_s ,则 \bar{M} 的表面积分的贡献可能是非零的。因此,使用狄拉克(Dirac) δ 函数可以写出

$$\bar{M} = \bar{M}_s \delta(h) \quad (1.34)$$

其中 h 是一个垂直于分界面方向上的坐标。这样,式(1.33)给出

$$\Delta\ell E_{t1} - \Delta\ell E_{t2} = -\Delta\ell M_s$$

或

$$E_{t1} - E_{t2} = -M_s \quad (1.35)$$

式(1.35)可以推广为矢量形式

$$(\bar{E}_2 - \bar{E}_1) \times \hat{n} = \bar{M}_s \quad (1.36)$$

对磁场进行类似的讨论可以得到

$$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \bar{J}_s \quad (1.37)$$

其中 \bar{J}_s 是分界面上可能存在的面电流密度。式(1.31)、式(1.32)、式(1.36)和式(1.37)是在材料的任意分界面及存在任意面电流和/或磁流时的边界条件的最普遍表达式。

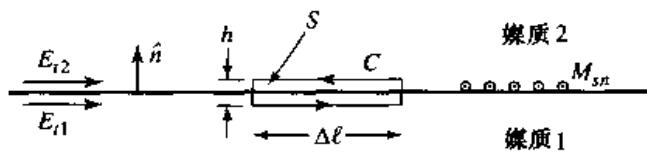


图 1.7 式(1.33)对应的封闭周线 C

1.3.2 介质分界面上的场

在两种无耗介电材料的分界面上,通常没有电荷或面电流密度、磁流密度存在。这样,式(1.31)、式(1.32)、式(1.36)和式(1.37)就可简化为

$$\hat{n} \cdot \bar{D}_1 = \hat{n} \cdot \bar{D}_2 \quad (1.38a)$$

$$\hat{n} \cdot \bar{B}_1 = \hat{n} \cdot \bar{B}_2 \quad (1.38b)$$

$$\hat{n} \times \bar{E}_1 = \hat{n} \times \bar{E}_2 \quad (1.38c)$$

$$\hat{n} \times \bar{H}_1 = \hat{n} \times \bar{H}_2 \quad (1.38d)$$

换言之,这些方程是说,在穿过分界面时 \bar{D} 和 \bar{B} 的法向量连续,而 \bar{E} 和 \bar{H} 的切向分量连续。因为麦克斯韦方程组不都是线性无关的,所以包含在上述方程中的六个边界条件也不都是线性无关的。例如,若使四个切向场分量的边界条件式(1.38c)和式(1.38d)强制满足的话,则将自动使法向分量的连续方程也得到满足。

1.3.3 理想导体(电壁)分界面上的场

微波工程中的很多问题包含有良导体(如金属)的边界,我们常常假定是无耗的($\sigma \rightarrow \infty$)。在这种理想导体的情形下,导体内部区域的所有场分量必定为零。这一结果可以先看做是导体

具有有限导电率($\sigma < \infty$)，而且当 $\sigma \rightarrow \infty$ 时趋肤深度(微波功率可以穿透到达的深度)趋于零的情形(这样的分析将在1.7节中进行)。这里，若我们也假定 $\bar{M}_s = 0$ ，对应于理想导体充满边界一方的情况，则式(1.31)、式(1.32)、式(1.36)和式(1.37)可简化为如下形式：

$$\hat{n} \cdot \bar{D} = \rho_s \quad (1.39a)$$

$$\hat{n} \cdot \bar{B} = 0 \quad (1.39b)$$

$$\hat{n} \times \bar{E} = 0 \quad (1.39c)$$

$$\hat{n} \times \bar{H} = \bar{J}_s \quad (1.39d)$$

其中 ρ_s 和 \bar{J}_s 为分界面上的表面电荷密度和电流密度， \hat{n} 为指向理想导体外的法向单位矢量。这样的边界也称为“电壁”(electric wall)，因为由式(1.39c)可以看出，电场 \bar{E} 的切向分量是被“短路掉的”(shorted out)，它在导体的表面必定为零。

1.3.4 磁壁边界条件

与上述边界条件对偶的是磁壁(magnetic wall)边界条件，其中 \bar{H} 的切向分量必须为零。这种边界条件实际上是不存在的，但是可以用波纹表面来近似，或者在某些平面传输线问题中用它来近似。此外，正如我们在后续几章中将看到的那样，分界面上 $\hat{n} \times \bar{H} = 0$ 的理想情况常常是一种方便的简化。我们也将看到磁壁边界条件类似于开路传输线终端的电压和电流的关系，而电壁边界条件类似于短路传输线终端的电压和电流的关系。这样，磁壁条件就使我们的边界条件公式更加完整，而且在若干有实际意义的情形下是一种有用的近似。

磁壁上的场满足下述条件：

$$\hat{n} \cdot \bar{D} = 0 \quad (1.40a)$$

$$\hat{n} \cdot \bar{B} = 0 \quad (1.40b)$$

$$\hat{n} \times \bar{E} = -\bar{M}_s \quad (1.40c)$$

$$\hat{n} \times \bar{H} = 0 \quad (1.40d)$$

其中 \hat{n} 为磁壁的外法向单位矢量。

1.3.5 辐射条件

当我们处理具有一个或多个无限大边界的问题(例如无限大媒质中的平面波，或无限长传输线)时，必须强加上场在无限远处的条件。这种边界条件称为辐射条件，从根本上说，它就是能量守恒的一种表述。这种表述具体为：在离源无限远处，场要么为零，要么朝外传播。只要一个无限大媒质包含一个小的损耗因子(因为很多物理媒质都具有损耗因子)，这个结果就很容易得到。来自无限远处又具有有限振幅的波将要求在无限远处有一个无限大的源，这是不可接受的。

1.4 波方程和基本平面波的解

1.4.1 亥姆霍兹方程

在无源、线性、各向同性和均匀的区域，相量形式的麦克斯韦方程为

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (1.41a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} \quad (1.41b)$$

两个方程包含两个未知量 \bar{E} 和 \bar{H} 。因此,它们可以用来求解 \bar{E} 和 \bar{H} 。于是,取式(1.41a)的旋度并应用式(1.41b)可得

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\nabla \times \bar{H} = \omega^2\mu\epsilon\bar{E}$$

这是一个关于 \bar{E} 的方程。这个结果可以通过利用矢量恒等式(B.14)即 $\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla^2 \bar{A}$ 得到简化,该恒等式对任意矢量 \bar{A} 的直角分量都是正确的。于是有

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2\mu\epsilon\bar{E} = 0 \quad (1.42)$$

因为在无源区域中有 $\nabla \cdot \bar{E} = 0$ 。式(1.42)是 \bar{E} 的波方程,或亥姆霍兹方程。对于 \bar{H} ,采用同样的方法,可得到完全相同的方程:

$$\nabla^2 \bar{H} + \omega^2\mu\epsilon\bar{H} = 0 \quad (1.43)$$

常数 $k = \omega/\sqrt{\mu\epsilon}$ 是确定的,称为媒质的波数,或传播常数,单位为 $1/m$ 。

作为引入波行为的一种方法,下面我们将研究上述波方程在其最简单形式下的解,首先研究无耗媒质,然后研究有耗(导电)媒质。

1.4.2 无耗媒质中的平面波

在无耗媒质中, ϵ 和 μ 是实数,因此 k 也是实数。上述波方程的一个平面波的基本解可以通过一个只有 z 分量而且在 x 和 y 方向均匀(不变)的电场而得到。因为 $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$,于是亥姆霍兹方程(1.42)简化为

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x = 0 \quad (1.44)$$

通过代入法很容易得到该方程的两个独立的解,形式为

$$E_x(z) = E^+ e^{-jkz} + E^- e^{jkz} \quad (1.45)$$

其中 E^+ 和 E^- 是任意振幅常数。

上述解是在频率 ω 下的时谐形式。该结果在时域可以写为

$$E_x(z, t) = E^+ \cos(\omega t - kz) + E^- \cos(\omega t + kz) \quad (1.46)$$

其中,我们已经假定 E^+ 和 E^- 为实常数。考虑式(1.46)的第一项。这一项代表了沿 $+z$ 方向传播的波。因为,为了保持波的一个固定点相位($\omega t - kz = \text{常数}$),当时间增加时,它必须向 $+z$ 方向移动。类似地,式(1.46)中的第二项代表了沿 $-z$ 方向传播的波;因此,用 E^+ 和 E^- 来表示这两个波的振幅。按此分析,波的速度称为相速(phase velocity),因为它是波传播过程中一个固定的相位点的运动速度,并由下式给出:

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega t - \text{常数}}{k} \right) = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.47)$$

在真空中,我们有 $v_p = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = c = 2.998 \times 10^8 m/s$,这就是光速。

波长 λ 定义为波在一个确定的时刻,两个相邻的极大值(极小值或其他任意的参考点)之间的距离。因此,

$$[\omega t - kz] - [\omega t - k(z + \lambda)] = 2\pi$$

所以

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi v_p}{\omega} = \frac{v_p}{f} \quad (1.48)$$

电磁场平面波的完整定义必须包含磁场。一般地,无论已知的是 \bar{E} 还是 \bar{H} ,其他场矢量都可以利用麦克斯韦旋度方程很快地找到。因此,把式(1.45)所示的电场应用于式(1.41a)可得 $H_x = H_z = 0$,以及

$$H_y = \frac{1}{\eta} [E^+ e^{-jkz} - E^- e^{jkz}] \quad (1.49)$$

其中, $\eta = \omega\mu/k = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 为平面波的波阻抗,它定义为 \bar{E} 与 \bar{H} 之比。对于平面波,该阻抗也是所在媒质的特征阻抗。在真空中,我们有 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$ 。注意,矢量 \bar{E} 与 \bar{H} 互相正交,而且垂直于传播方向($\pm z$);这是横向电磁波(TEM)的一个特征。

例题 1.1 平面波基本参数

一个在无耗介电媒质中传播的平面波具有电场 $E_x = E_0 \cos(1.51 \times 10^{10} t + 61.6z)$ 。确定其波长、相速和波阻抗以及媒质的介电常数。

解:

与式(1.46)比较,我们确定 $\omega = 1.51 \times 10^{10} \text{ rad/s}$ 和 $k = 61.6 \text{ m}^{-1}$ 。然后利用式(1.48)给出波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{61.6} = 0.102 \text{ m}$$

由式(1.47)可以求出相速为

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1.51 \times 10^{10}}{61.6} = 2.45 \times 10^8 \text{ m/s}$$

这比光速要慢约 1.225 倍。媒质的介电常量可以求出,具体为

$$\epsilon_r = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 = \left(\frac{3.0 \times 10^8}{2.45 \times 10^8}\right)^2 = 1.50$$

波阻抗为

$$\eta = \eta_0 / \sqrt{\epsilon_r} = \frac{377}{\sqrt{1.5}} = 307.8 \Omega$$

1.4.3 一般有耗媒质中的平面波

现在,我们考虑有耗媒质的影响。若媒质是导电的,电导率为 σ ,则式(1.41a)和式(1.20)给出的麦克斯韦旋度方程可以写为

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (1.50a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} + \sigma\bar{E} \quad (1.50b)$$

\bar{E} 的波方程结果变为

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu \epsilon \left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right) \bar{E} = 0 \quad (1.51)$$

其中,我们看到与无耗情形下 \bar{E} 的波方程(1.42)有类似性,差别在于式(1.42)中的波数 $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ 被式(1.51)中的 $\omega^2 \mu \epsilon [1 - j(\sigma/\omega\epsilon)]$ 所代替。然后,我们定义该媒质的复传播常数为

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}} \quad (1.52)$$

若我们再次假定电场只有 x 分量而且在 x 和 y 方向是均匀不变的,则式(1.51)给出的波方程可简化为

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \gamma^2 E_x = 0 \quad (1.53)$$

它具有解

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} + E^- e^{\gamma z} \quad (1.54)$$

正向传输波具有传播因数,形如

$$e^{-\gamma z} = e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

其时域形式为

$$e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

我们看到这代表一个沿 $+z$ 方向传输的波,相速为 $v_p = \omega/\beta$,波长为 $\lambda = 2\pi/\beta$,而且有指数衰减因子。随距离的衰减率由衰减常数 α 给出。式(1.54)中的反向行波项类似地沿 $-z$ 轴衰减。若去掉损耗,即 $\sigma = 0$,则我们得到 $\gamma = jk$, $\alpha = 0$, $\beta = k$ 。

正如我们在1.3节中所讨论的,损耗也可处理为复介电常数。由式(1.52)和式(1.20)以及 $\sigma = 0$,但 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 为复数,我们有

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = jk = j\omega\sqrt{\mu\epsilon'(1 - j\tan\delta)} \quad (1.55)$$

其中, $\tan\delta = \epsilon''/\epsilon'$ 是材料的损耗角正切。

接着,相关的磁场可以计算为

$$H_y = \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{-j\gamma}{\omega\mu} (E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z}) \quad (1.56)$$

在无耗情况下,波阻抗可以定义为电场与磁场的比值:

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad (1.57)$$

这样,式(1.56)可以写为

$$H_y = \frac{1}{\eta} (E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z}) \quad (1.58)$$

注意, η 一般为复数,而当 $\gamma = jk = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 时,它简化为无耗情形下的 $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 。

1.4.4 良导体中的平面波

很多有实际兴趣的问题包含了良导体(而非理想导体)造成的损耗或衰减。良导体是前面分析过的导电电流比位移电流大得多的一种特殊情况,即 $\sigma \gg \omega\epsilon$ 。绝大多数金属都可看做是良导体。宁可采用复介电常数 ϵ ,而不采用电导率,这个条件等效于 $\epsilon'' \gg \epsilon'$ 。忽略位移电流项,式(1.52)的传播常数可以适当地近似为

$$\gamma = \alpha + j\beta \approx j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} = (1 + j)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \quad (1.59)$$

趋肤深度(或穿透的特征深度)定义为

$$\delta_s = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (1.60)$$

这样,导体中的场,在传输一个趋肤深度的距离后,其振幅就衰减为 $1/e$,即 36.8%,因为 $e^{-\alpha z} = e^{-\omega \delta_s} = e^{-1}$ 。在微波频率下,对于良导体,该距离是非常小的。这个结果的实际重要性在于对于低耗微波元件而言,只需要一个薄片良导体(例如银或金)就足够了。

例题 1.2 微波频率下的趋肤深度

计算铝、铜、金和银在频率为 10 GHz 时的趋肤深度。

解:

这些金属的电导率列在附录 F 中。式(1.60)给出的趋肤深度为

$$\begin{aligned}\delta_s &= \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi (10^{10})(4\pi \times 10^{-7})}} \sqrt{\frac{1}{\sigma}} \\ &= 5.03 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{1}{\sigma}}\end{aligned}$$

$$\text{铝: } \delta_s = 5.03 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{1}{3.816 \times 10^7}} = 8.14 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{铜: } \delta_s = 5.03 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{1}{5.813 \times 10^7}} = 6.60 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{金: } \delta_s = 5.03 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{1}{4.098 \times 10^7}} = 7.86 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{银: } \delta_s = 5.03 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{1}{6.173 \times 10^7}} = 6.40 \times 10^{-7} \text{ m}$$

这些结果表明,良导体中的绝大部分电流都存在于接近导体表面的极薄的区域内。 ■

良导体内的波阻抗可以由式(1.57)和式(1.59)得到,结果为

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \approx (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} = (1+j)\frac{1}{\sigma\delta_s} \quad (1.61)$$

注意,这一阻抗的相位角为 45° ,这是良导体的特征。无耗材料的相位角为 0° ,而任意有耗媒质的阻抗的相位角在 0° 与 45° 之间。

表 1.1 概括了在无耗和有耗均匀媒质中平面波传输的一些结果。

表 1.1 在各种媒质中传播的平面波的结果总结

物理量	类型		
	无耗 ($\epsilon'' = \sigma = 0$)	一般损耗	良导体 $\epsilon'' \gg \epsilon'$ 或 $\sigma \gg \omega\epsilon'$
复传播常数	$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ $= j\omega\sqrt{\mu\epsilon'}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon'}}$	$\gamma = (1+j)\sqrt{\omega\mu\sigma/2}$
相位常数(波数)	$\beta = k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\beta = \text{Im}(\gamma)$	$\beta = \text{Im}(\gamma) = \sqrt{\omega\mu\sigma/2}$
衰减常数	$\alpha = 0$	$\alpha = \text{Re}(\gamma)$	$\alpha = \text{Re}(\gamma) = \sqrt{\omega\mu\sigma/2}$
阻抗	$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon} = \omega\mu/k$	$\eta = j\omega\mu/\gamma$	$\eta = (1+j)\sqrt{\omega\mu/2\sigma}$
趋肤深度	$\delta_s = \infty$	$\delta_s = 1/\alpha$	$\delta_s = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$
波长	$\lambda = 2\pi/\beta$	$\lambda = 2\pi/\beta$	$\lambda = 2\pi/\beta$
相速	$v_p = \omega/\beta$	$v_p = \omega/\beta$	$v_p = \omega/\beta$

1.5 平面波的通解

我们在1.4节中已讨论了平面波的一些特征。这里，我们将从更一般的观点出发再次考察平面波，而且用分离变量法来求解波动方程。这种方法在后续几章中还会得到应用。我们还将讨论圆极化平面波，这对于第9章中有关铁氧体的讨论是很重要的。

在真空中，电场 \bar{E} 的亥姆霍兹方程可以写为

$$\nabla^2 \bar{E} + k_0^2 \bar{E} = \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} + k_0^2 \bar{E} = 0 \quad (1.62)$$

这个矢量波方程对于 \bar{E} 的每个直角分量都是正确的：

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} + k_0^2 E_i = 0 \quad (1.63)$$

其中，下角标 $i = x, y$ 或 z 。现在，我们用分离变量法来求解这个方程，这是处理这种类型的偏微分方程的标准方法。这一方法首先认为式(1.63)的解（例如 E_x ）可以写成三个函数的乘积，而每个函数分别与三个坐标中的一个有关：

$$E_x(x, y, z) = f(x) g(y) h(z) \quad (1.64)$$

把这种形式的解代入式(1.63)，并用 fgh 去除，可得

$$\frac{f''}{f} + \frac{g''}{g} + \frac{h''}{h} + k_0^2 = 0 \quad (1.65)$$

其中，双撇号表示二阶微商。现在，问题中的关键一步是认识到式(1.65)中的每一项是相互独立的，因此它们必须等于常量。也就是说， f''/f 仅为 x 的函数，而且式(1.65)中余下的项与 x 无关，因此 f''/f 必须是常数。类似地，式(1.65)中的其他项也是如此。因此，我们定义三个分离的常数为 k_x, k_y 和 k_z ，使得

$$f''/f = -k_x^2; \quad g''/g = -k_y^2; \quad h''/h = -k_z^2$$

或

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + k_x^2 f = 0; \quad \frac{d^2 g}{dy^2} + k_y^2 g = 0; \quad \frac{d^2 h}{dz^2} + k_z^2 h = 0 \quad (1.66)$$

联立式(1.65)和式(1.66)可得

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad (1.67)$$

现在，偏微分方程(1.63)已简化为三个分离的常微分方程(1.66)。这三个方程的解的形式分别为 $e^{\pm j k_x x}$, $e^{\pm j k_y y}$ 和 $e^{\pm j k_z z}$ 。正如我们在上节中看到的那样，带“+”号的项使波沿负 x, y 或 z 方向传输，而带“-”号的项使波沿正向传输。两个解都是可能的和合理的；这些项被激励起的量值依赖于场的源。对于目前的讨论，我们将选择沿每个坐标的正向传输的平面波，而把解 E_x 的完整形式写为

$$E_x(x, y, z) = A e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (1.68)$$

其中， A 是任意振幅常数。现在，我们定义波矢量 \bar{k} 为

$$\bar{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z} = k_0 \hat{n} \quad (1.69)$$

于是,由式(1.67)得 $|\bar{k}| = k_0$,而且 \hat{n} 是传输方向上的单位矢量。我们还定义位置矢量为

$$\bar{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad (1.70)$$

然后,式(1.68)可以写为

$$E_x(x, y, z) = A e^{-jk\cdot\bar{r}} \quad (1.71)$$

当然,式(1.63)对 E_y 和 E_z 的解,类似于 E_x 的式(1.71)的形式,但具有不同的振幅常数:

$$E_y(x, y, z) = B e^{-jk\cdot\bar{r}} \quad (1.72)$$

$$E_z(x, y, z) = C e^{-jk\cdot\bar{r}} \quad (1.73)$$

\bar{E} 的三个分量[式(1.71)~式(1.73)]对 x, y, z 的依赖关系必须是相同的(相同的 k_x, k_y, k_z),因为散度条件

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

必须成立以满足麦克斯韦方程,这意味着 E_x, E_y 和 E_z 必须在 x, y, z 方向有相同的变化(注意,上一节的解已自动满足了散度条件,因为 E_x 只是 \bar{E} 的惟一分量,而 E_x 又不随 x 变化)。这个条件对振幅 A, B 和 C 也施加了一个限制,因为若

$$\bar{E}_0 = A\hat{x} + B\hat{y} + C\hat{z}$$

则我们有

$$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{-jk\cdot\bar{r}}$$

和

$$\nabla \cdot \bar{E} = \nabla \cdot (\bar{E}_0 e^{-jk\cdot\bar{r}}) = \bar{E}_0 \cdot \nabla e^{-jk\cdot\bar{r}} = -jk \cdot \bar{E}_0 e^{-jk\cdot\bar{r}} = 0$$

其中用到了矢量恒等式(B.7)。因此,我们必须有

$$\bar{k} \cdot \bar{E}_0 = 0 \quad (1.74)$$

这表明电场振幅矢量 \bar{E}_0 必须垂直于传输方向 \bar{k} 。这个条件是平面波的普通结果,意味着三个振幅常量 A, B 和 C 中只有两个可以独立地选择。

磁场可以由麦克斯韦方程

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu_0 \bar{H} \quad (1.75)$$

求出,具体为

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \frac{j}{\omega\mu_0} \nabla \times \bar{E} = \frac{j}{\omega\mu_0} \nabla \times (\bar{E}_0 e^{-jk\cdot\bar{r}}) \\ &= \frac{-j}{\omega\mu_0} \bar{E}_0 \times \nabla e^{-jk\cdot\bar{r}} \\ &= \frac{-j}{\omega\mu_0} \bar{E}_0 \times (-jk) e^{-jk\cdot\bar{r}} \\ &= \frac{k_0}{\omega\mu_0} \hat{n} \times \bar{E}_0 e^{-jk\cdot\bar{r}} \\ &= \frac{1}{\eta_0} \hat{n} \times \bar{E}_0 e^{-jk\cdot\bar{r}} \\ &= \frac{1}{\eta_0} \hat{n} \times \bar{E} \end{aligned} \quad (1.76)$$

其中,在得到第二行时,用到了矢量恒等式(B.9)。这个结果表明,磁场强度矢量 \bar{H} 位于垂直于传播方向 \bar{k} 的平面内,而且 \bar{H} 也垂直于 \bar{E} 。图 1.8 表明了这些矢量的关系。式(1.76)中的量 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$ 是真空的本征阻抗。

电场的时域表达式可以求出为

$$\begin{aligned}\hat{E}(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}\{\bar{E}(x, y, z)e^{j\omega t}\} \\ &= \operatorname{Re}\{\bar{E}_0 e^{-jk \cdot \bar{r}} e^{j\omega t}\} \\ &= \bar{E}_0 \cos(\bar{k} \cdot \bar{r} - \omega t)\end{aligned}\quad (1.77)$$

假定 \bar{E}_0 中包含的振幅 A 、 B 和 C 为实数。若这些常量不是实数,则其相位应包含在式(1.77)的余弦项中。很容易证明,这个解的波长和相速与 1.4 节中得到的相同。

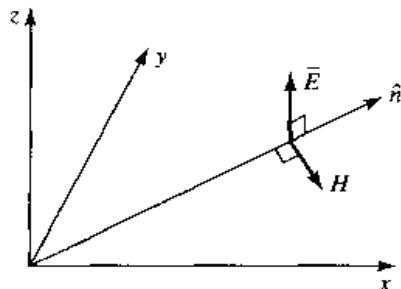


图 1.8 普遍的平面波的三个矢量 E 、 \bar{H} 和 $\hat{k} = k_0 \hat{n}$ 的方向

例题 1.3 作为平面波源的片电流

一个无穷大的表面电流片可以认为是平面波的源。若真空中 $z = 0$ 处存在一个面电流密度 $\bar{J}_s = J_o \hat{x}$, 求它产生的电场, 假定电流片的两边都产生平面波, 并施加边界条件。

解:

因为源不随 x 和 y 变化, 所以它产生的场也不随 x 和 y 变化, 但将离开源分别沿 $\pm z$ 方向传播。在 $z = 0$ 处需要满足的边界条件为

$$\hat{n} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = \hat{z} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = 0$$

$$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \hat{z} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = J_o \hat{x}$$

其中, \bar{E}_1, \bar{H}_1 为 $z < 0$ 时的场, \bar{E}_2, \bar{H}_2 为 $z > 0$ 的场。为满足第二个条件, \bar{H} 必须只有 \hat{y} 分量。然后, 因为 \bar{E} 垂直于 \bar{H} 和 \hat{z} , 所以 \bar{E} 必定只有 \hat{x} 分量。因此, 场将具有如下形式:

$$\text{对于 } z < 0, \quad \bar{E}_1 = \hat{x} A \eta_0 e^{jk_0 z}$$

$$\bar{H}_1 = -\hat{y} A e^{jk_0 z}$$

$$\text{对于 } z > 0, \quad \bar{E}_2 = \hat{x} B \eta_0 e^{-jk_0 z}$$

$$\bar{H}_2 = \hat{y} B e^{-jk_0 z}$$

其中, A 和 B 为任意振幅常数。由第一个边界条件, 即 E_x 在 $z = 0$ 处连续, 得到 $A = B$, 而对于 \bar{H} 的边界条件, 得到方程

$$-B - A = J_o$$

求解 A 和 B , 得

$$A = B = -J_o / 2$$

由此得到完整的解。

1.5.1 圆极化平面波

以上所讨论的平面波其电场矢量均指向一个固定的方向,因此称为线极化(linearly polarized)波。一般而言,平面波的极化方向是指其电场矢量的方向,它可能在一个固定的方向上,也可能随时间变化。

考虑一个振幅为 E_1 的 \hat{x} 方向的线极化波与振幅为 E_2 的 \hat{y} 方向的线极化波的叠加,这两个波都沿 z 方向传播。总电场可以写为

$$\bar{E} = (E_1 \hat{x} + E_2 \hat{y}) e^{-jk_0 z} \quad (1.78)$$

现在,产生了多种可能性。若 $E_1 \neq 0$ 而 $E_2 = 0$,则我们有一个极化方向在 \hat{x} 方向的平面波。类似地,若 $E_1 = 0$ 而 $E_2 \neq 0$,则我们有一个极化方向在 \hat{y} 方向的平面波。若 E_1 和 E_2 同为实数而且非零,则我们有一个极化方向在角度为

$$\phi = \arctan \frac{E_2}{E_1}$$

的平面波。例如,若 $E_1 = E_2 = E_0$,则我们有

$$\bar{E} = E_0 (\hat{x} + \hat{y}) e^{-jk_0 z}$$

它代表了与 x 轴成 45° 角的电场矢量。

现在,考虑 $E_1 = jE_2 = E_0$ 的情况,其中 E_0 为实数,于是有

$$\bar{E} = E_0 (\hat{x} - j\hat{y}) e^{-jk_0 z} \quad (1.79)$$

这个场的时域形式为

$$\bar{E}(z, t) = E_0 \{ \hat{x} \cos(\omega t - k_0 z) + \hat{y} \cos(\omega t - k_0 z - \pi/2) \} \quad (1.80)$$

该表达式表明,电场矢量随时间,或者等效地,随沿 z 轴的距离变化。为了解这一点,取一个固定点,如 $z = 0$ 。式(1.80)简化为

$$\bar{E}(0, t) = E_0 \{ \hat{x} \cos \omega t + \hat{y} \sin \omega t \} \quad (1.81)$$

因为 ωt 从零开始增加,所以电场矢量从 x 轴开始逆时针旋转。结果是, $z = 0$ 处的电场矢量在时刻 t 与 x 轴的夹角为

$$\phi = \arctan \left(\frac{\sin \omega t}{\cos \omega t} \right) = \omega t$$

它表明,极化方向以匀角速度 ω 旋转。因此按右手定则,当大姆指指向波传播方向时,右手其他手指指向旋转方向,所以这种类型的波称为右旋圆极化(RHCP, right hand circularly polarized)波。类似地,形式为

$$\bar{E} = E_0 (\hat{x} + j\hat{y}) e^{-jk_0 z} \quad (1.82)$$

的场构成了一个左旋圆极化(LHCP, left hand circularly polarized)波,此处,电场矢量反方向旋转。从图 1.9 可以看到 RHCP 和 LHCP 平面波的极化矢量。

与圆极化波相关的磁场可以由麦克斯韦方程或者把波阻抗应用于电场的各个分量来得到。例如,把式(1.76)应用于由式(1.79)给出的右旋圆极化波的电场,得到

$$\bar{H} = \frac{E_0}{\eta_0} \hat{z} \times (\hat{x} - j\hat{y}) e^{-jk_0 z} = \frac{E_0}{\eta_0} (\hat{y} + j\hat{x}) e^{-jk_0 z} = \frac{j E_0}{\eta_0} (\hat{x} - j\hat{y}) e^{-jk_0 z}$$

可以看出,它也代表一个右旋圆极化型的矢量旋转。

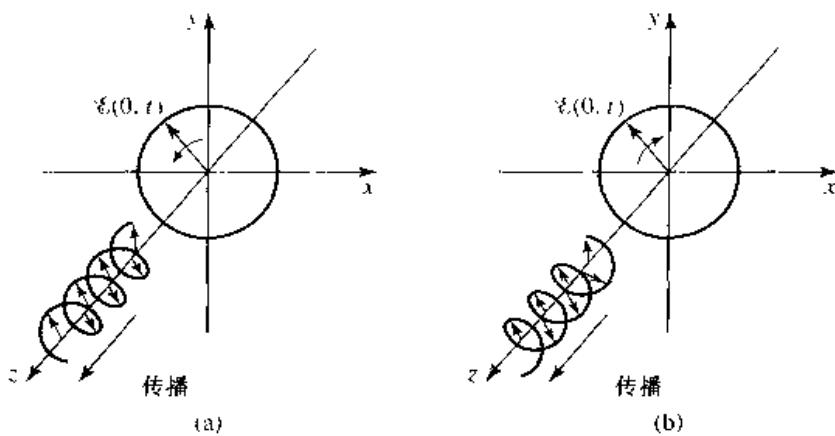


图 1.9 (a)右旋圆极化和(b)左旋圆极化平面波的电场极化方向

1.6 能量和功率

一般地,电磁能量源建立了电磁场,它存储了电能和磁能,而且携带的功率可以传输出去或作为损耗消耗掉。在正弦稳态情况下,体积 V 中的时间平均的存储电能由下式给出:

$$W_e = \frac{1}{4} \operatorname{Re} \int_V \bar{E} \cdot \bar{D}^* dV \quad (1.83)$$

在无耗、各向同性、均匀和线性介质的简单情形下, ϵ 是常数实标量,因此上式可简化为

$$W_e = \frac{\epsilon}{4} \int_V \bar{E} \cdot \bar{E}^* dV \quad (1.84)$$

类似地,存储在体积 V 中的时间平均磁能为

$$W_m = \frac{1}{4} \operatorname{Re} \int_V \bar{H} \cdot \bar{B}^* dV \quad (1.85)$$

对于常数实标量 μ ,它变为

$$W_m = \frac{\mu}{4} \int_V \bar{H} \cdot \bar{H}^* dV \quad (1.86)$$

现在我们可以推导坡印亭定理,该定理导出了电磁场和源的能量守恒。若我们有电流源 \bar{J}_s 和由式(1.19)定义的传导电流 $\sigma\bar{E}$,则总电流密度为 $J = \bar{J}_s + \sigma\bar{E}$ 。然后,用 H^* 乘以式(1.27a),用 \bar{E} 乘以式(1.27b)的共轭,可得

$$\begin{aligned} \bar{H}^* \cdot (\nabla \times \bar{E}) &= -j\omega\mu|\bar{H}|^2 - \bar{H}^* \cdot \bar{M}_s \\ \bar{E} \cdot (\nabla \times \bar{H}^*) &= \bar{E} \cdot \bar{J}^* - j\omega\epsilon^*|\bar{E}|^2 = \bar{E} \cdot \bar{J}_s^* + \sigma|\bar{E}|^2 - j\omega\epsilon^*|\bar{E}|^2 \end{aligned}$$

其中, M_s 是磁流源。把这两式用于矢量恒等式(B.8),可得

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\bar{E} \times \bar{H}^*) &= \bar{H}^* \cdot (\nabla \times \bar{E}) - \bar{E} \cdot (\nabla \times \bar{H}^*) \\ &= -\sigma|\bar{E}|^2 + j\omega(\epsilon^*|\bar{E}|^2 - \mu|\bar{H}|^2) - (\bar{E} \cdot \bar{J}_s^* + \bar{H}^* \cdot \bar{M}_s) \end{aligned}$$

现在,在整个体积 V 内积分,并且利用散度定理,可得

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot (\bar{E} \times \bar{H}^*) dV &= \oint_S \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot d\bar{s} \\ &= -\sigma \int_V |\bar{E}|^2 dV + j\omega \int_V (\epsilon^*|\bar{E}|^2 - \mu|\bar{H}|^2) dV - \int_V (\bar{E} \cdot \bar{J}_s^* + \bar{H}^* \cdot \bar{M}_s) dV \end{aligned} \quad (1.87)$$

其中, S 是包围体积 V 的封闭曲面, 如图 1.10 所示。允许用 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 和 $\mu = \mu' - j\mu''$ 为复数以包含损耗, 重写式(1.87)给出

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \int_V (\bar{E} \cdot \bar{J}_s^* + \bar{H}^* \cdot \bar{M}_s) dv &= \frac{1}{2} \oint_S \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot d\bar{s} + \frac{\sigma}{2} \int_V |\bar{E}|^2 dv \\ &+ \frac{\omega}{2} \int_V (\epsilon'' |\bar{E}|^2 + \mu'' |\bar{H}|^2) dv + j \frac{\omega}{2} \int_V (\mu' |\bar{H}|^2 - \epsilon' |\bar{E}|^2) dv \end{aligned} \quad (1.88)$$

在物理学家 J.H. 坡印亭(1852~1914)之后, 这个结果称为坡印亭定理, 从根本上说, 它是一个功率平衡方程。因此, 左边的积分表示在封闭面 S 内, 由源 \bar{J}_s 和 \bar{M}_s 所携带的复功率 P_s 为

$$P_s = -\frac{1}{2} \int_V (\bar{E} \cdot \bar{J}_s^* + \bar{H}^* \cdot \bar{M}_s) dv \quad (1.89)$$

式(1.88)右边的第一个积分表示由封闭曲面 S 流出的复功率流。若我们将称为坡印廷矢量的量 \bar{S} 定义为

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}^* \quad (1.90)$$

则这个功率可以表示为

$$P_o = \frac{1}{2} \oint_S \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot d\bar{s} = \frac{1}{2} \oint_S \bar{S} \cdot d\bar{s} \quad (1.91)$$

式(1.91)中的曲面 S 必须是封闭的, 以保证这种解释是成立的。式(1.89)和式(1.91)中的 P_s 和 P_o 的实部表示时间平均功率。

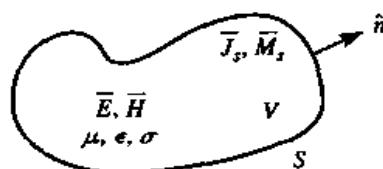


图 1.10 由封闭曲面 S 包围的体积 V , 包含了电磁场 \bar{E}, \bar{H} 和电磁流源 \bar{J}_s, \bar{M}_s

式(1.88)中的第二个积分和第三个积分是实数量, 代表了体积 V 内由于电导率、电介质和磁损耗而消耗掉的时间平均功率。若把这个功率定义为 P_ℓ , 则我们有

$$P_\ell = \frac{\sigma}{2} \int_V |\bar{E}|^2 dv + \frac{\omega}{2} \int_V (\epsilon'' |\bar{E}|^2 + \mu'' |\bar{H}|^2) dv \quad (1.92)$$

它有时称为焦耳定律。式(1.88)中的最后一项积分可以看成是与定义为式(1.84)和式(1.86)的电和磁的储能有关的项。

有了上述定义, 坡印亭定理就可以重新写为

$$P_s = P_o + P_\ell + 2j\omega(W_m - W_e) \quad (1.93)$$

换言之, 这个复功率守恒方程是说, 由源携带的功率(P_s)等于通过表面传输的功率(P_o), 体积内损耗为热的功率(P_ℓ)及体积内存储的净电抗性能量的 2ω 倍之和。

1.6.1 良导体吸收的功率

为了计算由于导电性不好引起的衰减和损耗, 就必须求出导体中的功率消耗。我们将证明, 只要利用导体表面的场就能做到这一点, 这是计算衰减时的一个非常有用的简化。

考虑图 1.11 所示的几何图形, 它给出了一个无耗媒质与良导体之间的分界面。假定场是由 $z < 0$ 的一方入射的, 而且深入到 $z > 0$ 的导体区域。进入到由分界面上的横截面 S_0 和曲面 S 所定义的导体体积内的实平均功率, 根据式(1.91)给出为

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_0+S} \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot \hat{n} ds \quad (1.94)$$

其中 \hat{n} 为指向封闭表面($S_0 + S$)内部的单位矢量, \bar{E}, \bar{H} 是这个表面上的场。式(1.94)来源于表面 S 上的积分贡献可以通过恰当选择该曲面而使其为零。例如, 若场是垂直入射的平面波, 则坡印亭矢量 $\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}^*$ 将在 z 方向上, 因而相切于 S 的上、下、前、后表面, 只要这些表面是选择为平行于 z 轴的。若波是斜入射, 则这些表面也可以倾斜而得到同样的结果。而且, 若导体是良导体, 则场自 $z=0$ 的界面向内的衰减将是非常快的, 这样 S 的右端可以选择离开 $z=0$ 足够远, 使这部分积分贡献可以忽略。这样, 通过 S_0 进入导体的时间平均功率可以写为

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_0} \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot \hat{z} ds \quad (1.95)$$

从矢量恒等式(B.3), 我们有

$$\hat{z} \cdot (\bar{E} \times \bar{H}^*) = (\hat{z} \times \bar{E}) \cdot \bar{H}^* = \eta \bar{H} \cdot \bar{H}^* \quad (1.96)$$

其中 $\bar{H} = \hat{n} \times \bar{E}/\eta$, 这是把式(1.76)推广到导电媒质的情况, η 是导体的本征波阻抗。式(1.95)可以写为

$$P_{av} = \frac{R_s}{2} \int_{S_0} |\bar{H}|^2 ds \quad (1.97)$$

其中,

$$R_s = \operatorname{Re}(\eta) = \operatorname{Re} \left[(1+j) \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \right] = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} = \frac{1}{\sigma \delta_s} \quad (1.98)$$

称为导体的表而电阻。式(1.97)中的磁场 \bar{H} 是与导体表面相切的, 仅需要它在导体表面的值; 因为 H_t 在 $z=0$ 处是连续的, 因而这个场无论是在导体外还是在导体内计算都没有关系。在下一节中, 我们将证明当导体假定为理想导体时, 如何用导体表面的表面电流密度来计算式(1.97)。

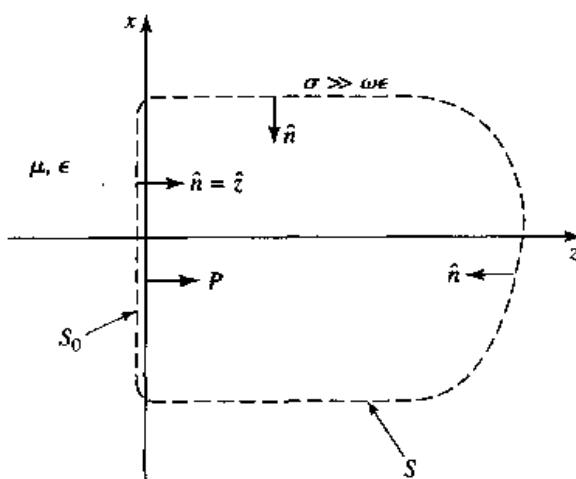


图 1.11 有耗媒质和良导体的分界表面, 为计算导体中的功率消耗而构建的封闭曲面 $S_0 + S$

1.7 媒质分界面上的平面波反射

以后几章将要考虑的许多问题包含电磁场在有耗或导电媒质分界面上的行为,因此在这里研究一下从真空中入射到导电媒质半空间的分界面上的平面波的反射是有益的。有关的几何图形如图 1.12 所示,其中 $z > 0$ 的有耗半空间是由参数 ϵ , μ 和 σ 表征的。

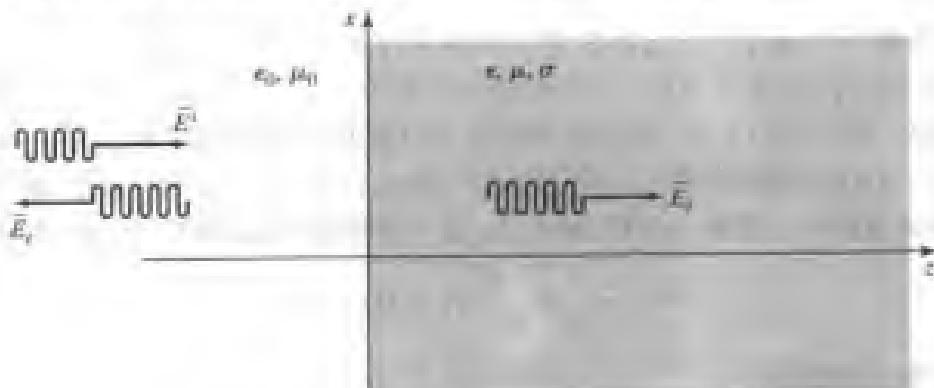


图 1.12 从有耗媒质的平面波反射: 正入射

1.7.1 普通媒质

不失一般性,我们假定入射平面波具有沿 x 轴方向的电场,并沿正 z 轴方向传播。对 $z < 0$,入射场可以写为

$$\bar{E}_i = \hat{x} E_0 e^{-jk_0 z} \quad (1.99a)$$

$$\bar{H}_i = \frac{1}{\eta_0} \hat{y} E_0 e^{-jk_0 z} \quad (1.99b)$$

其中 η_0 是真空波阻抗, E_0 是任意振幅。在 $z < 0$ 的区域,可能存在反射波,形式为

$$\bar{E}_r = \hat{x} \Gamma E_0 e^{+jk_0 z} \quad (1.100a)$$

$$\bar{H}_r = -\hat{y} \frac{\Gamma}{\eta_0} E_0 e^{+jk_0 z} \quad (1.100b)$$

其中, Γ 是未知的反射电场的反射系数。注意,在式(1.100)中,正如式(1.46)所导出的,指数项的符号已选择为正,以代表波沿 $-z$ 方向传播。这也与坡印亭矢量 $\bar{S}_r = \bar{E}_r \times \bar{H}^* = -|\Gamma|^2 |E_0|^2 \hat{z} / \eta_0$ 一致,它表示对反射波而言是沿 $-z$ 方向传播的功率。

正如 1.4 节所证明的,由式(1.54)和式(1.58),在 $z > 0$ 的有耗媒质区域的透射场可以写为

$$\bar{E}_t = \hat{x} T E_0 e^{-\gamma z} \quad (1.101a)$$

$$\bar{H}_t = \frac{\hat{y} T E_0}{\eta} e^{-\gamma z} \quad (1.101b)$$

其中, T 是透射电场的透射系数, η 是 $z > 0$ 的区域的有耗媒质的本征阻抗。由式(1.57)和式(1.52)可得本征阻抗为

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad (1.102)$$

而传播常数为

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\sigma/\omega\epsilon} \quad (1.103)$$

现在, 我们有了边界值问题, 其中场的普遍形式在 $z = 0$ 处的材料不连续性两边都是已知的, 由式(1.99)至式(1.101)给出。两个未知常数 Γ 和 T 可以通过应用在 $z = 0$ 处有关 E_x 和 H_y 的两个边界条件而得到。因为这些切向场分量在 $z = 0$ 处必须连续, 所以我们得到如下两个方程:

$$(1 + \Gamma) = T \quad (1.104a)$$

$$\frac{1 - \Gamma}{\eta_0} = \frac{T}{\eta} \quad (1.104b)$$

求解这两个方程可得反射系数和透射系数为

$$\Gamma = \frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0} \quad (1.105a)$$

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2\eta}{\eta + \eta_0} \quad (1.105b)$$

这是正入射到有耗材料分界面上的波的反射系数和透射系数的通解, 其中 η 是材料的阻抗。现在我们考虑以上结果的三种特殊情况。

1.7.2 无耗媒质

若 $z > 0$ 的区域是无耗媒质, 则有 $\sigma = 0$, 且 μ 和 ϵ 都是实数。这种情况下传播常数是纯虚数, 因而可以写为

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = jk_0\sqrt{\mu_r\epsilon_r} \quad (1.106)$$

其中 $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 是真空平面波的波数。媒质中的波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \quad (1.107)$$

相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \quad (1.108)$$

(低于真空的光速), 而媒质中的波阻抗为

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta_0\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \quad (1.109)$$

在无耗情形下, η 是实数, 因此由式(1.105)可知 Γ 和 T 也是实数, 而且 \bar{E} 和 \bar{H} 在两种媒质中彼此都是同相的。

入射波、反射波和透射波的能量守恒可以通过计算两个区域的坡印亭矢量来证明。因此, 对于 $z < 0$ 的区域, 复坡印亭矢量为

$$\begin{aligned} \bar{S}^- &= \bar{E} \times \bar{H}^* = (\bar{E}_i + \bar{E}_r) \times (\bar{H}_i + \bar{H}_r) \\ &= \hat{z}|E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (e^{-jk_0z} + \Gamma e^{jk_0z})(e^{-jk_0z} - \Gamma e^{jk_0z})^* \\ &= \hat{z}|E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + \Gamma e^{2jk_0z} - \Gamma^* e^{-2jk_0z}) \\ &= \hat{z}|E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + 2j\Gamma \sin 2k_0z) \end{aligned} \quad (1.110a)$$

其中已利用了 Γ 是实数这一事实。对于 $z > 0$ 的区域, 复坡印亭矢量为

$$\bar{S}^+ = \bar{E}_i \times \bar{H}_i^* = \hat{z} \frac{|E_0|^2 |T|^2}{\eta}$$

利用式(1.105), 上式可改写为

$$\bar{S}^+ = \hat{z} |E_0|^2 \frac{4\eta}{(\eta + \eta_0)^2} = \hat{z} |E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (1.110b)$$

现在, 我们看到在 $z = 0$ 处, $\bar{S}^- = \bar{S}^+$, 因此复功率流在穿过界面时是守恒的。下面, 我们考虑在两个区域的时间平均功率流。对于 $z < 0$, 通过 1 m^2 横截面的时间平均功率流为

$$P^- = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\bar{S}^- \cdot \hat{z}) = \frac{1}{2} |E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (1.111a)$$

而对于 $z > 0$, 通过 1 m^2 横截面的时间平均功率流为

$$P^+ = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\bar{S}^+ \cdot \hat{z}) = \frac{1}{2} |E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) = P^- \quad (1.111b)$$

因此, 实功率流也是守恒的。

现在我们指出一个细节问题。当我们用式(1.110a)计算 $z < 0$ 时的复坡印亭矢量时, 用到了总场 \bar{E} 和 \bar{H} 。若我们用入射波和反射波分别计算坡印亭矢量, 则可得到

$$\bar{S}_i = \bar{E}_i \times \bar{H}_i^* = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} \quad (1.112a)$$

$$\bar{S}_r = \bar{E}_r \times \bar{H}_r^* = -\hat{z} \frac{|E_0|^2 |\Gamma|^2}{\eta_0} \quad (1.112b)$$

这样, 我们看到式(1.110a)中的 $\bar{S}_i + \bar{S}_r \neq \bar{S}^-$ 。少掉的交叉乘积项代表了 $z < 0$ 的区域中存储在驻波中的电抗性的储能。因此, 一般来说, 把坡印亭矢量分解为入射波和反射波分量是没有意义的。有些书中把时间平均坡印亭矢量定义为 $(1/2) \operatorname{Re}(\bar{E} \times \bar{H}^*)$, 在这种情形下, 这样一个定义应用于单个的入射分量和反射分量将会给出正确的结果, 因为 $P_i = (1/2) \operatorname{Re}(|\bar{E}_i|^2 / \eta_0)$ 和 $P_r = -(1/2) |\bar{E}_0|^2 |\Gamma|^2 / \eta_0$, 所以 $P_i + P_r = P^-$ 。但是, 即使这样定义, 当 $z < 0$ 的媒质为有耗时也不能提供有价值的结果。

1.7.3 良导体

若 $z > 0$ 的区域是良导体(但不是理想导体), 则传播常数可以写为 1.4 节中所讨论过的形式:

$$\gamma = \alpha + j\beta = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = (1 + j) \frac{1}{\delta_s} \quad (1.113)$$

类似地, 该导体的本征阻抗简化为

$$\eta = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} = (1 + j) \frac{1}{\sigma \delta_s} \quad (1.114)$$

现在, 阻抗是复数, 具有 45° 相位角, 因此, \bar{E} 和 \bar{H} 具有 45° 的相位差, 且 Γ 和 T 也将是复数。在式(1.113)和式(1.114)中, 如式(1.60)定义的 $\delta_s = 1/\alpha$ 是趋肤深度。

对于 $z < 0$, 复坡印亭矢量可以计算出在 $z = 0$ 处的值, 具体为

$$\bar{S}^-(z=0) = \hat{z}|E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + \Gamma - \Gamma^*) \quad (1.115a)$$

对于 $z > 0$, 复坡印亭矢量为

$$\bar{S}^+ = \bar{E}_t \times \bar{H}_t^* = \hat{z}|E_0|^2 |T|^2 \frac{1}{\eta^*} e^{-2\alpha z}$$

利用 T 和 Γ 的表达式(1.105), 可得

$$\bar{S}^+ = \hat{z}|E_0|^2 \frac{4\eta}{|\eta + \eta_0|^2} e^{-2\alpha z} = \hat{z}|E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + \Gamma - \Gamma^*) e^{-2\alpha z} \quad (1.115b)$$

因此, 在分界面 $z = 0$ 处, $\bar{S}^- = \bar{S}^+$, 且复功率是守恒的。

我们观察到, 若对 $z < 0$ 的区域单独计算入射和反射的坡印亭矢量为

$$\bar{S}_i = \bar{E}_i \times \bar{H}_i^* = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} \quad (1.116a)$$

$$\bar{S}_r = \bar{E}_r \times \bar{H}_r^* = -\hat{z} \frac{|E_0|^2 |\Gamma|^2}{\eta_0} \quad (1.116b)$$

则得不到式(1.115a)中的 $\bar{S}_i + \bar{S}_r = \bar{S}^-$, 甚至对 $z = 0$ 。然而, 用单个行波分量来考虑实功率流是可能的。这样, 流过 1 m^2 横截面的时间平均功率流为

$$P^- = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\bar{S}^- \cdot \hat{z}) = \frac{1}{2} |E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (1.117a)$$

$$P^+ = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\bar{S}^+ \cdot \hat{z}) = \frac{1}{2} |E_0|^2 \frac{1}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) e^{-2\alpha z} \quad (1.117b)$$

它表明在 $z = 0$ 处功率是平衡的。此外, $P_i = |E_0|^2 / 2\eta_0$, $P_r = -|E_0|^2 |\Gamma|^2 / 2\eta_0$ 。因此 $P_i + P_r = P^-$, 它表明 $z < 0$ 的实功率可以分解为人射波和反射波的分量。

注意, 在有耗导体内的功率密度 \bar{S}^+ 是按照 $e^{-2\alpha z}$ 衰减因子呈指数衰减的。这意味着当波沿 $+z$ 方向传播到媒质时, 功率耗散在有耗材料中。该功率和场经过材料的少数几个趋肤深度后, 就衰减到可以忽略的较小值, 对于一般良导体, 在微波频率下, 这个距离很小。

流到导电区域的体电流密度由

$$\bar{J}_t = \sigma \bar{E}_t = \hat{x} \sigma E_0 T e^{-\gamma z} \text{ A/m}^2 \quad (1.118)$$

给出, 因此, 在 1 m^2 横截面的导体体积中耗散的(或透入的)平均功率可以由式(1.92)的导体损耗项(焦耳定律)来计算:

$$\begin{aligned} P^t &= \frac{1}{2} \int_V \bar{E}_t \cdot \bar{J}_t^* dv = \frac{1}{2} \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^1 \int_{z=0}^{\infty} (\hat{x} E_0 T e^{-\gamma z}) \cdot (\hat{x} \sigma E_0 T e^{-\gamma z})^* dz dy dx \\ &= \frac{1}{2} \sigma |E_0|^2 |T|^2 \int_{z=0}^{\infty} e^{-2\alpha z} dz = \frac{\sigma |E_0|^2 |T|^2}{4\alpha} \end{aligned} \quad (1.119)$$

因为 $1/\eta = \sigma \delta_s / (1 + j) = (\sigma/2\alpha)(1 - j)$, 所以通过 1 m^2 横截面进入导体的实功率[由在 $z = 0$ 时的 $(1/2) \operatorname{Re}(\bar{S}^+ \cdot \hat{z})$ 给出]可以用式(1.115b)表达成 $P^t = |E_0|^2 |T|^2 (\sigma/4\alpha)$, 它与式(1.119)是一致的。

1.7.4 理想导体

现在假定 $z > 0$ 的区域为理想导体。上述结果可以通过 $\sigma \rightarrow \infty$ 的特定情况得到。因此, 由

式(1.113)得 $\alpha \rightarrow \infty$; 由式(1.114)得 $\eta \rightarrow 0$; 由式(1.60)得 $\delta_s \rightarrow 0$; 由式(1.105a, b)得 $T \rightarrow 0$, $\Gamma \rightarrow -1$ 。对 $z > 0$, 场衰减无限迅速, 而理想导体中的场完全为零。理想导体可以考虑成把入射电场“短路掉”。对于 $z < 0$, 因为 $\Gamma = -1$, 所以由式(1.99)和式(1.100)得到的总 E 和 H 为

$$\bar{E} = \bar{E}_i + \bar{E}_r = \hat{x} E_0 (e^{-jk_0 z} - e^{jk_0 z}) = -\hat{x} 2j E_0 \sin k_0 z \quad (1.120a)$$

$$\bar{H} = \bar{H}_i + \bar{H}_r = \hat{y} \frac{1}{\eta_0} E_0 (e^{-jk_0 z} + e^{jk_0 z}) = \hat{y} \frac{2}{\eta_0} E_0 \cos k_0 z \quad (1.120b)$$

注意, 在 $z = 0$ 处, $\bar{E} = 0$ 而 $H = j(2/\eta_0) E_0$ 。对于 $z < 0$ 的坡印亭矢量为

$$\bar{S}^+ = \bar{E} \times \bar{H}^* = j\hat{z} \frac{4}{\eta_0} |E_0|^2 \sin k_0 z \cos k_0 z \quad (1.121)$$

它的实部为零, 说明没有实功率流到理想导体中。

在无限电导率的极限情况下, 有耗导体的体电流密度退化为无限薄的面电流密度:

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H} = -\hat{z} \times \left(\hat{y} \frac{2}{\eta_0} E_0 \cos k_0 z \right) \Big|_{z=0} = \hat{x} \frac{2}{\eta_0} E_0 \text{ A/m} \quad (1.122)$$

1.7.5 表面阻抗概念

在很多问题中, 特别是在需要有衰减效应或导体损耗的情况下, 必须考虑非理想导体的存在。表面阻抗概念使我们能非常方便地做到这一点。我们将从上面几节给出的理论发展出这一方法。

考虑 $z > 0$ 的区域为良导体。正如我们已看到的那样, 正入射到该导体的平面波绝大部分被反射, 而传输进导体的功率消耗在距表面很短的距离内并化为热。有三种方法可计算这一功率。

首先, 我们可以用焦耳定律, 如式(1.119)一样。对于 1 m^2 的导体表面, 通过这个表面传输并耗散为热的功率由式(1.119)给出。利用式(1.105b)给出的 T 、式(1.114)给出的 η 以及 $\alpha = 1/\delta_s$ 这一事实, 可以给出如下结果:

$$\frac{\sigma |T|^2}{\alpha} = \frac{\sigma \delta_s 4 |\eta|^2}{|\eta + \eta_0|^2} \approx \frac{8}{\sigma \delta_s \eta_0^2} = \frac{8 R_s}{\eta_0^2} \quad (1.123)$$

其中, 我们已假定 $\eta \ll \eta_0$, 这对于良导体是成立的。然后, 式(1.119)的功率可以写为

$$P^t = \frac{2 |E_0|^2 R_s}{\eta_0^2} \quad (1.124)$$

其中,

$$R_s = \text{Re}(\eta) = \text{Re}\left(\frac{1+j}{\sigma \delta_s}\right) = \frac{1}{\sigma \delta_s} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} \quad (1.125)$$

是金属的表面电阻。

另一个求找功率损耗的方法是利用坡印亭矢量计算进入到导体中的功率流, 因为在 $z = 0$ 处进入到导体中的所有功率都被耗散掉。正如式(1.115b)所示, 我们有

$$P^t = \frac{1}{2} \text{Re}(\bar{S}^+ \cdot \hat{z}) \Big|_{z=0} = \frac{2 |E_0|^2 \text{Re}(\eta)}{|\eta + \eta_0|^2}$$

对于大的电导率, 因为 $\eta \ll \eta_0$, 所以上式变为

$$P^t = \frac{2|E_0|^2 R_s}{\eta_0^2} \quad (1.126)$$

它与式(1.124)相同。

第三种方法采用等效表面电流密度和表面阻抗,无需导体内部的场。由式(1.118)得出导体中的体电流密度为

$$\bar{J}_t = \hat{x}\sigma TE_0 e^{-\gamma z} \text{ A/m}^2 \quad (1.127)$$

因此,在 x 方向每单位宽度的总电流为

$$\bar{J}_s = \int_0^\infty \bar{J}_t dz = \hat{x}\sigma TE_0 \int_0^\infty e^{-\gamma z} dz = \frac{\hat{x}\sigma TE_0}{\gamma} \text{ A/m}$$

对于很大的 σ 值,取 $\sigma T / \gamma$ 的极限,可得

$$\frac{\sigma T}{\gamma} = \frac{\sigma \delta_s}{(1+j)(\eta + \eta_0)} \frac{2\eta}{\eta + \eta_0} \approx \frac{\sigma \delta_s}{(1+j)} \frac{2(1+j)}{\sigma \delta_s \eta_0} = \frac{2}{\eta_0}$$

因此,

$$\bar{J}_s = \hat{x} \frac{2E_0}{\eta_0} \text{ A/m} \quad (1.128)$$

若电导率为无穷大,则 $\Gamma = -1$,且有正确的电流密度

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H}|_{z=0} = -\hat{z} \times (\bar{H}_i + \bar{H}_r)|_{z=0} = \hat{x} E_0 \frac{1}{\eta_0} (1 - \Gamma) = \hat{x} \frac{2E_0}{\eta_0} \text{ A/m}$$

流过,这与式(1.128)的电流是一致的。

现在,我们把均匀体电流延伸到一个趋肤深度距离上来代替式(1.127)所表示的指数衰减体电流。由此,令

$$\bar{J}_t = \begin{cases} \bar{J}_s / \delta_s, & 0 < z < \delta_s \\ 0, & z > \delta_s \end{cases} \quad (1.129)$$

这样,总电流是相同的。然后,用焦耳定律求功率损耗:

$$P^t = \frac{1}{2\sigma} \int_S \int_{z=0}^{\delta_s} \frac{|\bar{J}_s|^2}{\delta_s^2} dz ds = \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{J}_s|^2 ds = \frac{2|E_0|^2 R_s}{\eta_0^2} \quad (1.130)$$

其中, \int_S 表示对整个导体表面的面积分,在这种情况下选择面积为 1 m^2 。式(1.130)的结果与我们以前对 P^t 所求的结果式(1.126)和式(1.124)相同,因此说明了功率损耗可以利用表面电阻 R_s 和表面电流 \bar{J}_s 及切向磁场 \bar{H}_t 精确而简单地计算为

$$P^t = \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{J}_s|^2 ds = \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{H}_t|^2 ds \quad (1.131)$$

重要的是,要认识到表面电流可以通过 $\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H}$ 来求得,就好像金属是理想导体那样。这一方法是很普遍的,适用于各种电磁场,而不限于平面波,还适用于任意形状的导体,只要其弯曲或拐角的半径等于或大于趋肤深度的量级。这种方法也是相当精确的,因为上述过程中的惟一近似是 $\eta \ll \eta_0$,这是很容易做到的近似。作为例子,铜在 1 GHz 下的 $|\eta| = 0.012 \Omega$,它确实远远小于 $\eta_0 = 377 \Omega$ 。

例题 1.4 导体的平面波反射

考虑一个平面波正入射到充满半空间的铜表面。若 $f = 1 \text{ GHz}$, 计算该导体的传播常数、阻抗和趋肤深度。同时计算反射系数和透射系数。

解:

对于铜, $\sigma = 5.813 \times 10^7 \text{ S/m}$, 由式(1.60)得趋肤深度为

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = 2.088 \times 10^{-6} \text{ m}$$

由式(1.113)得传播常数为

$$\gamma = \frac{1+j}{\delta_s} = (4.789 + j4.789) \times 10^5 \text{ m}^{-1}$$

由式(1.114)得本征阻抗为

$$\eta = \frac{1+j}{\sigma \delta_s} = (8.239 + j8.239) \times 10^3 \Omega$$

相对于真空阻抗($\eta_0 = 377 \Omega$), 它是相当小的。反射系数为

$$\Gamma = \frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0} = 1.179.99^\circ$$

(实际上它是理想短路的反射系数), 透射系数为

$$T = \frac{2\eta}{\eta + \eta_0} = 6.181 \times 10^{-5} \angle 45^\circ$$

1.8 斜入射到一个介电界面

我们继续对平面波进行讨论, 考虑平面波斜入射到两种无耗介电区域之间的平面分界面上的问题, 如图 1.13 所示。这个问题有两种标准情况: 电场或者在 xy 平面(平行极化), 或者垂直于 xy 平面(垂直极化)。当然, 一个任意的人射平面波可能这两种极化都不是, 但是它可以表达为这两种情况的线性叠加。

一般的求解方法类似于正入射问题; 我们将写出在每个区域的人射场、反射场、透射场的表达式, 然后匹配边界条件求得未知的振幅系数和相角。

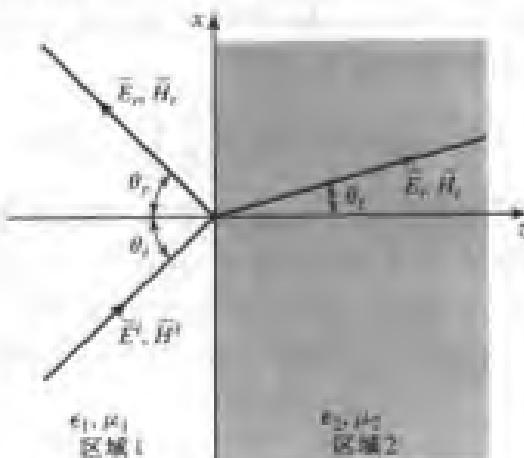


图 1.13 平面波斜入射到两个介电区域之间的分界面的示意图

1.8.1 平行极化

在这种情形下,电场矢量位于 xz 平面,入射场可以写为

$$\bar{E}_i = E_0(\hat{x} \cos \theta_i - \hat{z} \sin \theta_i) e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1.132a)$$

$$\bar{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1.132b)$$

其中, $k_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_1}$ 和 $\eta_1 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_1}$ 是区域 1 的波数和波阻抗。反射场和透射场可以写为

$$\bar{E}_r = E_0 \Gamma (\hat{x} \cos \theta_r + \hat{z} \sin \theta_r) e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (1.133a)$$

$$\bar{H}_r = \frac{-E_0 \Gamma}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (1.133b)$$

$$\bar{E}_t = E_0 T (\hat{x} \cos \theta_t - \hat{z} \sin \theta_t) e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)} \quad (1.134a)$$

$$\bar{H}_t = \frac{E_0 T}{\eta_2} \hat{y} e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)} \quad (1.134b)$$

式中, Γ 和 T 为反射系数和透射系数, k_2 和 η_2 为区域 2 的波数和波阻抗, 定义为

$$k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_2}, \quad \eta_2 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_2}$$

到目前为止, Γ , T , θ_r 和 θ_t 都是未知量。

通过强加切向场分量 E_x 和 H_y 在分界面 $z=0$ 处的连续条件, 我们可以得到这些未知量的两个复数方程。我们得到

$$\cos \theta_i e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \Gamma \cos \theta_r e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = T \cos \theta_t e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1.135a)$$

$$\frac{1}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = \frac{T}{\eta_2} e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1.135b)$$

式(1.135a)和式(1.135b)的两边都是坐标 x 的函数。若 E_x 和 H_y 在分界面 $z=0$ 处对所有的 x 都是连续的, 则这个 x 的变化在方程两边必定是相同的, 这导致了以下条件:

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$$

这又产生了众所周知的斯涅尔(Snell)反射定律和折射定律:

$$\theta_i = \theta_r \quad (1.136a)$$

$$k_1 \sin \theta_i = k_2 \sin \theta_t \quad (1.136b)$$

上述论点保证了式(1.135)的相位项在分界面两边随 x 也以相同的速率变化, 因此它也称为相位匹配条件(phase matching condition)。

在式(1.135)中利用式(1.136), 我们可以求得反射系数和透射系数为

$$\Gamma = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (1.137a)$$

$$T = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (1.137b)$$

我们看到, 对于正入射, 有 $\theta_i = \theta_r = \theta_t = 0$, 因此

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad \text{和} \quad T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

与 1.7 节中给出的结果一致。

对于这类极化,存在一个特殊的入射角 θ_b ,称为布儒斯特角(Brewster angle),它使 $\Gamma=0$ 。当式(1.137)的分子为零($\theta_i=\theta_b$)时,就产生了 $\eta_2 \cos \theta_i = \eta_1 \cos \theta_b$,利用

$$\cos \theta_i = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i} = \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \sin^2 \theta_b}$$

它可以简化为

$$\sin \theta_b = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon_1/\epsilon_2}} \quad (1.138)$$

1.8.2 垂直极化

在这种情形下,电场矢量垂直于xz平面,入射场可以写为

$$\bar{E}_i = E_0 \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1.139a)$$

$$\bar{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1} (-\hat{x} \cos \theta_i + \hat{z} \sin \theta_i) e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1.139b)$$

和前面一样,其中 $k_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_1}$ 和 $\eta_1 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_1}$ 分别为区域1的波数和波阻抗。反射场和透射场可以写为

$$\bar{E}_r = E_0 \Gamma \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (1.140a)$$

$$\bar{H}_r = \frac{E_0 \Gamma}{\eta_1} (\hat{x} \cos \theta_r + \hat{z} \sin \theta_r) e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (1.140b)$$

$$\bar{E}_t = E_0 T \hat{y} e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)} \quad (1.141a)$$

$$\bar{H}_t = \frac{E_0 T}{\eta_2} (-\hat{x} \cos \theta_t + \hat{z} \sin \theta_t) e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)} \quad (1.141b)$$

其中 $k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_2}$ 和 $\eta_2 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_2}$ 是区域2的波数和波阻抗。

在 $z=0$ 处的切向场分量 E_y 和 H_x 相等,因而有

$$e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \Gamma e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = T e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1.142a)$$

$$\frac{-1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \frac{\Gamma}{\eta_1} \cos \theta_r e^{-jk_2 x \sin \theta_t} = \frac{-T}{\eta_2} \cos \theta_t e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1.142b)$$

采用与平行极化情况相同的匹配考虑,我们得到斯涅尔定律

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$$

它与式(1.136)相同。

在式(1.142)中利用式(1.136),我们可以求得反射系数和透射系数为

$$\Gamma = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_r}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_r} \quad (1.143a)$$

$$T = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_r} \quad (1.143b)$$

同样,对于正入射情况,这些结果简化为1.7节的结果。

对于垂直极化,没有使 $\Gamma=0$ 的布儒斯特角存在,因为通过考察式(1.143a)的分子,我们可以看到

$$\eta_2 \cos \theta_i = \eta_1 \cos \theta_r$$

且利用斯涅尔定律可以给出

$$k_2^2(\eta_2^2 - \eta_1^2) = (k_2^2 \eta_2^2 - k_1^2 \eta_1^2) \sin^2 \theta_i$$

但这产生了矛盾,因为右边括号中的项对介电媒质为零。因此,对介电媒质,对于垂直极化,没有布儒斯特角。

例题 1.5 来自介电界面的斜反射

画出平行和垂直极化平面波由真空入射到 $\epsilon_r = 2.55$ 的介电区域时反射系数随入射角的变化。

解:

波阻抗为

$$\eta_1 = 377 \Omega$$

$$\eta_2 = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{377}{\sqrt{2.55}} = 236 \Omega$$

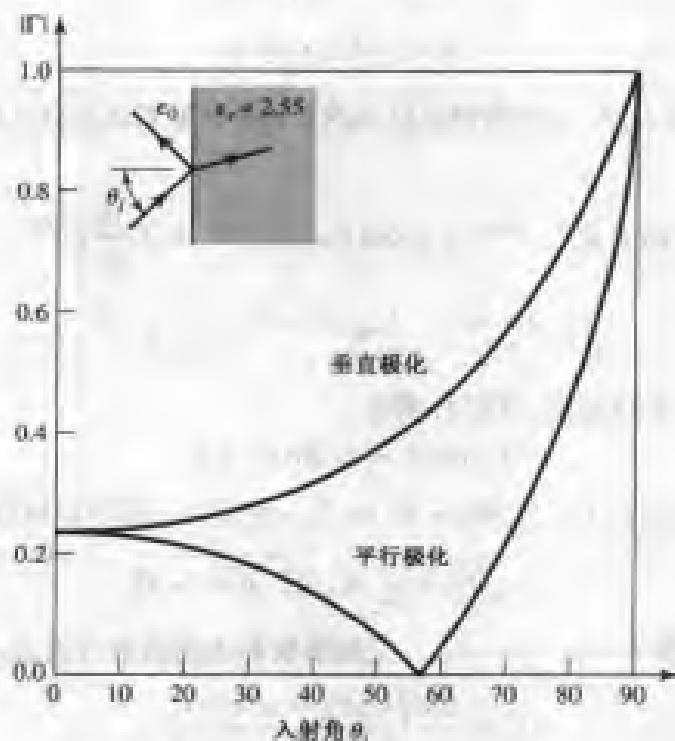


图 1.14 平行和垂直极化平面波斜入射到介电半空间上的反射系数幅值

然后,我们可以对于不同的入射角计算式(1.137a)和式(1.143a);结果绘于图 1.14 中。 ■

1.8.3 全反射和表面波

式(1.136b)给出的斯涅尔定律可以重新写为

$$\sin \theta_r = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \sin \theta_i \quad (1.144)$$

现在,我们考虑 $\epsilon_1 > \epsilon_2$ 的情况(平行极化和垂直极化都考虑)。当 θ_i 增加时,折射角 θ_r 也增加,但是比 θ_i 增加的速度快。使 $\theta_r = 90^\circ$ 的入射角 θ_c 称为临界角 θ_c ,所以当

$$\sin \theta_i = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \quad (1.145)$$

等于和大于这个角时,入射波将会被全部反射,这时没有透射波进入区域2。让我们更仔细地考察 $\theta_i > \theta_c$, 而且是平行极化时的情况。

当 $\theta_i > \theta_c$ 时,式(1.144)表明 $\sin \theta_i > 1$, 所以 $\cos \theta_i = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}$ 必定是虚数,因而角度 θ_i 没有物理意义。这时,最好把区域2中的透射场的表达式换写为下式:

$$\bar{E}_t = E_0 T \left(\frac{j\alpha}{k_2} \hat{x} - \frac{\beta}{k_2} \hat{z} \right) e^{-j\beta x} e^{-\alpha z} \quad (1.146a)$$

$$\bar{H}_t = \frac{E_0 T}{\eta_2} \hat{y} e^{-j\beta x} e^{-\alpha z} \quad (1.146b)$$

注意到 $-jk_2 \sin \theta_i$ 对于 $\sin \theta_i > 1$ 仍然是虚数之后,由式(1.134)导出的这种形式的电磁场,但 $-jk_2 \cos \theta_i$ 是实的,因此我们用 β/k_2 代替 $\sin \theta_i$,用 $j\alpha/k_2$ 代替 $\cos \theta_i$ 。把式(1.146b)代入 \bar{H} 的亥姆霍兹方程可得

$$-\beta^2 + \alpha^2 + k_2^2 = 0 \quad (1.147)$$

使式(1.146)表达的 E_x 和 H_y 与入射场和反射场的 x 和 y 分量表达式(1.132)和式(1.133)在 $z=0$ 处匹配,可得

$$\cos \theta_i e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \Gamma \cos \theta_r e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = T \frac{j\alpha}{k_2} e^{-j\beta x} \quad (1.148a)$$

$$\frac{1}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = \frac{T}{\eta_2} e^{-j\beta x} \quad (1.148b)$$

为得到在 $z=0$ 边界上的相位匹配,我们必须有

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = \beta$$

这再次导致斯涅尔反射定律: $\theta_i = \theta_r$ 和 $\beta = k_1 \sin \theta_i$ 。然后, α 由式(1.147)确定为

$$\alpha = \sqrt{\beta^2 - k_2^2} = \sqrt{k_1^2 \sin^2 \theta_i - k_2^2} \quad (1.149)$$

可以看出,它是正实数,因为 $\sin^2 \theta_i > \epsilon_2/\epsilon_1$ 。反射系数和透射系数可以由式(1.148)得到,具体为

$$\Gamma = \frac{(j\alpha/k_2)\eta_2 - \eta_1 \cos \theta_i}{(j\alpha/k_2)\eta_2 + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (1.150a)$$

$$T = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{(j\alpha/k_2)\eta_2 + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (1.150b)$$

因为 Γ 的形式为 $(a - jb)/(a + jb)$, 所以其幅值是单位 1, 这表明入射功率被反射回来。

式(1.146)给出的透射场表明其在 x 方向沿分界面传播,但在 z 方向指数衰减。这样的波称为表面波(surface wave)^①, 因为它是紧密地限制在分界面上的。表面波是非均匀平面波的一个例子,之所以这么称呼,是因为它除了在 x 方向的传播因子外,还具有 z 方向的振幅变化。

最后,对于式(1.146)的表面波场计算复坡印亭矢量是有意义的:

^① 有的作者认为,“表面波”这个词不应该用于这种类型的场,因为仅当平面波场在 $z < 0$ 的区域时它才存在,因此,最好称之为“类表面波”(surface wave-like)或“强迫表面波”(forced surface wave)。

$$\tilde{S}_t = \bar{E}_t \times \bar{H}_t^* = \frac{|E_0|^2 |T|^2}{\eta_2} \left(\hat{z} \frac{j\alpha}{k_2} + \hat{x} \frac{\beta}{k_2} \right) e^{-2\alpha z} \quad (1.151)$$

它表明,在 z 方向没有实功率流动。 x 方向的实功率流是表面波场的功率流,而它随进入区域 2 的距离指数衰减。所以,尽管没有实功率流传输到区域 2,但为了满足分界面上的边界条件,在那里仍然存在非零场。

1.9 一些有用的定理

最后,我们讨论电磁学的几个定理,这些定理对我们后续的学习是非常有用的。

1.9.1 互易定理

互易性是存在于物理学和工程的很多领域中的一个普遍概念,读者也许已经熟悉电路理论的互易定理。这里,我们将导出两种不同形式的电磁场洛伦兹(Lorentz)互易定理。本书稍后将利用该定理来得到代表微波电路的网络矩阵的一般特性,计算波导与电流探针和电流环的耦合,计算波导间通过小孔的耦合。这种非常有用的概念还具有其他重要的应用。

考虑由封闭表面 S 围成的体积 V 内的两组分开的源 \bar{J}_1, \bar{M}_1 和 \bar{J}_2, \bar{M}_2 ,它们分别产生的场为 \bar{E}_1, \bar{H}_1 和 \bar{E}_2, \bar{H}_2 ,如图 1.15 所示。两组源和场分别满足麦克斯韦方程,所以我们可以写出

$$\nabla \times \bar{E}_1 = -j\omega\mu\bar{H}_1 - \bar{M}_1 \quad (1.152a)$$

$$\nabla \times \bar{H}_1 = j\omega\epsilon\bar{E}_1 + \bar{J}_1 \quad (1.152b)$$

$$\nabla \times \bar{E}_2 = -j\omega\mu\bar{H}_2 - \bar{M}_2 \quad (1.153a)$$

$$\nabla \times \bar{H}_2 = j\omega\epsilon\bar{E}_2 + \bar{J}_2 \quad (1.153b)$$

现在考虑量 $\nabla \cdot (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1)$,它可以由矢量恒等式(B.8)展开并得到

$$\nabla \cdot (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) = \bar{J}_1 \cdot \bar{E}_2 - \bar{J}_2 \cdot \bar{E}_1 + \bar{M}_2 \cdot \bar{H}_1 - \bar{M}_1 \cdot \bar{H}_2 \quad (1.154)$$

在整个体积 V 内积分,并利用散度定理(B.15),可得

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) dv &= \oint_S (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) \cdot ds \\ &= \int_V (\bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 - \bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 + \bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2 - \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1) dv \end{aligned} \quad (1.155)$$

式(1.155)代表了互易定理的普遍形式,但实际上一些特殊情况往往会导致一些简化。我们将考虑三种情况。

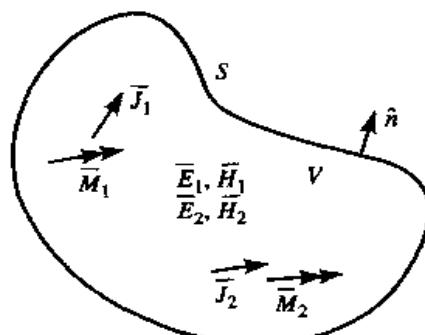


图 1.15 洛伦兹互易定理的示意图

S 封闭无源。这时 $\bar{J}_1 = \bar{J}_2 = \bar{M}_1 = \bar{M}_2 = 0$, 场 \bar{E}_1, \bar{H}_1 和 \bar{E}_2, \bar{H}_2 为无源场。在这种情形下, 式(1.155)的右边为零, 于是得到结果

$$\oint_S \bar{E}_1 \times \bar{H}_2 \cdot d\bar{s} = \oint_S \bar{E}_2 \times \bar{H}_1 \cdot d\bar{s} \quad (1.156)$$

这个结果将在第 4 章用来阐明互易微波网络的阻抗矩阵的对称性。

S 为理想导体。例如, S 可能为一个理想导电的封闭腔的内表面。于是式(1.155)的面积分为零, 因为 $\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 \cdot \hat{n} = (\hat{n} \times \bar{E}_1) \cdot \bar{H}_2$ [由矢量恒等式(B.3)得到], 而 $\hat{n} \times \bar{E}_1$ 在理想导体表面为零 (\bar{E}_2 也类似)。结果为

$$\int_V (\bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 - \bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2) dv = \int_V (\bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 - \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1) dv \quad (1.157)$$

这个结果与电路理论的互易定理相似。换言之, 这个结果是说, 系统的响应 \bar{E}_1, \bar{E}_2 不会因为源点和场点的交换而改变。即由 \bar{J}_1 产生的在 \bar{J}_1 处的场 \bar{E}_2 与由 \bar{J}_1 产生的在 \bar{J}_2 处的场 \bar{E}_1 相等。

S 为无限远处的球面。在这种情形下, S 处的场极其远离源, 因而可以局域地考虑成平面波。这样, 阻抗关系 $\bar{H} = \hat{n} \times \bar{E} / \eta$ 应用于式(1.155)得到

$$\begin{aligned} (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) \cdot \hat{n} &= (\hat{n} \times \bar{E}_1) \cdot \bar{H}_2 - (\hat{n} \times \bar{E}_2) \cdot \bar{H}_1 \\ &= \frac{1}{\eta} \bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 - \frac{1}{\eta} \bar{H}_2 \cdot \bar{H}_1 = 0 \end{aligned}$$

所以, 再次得到了式(1.157)的结果。对于表面阻抗边界条件成立的封闭表面 S 的情况, 也能得到这个结果。

1.9.2 镜像理论

在很多问题中, 电流源位于接地导电平面附近。镜像理论允许把接地平面拿开而在平面的另一边放置一个虚拟的镜像源。读者应该熟悉静电学中的这一概念, 所以我们将针对一个无限电流片相邻于无限大地平面的情况来证明这一结果, 然后总结其他可能的情况。

考虑平行于接地平面的表面电流密度 $\bar{J}_s = J_{s0} \hat{x}$, 如图 1.16(a)所示。由于电流源是无限延伸的, 而且在 x, y 方向是均匀的, 所以它将激励起离它面去的平面波。负向传输的波将在 $z=0$ 的地平面反射, 然后沿正向传播。因此, 在 $0 < z < d$ 的区域将形成一个驻波, 而在 $z > d$ 的区域有一个正向传输波。这两个区域的场的形式可以写为

$$E_x^s = A(e^{jk_0 z} - e^{-jk_0 z}), \quad 0 < z < d \quad (1.158a)$$

$$H_y^s = \frac{-A}{\eta_0} (e^{jk_0 z} + e^{-jk_0 z}), \quad 0 < z < d \quad (1.158b)$$

$$E_x^+ = B e^{-jk_0 z}, \quad z > d \quad (1.159a)$$

$$H_y^+ = \frac{B}{\eta_0} e^{-jk_0 z}, \quad z > d \quad (1.159b)$$

其中, η_0 是真空波阻抗。注意, 式(1.158)的驻波场的构成已经满足 $z=0$ 处的边界条件 $E_x = 0$ 。余下需要满足的边界条件是 \bar{E} 在 $z=d$ 处的连续性, 以及 \bar{H} 场在 $z=d$ 处由于电流片的不连续性。因为 $\bar{M}_s = 0$, 所以由式(1.36)可得

$$E_x^s = E_x^+|_{z=0} \quad (1.160a)$$

而由式(1.37)我们有

$$\bar{J}_s = \hat{z} \times \hat{y} (H_y^+ - H_y^s)|_{z=0} \quad (1.160b)$$

然后利用式(1.158)和式(1.159)得到

$$2jA \sin k_0 d = Be^{-jk_0 d}$$

和

$$J_{s0} = -\frac{B}{\eta_0} e^{-jk_0 d} - \frac{2A}{\eta_0} \cos k_0 d$$

从中可以求得 A 和 B :

$$A = \frac{-J_{s0}\eta_0}{2} e^{-jk_0 d}$$

$$B = -j J_{s0} \eta_0 \sin k_0 d$$

因此, 总场为

$$E_x^s = -j J_{s0} \eta_0 e^{-jk_0 d} \sin k_0 z, \quad 0 < z < d \quad (1.161a)$$

$$H_y^s = J_{s0} e^{-jk_0 d} \cos k_0 z, \quad 0 < z < d \quad (1.161b)$$

$$E_x^+ = -j J_{s0} \eta_0 \sin k_0 d e^{-jk_0 z}, \quad z > d \quad (1.162a)$$

$$H_y^+ = -j J_{s0} \sin k_0 d e^{-jk_0 z}, \quad z > d \quad (1.162b)$$

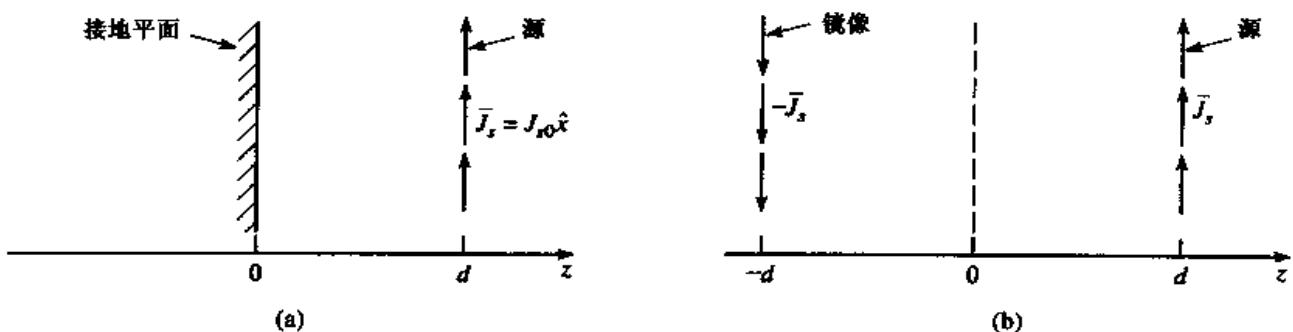


图 1.16 镜像理论应用于接地平面附近有一个电流源的示意图:(a)平行于接地平面的表面电流密度;(b)用位于 $z = -d$ 处的镜像电流代替(a)中的接地平面

现在, 考虑把镜像理论应用于这一问题。如图 1.16(b)所示, 把地平面拿开, 然后在 $z = -d$ 处放置一镜像源 $-\bar{J}_s$ 。通过叠加, $z > 0$ 的总场可以通过两个源独立产生的场相加得到。这些场可以由与上述分析相类似的方法导出, 具有以下结果。

由 $z = d$ 处的源产生的场:

$$E_x = \begin{cases} \frac{-J_{s0}\eta_0}{2} e^{-jk_0(z-d)}, & z > d \\ \frac{-J_{s0}\eta_0}{2} e^{jk_0(z-d)}, & z < d \end{cases} \quad (1.163a)$$

$$H_y = \begin{cases} \frac{-J_{s0}}{2} e^{-jk_0(z-d)}, & z > d \\ \frac{J_{s0}}{2} e^{jk_0(z-d)}, & z < d \end{cases} \quad (1.163b)$$

由 $z = -d$ 处的源产生的场:

$$E_x = \begin{cases} \frac{J_{s0}\eta_0}{2} e^{-jk_0(z+d)}, & z > -d \\ \frac{J_{s0}\eta_0}{2} e^{jk_0(z+d)}, & z < -d \end{cases} \quad (1.164a)$$

$$H_y = \begin{cases} \frac{J_{s0}}{2} e^{-jk_0(z+d)}, & z > -d \\ \frac{-J_{s0}}{2} e^{jk_0(z+d)}, & z < -d \end{cases} \quad (1.164b)$$

读者可以证明,这个解与式(1.161)在 $0 < z < d$ 时以及式(1.162)在 $z > d$ 时的解是一致的,因此证明了镜像理论求解方法的正确性。注意,镜像理论只能给出导电平面右边的正确场。图 1.17 给出了用于电、磁偶极子的更为普遍的镜像理论。

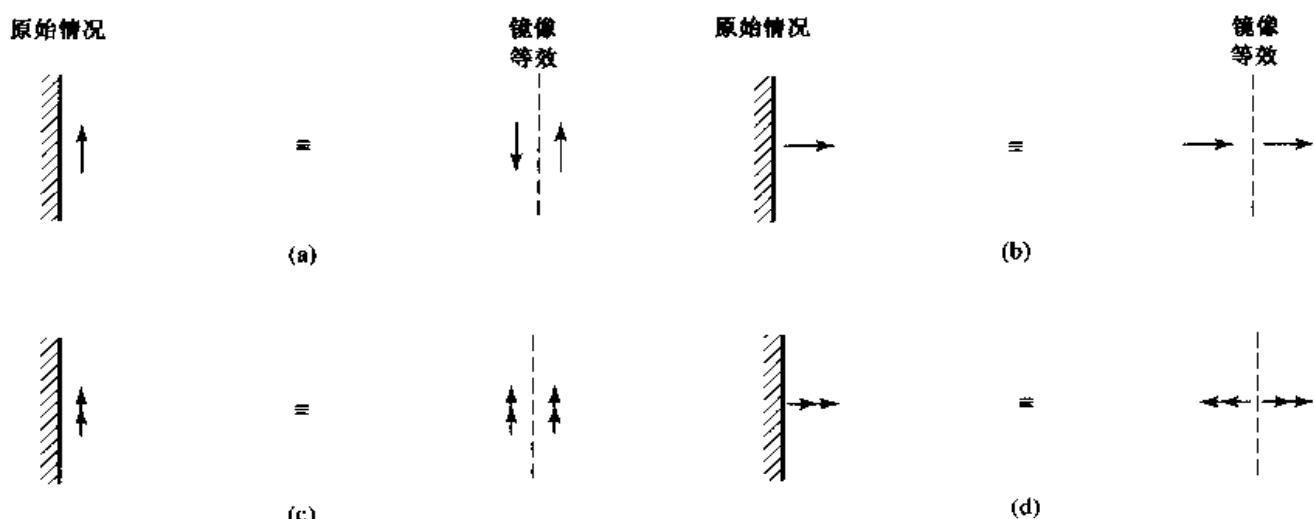


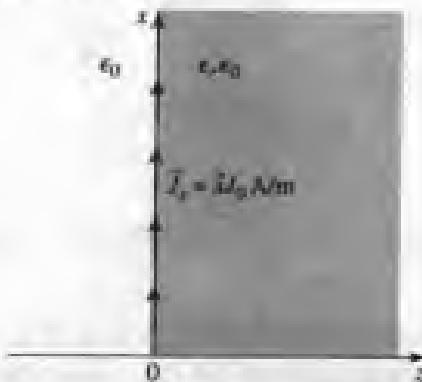
图 1.17 电流和磁流镜像:(a)平行于接地平面的电流;(b)垂直于接地平面的电流;(c)平行于接地平面的磁流;(d)垂直于接地平面的磁流

参考文献

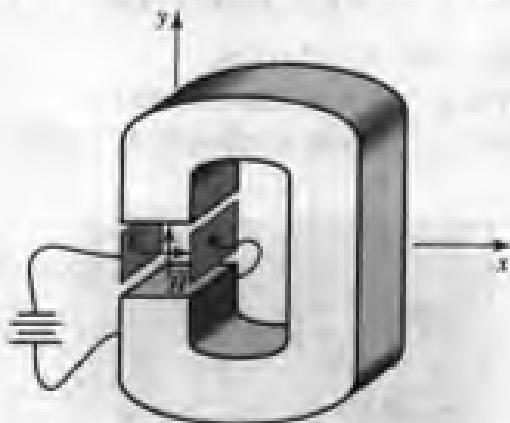
- [1] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Dover, N.Y., 1954.
- [2] A. A. Oliner, "Historical Perspectives on Microwave Field Theory," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 1022-1045, September 1984 (this special issue contains other articles on the history of microwave engineering).
- [3] J. D. Kraus and D. A. Fleisch, *Electromagnetics*, Fifth Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1999.
- [4] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, N.Y., 1989.
- [5] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [6] D. K. Cheng, *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1992.
- [7] S. Ramo, T. R. Whinnery, and T. van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, Third Edition, John Wiley & Sons, N.Y., 1994.
- [8] F. Ulaby, *Fundamentals of Applied Electromagnetics*, Second Edition, Prentice-Hall, N.J., 2001.
- [9] D. M. Pozar, *Microwave and RF Design of Wireless Systems*, Wiley, N.J., 2001.

习题

- 1.1 假定表面电流密度为 $J_s = J_0 z \text{ A/m}$ 的无限大电流片置于 $z = 0$ 处的平面上, $z < 0$ 为真空, $z > 0$ 为 $\epsilon_r = \epsilon_r z_0$ 的电介质, 如下图所示。求两个区域的 E 和 H 场。提示: 假定平面波解离开电流片传播, 如例题 1.3一样, 利用匹配边界的条件求得振幅。



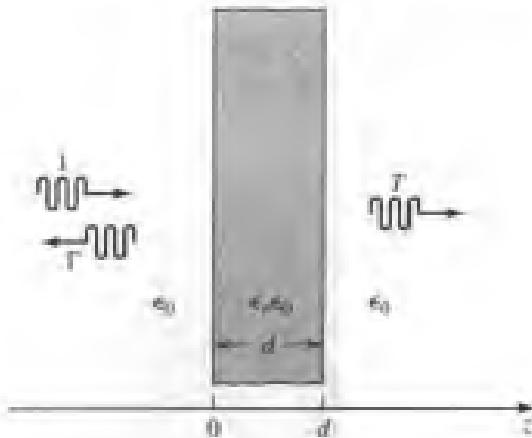
- 1.2 令 $\vec{E} = E_r \hat{\rho} + E_\theta \hat{\phi} + E_z \hat{z}$ 为圆柱坐标系中的电场矢量。通过计算对给定电场的矢量恒等式 $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ 的两边来证明: 在圆柱坐标系中把 $\nabla^2 \vec{E}$ 表达为 $\hat{\rho} \nabla^2 E_r + \hat{\phi} \nabla^2 E_\theta + \hat{z} \nabla^2 E_z$, 是不正确的。
- 1.3 考虑一个具有恒定磁场 $\vec{H} = H_0 \hat{y}$ 的永磁体, 一个具有电场 $\vec{E} = E_0 \hat{z}$ 的平行平板电容器, 放置如下图。计算位于两磁极和两电容板之间一点的坡印亭矢量。这个非零结果似乎说明在 z 方向有实功率流动, 但是非常明显这里没有波传播或来自源的功率。你如何解释这个明显的似是而非的谬误?



- 1.4 在 $\epsilon_r = 2.55$ 的介电媒质中沿 z 轴传播的一个平面波具有给定电场 $E_r = E_0 \cos(\omega t - kz)$ 。频率为 2.4 GHz, $E_0 = 30 \text{ V/m}$ 。
 (a) 求磁场的振幅和方向。
 (b) 求相速和波长。
 (c) 求位置 $z_1 = 0.5 \text{ m}$ 和 $z_2 = 1.7 \text{ m}$ 之间的相移。
- 1.5 证明具有 $\vec{E} = E_0 (\hat{x} + 2\hat{y}) e^{-j k z}$ 形式的线极化平面波可以表示成右旋圆极化波与左旋圆极化波之和。
- 1.6 计算式(1.76)的一般平面波场的坡印亭矢量。
- 1.7 一个平面波正入射到介电常数为 ϵ_r 、厚度为 d 的介质片, 如下图所示。其中, $d = \lambda_0 / (4\sqrt{\epsilon_r})$, λ_0 为人射波的真空波长。若介质片的两边都是真空, 求波由介质片前面反射的反射系数。
- 1.8 考虑一个右旋圆极化平面波由真空 ($z < 0$) 正入射到由良导体构成的半空间 ($z > 0$)。令人射电场具有形式

$$\vec{E}_i = E_0 (\hat{x} - j\hat{y}) e^{-j k z}$$

求 $z > 0$ 的区域的电场和磁场。计算 $z < 0$ 和 $z > 0$ 的坡印亭矢量并证明复功率是守恒的。反射波的极化方向如何?

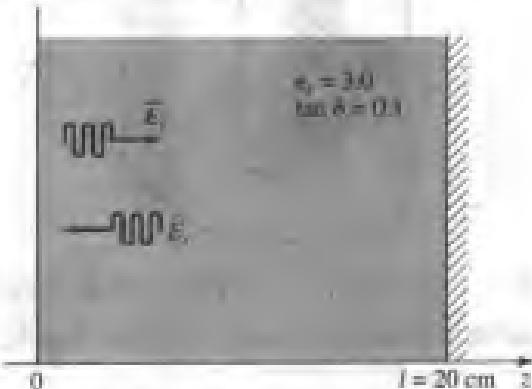


- 1.9 考虑一个在 $z < 0$ 的有耗介电媒质中传播的平面波, 在 $z = 0$ 处有一理想导电板。假定有耗媒质的特性参量为 $\epsilon = (5 - j2)\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, 平面波的频率为 1.0 GHz, 入射电场在 $z = 0$ 处的大小为 4 V/m。求 $z < 0$ 处的反射电场, 画出总电场在区间 $-0.5 \leq z \leq 0$ 的幅值。
- 1.10 一个 1 GHz 的平面波正入射到厚度为 t 的薄铜片上。
(a) 计算波在空气-铜和铜-空气界面上的传输损耗, 用 dB 表示。
(b) 若将铜片用做屏蔽, 要把传输波的电平减少 150 dB, 则铜片的最小厚度应为多少?
- 1.11 一均匀有耗媒质, $\epsilon_r = 3.0$, $\tan \delta = 0.1$, $\mu = \mu_0$, 填充在 $z = 0$ 到 $z = 20$ cm 之间的区域, $z = 20$ cm 处为接地平面, 如下图所示。一入射平面波具有电场

$$\bar{E}_i = \hat{x} 100 e^{-j\pi z} \text{ V/m}$$

从 $z = 0$ 开始, 向 $+z$ 方向传播。频率为 $f = 3.0$ GHz。

- (a) 计算 $z = 0$ 处的人射功率密度 P_i 和反射波的功率密度 P_r 。
- (b) 计算来自 $z = 0$ 处的总场在 $z = 0$ 处的输入功率密度 P_{in} 。是否有 $P_{in} = P_i + P_r$?



- 1.12 重做习题 1.11, 但是具有表面电流密度 $\bar{J}_s = J_s \hat{x} e^{-j\beta z} \text{ A/m}$, 其中 $\beta < k_0$ 。
- 1.13 一平行极化平面波由真空斜入射到一磁材料, 其介电常数为 ϵ_m , 磁导率为 $\mu_0 \mu_r$ 。求反射系数和透射系数。在这种情况下, 是否存在布儒斯特角, 当入射角为这个特殊角时反射系数为零?
- 1.14 对于垂直极化的情况重做习题 1.13。
- 1.15 各向异性材料具有如下的介电常数张量 $[\epsilon]$ 。在材料中的某一点, 电场已知为 $E = 2x + 3y + 4z$ 。在该点 \bar{D} 为多少?

$$[\epsilon] = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 1 & -2j & 0 \\ 2j & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

1.16 考虑一个旋性介电常数张量:

$$[\epsilon] = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_r & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \epsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

场 \bar{D} 和 \bar{E} 有以下关系:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = [\epsilon] \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

证明变换

$$\begin{aligned} E_+ &= E_x - jE_y, & D_+ &= D_x - jD_y \\ E_- &= E_x + jE_y, & D_- &= D_x + jD_y \end{aligned}$$

可使 \bar{E} 和 \bar{D} 的关系写为

$$\begin{bmatrix} D_+ \\ D_- \\ D_z \end{bmatrix} = [\epsilon'] \begin{bmatrix} E_+ \\ E_- \\ E_z \end{bmatrix}$$

其中, $[\epsilon']$ 是一个对角阵, 它的元素 $[\epsilon']$ 是什么? 利用这个结果, 导出 E_+ 和 E_- 的平面波方程, 求相应的传播常数。

- 1.17 证明: 表述于式(1.157)的互易定理也可以应用于由一个封闭表面 S 包围的区域, 其上存在表面阻抗边界条件。
- 1.18 考虑位于 $z = d$ 平面的表面电流密度 $\bar{J}_s = jJ_s e^{-jkz}$ A/m。若一个理想导体接地平面位于 $z = 0$ 处, 使用镜像理论求 $z > 0$ 时的总场。

第2章 传输线理论

传输线理论在场分析和基本电路理论之间架起了桥梁,因此它在微波网络分析中有重要意义。正如我们将看到的那样,传输线中的波传播现象可以从电路理论的延伸或从麦克斯韦方程的一种特殊情况来解释;我们将列出这两种观点,并阐明这种波传播是如何用类似于第1章用以描述平面波的那些方程来描述的。

2.1 传输线的集总元件电路模型

电路理论和传输线理论之间的关键差别是电尺寸。电路分析假定网络的物理尺度比电波长小得多,而传输线的尺度则可能为一个波长的几分之一或几个波长。因此,传输线是分布参数网络,在整个长度内其电压和电流的幅值和相位都可能发生变化。

如图2.1(a)所示,传输线经常用双线来示意,因为传输线(对TEM波传播)至少总得有两根导体。图2.1(a)中无穷小长度 Δz 的一段线可以模拟为图2.1(b)中的一个集总元件电路,其中 R, L, G, C 为单位长度的量,定义如下:

R 表示两导体单位长度的串联电阻,单位为 Ω/m 。

L 表示两导体的单位长度的串联电感,单位为 H/m 。

G 表示单位长度的并联电导,单位为 S/m 。

C 表示单位长度的并联电容,单位为 F/m 。

串联电感 L 代表两导体的总自感,并联电容 C 来源于两导体的紧密贴近。串联电阻 R 代表由于两导体的有限电导率产生的电阻,并联电导 G 来源于两导体间填充材料的介电损耗。因此, R 和 G 代表损耗。有限长度的传输线可以看成是若干个图2.1(b)所示的线段的级联。

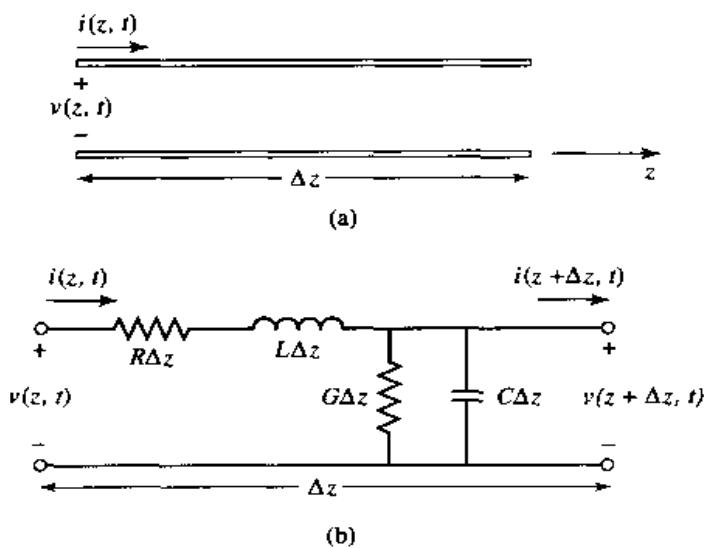


图2.1 传输线的一个长度增量上的电压、电流定义和等效电路:(a)电压和电流定义;(b)集总元件等效电路

对于图2.1(b)所示的电路,可以应用基尔霍夫电压定律给出

$$v(z, t) - R\Delta z i(z, t) - L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) = 0 \quad (2.1a)$$

而由基尔霍夫电流定律导出

$$i(z, t) - G\Delta z v(z + \Delta z, t) - C\Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) = 0 \quad (2.1b)$$

式(2.1a)和式(2.1b)除以 Δz 并取 $\Delta z \rightarrow 0$ 时的极限,得到以下微分方程:

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (2.2a)$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -Gv(z, t) - C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \quad (2.2b)$$

这些方程就是传输线方程或电报方程的时域形式。

对于简谐稳态条件,具有余弦型的相量形式,因此式(2.2)简化为

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z), \quad (2.3a)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (2.3b)$$

注意,式(2.3)在形式上与麦克斯韦旋度方程(1.41a)和(1.41b)相似。

2.1.1 传输线上的波传播

式(2.3)的两个方程可以联立求解得到关于 $V(z)$ 和 $I(z)$ 的波方程:

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (2.4a)$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (2.4b)$$

其中,

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2.5)$$

为复传播常数,它是频率的函数。式(2.4)的行波解可以求出,具体为

$$V(z) = V_o^+ e^{-\gamma z} + V_o^- e^{\gamma z} \quad (2.6a)$$

$$I(z) = I_o^+ e^{-\gamma z} + I_o^- e^{\gamma z} \quad (2.6b)$$

其中, $e^{-\gamma z}$ 项代表沿 $+z$ 方向的波传播, $e^{\gamma z}$ 项代表沿 $-z$ 方向的波传播。把式(2.3a)应用于式(2.6a)的电压,可得到传输线上的电流:

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + j\omega L} [V_o^+ e^{-\gamma z} - V_o^- e^{\gamma z}]$$

和式(2.6b)比较表明,可以将特征阻抗 Z_0 定义为

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.7)$$

以便把传输线上的电压和电流联系起来,即

$$\frac{V_o^+}{I_o^+} = Z_0 = \frac{-V_o^-}{I_o^-}$$

这样,式(2.6b)可以写成如下形式:

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{\gamma z} \quad (2.8)$$

返回到时域,电压波形可以表示为

$$v(z, t) = |V_o^+| \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) e^{-\alpha z} + |V_o^-| \cos(\omega t + \beta z + \phi^-) e^{\alpha z} \quad (2.9)$$

其中, ϕ^\pm 是复电压 V_o^\pm 的相位角。利用 1.4 节的理论,我们可以求得传输线上的波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (2.10)$$

而相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \quad (2.11)$$

2.1.2 无耗传输线

一般传输线的上述解包含了损耗的影响,而且我们看到其传播常数和特征阻抗都是复数。然而在很多实际情形中,传输线的损耗是很小的,因而可以忽略,这使上述结果得以简化。令式(2.5)中的 $R = G = 0$,可得传播常数为

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

或

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (2.12a)$$

$$\alpha = 0 \quad (2.12b)$$

正如所预料的那样,对无耗情形,衰减常数 α 为零。式(2.7)的特征阻抗简化为

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.13)$$

它现在是实数。无耗传输线上电压和电流的一般解可以写为

$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z} \quad (2.14a)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{j\beta z} \quad (2.14b)$$

波长是

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (2.15)$$

相速是

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.16)$$

2.2 传输线的场分析

在本节中,我们将从麦克斯韦方程出发,导出电报方程的时谐形式。首先,我们将用传输线

上的电磁场来推导出传输线参量(R, L, G, C)，然后利用这些参量，在同轴线的特殊情况下导出电报方程。

2.2.1 传输线参数

考虑1 m长的均匀传输线段，它具有图2.2所示的场 \bar{E} 和 \bar{H} ，其中 S 是传输线的横截面面积。令导体间的电压为 $V_o e^{\pm j\beta z}$ ，而电流为 $I_o e^{\pm j\beta z}$ 。由式(1.86)得到在1 m传输线上的时间平均的磁储能为

$$W_m = \frac{\mu}{4} \int_S \bar{H} \cdot \bar{H}^* ds$$

而电路理论给出的、用传输线上的电流来表示的值是 $W_m = L |I_o|^2 / 4$ 。因此，我们能够确定单位长度的自感是

$$L = \frac{\mu}{|I_o|^2} \int_S \bar{H} \cdot \bar{H}^* ds \text{ H/m} \quad (2.17)$$

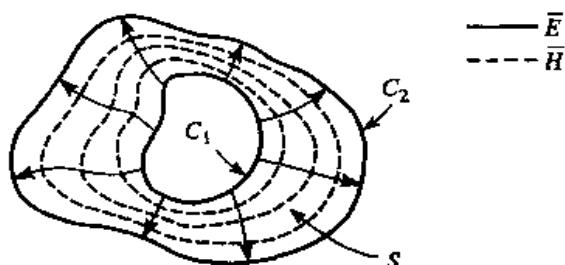


图2.2 任意TEM传输线上的场力线

类似地，由式(1.84)可以求得单位长度的时间平均的电储能为

$$W_e = \frac{\epsilon}{4} \int_S \bar{E} \cdot \bar{E}^* ds$$

而电路理论给出的值是 $W_e = C |V_o|^2 / 4$ ，由此得到单位长度的电容的表达式如下：

$$C = \frac{\epsilon}{|V_o|^2} \int_S \bar{E} \cdot \bar{E}^* ds \text{ F/m} \quad (2.18)$$

根据式(1.130)，由于金属导体有限电导率引起的单位长度的功率损耗为

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{C_1+C_2} \bar{H} \cdot \bar{H}^* dl$$

(假定 \bar{H} 是切向于 S 的)，而电路理论给出的值是 $P_c = R |I_o|^2 / 2$ ，因此，传输线的单位长度的电阻 R 为

$$R = \frac{R_s}{|I_o|^2} \int_{C_1+C_2} \bar{H} \cdot \bar{H}^* dl \Omega/\text{m} \quad (2.19)$$

在式(2.19)中， $R_s = 1/\sigma\delta_s$ 是导体的表面电阻，而 $C_1 + C_2$ 代表在整个导体边界上的积分路径。由式(1.92)得出有耗电介质中单位长度耗散的时间平均功率为

$$P_d = \frac{\omega\epsilon''}{2} \int_S \bar{E} \cdot \bar{E}^* ds$$

其中, γ'' 是复介电常量 $\epsilon = \epsilon' - j\gamma'' = \epsilon'(1 - j \tan \delta)$ 的虚部。电路理论给出的值是 $P_d = G |V_a|^2 / 2$, 所以单位长度的并联电导可以写为

$$G = \frac{\omega \epsilon''}{|V_a|^2} \int_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \text{ S/m} \quad (2.20)$$

例题 2.1 同轴线的传输线参数

在图 2.3 所示的同轴线内的 TEM 行波场可以表示为

$$\vec{E} = \frac{V_0 \hat{\rho}}{\rho \ln b/a} e^{-\gamma z}$$

$$\vec{H} = \frac{I_0 \hat{\phi}}{2\pi \rho} e^{-\gamma z}$$

其中 γ 是该传输线的传播常数。假定导体具有表面电阻 R_s , 两导体间填充的材料假定具有复介电常量 $\epsilon = \epsilon' - j\gamma''$ 和磁导率 $\mu = \mu_0 \mu_{r0}$ 。求其传输线参数。

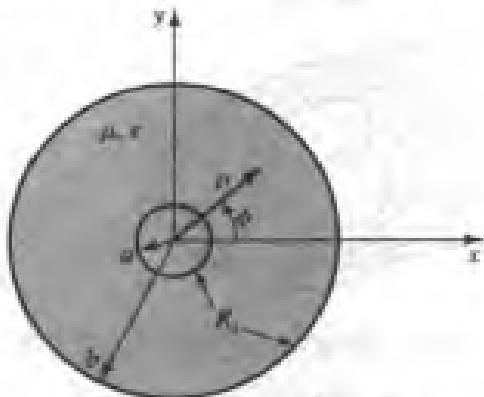


图 2.3 在内外导体上具有表面电阻 R_s 的同轴线

解:

由式(2.17)~式(2.20)式以及上述场表达式, 可以算出同轴线的参数为

$$L = \frac{\mu}{(2\pi)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{\mu}{2\pi} \ln b/a \text{ H/m}$$

$$C = \frac{\epsilon'}{(\ln b/a)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi \epsilon'}{\ln b/a} \text{ F/m}$$

$$R = \frac{R_s}{(2\pi)^2} \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{a^2} a d\phi + \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{b^2} b d\phi \right\} = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \Omega/\text{m}$$

$$G = \frac{\omega \epsilon''}{(\ln b/a)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi \omega \epsilon''}{\ln b/a} \text{ S/m}$$

表 2.1 概括出了同轴线、双线和平行平板传输线的参数。正如我们在下一章中将看到的, 绝大多数传输线的传播常数、特征阻抗及衰减都可以直接由场论的解导出; 这里先求出等效电路参数(L, C, R, G)的方法只适用于相对简单的传输线。无论如何, 它提供了一个有用的直观概念, 而且把传输线与其等效电路模型联系起来。

表 2.1 一些常用传输线的传输线参数

	同轴线	双线	平行板
L	$\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$	$\frac{\mu}{\pi} \operatorname{arcosh} \left(\frac{D}{2a} \right)$	$\frac{\mu d}{w}$
C	$\frac{2\pi\epsilon'}{\ln b/a}$	$\frac{\pi\epsilon'}{\operatorname{arcosh}(D/2a)}$	$\frac{\epsilon' w}{d}$
R	$\frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$	$\frac{R_s}{\pi a}$	$\frac{2R_s}{w}$
G	$\frac{2\pi\omega\epsilon''}{\ln b/a}$	$\frac{\pi\omega\epsilon''}{\operatorname{arcosh}(D/2a)}$	$\frac{\omega\epsilon'' w}{d}$

2.2.2 由场分析导出同轴线的电报方程

我们现在证明,用电路理论导出的电报方程(2.3)也可以由麦克斯韦方程导出。我们将考虑图2.3所示的同轴线的特定几何结构。虽然我们将在下一章中更普遍地处理TEM波的传播问题,但目前的讨论也能使我们了解电路量与场量的关系。

图2.3所示的同轴线中的TEM波具有特点 $E_z = H_z = 0$;而且,由于角对称,场将不随 ϕ 改变,因此 $\partial/\partial\phi = 0$ 。同轴线内的场将满足以下麦克斯韦旋度方程:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (2.21a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} \quad (2.21b)$$

其中 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 可能是复数,以便适用于有耗介质填充。这里忽略导体损耗。我们可以做出导体损耗的精确场分析,但目前讨论它会分散我们的注意力;有兴趣的读者可以参阅参考文献[1]或参考文献[2]。

展开式(2.21a)和式(2.21b),给出以下矢量方程:

$$-\hat{\rho}\frac{\partial E_\phi}{\partial z} + \hat{\phi}\frac{\partial E_\rho}{\partial z} + \hat{z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho E_\phi) = -j\omega\mu(\hat{\rho}H_\rho + \hat{\phi}H_\phi) \quad (2.22a)$$

$$-\hat{\rho}\frac{\partial H_\phi}{\partial z} + \hat{\phi}\frac{\partial H_\rho}{\partial z} + \hat{z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho H_\phi) = j\omega\epsilon(\hat{\rho}E_\rho + \hat{\phi}E_\phi) \quad (2.22b)$$

因为这两个方程的 z 分量必须为零,所以我们看到 E_ϕ 和 H_ϕ 必定具有形式

$$E_\phi = \frac{f(z)}{\rho} \quad (2.23a)$$

$$H_\phi = \frac{g(z)}{\rho} \quad (2.23b)$$

为了满足 $\rho = a, b$ 时的边界条件 $E_\phi = 0$,由于 E_ϕ 有式(2.23a)的表达式,所以我们必须处处有 $E_\phi = 0$ 。然后,由式(2.22a)的 ρ 分量可以看出 $H_\rho = 0$ 。利用这些结果,式(2.22)可以简化为

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} = -j\omega\mu H_\phi \quad (2.24a)$$

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = -j\omega\epsilon E_\rho \quad (2.24b)$$

由式(2.23b)中 H_ϕ 的形式和式(2.24a), E_ρ 必须具有如下形式:

$$E_\rho = \frac{h(z)}{\rho} \quad (2.25)$$

在式(2.24)中利用式(2.23b)和式(2.25), 可得

$$\frac{\partial h(z)}{\partial z} = -j\omega\mu g(z) \quad (2.26a)$$

$$\frac{\partial g(z)}{\partial z} = -j\omega\epsilon h(z) \quad (2.26b)$$

现在, 可以计算得到两导体间的电压为

$$V(z) = \int_{\rho=a}^b E_\rho(\rho, z) d\rho = h(z) \int_{\rho=a}^b \frac{d\rho}{\rho} = h(z) \ln \frac{b}{a} \quad (2.27a)$$

而在 $\rho = a$ 处的内导体上的总电流, 可以利用式(2.23b)求得为

$$I(z) = \int_{\phi=0}^{2\pi} H_\phi(a, z) a d\phi = 2\pi g(z) \quad (2.27b)$$

然后, 利用式(2.27)消去式(2.26)中的 $h(z)$ 和 $g(z)$, 得出

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -j \frac{\omega\mu \ln b/a}{2\pi} I(z)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = -j\omega(\epsilon' - j\epsilon'') \frac{2\pi V(z)}{\ln b/a}$$

最后, 利用前面导出的同轴线的 L , G 和 C 的结果, 我们得到电报方程为

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -j\omega L I(z) \quad (2.28a)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (2.28b)$$

(这里不包含串联电阻 R , 因为我们假定内外导体是理想导体)。对于其他简单的传输线, 也可以做出类似的分析。

2.2.3 无耗同轴线的传播常数、阻抗和功率流

对 E_ρ 和 H_ϕ 的方程(2.24a)和方程(2.24b)联立求解, 可以得到 E_ρ (或 H_ϕ)的波方程:

$$\frac{\partial^2 E_\rho}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon E_\rho = 0 \quad (2.29)$$

从中可以看出传播常数是 $\gamma^2 = -\omega^2 \mu \epsilon$, 对于无耗媒质, 它简化为

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \omega \sqrt{LC} \quad (2.30)$$

其中最后的结果来源于式(2.12)。可以看出, 这个传播常数与无耗媒质中的平面波的传播常数是相同的。这是 TEM 传输线的普遍结果。

波阻抗定义为 $Z_w = E_\rho / H_\phi$, 它可以由式(2.24a)并假定有 $e^{-j\beta z}$ 依赖关系计算得到:

$$Z_w = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\mu/\epsilon} = \eta \quad (2.31)$$

可以看出,这个波阻抗与媒质的本征阻抗 η 是一致的,这也是 TEM 传输线的普遍结果。

同轴线的特征阻抗定义为

$$Z_0 = \frac{V_o}{I_o} = \frac{E_\rho \ln b/a}{2\pi H_\phi} = \frac{\eta \ln b/a}{2\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\ln b/a}{2\pi} \quad (2.32)$$

其中已经用到例题 2.1 中的 E_ρ 和 H_ϕ 的形式。这个特征阻抗与线的几何结构有关,对于其他的传输线结构将会有所不同。

最后,同轴线沿 z 方向的功率流可以由坡印亭矢量计算得到:

$$P = \frac{1}{2} \int_s \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot d\bar{s} = \frac{1}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{V_o I_o^*}{2\pi \rho^2 \ln b/a} \rho d\rho d\phi = \frac{1}{2} V_o I_o^* \quad (2.33)$$

这个结果与电路理论的结果非常一致。这表明,传输线中的功率流通过电场和磁场完全发生在两导体之间;这个功率不是通过导体本身传输的。正如稍后我们将会看到的那样,对于有限电导率,功率可透入导体,但是这部分功率将耗散为热,而不是传送到负载。

2.3 端接负载的无耗传输线

图 2.4 画出了一个端接任意负载阻抗 Z_L 的无耗传输线。这个问题将说明传输线中的波反射,这是分布系统的一个基本特性。

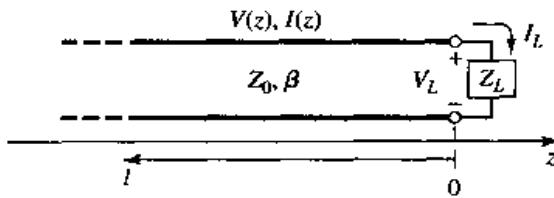


图 2.4 端接负载阻抗 Z_L 的传输线

假定有形式为 $V_o^+ e^{-j\beta z}$ 的入射波,它产生于 $z < 0$ 处的源。我们已经知道,这一行波的电压和电流之比就是特征阻抗 Z_0 。但是,当该传输线端接到任意负载 $Z_L \neq Z_0$ 时,负载上的电压和电流之比应是 Z_L 。因此,具有适当振幅的反射波必定会产生出来,以满足该条件。线上的总电压可以作为入射波与反射波之和,写成式(2.14a)的形式:

$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z} \quad (2.34a)$$

类似地,线上的总电流可以通过式(2.14b)来描述:

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{j\beta z} \quad (2.34b)$$

负载上的总电压和总电流通过负载阻抗联系起来,因此在 $z = 0$ 处我们必须有

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_o^+ + V_o^-}{V_o^+ - V_o^-} Z_0$$

求得 V_o^- 为

$$V_o^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V_o^+$$

归一化为入射电压波的振幅的反射电压波的振幅, 定义为电压反射系数 Γ :

$$\Gamma = \frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.35)$$

于是线上的总电压和总电流可以写为

$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}] \quad (2.36a)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}] \quad (2.36b)$$

从这些表达式可以看出, 线上的电压和电流是由入射波和反射波的叠加组成的; 这样的波称为驻波。只有当 $\Gamma = 0$ 时, 才不会有反射波。为了得到 $\Gamma = 0$, 负载阻抗 Z_L 必须等于该传输线的特征阻抗 Z_0 , 这可以由式(2.35)看出。这样的负载称为传输线的匹配负载, 因此人射波没有反射。

现在考虑沿线上 z 点的时间平均功率流:

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [V(z)I(z)^*] = \frac{1}{2} \frac{|V_o^+|^2}{Z_0} \operatorname{Re} \{1 - \Gamma^* e^{-2j\beta z} + \Gamma e^{2j\beta z} - |\Gamma|^2\}$$

其中已经应用了式(2.36)。括号中的中间两项有 $A - A^* = 2j \operatorname{Im}(A)$ 的形式, 因而是纯虚数。这使结果简化为

$$P_{av} = \frac{1}{2} \frac{|V_o^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.37)$$

这表明线上任意点的平均功率流是常数, 而且传送到负载的总功率流(P_m)等于入射功率($|V_o^+|^2/2Z_0$)减去反射功率($|V_o^+|^2|\Gamma|^2/2Z_0$)。若 $\Gamma = 0$, 传送到负载的功率最大, 而对于 $\Gamma = 1$, 则没有功率到负载。上述讨论假定源是匹配的, 因而没有来自 $z < 0$ 的区域的反射波的再反射。

当负载失配时, 不是所有来自源的可用功率都传给了负载。这种“损耗”称为回波损耗(RL, return loss), 它定义(以 dB 为单位)为

$$RL = -20 \lg |\Gamma| \text{ dB} \quad (2.38)$$

因此, 匹配负载($\Gamma = 0$)具有 ∞ dB 的回波损耗(无反射功率), 而全反射($|\Gamma| = 1$)具有 0 dB 的回波损耗(所有的人射功率都被反射回来)。

若负载与线是匹配的, 则 $\Gamma = 0$, 而且线上的电压幅值 $|V(z)| = |V_o^+|$ 为常数。这样的传输线有时称为是“平坦的”(flat)。然而, 当负载失配时, 反射波的存在会导致驻波, 这时线上的电压幅值不是常数。因此, 由式(2.36a)可得

$$\begin{aligned} |V(z)| &= |V_o^+| |1 + \Gamma e^{2j\beta z}| = |V_o^+| |1 + \Gamma e^{-2j\beta \ell}| \\ &= |V_o^+| |1 + |\Gamma| e^{j(\theta - 2\beta \ell)}| \end{aligned} \quad (2.39)$$

其中 $\ell = -z$ 是由 $z = 0$ 的负载处开始测量的正距离, θ 是反射系数的相位($\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta}$)。这个结果表明, 电压幅值沿线随 z 起伏。当相位项 $e^{j(\theta - 2\beta \ell)} = 1$ 时出现最大值, 它由

$$V_{\max} = |V_o^+|(1 + |\Gamma|) \quad (2.40a)$$

给出。当相位项 $e^{j(\theta - 2\beta \ell)} = -1$ 时出现最小值, 它由

$$V_{\min} = |V_o^+|(1 - |\Gamma|) \quad (2.40b)$$

给出。当 $|\Gamma|$ 增加时, V_{\max} 与 V_{\min} 之比增加, 因此, 量度传输线的失配量, 称为驻波比(SWR, standing wave ratio), 可以定义为

$$\text{SWR} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (2.41)$$

这个量也称为电压驻波比(voltage standing wave ratio),有时也记为VSWR。由式(2.41)可以看出,SWR是一个实数,且 $1 \leq \text{SWR} \leq \infty$,其中 $\text{SWR} = 1$ 意味着负载匹配。

由式(2.39)看出,两个连续电压最大值(或最小值)之间的距离是 $\ell = 2\pi/2\beta = \pi\lambda/2\pi = \lambda/2$,而最大值和相邻最小值之间的距离是 $\ell = \pi/2\beta = \lambda/4$,其中, λ 是传输线上的波长。

反射系数式(2.35)定义为负载处($\ell = 0$)反射波与入射波电压振幅之比,但是这个量也可以像下面那样推广为线上任意点处的值。由式(2.34a)当 $z = -\ell$ 时,反射分量与入射分量之比为

$$\Gamma(\ell) = \frac{V_o^- e^{-j\beta\ell}}{V_o^+ e^{j\beta\ell}} = \Gamma(0) e^{-2j\beta\ell} \quad (2.42)$$

其中 $\Gamma(0)$ 是 $z = 0$ 处的反射系数,它与式(2.35)给出的相同。当需要将负载的失配效应变换到传输线上时,这种形式是有用的。

我们已经看到,线上的实功率流是常数,但电压的振幅,至少对于失配的传输线而言,是随线上的位置而起伏的。因此聪明的读者可能已经得出结论,即从线上看到的阻抗必定随位置变化。事实也确实如此。在距离负载 $\ell = -z$ 处,朝着负载看去的输入阻抗是

$$Z_{\text{in}} = \frac{V(-\ell)}{I(-\ell)} = \frac{V_o^+ [e^{j\beta\ell} + \Gamma e^{-j\beta\ell}]}{V_o^+ [e^{j\beta\ell} - \Gamma e^{-j\beta\ell}]} Z_0 = \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta\ell}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta\ell}} Z_0 \quad (2.43)$$

其中 $V(z)$ 和 $I(z)$ 已经用到了式(2.36a,b)。一个更有用的形式可以通过在式(2.43)中应用 Γ 的表达式(2.35)得到:

$$\begin{aligned} Z_{\text{in}} &= Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{j\beta\ell} + (Z_L - Z_0)e^{-j\beta\ell}}{(Z_L + Z_0)e^{j\beta\ell} - (Z_L - Z_0)e^{-j\beta\ell}} \\ &= Z_0 \frac{Z_L \cos \beta\ell + j Z_0 \sin \beta\ell}{Z_0 \cos \beta\ell + j Z_L \sin \beta\ell} \\ &= Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan \beta\ell}{Z_0 + j Z_L \tan \beta\ell} \end{aligned} \quad (2.44)$$

这是一个重要的结果,它给出了具有任意负载阻抗的一段传输线的输入阻抗。我们将把这一结果称为传输线阻抗方程(transmission line impedance equation);下面将考虑一些特殊情况。

2.3.1 无耗传输线的特殊情况

在我们的工作中,经常出现一些无耗传输线的特殊情况,因此在这里考虑这些情况的特性是恰当的。

首先考虑图2.5所示的传输线电路,其中,传输线的一端是短路的,即 $Z_L = 0$ 。由式(2.35)可以看出,短路负载的反射系数是 $\Gamma = -1$;然后由式(2.41)得知驻波比为无穷大。根据式(2.36)得出线上的电压和电流为

$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] = -2jV_o^+ \sin \beta z \quad (2.45a)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] = \frac{2V_o^+}{Z_0} \cos \beta z \quad (2.45b)$$

它表明,在负载处, $V = 0$ (对于短路负载,这是预料之中的),而电流是极大值。由式(2.44),或由比值 $V(-\ell)/I(-\ell)$,得出输入阻抗为

$$Z_{in} = j Z_0 \tan \beta \ell \quad (2.45c)$$

可以看到,对任意长度 ℓ 它都是纯虚数,而且可取 $+j\infty$ 到 $-j\infty$ 之间的所有值。例如,当 $\ell=0$ 时我们有 $Z_{in}=0$,但是对于 $\ell=\lambda/4$ 我们有 $Z_{in}=\infty$ (开路)。式(2.45c)也表明,阻抗是 ℓ 的周期函数,对 $\lambda/2$ 的整数倍重复。短路传输线的电压、电流和输入阻抗已绘于图 2.6 中。

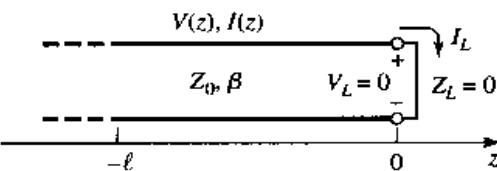


图 2.5 终端短路的传输线

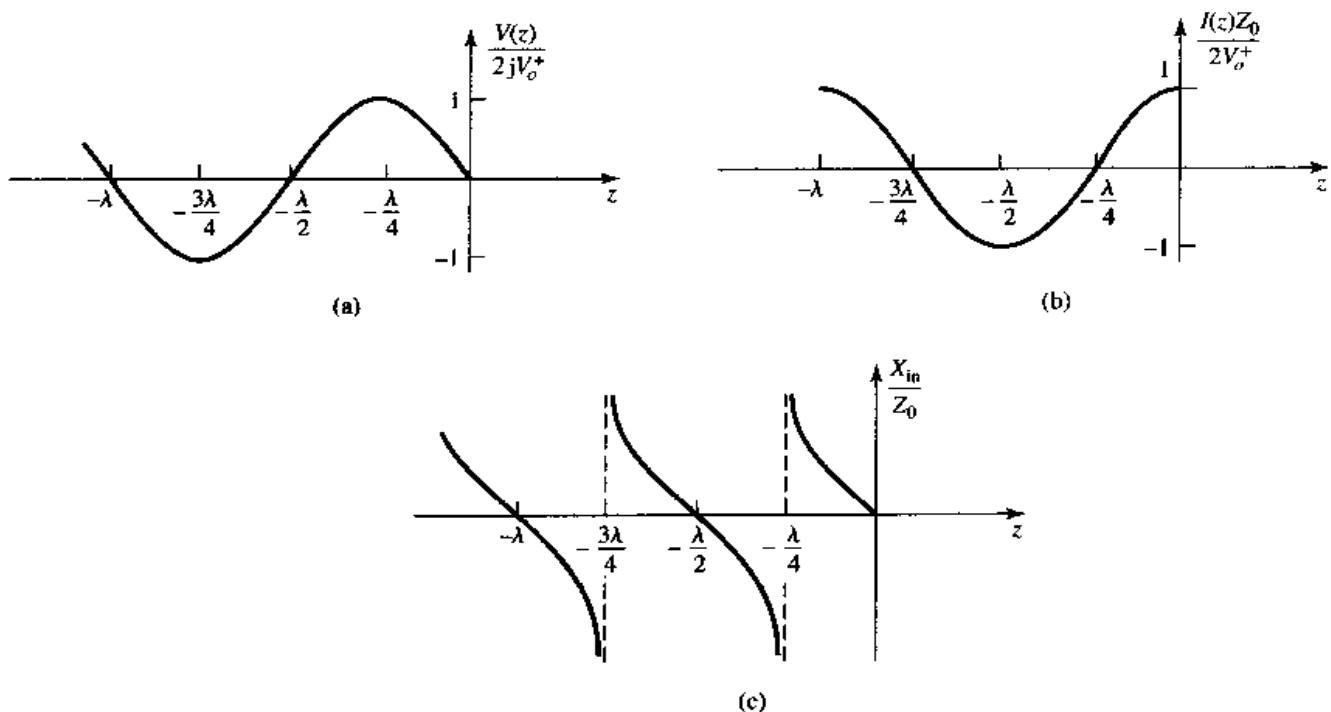


图 2.6 (a)电压、(b)电流和(c)阻抗($R_L=0$ 或 ∞)沿一短路传输线的变化

下面考虑图 2.7 所示的开路线,其中 $Z_L=\infty$ 。把式(2.35)的分子和分母除以 Z_L 并令 $Z_L \rightarrow \infty$,可以证明,这种情况下的反射系数 $\Gamma=1$,驻波比也是无限大的。由式(2.36)得出线上的电压和电流为

$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] = 2V_o^+ \cos \beta z \quad (2.46a)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] = \frac{-2jV_o^+}{Z_0} \sin \beta z \quad (2.46b)$$

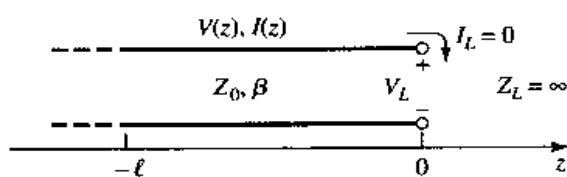


图 2.7 终端开路的传输线

它表明在负载处 $I = 0$, 而正如对开路所预料的那样, 电压取极大值。输入阻抗为

$$Z_{in} = -jZ_0 \cot \beta\ell \quad (2.46c)$$

对任意长度 ℓ , 它也是纯虚数。开路线的电压、电流和输入阻抗已绘于图 2.8 中。

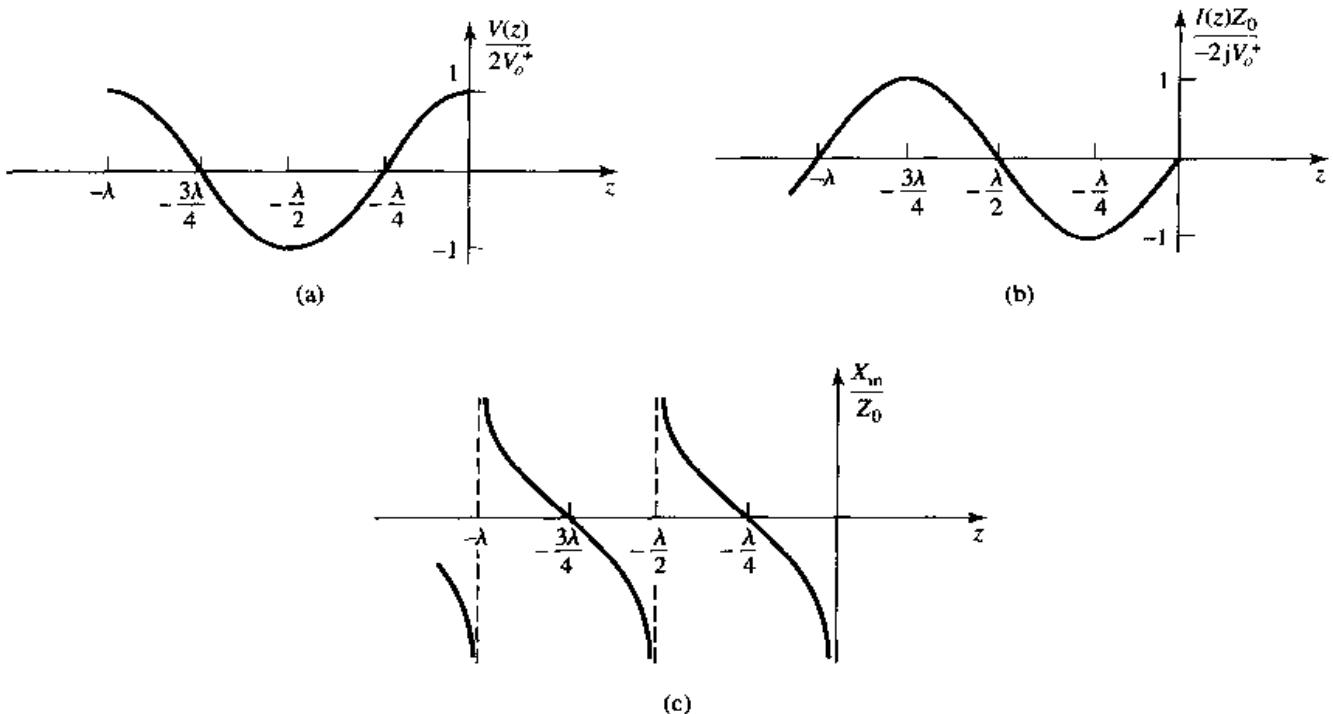


图 2.8 (a) 电压、(b) 电流和(c) 阻抗($R_L = 0$ 或 ∞)沿一开路传输线的变化

现在考虑具有一些特定长度的端接传输线。若 $\ell = \lambda/2$, 则式(2.44)表明

$$Z_{in} = Z_L \quad (2.47)$$

这意味着半波长(或 $\lambda/2$ 的任意整数倍)线不改变或不变换负载阻抗, 无论该线的特征阻抗是多少。

若线的长度是四分之一波长, 或更一般地, $\ell = \lambda/4 + n\lambda/2, n = 1, 2, 3, \dots$, 则式(2.44)表明, 输入阻抗由下式给出:

$$Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad (2.48)$$

这样的传输线称为四分之一波长变换器(quarter-wave transformer), 它有以倒数的方式变换负载阻抗的作用, 当然也依赖于传输线的特征阻抗。我们将在 2.5 节中更深入地研究这种情况。

现在, 考虑一特征阻抗为 Z_0 的传输线馈接到具有不同特征阻抗 Z_1 的传输线上, 如图 2.9 所示。若负载线无穷长, 或者说它端接到它自身的特征阻抗的线上, 则没有反射来自其终端, 于是由馈线看到的输入阻抗是 Z_1 , 因而反射系数 Γ 是

$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (2.49)$$

不是所有的入射波都被反射; 其中的一些传输到第二条传输线上, 其电压振幅由传输系数 T 给出。

由式(2.36a)得 $z < 0$ 处的电压为

$$V(z) = V_o^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}), \quad z < 0 \quad (2.50a)$$

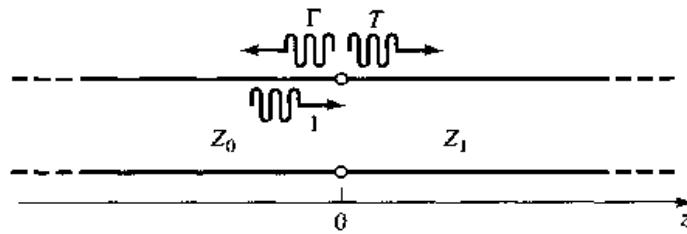


图 2.9 具有不同特征阻抗的两段传输线交接处的反射和传输

其中 V_o^+ 是馈线上入射电压波的振幅。 $z > 0$ 处的电压波, 当不存在反射时, 只有往外去的波, 因而可以写为

$$V(z) = V_o^+ T e^{-j\beta z}, \quad z > 0 \quad (2.50b)$$

使这些电压值在 $z = 0$ 处相等, 可得到传输系数 T 为

$$T = 1 + \Gamma = 1 + \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} \quad (2.51)$$

电路中的两点间的传输系数常常用 dB 表示成插入损耗(IL, insertion loss):

$$IL = -20 \lg |T| \text{ dB} \quad (2.52)$$

感兴趣点: 分贝和奈培

在微波系统中两功率电平 P_1 和 P_2 之比经常用分贝(dB)表示为

$$10 \lg \frac{P_1}{P_2} \text{ dB}$$

因此功率比为 2 等效于 3 dB, 功率比为 0.1 等效于 -10 dB。用 dB 表示的功率比使得计算通过一系列元件后的功率损耗或增益比较容易, 因为相乘的损耗或增益因子可以通过对每一级用分贝表示的损耗或增益的相加来计算。例如, 一个信号经过一个 6 dB 的衰减器和一个 23 dB 的放大器后将具有 $23 - 6 = 17$ dB 的总增益。

分贝仅仅用来表示功率比, 但是若 $P_1 = V_1^2/R_1$, $P_2 = V_2^2/R_2$, 则用电压比来表示的功率比是

$$10 \lg \frac{V_1^2 R_2}{V_2^2 R_1} = 20 \lg \frac{V_1}{V_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \text{ dB}$$

其中, R_1 和 R_2 为负载电阻, V_1 和 V_2 为这些负载的电压。若负载电阻相等, 则该公式简化为

$$20 \lg \frac{V_1}{V_2} \text{ dB}$$

在相等电阻两端的电压之比也可以用奈培(Np)表示为

$$\ln \frac{V_1}{V_2} \text{ Np}$$

用功率表示的对应表达式是

$$\frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2} \text{ Np}$$

因为电压是正比于功率的平方根的。传输线的衰减有时用奈培表示。因为 1 Np 对应于 e^2 的功率比, 所以奈培和分贝之间的转换关系是

$$1 \text{ Np} = 10 \lg e^2 = 8.686 \text{ dB}$$

若一个参考功率电平是已知的,则绝对功率也可以用分贝符号来表示。若我们令 $P_2 = 1 \text{ mW}$, 则功率 P_1 可以用 dBm 表示为

$$10 \lg \frac{P_1}{1 \text{ mW}} \text{ dBm}$$

因此, 1 mW 的功率是 0 dBm , 而 1 W 的功率是 30 dBm , 等等。

2.4 Smith 圆图

图 2.10 所示的 Smith(史密斯)圆图是一种辅助图形, 它在求解传输线问题时是非常有用的。虽然还有一些其他的阻抗和反射系数圆图可以用于类似的问题^[3], 但是 Smith 圆图可以说是最知名而且应用最广泛的。它是在 1939 年由 P. Smith 在贝尔电话实验室工作时开发的^[4]。读者也许会感到, 在科学计算器和计算机功能强大的今天, 图形求解在现代工程中已经没有地位了。然而, Smith 圆图不只是一个图形技术。除了作为微波设计的众多流行的计算机辅助设计(CAD)软件和检测设备中的组成部分外, Smith 圆图还提供了一个使传输线现象可视化的方法, 因此, 从教学的理念来说, 它也是重要的。若一名微波工程师学会了用 Smith 圆图思考, 则可以开发出关于传输线和阻抗匹配问题的直观想像力。

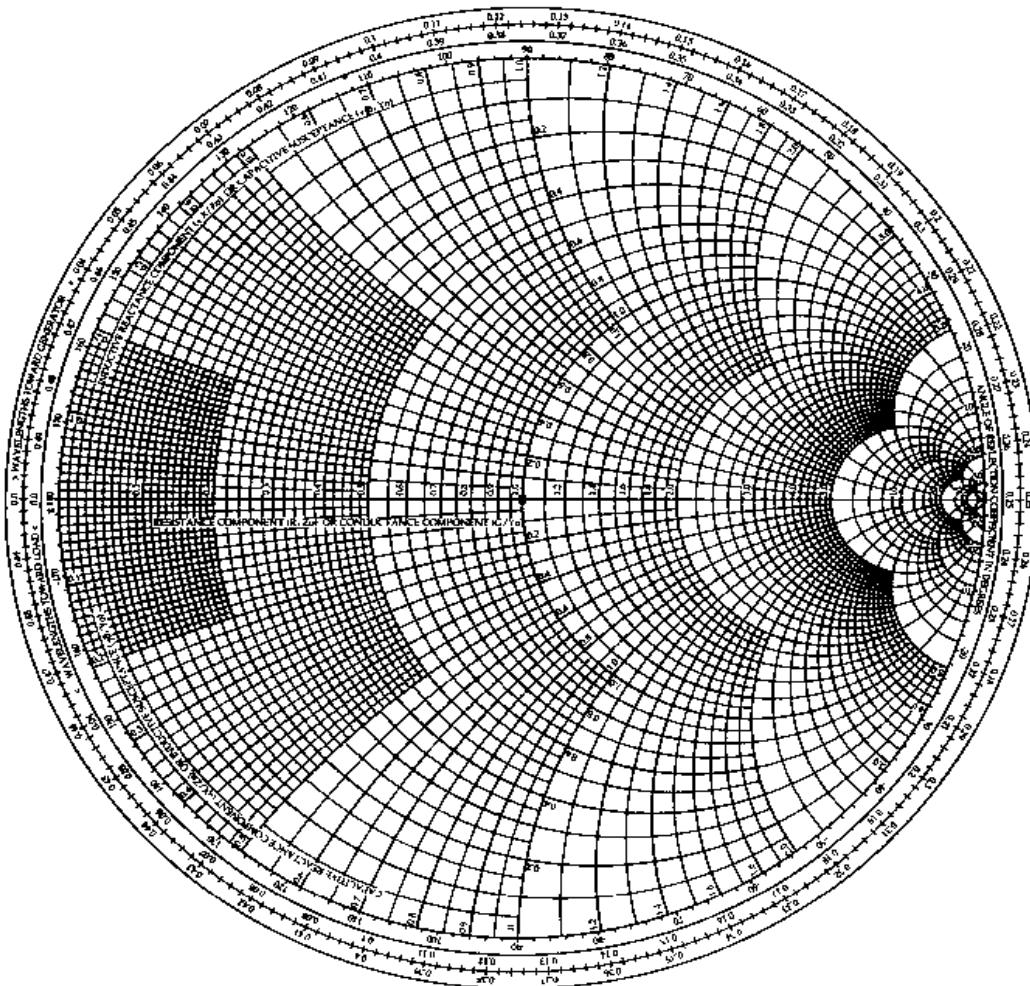


图 2.10 Smith 圆图

初看起来,Smith 圆图似乎是吓人的,但理解它的关键是认识到它基本上就是一个电压反射系数 Γ 的极坐标图。让我们把反射系数用幅值和相位(极角)的形式表示为 $\Gamma = |\Gamma|e^{j\theta}$ 。然后把幅值 $|\Gamma|$ 画成从图中心算起的半径($|\Gamma| \leq 1$),而角度 θ ($-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)是从水平直径的右手边算起的角度。任何无源的可实现的($|\Gamma| \leq 1$)反射系数都可以在 Smith 圆图上画成一个惟一的点。

然而,Smith 圆图的真正用途在于利用画在图中的阻抗(或导纳)圆,阻抗(或导纳)圆可以用来将反射系数转换为归一化阻抗(或导纳),反之亦然。当处理 Smith 圆图中的阻抗时,通常采用归一化量,我们将用小写字母来表示这些量。归一化常数通常是传输线的特征阻抗。因此 $z = Z/Z_0$ 代表阻抗 Z 的归一化值。

若特征阻抗为 Z_0 的无耗传输线端接一个负载阻抗 Z_L ,则负载上的反射系数可以由式(2.35)写为

$$\Gamma = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} = |\Gamma|e^{j\theta} \quad (2.53)$$

其中 $z_L = Z_L/Z_0$ 是归一化负载阻抗。这个关系可以用来求出用 Γ 来表示的 z_L (或由式(2.43)及 $\ell=0$ 求出):

$$z_L = \frac{1 + |\Gamma|e^{j\theta}}{1 - |\Gamma|e^{j\theta}} \quad (2.54)$$

这个复方程可以通过 Γ 和 z_L 的实部和虚部简化为两个实方程。令 $\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$ 和 $z_L = r_L + jx_L$ 。于是

$$r_L + jx_L = \frac{(1 + \Gamma_r) + j\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r) - j\Gamma_i}$$

用其分母的复共轭分别乘以分子和分母,就可以求出上述方程的实部和虚部为

$$r_L = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (2.55a)$$

$$x_L = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (2.55b)$$

重新整理式(2.55)得

$$\left(\Gamma_r - \frac{r_L}{1 + r_L}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1 + r_L}\right)^2 \quad (2.56a)$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x_L}\right)^2 = \left(\frac{1}{x_L}\right)^2 \quad (2.56b)$$

可以看出,它们代表 Γ_r 和 Γ_i 平面上的两族圆。由式(2.56a)定义的是电阻圆,而由式(2.56b)定义的是电抗圆。例如, $r_L = 1$ 的圆,中心在 $\Gamma_r = 0.5, \Gamma_i = 0$,半径为 0.5,因此通过 Smith 圆图的中心。所有的电阻圆式(2.56a)的中心都在水平轴 $\Gamma_i = 0$ 上,而且通过圆图上右手边的 $\Gamma = 1$ 点。所以电抗圆式(2.56b)的中心都在 $\Gamma_r = 1$ 的竖直线上(Smith 圆图之外),而且这些圆都通过 $\Gamma = 1$ 点。电阻圆和电抗圆是正交的。

也可以在 Smith 圆图上用作图法求解传输线阻抗方程(2.44),因为利用普遍化的反射系数,传输线阻抗可以表示为

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta\ell}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta\ell}} \quad (2.57)$$

其中 Γ 是负载处的反射系数, ℓ 是传输线的长度(正值)。于是, 我们看到式(2.57)的形式与式(2.54)相同, 差别仅仅在于 Γ 项的相位角。因此, 若我们已经画出负载处的反射系数 $|\Gamma|e^{j\theta}$, 则朝着长度为 ℓ 并端接 z_L 的传输线看进去的归一化输入阻抗就可以通过绕圆图中心顺时针旋转一数量为 $2\beta\ell$ (即由 θ 减去 $2\beta\ell$)来求得。半径保持不变, 因为 Γ 的幅值不随线上的位置而变。

为便于这种旋转, Smith 圆图在其外围圆周上具有以电波长为基准的刻度, 并用箭头标明朝向波源的波长数(WTG, wavelengths toward generator)或朝向负载的波长数(WTL, wavelengths toward load)。这些刻度是相对的, 所以只有圆图上两点之间的波长差才有意义。标度覆盖了从 $0 \sim 0.5$ 波长的范围, 这反映了一个事实, 即 Smith 圆图自动包含了传输线性质的周期性。因此, 一个长度为 $\lambda/2$ 线(或任意整数倍)要求绕圆图中心转 $2\beta\ell = 2\pi$, 表明负载的输入阻抗是不变的。

现在, 我们通过例子来阐明如何将 Smith 圆图应用于各种典型的传输线问题。

例题 2.2 Smith 圆图的基本运用

一个 $40 + j70 \Omega$ 的负载阻抗接在一个 100Ω 的传输线上, 其长度为 0.3λ 。求负载处的反射系数、线的输入端的反射系数、输入阻抗、线的 SWR 及回波损耗。

解:

归一化负载阻抗为

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 0.4 + j0.7$$

它可以画在 Smith 圆图上, 如图 2.11 所示。利用一个圆规及圆图下面的电压反射系数标尺, 可以读出负载处的反射系数幅值 $|\Gamma| = 0.59$ 。同样的圆规张口应用于驻波比(SWR)标尺读得 $SWR = 3.87$, 应用于回波损耗标尺读得 $RL = 4.6 \text{ dB}^{\circledR}$ 。现在, 通过阻抗负载点画一径向线, 然后从它与图的外围标尺上的交点读出负载处反射系数的辐角为 104° 。

现在我们通过负载阻抗点画一个 SWR 圆。读出负载在朝向波源波长(WTG)标尺上的参考位置的值为 0.106λ 。向着波源方向移动 0.3λ 把我们带到 WTG 标尺上的 0.406λ 。在此位置画一径向线, 它与 SWR 圆的交点给出了归一化输入阻抗的值 $z_{in} = 0.365 - j0.611$ 。于是传输线的输入阻抗为

$$Z_{in} = Z_0 z_{in} = 36.5 - j61.1 \Omega$$

输入端的反射系数幅值仍为 $|\Gamma| = 0.59$; 相位角由径向线在相位标尺上读得为 248° ^②。 ■

2.4.1 组合阻抗-导纳的 Smith 圆图

Smith 圆图可以与应用于归一化阻抗同样的方式用于归一化导纳, 而且可以用于阻抗与导纳之间的转换。后一技术基于这一事实, 即在归一化形式下, 连接到 $\lambda/4$ 传输线的负载 z_L 的输入阻抗, 根据式(2.44)为

① 在图 2.11 所示圆图的下面并没有反射系数、驻波比和回波损耗的标尺, 但在有些专门用于作图求解的 Smith 圆图中, 在下方有一个水平标尺, 上面有这些参量的定标。在没有这些参量标尺的情况下, 读者可根据 Smith 圆的半径为 1 个单位, 阻抗(或导纳)所在点的归一化半径值, 就是其相应的 $|\Gamma|$, 然后由式(2.38)求出回波损耗。圆图水平直径右手边标度的归一化电阻值也代表 SWR 值。——译者注

② 由图上读得的是 -112° , 而幅角为 $360^\circ - 112^\circ = 248^\circ$ 。——译者注

$$z_{in} = 1/z_L$$

该式具有把归一化阻抗转换为归一化导纳的作用。

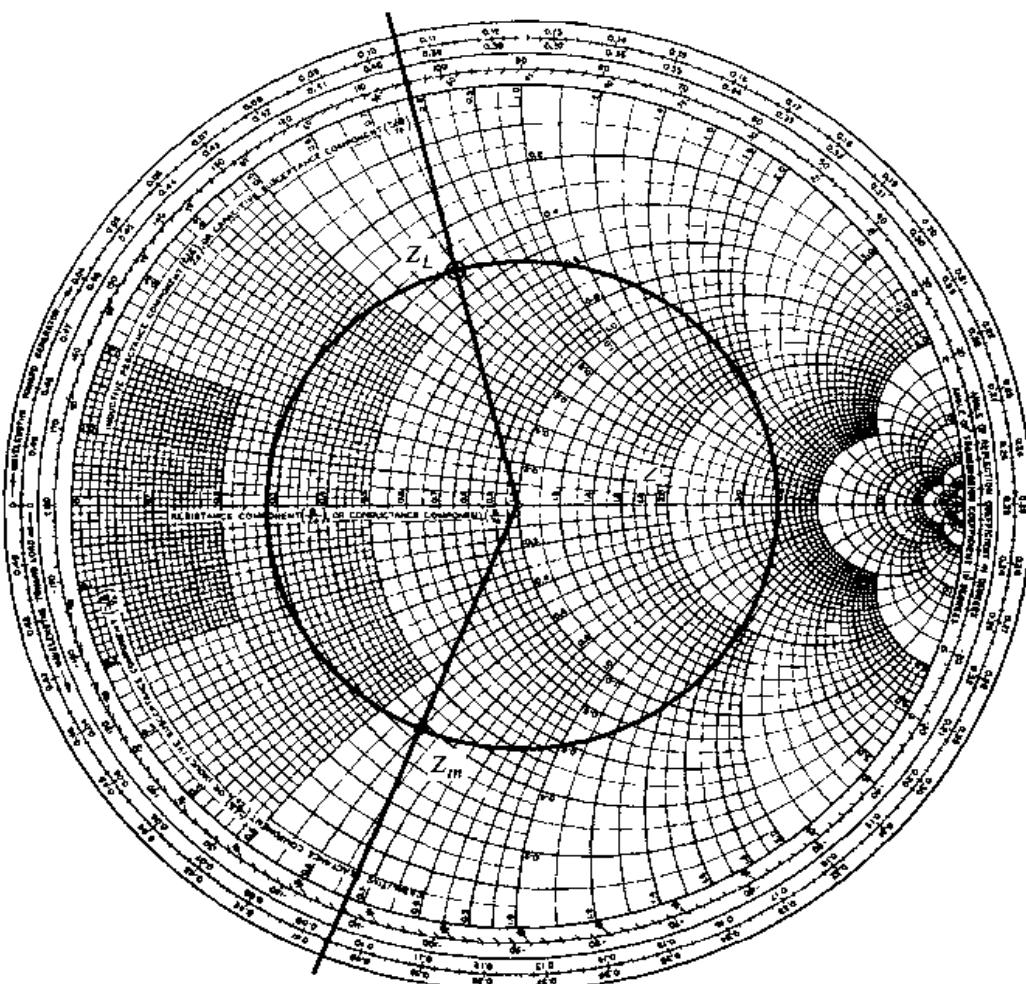


图 2.11 例题 2.2 中的 Smith 圆图

因为绕 Smith 圆图完整的一圈对应着 $\lambda/2$ 的长度, 所以 $\lambda/4$ 的变换等价于在圆图上旋转 180° ; 这也等价于镜像一个给定的阻抗(或导纳点)穿过圆图的中心就得到对应的导纳(或阻抗)点。

因此, 在求解一个给定的问题时, 同一个 Smith 圆图既可以用做阻抗计算, 也可用做导纳计算。于是, 在不同的求解阶段, 圆图可能是 Smith 阻抗圆图(impedance Smith chart), 或者是 Smith 导纳圆图(admittance Smith chart)。通过利用一种 Smith 圆图可能会使这种处理少些困惑, 这种圆图的标尺是正常 Smith 圆图的标尺与旋转 180° 后的 Smith 圆图的标尺的叠加, 如图 2.12 所示。这样的圆图称为 Smith 阻抗和导纳圆图(impedance and admittance Smith chart), 它对于阻抗和导纳通常具有不同颜色的标度。

例题 2.3 导纳 Smith 圆图的运用

$Z_L = 100 + j50 \Omega$ 的负载连接在一条 50Ω 的线上。若线长为 0.15λ , 则负载导纳和输入阻抗为多少?

解:

归一化负载阻抗是 $z_L = 2 + j1$ 。标准的 Smith 圆图可以用于求解这个问题, 即开始时把它考

虑为阻抗圆图，并画出 z_L 和 SWR 圆。转换到导纳可以通过 z_L 的 $\lambda/4$ 旋转来实现（画一条通过 z_L 和圆图中心的直线与 SWR 圆相交就很容易获得）。现在圆图就可以考虑为导纳图了，而且输入导纳可以由 y_L 旋转 0.15λ 求得。

另一种做法是，我们可以利用图 2.12 的组合 zy 圆图，其中阻抗和导纳的转换只不过是读出相应的标度来实现的。在阻抗标尺上画出 z_L ，然后在导纳标尺上读出同一点的导纳值为 $y_L = 0.40 - j0.20$ 。于是实际的负载导纳为

$$Y_L = y_L Y_0 = \frac{y_L}{Z_0} = 0.0080 - j0.0040 \text{ S}$$

然后，在 WTG 标尺上，可以看到其负载导纳的参考位置是 0.214λ 。通过这点移动 0.15λ 把我们带到 0.364λ 。把 WTG 标尺上该点的径向线与 SWR 圆相交于 $y = 0.61 + j0.66$ 的导纳点。则实际的输入导纳为 $Y = 0.0122 + j0.0132 \text{ S}$ 。 ■

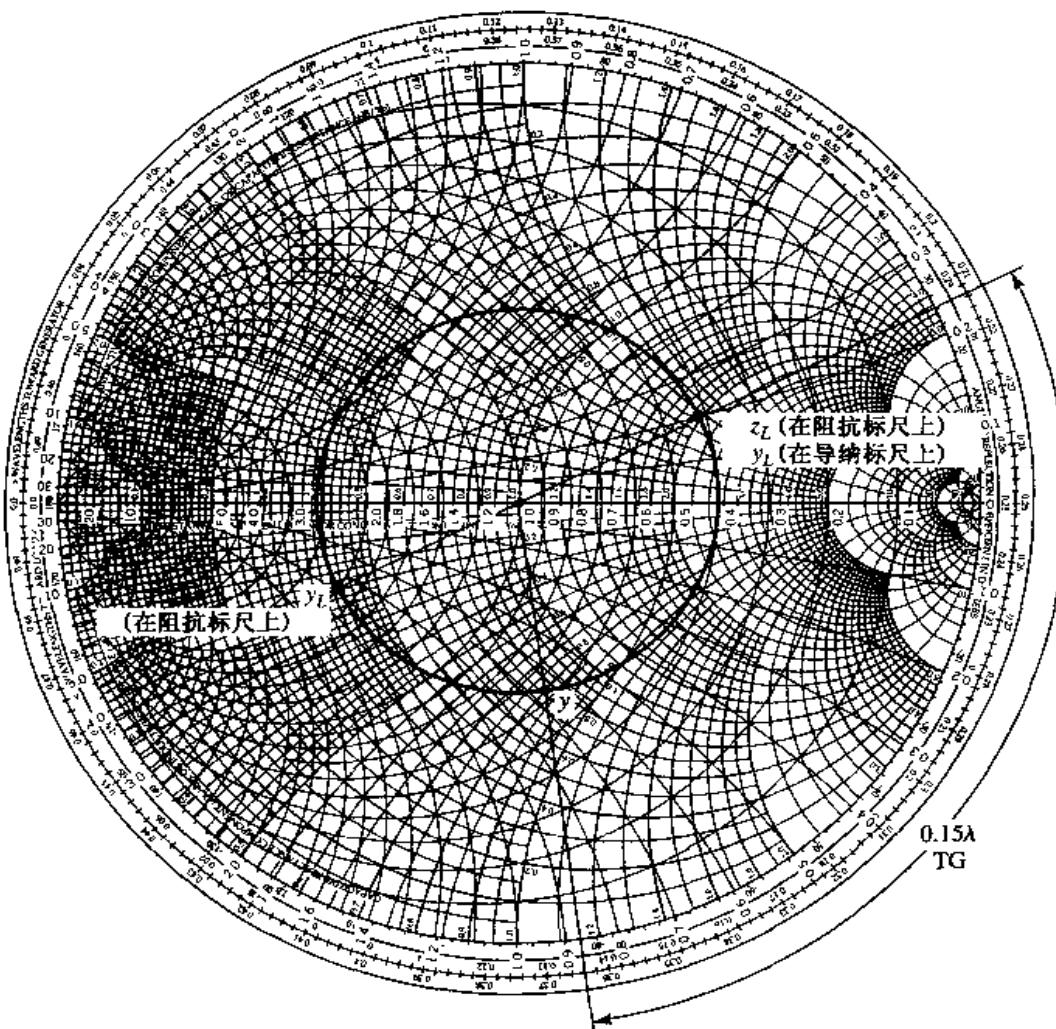


图 2.12 求解例题 2.3 的 zy Smith 圆图

2.4.2 开槽线

开槽线是一种传输线（通常用波导或同轴线）结构，它可以在端接负载的传输线上进行驻波电场振幅的取样测量。利用这一设备可以测量到 SWR 及第一个电压极小值距负载的距离，而且可由这些数据求得其负载阻抗值。注意，因为负载阻抗一般是复数（具有两个自由度），所以必

须用开槽线测量到两个不同的量才能惟一地确定这一阻抗。典型的波导开槽线如图 2.13 所示。

虽然开槽线曾经是测量微波频率下未知阻抗的基本方法,但它已经被精确、通用和方便的现代矢量网络分析仪大量取代。然而开槽线在某些应用中仍然是有用的,例如在高毫米波频率下,或在希望避免连接器失配的场合。这时,把未知的负载直接连接到开槽线上,因此避免了使用不完善的转换。使用开槽线的另一个原因在于,它提供了一个学习驻波和传输线失配的基本概念的无比优越的工具。我们将推导根据开槽线测量数据求得未知负载阻抗的表达式,同时也将说明如何使用 Smith 圆图也能实现同样的目的。



图 2.13 一个 X 段的波导开槽线(承蒙 Agilent Technologies, Santa Rosa, Calif 同意)

对于某个端接传接线,我们假定已经测量到线上的 SWR 和线上第一个电压极小点距负载的距离 ℓ_{\min} 。则负载阻抗 Z_L 就可以确定如下。由式(2.41)可知线上反射系数的幅值可以由驻波比求得,具体为

$$|\Gamma| = \frac{\text{SWR} - 1}{\text{SWR} + 1} \quad (2.58)$$

由 2.3 节我们知道,电压极小值发生在 $e^{j(\theta-2\beta\ell)} = -1$ 处,其中 θ 是反射系数 $\Gamma = (\Gamma)e^{j\theta}$ 的相位角。于是得反射系数的相位为

$$\theta = \pi + 2\beta\ell_{\min} \quad (2.59)$$

其中 ℓ_{\min} 是负载到第一个电压极小值的距离。实际上,因为电压极小值每 $\lambda/2$ 重复一次(其中 λ 是线上的波长),所以 $\lambda/2$ 的任意倍数都可以加到 ℓ_{\min} 上面而不改变式(2.59)的结果,因而把 $2\beta n\lambda/2 = 2n\pi$ 加到 θ 上,它并不改变 Γ 。因此,SWR 和 ℓ_{\min} 这两个量就可以用来求负载的复反射系数 Γ 。然后直接利用式(2.43)及 $\ell = 0$ 就可由 Γ 求得负载阻抗:

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (2.60)$$

利用 Smith 圆图来求解这种问题最好通过例题来阐明。

例题 2.4 利用开槽线测量阻抗

下述两步是利用 50Ω 同轴开槽线来确定一未知负载阻抗的过程:

1. 将一个短路器放置于负载平面上,在线上产生了一个无穷大 SWR 值的驻波及非常尖锐

明确的电压极小值,如图 2.14(a)所示。在开槽线上可任意定位标尺,记录的电压极小值位置为

$$z = 0.2 \text{ cm}, 2.2 \text{ cm}, 4.2 \text{ cm}$$

2. 取走短路器,用未知负载来代替它。测量到的驻波比 $\text{SWR} = 1.5$,而电压极小值不像第1步那样尖锐明确了,记录为

$$z = 0.72 \text{ cm}, 2.72 \text{ cm}, 4.72 \text{ cm}$$

如图 2.14(b)所示。求负载阻抗。

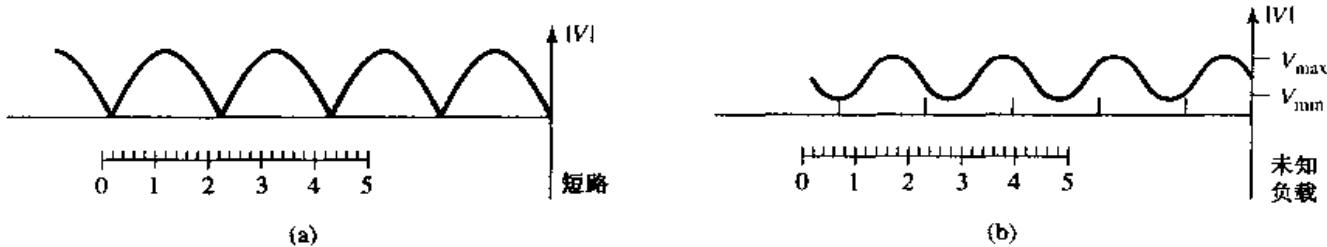


图 2.14 例题 2.4 中的电压驻波波形:(a)短路负载的驻波;(b)未知负载的驻波

解:

我们知道电压极小值每隔 $\lambda/2$ 重复出现一次,所以由上述第1步的数据,我们有 $\lambda = 4.0 \text{ cm}$ 。此外,由于反射系数和输入阻抗也是每 $\lambda/2$ 重复的,所以我们可以认为负载等效于端接在第1步所列出的任何电压极小值的位置上。因此,若我们说负载位于 4.2 cm 处,则由第2步的数据表明离开负载的下一个电压极小值发生在 2.72 cm 处,给出 $\ell_{\min} = 4.2 - 2.72 = 1.48 \text{ cm} = 0.37\lambda$ 。

将这些数据应用到式(2.58)~式(2.60),得出

$$|\Gamma| = \frac{1.5 - 1}{1.5 + 1} = 0.2$$

$$\theta = \pi + \frac{4\pi}{4.0}(1.48) = 86.4^\circ$$

所以

$$\Gamma = 0.2e^{j86.4^\circ} = 0.0126 + j0.1996$$

于是,负载阻抗是

$$Z_L = 50 \left(\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \right) = 47.3 + j19.7 \Omega$$

用 Smith 圆图求解的方法如下:首先画一个 $\text{SWR} = 1.5$ 的 SWR 圆,如图 2.15 所示;未知的归一化负载阻抗必定位于该圆上。我们已有的参考是负载离第一个电压极小值的距离为 0.37λ 。在 Smith 圆图上,电压极小值的位置对应于阻抗极小点(电压极小,电流极大),它在水平轴上(零电阻)的原点的左边。因此,我们从电压极小点开始,向着负载方向移动(逆时针) 0.37λ 就到达归一化负载阻抗点 $z_L = 0.95 + j0.4$,如图 2.15 所示。因此,实际负载阻抗是 $Z_L = 47.5 + j20 \Omega$,与上面用公式计算的结果非常相近。

注意,原则上,除电压极小值位置外,也可利用电压极大值位置,但是电压极小值比电压极大值更尖锐明确,因而导致更高的精度。

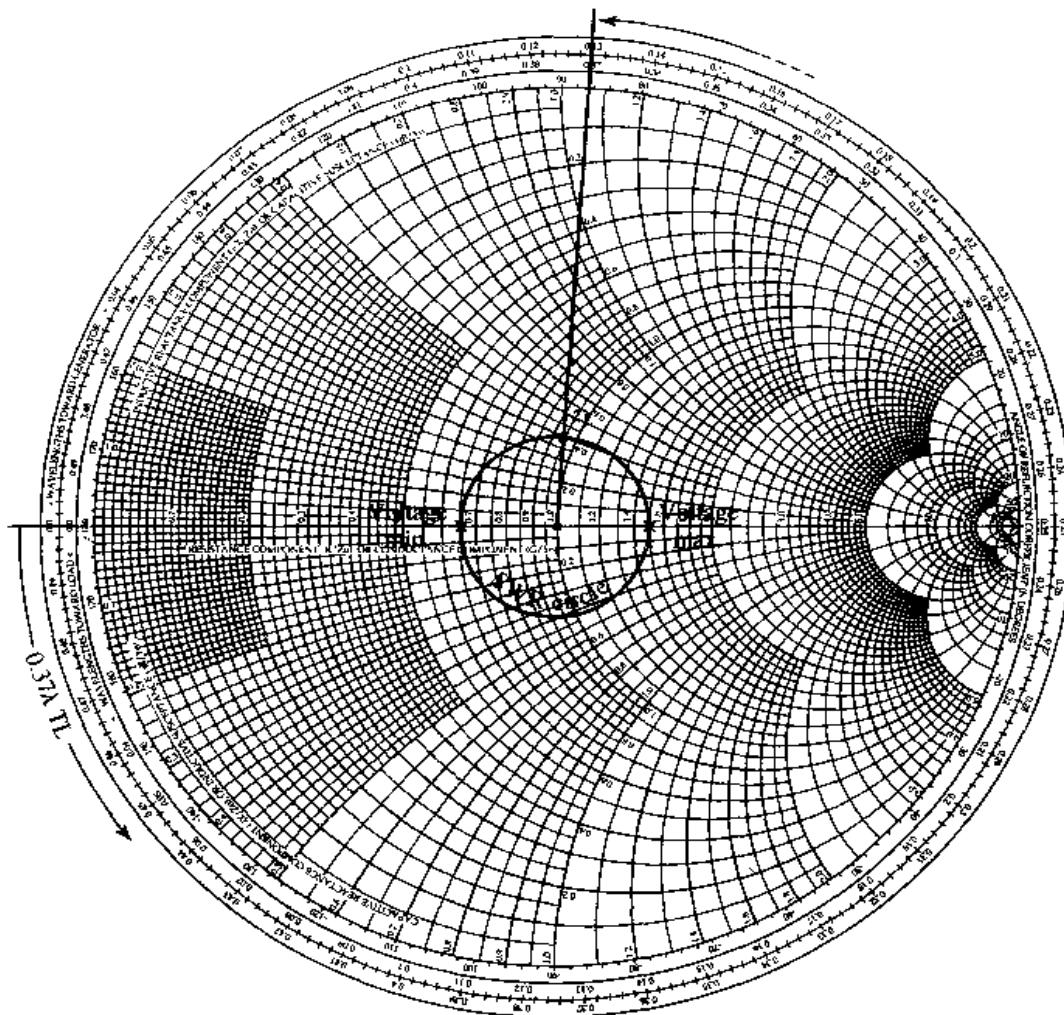


图 2.15 例题 2.4 中的 Smith 圆图

2.5 四分之一波长变换器

四分之一波长变换器是一种有用而实际的阻抗匹配电路, 它也可以提供进一步阐明在线失配下的驻波特性的简单传输线电路。虽然我们还将在第 5 章中更深入地学习四分之一波长匹配变换器, 但是这里的主要目的是将前面所开发的传输线理论应用到基本的传输线电路上来。首先我们从阻抗的观点来提出问题, 然后证明该结果是如何使用在匹配段的无穷多次反射来解释的。

2.5.1 阻抗观点

图 2.16 给出了一个应用四分之一波长变换器的电路。负载电阻 R_L 和馈线特征阻抗 Z_0 都是实数并假定为已知。这两个元件与一段特征阻抗为 Z_1 (未知)、长度为 $\lambda/4$ 的无耗传输线相连。希望利用 $\lambda/4$ 的传输线段把负载匹配到 Z_0 线上去, 使得向着 $\lambda/4$ 匹配段看去的 $\Gamma=0$ 。由式(2.44)求得输入阻抗 Z_{in} 为

$$Z_{in} = Z_1 \frac{R_L + jZ_1 \tan \beta\ell}{Z_1 + jR_L \tan \beta\ell} \quad (2.61)$$

为了计算该式在 $\beta\ell = (2\pi/\lambda)(\lambda/4) = \pi/2$ 时的值, 我们可以用 $\tan \beta\ell$ 去除分子和分母, 并取 $\beta\ell \rightarrow \pi/2$

的极限,得

$$Z_{in} = \frac{Z_1^2}{R_L} \quad (2.62)$$

为了使 $\Gamma=0$, 我们必须有 $Z_{in} = Z_0$, 这使特征阻抗 Z_1 为

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 R_L} \quad (2.63)$$

它是负载阻抗和源阻抗的几何平均。因而在馈线上就没有驻波(SWR = 1), 然而在 $\lambda/4$ 匹配段内会有驻波存在。同样, 上述条件仅能应用匹配段的长度是 $\lambda/4$ 或 $\lambda/4$ 的奇数($2n+1$)倍, 因此只能在一个频率点上获得完全的匹配, 在其他频率上将会失配。

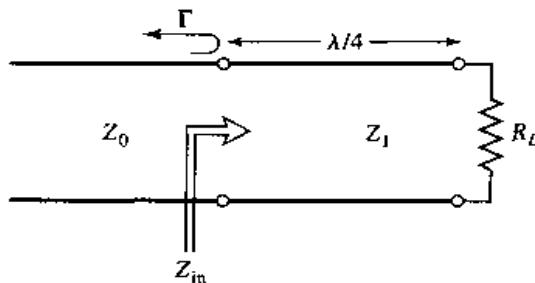


图 2.16 四分之一波长匹配变换器

例题 2.5 四分之一波长变换器的频率响应

考虑一个负载电阻 $R_L = 100 \Omega$, 用一个四分之一波长变换器匹配到 50Ω 的线上。求匹配段的特征阻抗, 画出反射系数幅值与归一化频率 f/f_o 的关系, 其中 f_o 是使线长为 $\lambda/4$ 的频率。

解:

由式(2.63)得出需要的特征阻抗是

$$Z_1 = \sqrt{(50)(100)} = 70.71 \Omega$$

反射系数的幅值由

$$|\Gamma| = \left| \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \right|$$

给出, 其中输入阻抗 Z_{in} 是频率的函数, 由式(2.44)给出。式(2.44)中的频率依赖关系来自于 $\beta\ell$ 项, 它可以用 f/f_o 项表示为

$$\beta\ell = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda_0}{4} \right) = \left(\frac{2\pi f}{v_p} \right) \left(\frac{v_p}{4f_o} \right) = \frac{\pi f}{2f_o}$$

从中看到当 $f=f_o$ 时, $\beta\ell=\pi/2$, 这是预料之中的。对于较高的频率, 线的电长度看起来要长些, 而对较低的频率, 线看来要短些。反射系数的幅值与 f/f_o 的关系已绘于图 2.17。 ■

这种阻抗匹配方法限于实数负载阻抗, 然而一个复数负载阻抗在单个频率下通过一个恰当长度的传输线的转换可容易地变为实数。

上述分析表明: 当求解传输线问题时, 阻抗概念是多么有用, 且这一方法可能是实际中的最好方法。然而, 若我们从多次反射的观点去考察, 就能帮助我们进一步理解四分之一波长变换器(及其他传输线电路)。

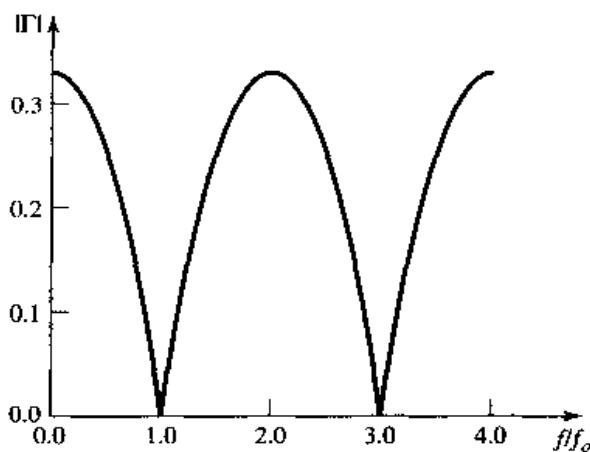


图 2.17 例题 2.5 中的四分之一波长变换器的反射系数与归一化频率的关系

2.5.2 多次反射观点

图 2.18 给出了四分之一波长变换器电路, 它具有定义如下的反射和传输系数:

Γ : 入射到 $\lambda/4$ 变换器的波的整体或总反射系数(与例 2.5 中的 Γ 相同)。

Γ_1 : 来自 Z_0 线的波入射到负载 Z_1 时的部分反射系数。

Γ_2 : 来自 Z_1 线的波入射到负载 Z_0 时的部分反射系数。

Γ_3 : 来自 Z_1 线的波入射到负载 R_L 时的部分反射系数。

T_1 : 由 Z_0 线进入到 Z_1 线的部分传输系数。

T_2 : 由 Z_1 线进入到 Z_0 线的部分传输系数。

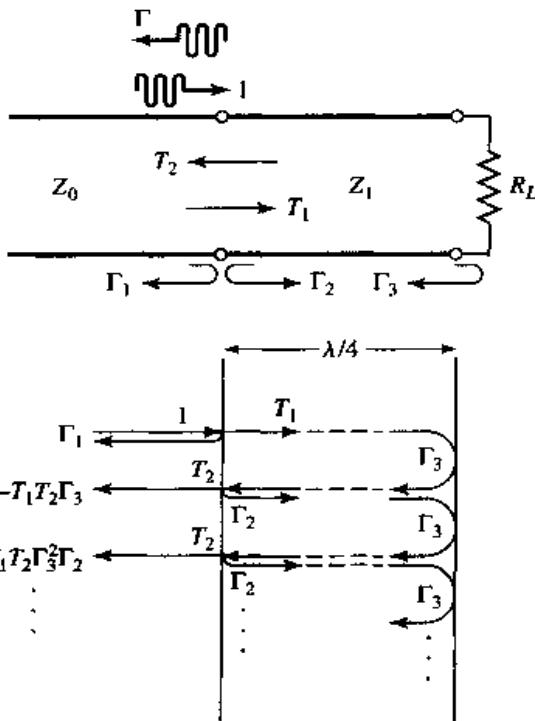


图 2.18 四分之一波长变换器的多次反射分析

然后这些系数可以表达成

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (2.64a)$$

$$\Gamma_2 = \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1} = -\Gamma_1 \quad (2.64b)$$

$$\Gamma_3 = \frac{R_L - Z_1}{R_L + Z_1} \quad (2.64c)$$

$$T_1 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} \quad (2.64d)$$

$$T_2 = \frac{2Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (2.64e)$$

现在，在时域中考察图 2.18 所示的四分之一波长变换器，想像一个波沿 Z_0 馈线传向变换器。当这个波首次碰到与 Z_1 线的交接处时，它只看见一个阻抗 Z_1 ，因为它还没有传向负载 R_L ，因而不可能看到其影响。一部分波以反射系数 Γ_1 被反射，而另一部分则以传输系数 T_1 传到 Z_1 线中。然后这个传输波传过 $\lambda/4$ 到达负载，以系数 Γ_3 被反射，又行进 $\lambda/4$ 后回到与 Z_0 线的交接处。这个波的一部分（向左）传输以系数 T_2 进入到 Z_0 线，而另一部分以系数 Γ_2 反射回来传向负载。很明显，这个过程一直持续，具有无穷多次反弹波，而总反射系数 Γ 则是所有这些部分反射系数之和。因为每次往返经过 $\lambda/4$ 变换器都会产生 180° 的相移，所以总反射系数可以表达成

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_1 - T_1 T_2 \Gamma_3 + T_1 T_2 \Gamma_2 \Gamma_3^2 - T_1 T_2 \Gamma_2^2 \Gamma_3^3 + \dots \\ &= \Gamma_1 - T_1 T_2 \Gamma_3 \sum_{n=0}^{\infty} (-\Gamma_2 \Gamma_3)^n \end{aligned} \quad (2.65)$$

因为 $|\Gamma_3| < 1$, $|\Gamma_2| < 1$ ，所以式(2.65)的无穷序列可以利用几何级数的结果：

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad |x| < 1$$

相加得

$$\Gamma = \Gamma_1 - \frac{T_1 T_2 \Gamma_3}{1 + \Gamma_2 \Gamma_3} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_3 - T_1 T_2 \Gamma_3}{1 + \Gamma_2 \Gamma_3} \quad (2.66)$$

该式的分子可以利用式(2.64)简化得

$$\begin{aligned} \Gamma_1 - \Gamma_3 (\Gamma_1^2 + T_1 T_2) &= \Gamma_1 - \Gamma_3 \left[\frac{(Z_1 - Z_0)^2}{(Z_1 + Z_0)^2} + \frac{4Z_1 Z_0}{(Z_1 + Z_0)^2} \right] \\ &= \Gamma_1 - \Gamma_3 = \frac{(Z_1 - Z_0)(R_L + Z_1) - (R_L - Z_1)(Z_1 + Z_0)}{(Z_1 + Z_0)(R_L + Z_1)} \\ &= \frac{2(Z_1^2 - Z_0 R_L)}{(Z_1 + Z_0)(R_L + Z_1)} \end{aligned}$$

可以看到，若我们如式(2.63)那样，选择 $Z_1 = \sqrt{Z_0 R_L}$ ，则上式为零。因而式(2.66)的 Γ 也为零，传输线是匹配的。这个分析表明，四分之一波长变换器的匹配特性大致来源于恰当地选择匹配段的特征阻抗和长度，使所有的部分反射的叠加结果为零。在稳态条件下，在相同方向，以相同相速传播的无穷多个波的和可以综合为单一的行波。因此，在匹配段上沿正反两个方向传播的无穷多组波可以合并为沿相反方向传播的两列波。参看习题 2.26。

2.6 源和负载失配

在 2.3 节中, 我们处理过端接的(失配)传输线, 当时假定源是匹配的。因此在源端没有反射发生。然而, 一般而言, 源和负载都可能对传输线产生不匹配的阻抗。我们将研究这一情况, 而且将看到从源到负载的最大功率传输的条件在某些情形下要求线上有一驻波。

图 2.19 给出了一个具有任意的可能为复数的源阻抗和负载阻抗 Z_g 和 Z_ℓ 的传输线电路。传输线假定是无耗的, 长度为 ℓ , 特征阻抗为 Z_0 。这个电路是普遍的, 足以代表绝大多数实际的无源和有源网络。

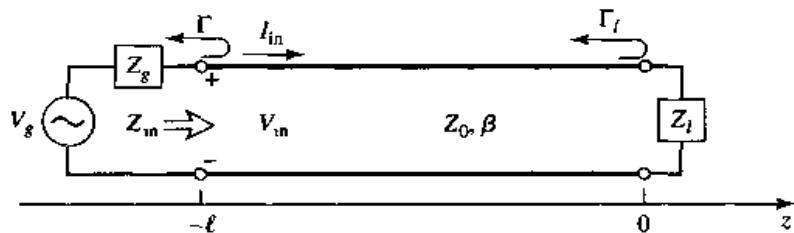


图 2.19 源和负载失配的传输线电路

因为源和负载都是不匹配的, 所以线上会发生多次反射, 就像在四分之一波长变换器的问题中那样。因此, 该电路就可能用代表多次回弹的无穷级数来分析, 如 2.5 节中那样, 但我们将采用更容易和更有用的阻抗变换法。由源端向传输线看进去的输入阻抗根据式(2.43)和式(2.44)是

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_\ell e^{-2j\beta\ell}}{1 - \Gamma_\ell e^{-2j\beta\ell}} = Z_0 \frac{Z_\ell + jZ_0 \tan \beta\ell}{Z_0 + jZ_\ell \tan \beta\ell} \quad (2.67)$$

其中 Γ_ℓ 是负载的反射系数:

$$\Gamma_\ell = \frac{Z_\ell - Z_0}{Z_\ell + Z_0} \quad (2.68)$$

线上的电压可以写为

$$V(z) = V_o^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma_\ell e^{j\beta z}) \quad (2.69)$$

我们可以由线上源端即 $z = -\ell$ 处的电压求出 V_o^+ :

$$V(-\ell) = V_g \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g} = V_o^+ (e^{j\beta\ell} + \Gamma_\ell e^{-j\beta\ell})$$

所以

$$V_o^+ = V_g \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g} \frac{1}{(e^{j\beta\ell} + \Gamma_\ell e^{-j\beta\ell})} \quad (2.70)$$

利用式(2.67), 上式可以写为

$$V_o^+ = V_g \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} \frac{e^{-j\beta\ell}}{(1 - \Gamma_\ell \Gamma_g e^{-2j\beta\ell})} \quad (2.71)$$

其中 Γ_g 是向源看进去的反射系数:

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \quad (2.72)$$

传输线上的驻波比是

$$\text{SWR} = \frac{1 + |\Gamma_\ell|}{1 - |\Gamma_\ell|} \quad (2.73)$$

传给负载的功率是

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V_{in} I_{in}^*\} = \frac{1}{2} |V_{in}|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_{in}}\right\} = \frac{1}{2} |V_g|^2 \left|\frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g}\right|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_{in}}\right\} \quad (2.74)$$

现在令 $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ 和 $Z_g = R_g + jX_g$, 于是式(2.74)可以简化为

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{R_{in}}{(R_{in} + R_g)^2 + (X_{in} + X_g)^2} \quad (2.75)$$

现在我们假定源阻抗 Z_g 是固定的, 下面考虑负载阻抗的三种情况。

2.6.1 负载与线匹配

在这种情况下, 我们有 $Z_t = Z_0$, 所以由式(2.68)和式(2.73), 有 $\Gamma_\ell = 0$ 和 $\text{SWR} = 1$ 。然后, 输入阻抗是 $Z_{in} = Z_0$, 根据式(2.75), 传到负载的功率是

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{Z_0}{(Z_0 + R_g)^2 + X_g^2} \quad (2.76)$$

2.6.2 源与带负载的线匹配

在这种情况下, 通过选择负载阻抗 Z_t 和/或传输线参量 $\beta\ell$ 及 Z_0 使输入阻抗 $Z_{in} = Z_g$, 因此源与由端接传输线提供的负载相匹配。因此总反射系数 Γ 为零:

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_g}{Z_{in} + Z_g} = 0 \quad (2.77)$$

然而, 因为 Γ_ℓ 可能不为零, 所以在线上可能有一驻波。传到负载的功率为

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{R_g}{4(R_g^2 + X_g^2)} \quad (2.78)$$

现在我们看到, 尽管带负载的线与源是匹配的, 但是传送到负载的功率仍然小于由式(2.76)所给出功率, 在那里有载线是没有必要与源匹配的。因此, 引出了一个问题, 即对于给定的源阻抗的优化负载阻抗是多少, 或等价地, 优化的输入阻抗是多少才能使负载得到最大的传输功率。

2.6.3 共轭匹配

假定源串联阻抗 Z_g 是固定的, 我们可以改变输入阻抗 Z_{in} 直到实现传向负载的最大功率。知道了 Z_{in} , 通过线上的阻抗变换就容易求得相应的负载阻抗 Z_t 。为使 P 最大, 可以对 Z_{in} 的实部和虚部微分。利用式(2.75)给出

$$\frac{\partial P}{\partial R_{in}} = 0 \rightarrow \frac{1}{(R_{in} + R_g)^2 + (X_{in} + X_g)^2} + \frac{-2R_{in}(R_{in} + R_g)}{[(R_{in} + R_g)^2 + (X_{in} + X_g)^2]^2} = 0$$

或

$$R_g^2 - R_{in}^2 + (X_{in} + X_g)^2 = 0 \quad (2.79a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial X_{in}} = 0 \rightarrow \frac{-2R_{in}(X_{in} + X_g)}{[(R_{in} + R_g)^2 + (X_{in} + X_g)^2]^2} = 0$$

或

$$X_{in}(X_{in} + X_g) = 0 \quad (2.79b)$$

对 R_{in} 和 X_{in} 联立求解式(2.79a,b)得

$$R_{in} = R_g, \quad X_{in} = -X_g$$

或

$$Z_{in} = Z_g^* \quad (2.80)$$

这个条件称为共轭匹配,对于固定的源阻抗,它可使最大的功率传到负载。由式(2.75)和式(2.80),这个功率是

$$P = \frac{1}{2}|V_g|^2 \frac{1}{4R_g} \quad (2.81)$$

可以看到,这个功率是大于或等于式(2.76)或式(2.78)的功率。这是可以由源得到的最大功率。也注意到反射系数 Γ_ℓ, Γ_g 和 Γ 都可能是非零的。物理上,这意味着在某些情况下,失配线上多次反射的功率可能是同相叠加的,从而使传送到负载的功率要大于传输线上无起伏(无反射)时所传输的功率。若源阻抗是实数($X_g = 0$),则后两种情况简化为同样的结果,即当负载线与源匹配($R_{in} = R_g, X_{in} = X_g = 0$)时,有最大的功率传到负载。

最后指出,无论是零反射的匹配($Z_\ell = Z_0$)或共轭匹配($Z_{in} = Z_g^*$)都不一定能使得到的系统有最高效率。例如,若 $Z_g = Z_\ell = Z_0$, 则这时负载和源都是匹配的(无反射),但是由源产生的功率也只有一半传到负载(另一半损耗于 Z_g 中),传输线的效率是 50%。这个效率只有通过使 Z_g 尽量小才能得到改善。

2.7 有耗传输线

实际上,由于有限电导率和/或有耗电介质,所有传输线都是有耗的,但这些损耗通常都很小。在很多实际问题中,损耗可以忽略,但在某些情况,损耗的影响也是有意义的。例如处理传输线的衰减,或谐振腔的 Q 值就属于这种情况。在本节中,我们将研究损耗对传输线行为的影响,并阐明衰减常数是如何计算的。

2.7.1 低耗线

在绝大多数实际微波传输线中,损耗是很小的——若不是这样,则这种传输线的实用价值就极为有限。当损耗较小时,可以做出一些近似来简化普通的传输线参量 $\gamma = \alpha + j\beta$ 和 Z_0 的表达式。

由式(2.5)得到复传播常数的普遍表达式是

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2.82)$$

它经重新整理后得

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(j\omega L)(j\omega C) \left(1 + \frac{R}{j\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{j\omega C}\right)} \\ &= j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right) - \frac{RG}{\omega^2 LC}} \end{aligned} \quad (2.83)$$

若线是低耗的,则我们就可以假定 $R \ll \omega L$ 和 $G \ll \omega C$,这意味着导体损耗和电介质损耗都很小。则 $RG \ll \omega^2 LC$,于是式(2.83)简化为

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right)} \quad (2.84)$$

若我们忽略($R/\omega L + G/\omega C$)项,则会得到 γ 为纯虚数(无损耗)的结果,因此我们不这样做,而是采用泰勒级数展开式 $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2 + \dots$ 中的前两项来得到 γ 的一级实数项:

$$\gamma \approx j\omega\sqrt{LC} \left[1 - \frac{j}{2} \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C} \right) \right]$$

所以得到

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{Z_0} + GZ_0 \right) \quad (2.85a)$$

$$\beta \approx \omega\sqrt{LC} \quad (2.85b)$$

其中 $Z_0 = \sqrt{L/C}$ 是不存在损耗时的特征阻抗。注意到式(2.85b)的传播常数 β 与无耗情形下的式(2.12)相同。采用同级近似,特征阻抗 Z_0 可以近似为实数量:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.86)$$

式(2.85)~式(2.86)称为传输线的高频、低耗近似,它是重要的,因为它表明低耗传输线的传播常数和特征阻抗可以认为线是无耗的而得到很好地近似。

例题 2.6 同轴线的衰减常数

在例 2.1 中, L, C, R 和 G 这些参量都是对有耗同轴线导出的。假定损耗很小,由式(2.85a)和例题 2.1 的结果导出衰减常数。

解:

由式(2.85a)有

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}} \right)$$

利用例题 2.1 导出的结果,可得

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\frac{R_s}{\eta \ln b/a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \omega\epsilon''\eta \right]$$

其中 $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon'}$ 是填充同轴线的介电材料的本征阻抗。同时, $\beta = \omega\sqrt{LC} = \omega\sqrt{\mu\epsilon'}$ 和 $Z_0 = \sqrt{L/C} = (\eta/2\pi)\ln b/a$ 。
■

上述计算衰减的方法要求 L, C, R 和 G 是已知的。这些值常常可以利用式(2.17)~式(2.20)导出,但是更直接和通用的做法是利用微扰法,稍后将做简短讨论。

2.7.2 无畸变的传输线

正如从有耗线的传播常数的严格表达式(2.82)和式(2.83)所看到的那样,当损耗存在时,相

位项 β 一般也是频率 ω 的复数函数。特别地, 我们注意到除非传输线是无耗的, 否则 β 一般不是如式(2.85b)所示的严格频率线性函数。若 β 不是频率的线性函数(如 $\beta = \alpha\omega$ 的形式), 则相速 $v_p = \omega/\beta$ 将会因频率 ω 不同而不同。这就意味着, 一个宽带信号的各个频率分量将以不同的相速传播, 因此达到传输线的接收端的时间会略有不同。这将导致色散(dispersion), 信号就畸变, 一般说这不是希望有的效应。已经证明, 正如我们上面所讨论的那样, 来自一个线性函数的 β 可能是相当小的, 但若线非常长, 则其影响可能是显著的。这种影响将产生群速的概念, 我们将在 3.10 节中详细地论述。

然而, 存在一种有耗线的特殊情况, 它具有作为频率函数的线性相位因子。这样的传输线称为无畸变线(distortionless line), 该线以线性参量为特征, 这些参量满足关系

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad (2.87)$$

在式(2.87)的特定条件下, 由式(2.83)得出的严格的复传播常数简化为

$$\begin{aligned} \gamma &= j\omega\sqrt{LC}\sqrt{1 - 2j\frac{R}{\omega L} - \frac{R^2}{\omega^2 L^2}} \\ &= j\omega\sqrt{LC}\left(1 - j\frac{R}{\omega L}\right) \\ &= R\sqrt{\frac{C}{L}} + j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta \end{aligned} \quad (2.88)$$

它表明, $\beta = \omega\sqrt{LC}$ 是频率的线性函数。式(2.88)也表明, 衰减常数 $\alpha = R\sqrt{C/L}$ 不是频率的函数, 因此所有的频率分量都将衰减相同的量(实际上, R 通常是频率的弱函数)。所以, 无畸变线并非是无耗的, 但是它能传输一个脉冲或调制波包而没有失真。为了得到满足式(2.87)的参量关系的传输线, 通常要在传输线上周期性地附加串联加载线圈以增加 L 。

上述无耗线的理论首先是由奥立弗·亥维赛(1850~1925)提出的, 他解决了传输线理论中的很多问题, 而且把麦克斯韦的电磁学原始理论发展到我们今天所熟悉的现代版本^[5]。

2.7.3 端接的有耗传输线

图 2.20 给出了一个终端接有负载阻抗 Z_L 的有耗传输线, 其长度为 ℓ 。因此, $\gamma = \alpha + j\beta$ 是复数, 但是我们假定损耗较小, 因而 Z_0 可以近似为实数, 如式(2.86)所示。

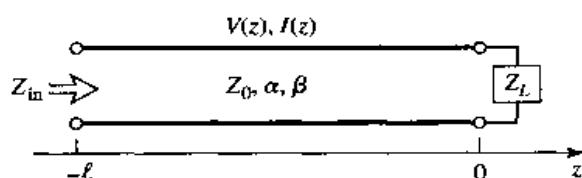


图 2.20 端接阻抗 Z_L 的有耗传输线

在式(2.36)中, 无耗线上的电压和电流波的表达式是给定的。有耗情形下的类似表达式为

$$V(z) = V_o^+ [e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z}] \quad (2.89a)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [\Gamma e^{-\gamma z} - e^{\gamma z}] \quad (2.89b)$$

其中 Γ 是负载的反射系数, 如式(2.35)中所给出的, V_o^+ 是在 $z = 0$ 处的人射电压波振幅。由式(2.42)得出距离负载 ℓ 处的反射系数是

$$\Gamma(\ell) = \Gamma e^{-2j\beta\ell} e^{-2\alpha\ell} = \Gamma e^{-2\gamma\ell} \quad (2.90)$$

于是距离负载 ℓ 处的输入阻抗 Z_{in} 为

$$Z_{in} = \frac{V(-\ell)}{I(-\ell)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma\ell}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma\ell} \quad (2.91)$$

我们可以算出传送到端接线输入端 $z = -\ell$ 处的功率为

$$\begin{aligned} P_{in} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V(-\ell) I^*(-\ell) \} = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_0} [e^{2\alpha\ell} - |\Gamma|^2 e^{-2\alpha\ell}] \\ &= \frac{|V_o^+|^2}{2Z_0} [1 - |\Gamma(\ell)|^2] e^{2\alpha\ell} \end{aligned} \quad (2.92)$$

其中已经把式(2.89)应用于 $V(-\ell)$ 和 $I(-\ell)$ 。实际传到负载的功率是

$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V(0) I^*(0) \} = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.93)$$

这两项功率之差对应于线上的功率损耗:

$$P_{loss} = P_{in} - P_L = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_0} [(e^{2\alpha\ell} - 1) + |\Gamma|^2 (1 - e^{-2\alpha\ell})] \quad (2.94)$$

式(2.94)中的第一项代表入射波的功率损耗, 而第二项代表反射波的功率损耗, 注意到两项都随 α 的增加而增加。

2.7.4 计算衰减的微扰法

现在我们推导一种有用而标准的技术来计算低耗传输线的衰减常数。这种方法避免利用传输线参量 L, C, R 和 G 作为替代, 利用有耗线上的场, 同时假定有耗线上的场与无耗线上的场差别不大——因此称为微扰(perturbation)。

我们已经看到沿有耗传输线上的功率流, 在不存在反射时, 形式为

$$P(z) = P_o e^{-2\alpha z} \quad (2.95)$$

其中 P_o 是在 $z = 0$ 处的功率, α 是我们要确定的衰减常数。现在定义线上单位长度功率损耗为

$$P_\ell = \frac{-\partial P}{\partial z} = 2\alpha P_o e^{-2\alpha z} = 2\alpha P(z)$$

其中, 微商前面的负号的选取是为了使 P_ℓ 为正值。由此可求得衰减常数为

$$\alpha = \frac{P_\ell(z)}{2P(z)} = \frac{P_\ell(z=0)}{2P_o} \quad (2.96)$$

该式表明, α 可以由线上的功率 P_o 和线上单位长度的功率损耗 P_ℓ 确定。重要的是要认识到, P_ℓ 可以根据无耗线上的场来计算, 而且可以计及导体损耗[利用式(1.131)]和电介质损耗[利用式(1.92)]。

例题 2.7 利用微扰法求衰减常数

利用微扰法求具有电介质损耗和导体损耗的同轴线的衰减常数。

解：

由例题 2.1 和式(2.32)得出无耗同轴线的场(对 $a < \rho < b$)是

$$\bar{E} = \frac{V_o \hat{\rho}}{\rho \ln b/a} e^{-j\beta z}$$

$$\bar{H} = \frac{V_o \hat{\phi}}{2\pi\rho Z_0} e^{-j\beta z}$$

其中 $Z_0 = (\eta/2\pi)\ln b/a$ 是同轴线的特征阻抗, V_o 是 $z = 0$ 处线上的电压。第一步是求线上流过的功率 P_o :

$$P_o = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot d\bar{s} = \frac{|V_o|^2}{2Z_0} \int_{\rho=a}^b \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\phi}{2\pi\rho^2 \ln b/a} = \frac{|V_o|^2}{2Z_0}$$

它与基本电路理论预期的相同。

单位长度的损耗 P_ℓ 来源于导体损耗(P_{tc})和电介质损耗(P_{td})。由式(1.131)可以求得 1 m 长同轴线的导体损耗为

$$P_{tc} = \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{H}_t|^2 ds = \frac{R_s}{2} \int_{z=0}^1 \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} |H_\phi(\rho=a)|^2 a d\phi + \int_{\phi=0}^{2\pi} |H_\phi(\rho=b)|^2 b d\phi \right\} dz$$

$$= \frac{R_s |V_o|^2}{4\pi Z_0^2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

1 m 长同轴线的电介质损耗, 由式(1.92)求得为

$$P_{td} = \frac{\omega\epsilon''}{2} \int_V |\bar{E}|^2 ds = \frac{\omega\epsilon''}{2} \int_{\rho=a}^b \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^1 |E_\rho|^2 \rho d\rho d\phi dz = \frac{\pi\omega\epsilon''}{\ln b/a} |V_o|^2$$

其中 ϵ'' 是复介电常数 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 的虚部。最后, 应用式(2.96)给出

$$\alpha = \frac{P_{tc} + P_{td}}{2P_o} = \frac{R_s}{4\pi Z_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{\pi\omega\epsilon'' Z_0}{\ln b/a}$$

$$= \frac{R_s}{2\eta \ln b/a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{\omega\epsilon'' \eta}{2}$$

其中 $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon'}$ 。可以看出这个结果与例题 2.6 的相同。 ■

2.7.5 惠勒增量电感定则

另一个实际计算 TEM 或准 TEM 传输线导体损耗的有用技术就是惠勒(Wheeler)增量电感定则^[6]。这种方法基于传输线的单位长度电感的式(2.17)与单位长度电阻式(2.19)的相似性。换言之, 传输线的导体损耗是由于导体内部的电流流动, 这个电流正如 1.7 节所证明的, 与导体表面的切向磁场有关, 因而也与传输线的电感有关。

由式(1.131)得知进入一个良导体(非理想导体)的横截面 S 的功率损耗是

$$P_\ell = \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{J}_s|^2 ds = \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{H}_t|^2 ds \text{ W/m}^2 \quad (2.97)$$

因此均匀传输线单位长度的功率损耗是

$$P_\ell = \frac{R_s}{2} \int_C |\bar{H}_t|^2 d\ell \text{ W/m} \quad (2.98)$$

其中式(2.98)的线积分沿两个导体的横截面的周线。现在,由式(2.17)得出线的单位长度电感是

$$L = \frac{\mu}{|I|^2} \int_S |\bar{H}|^2 ds \quad (2.99)$$

这是在假定导体无耗的条件下计算的。当导体有小损耗时,导体中的 \bar{H} 场不再为零,而这个场贡献了一个小的附加“增量”电感 ΔL 到式(2.99)。正如在第1章所讨论的那样,导体内部的场指数衰减,因此进入到导体内部的积分可以估算为

$$\Delta L = \frac{\mu_0 \delta_s}{2|I|^2} \int_C |\bar{H}_i|^2 d\ell \quad (2.100)$$

因为 $\int_0^\infty e^{-2z/\delta_s} dz = \delta_s/2$ (趋肤深度是 $\delta_s = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$)。然后,由式(2.98)得出用 ΔL 表示的 P_t 为

$$P_t = \frac{R_s |I|^2 \Delta L}{\mu_0 \delta_s} = \frac{|I|^2 \Delta L}{\sigma \mu_0 \delta_s^2} = \frac{|I|^2 \omega \Delta L}{2} W/m \quad (2.101)$$

因为 $R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma} = 1/\alpha\delta_s$ 。于是可由式(2.96)得出导体损耗引起的衰减为

$$\alpha_c = \frac{P_t}{2P_o} = \frac{\omega \Delta L}{2Z_0} \quad (2.102)$$

因为 P_o 是沿传输线流动的总功率流 $P_o = |I|^2 Z_0/2$,其中 Z_0 是线的特征阻抗。在式(2.102)中, ΔL 是当所有导体壁缩减量 $\delta_s/2$ 时计算出来的电感的变化。

式(2.102)也可以用特征阻抗的变化来表达,因为

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = Lv_p \quad (2.103)$$

所以

$$\alpha_c = \frac{\beta \Delta Z_0}{2Z_0} \quad (2.104)$$

其中 ΔZ_0 是所有导体壁缩减量 $\delta_s/2$ 时特征阻抗的变化。增量电感定则的另一形式可以利用 Z_0 的泰勒级数展开式的前两项来获得。因此,

$$Z_0 \left(\frac{\delta_s}{2} \right) \approx Z_0 + \frac{\delta_s}{2} \frac{dZ_0}{d\ell} \quad (2.105)$$

所以

$$\Delta Z_0 = Z_0 \left(\frac{\delta_s}{2} \right) - Z_0 = \frac{\delta_s}{2} \frac{dZ_0}{d\ell}$$

其中 $Z_0(\delta_s/2)$ 是指导体壁缩减量 $\delta_s/2$ 时线的特征阻抗, ℓ 是进入到导体内的距离。于是,式(2.104)可以写为

$$\alpha_c = \frac{\beta \delta_s}{4Z_0} \frac{dZ_0}{d\ell} = \frac{R_s}{2Z_0 \eta} \frac{dZ_0}{d\ell} \quad (2.106)$$

其中, $\eta = \sqrt{\mu_0/l}$ 是电介质的本征阻抗, R_s 是导体的表面电阻。式(2.106)是增量电感定则最实用的形式之一,因为对于众多的各种传输线而言其特征阻抗都是已知的。

例题 2.8 利用惠勒增量电感定则求衰减常数

利用增量电感定则计算同轴线由于导体损耗引起的衰减常数。

解：

由式(2.32)得出同轴线的特征阻抗是

$$Z_0 = \frac{\eta}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

然后利用式(2.106)所示的增量电感定则,求得由导体损耗产生的衰减为

$$\alpha_c = \frac{R_s}{2Z_0\eta} \frac{dZ_0}{d\ell} = \frac{R_s}{4\pi Z_0} \left\{ \frac{d \ln b/a}{db} - \frac{d \ln b/a}{da} \right\} = \frac{R_s}{4\pi Z_0} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$

可以看出它与例题2.7的结果一致。上式中第二个微商的负号是因为内导体的微商是在 $-\rho$ 方向(由壁向内)。

无论衰减是如何计算出来的,实际传输线测量到的衰减常数通常都较高。造成这个差别的主要原因在于实际传输线的金属表面多少有些粗糙,这就增加了损耗,而我们的理论计算都假定是理想光滑导体。一个可以用来校正任意传输线的表面粗糙度的半经验公式是^[7]

$$\alpha'_c = \alpha_c \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan 1.4 \left(\frac{\Delta}{\delta_s} \right)^2 \right] \quad (2.107)$$

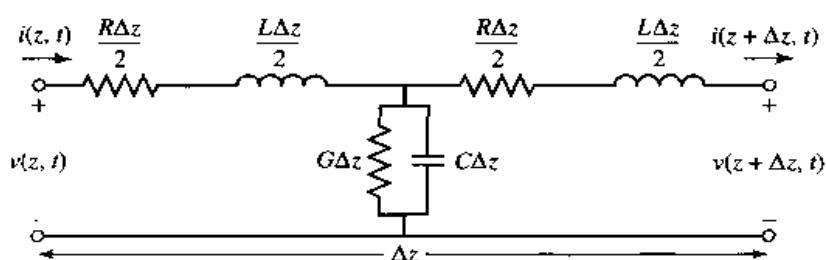
其中 α_c 是理想光滑导体的衰减, α'_c 是对表面粗糙度修正后的衰减, Δ 是表面粗糙度的均方根值, δ_s 是导体的趋肤深度。

参考文献

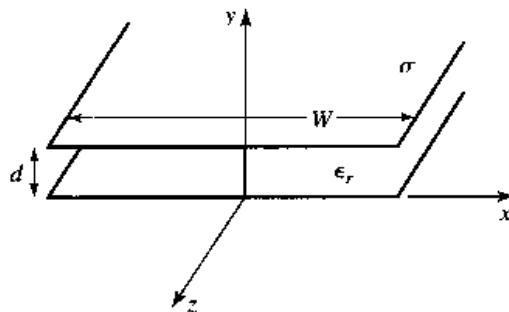
- [1] S. Ramo, J. R. Winney, and T. Van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, Third Edition, John Wiley & Sons, N.Y., 1994.
- [2] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, N.Y., 1941.
- [3] H. A. Wheeler, "Reflection Charts Relating to Impedance Matching," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 1008-1021, September 1984.
- [4] P. H. Smith, "Transmission Line Calculator," *Electronics*, vol. 12, No. 1, pp. 29-31, January 1939.
- [5] P. J. Nahin, *Oliver Heaviside: Sage in Solitude*, IEEE Press, N.Y., 1988.
- [6] H. A. Wheeler, "Formulas for the Skin Effect," *Proc. IRE*, vol. 30, pp. 412-424, September 1942.
- [7] T. C. Edwards, *Foundations for Microstrip Circuit Design*, John Wiley & Sons, N.Y., 1987.

习题

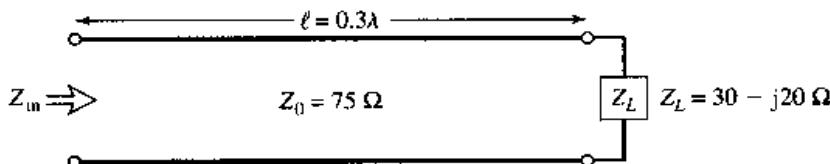
- 2.1 传输线上的电流给定为 $i(t) = 1.2 \cos(1.5t \times 10^{10} t - 80.3z) A$ 。确定该电流的(a)频率、(b)波长、(c)相速以及(d)相量表达式。
- 2.2 传输线具有以下单位长度参量: $L = 0.2 \mu\text{H}/\text{m}$, $C = 300 \text{ pF}/\text{m}$, $R = 5 \Omega/\text{m}$, $G = 0.01 \text{ S/m}$ 。计算该线在500 MHz频率下的传播常数和特征阻抗。当不存在损耗时($R = G = 0$),再计算这些量。
- 2.3 证明以下传输线的T模型也能得到在2.1节中所导出的电报方程。



- 2.4 对于下图所示的平行平板传输线,推导其参量 R, L, G 和 C 。假定 $W \gg d$ 。



- 2.5 对于习题 2.4 中的平行平板传输线,用场理论的方法推导其电报方程。
- 2.6 RC-402U 半刚性同轴电缆具有直径为 0.91 mm 的内导体和直径为 3.02 mm(等于外导体的内直径)的电介质。内外导体均为铜,介电材料为聚四氟乙烯。计算该线在 1 GHz 频率下的参量 R, L, G 和 C ,利用这些结果再求 1 GHz 下的特征阻抗和衰减。比较你的结果与制造商的特性参量 50Ω 和 0.43 dB/m ,讨论产生差别的原因。
- 2.7 计算和画出习题 2.6 中的传输线在 1 MHz 到 100 GHz 频率范围内的衰减,用对数-对数图纸画,以 dB/m 为单位。
- 2.8 一个电长度为 $\ell = 0.3\lambda$ 的无耗传输线端接一个复负载阻抗,如下图所示。求负载的反射系数、线上的 SWR、线输入端的反射系数以及对线的输入阻抗。



- 2.9 一个无耗传输线端接一个 100Ω 的负载,若线上的 SWR 为 1.5,求该线特征阻抗的两个可能值。
- 2.10 令 Z_{sc} 为某一长度的同轴线一端短路时的输入阻抗, Z_{oc} 为一端开路时的输入阻抗。推导该线特征阻抗的表达式,用 Z_{sc} 和 Z_{oc} 表示。
- 2.11 一个 100Ω 传输线的有效介电常数为 1.65。求该线最短的开路长度,使其输入端在 2.5 GHz 下表现为 5 pF 的电容。对于 5 nH 的电感重复同样的计算。
- 2.12 一无线电发射机通过 50Ω 的同轴线连接到阻抗为 $80 + j40 \Omega$ 的天线。若 50Ω 的发射机连接到 50Ω 负载时能传输 30 W 功率,问有多少功率传到天线?
- 2.13 一个 75Ω 的同轴传输线长度为 2.0 cm,端接到阻抗为 $37.5 + j75 \Omega$ 的负载上。若同轴线的介电常数是 2.56,频率为 3.0 GHz,求该线的输入阻抗、负载处的反射系数、输入端的反射系数以及线上的 SWR。
- 2.14 计算 SWR、反射系数的幅值和回波损耗的值,以完成下表中的空白项:

SWR	$ \Gamma $	$RL (\text{dB})$
1.00	0.00	∞
1.01	—	—
—	0.01	—
1.05	—	—
—	—	30.0
1.10	—	—
1.20	—	—
—	0.10	—
1.50	—	—
—	—	10.0
2.00	—	—
2.50	—	—

- 2.15 传输线电路如下图所示,具有 $V_g = 15 \text{ V rms}$, $Z_g = 75 \Omega$, $Z_0 = 75 \Omega$, $Z_L = 60 - j40 \Omega$, $\ell = 0.7\lambda$ 。利用三种不同的方法计算传送到负载的功率:

(a) 求 Γ 并计算

$$P_L = \left(\frac{V_g}{2}\right)^2 \frac{1}{Z_0} (1 - |\Gamma|^2)$$

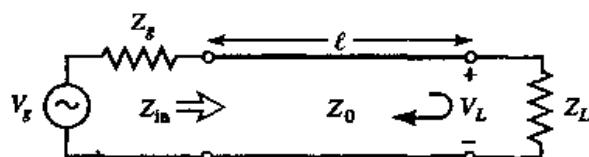
(b) 求 Z_{in} 并计算

$$P_L = \left| \frac{V_g}{Z_g + Z_{in}} \right|^2 \operatorname{Re}(Z_{in})$$

(c) 求 V_i 并计算

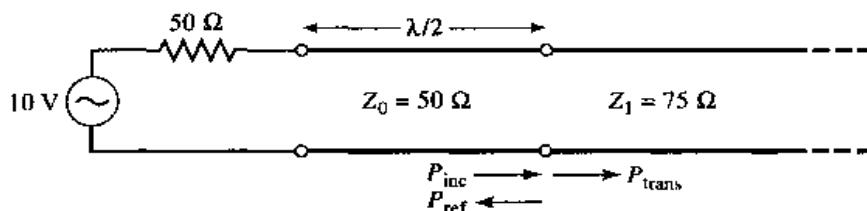
$$P_L = \left| \frac{V_L}{Z_L} \right|^2 \operatorname{Re}(Z_L)$$

讨论每种方法的基本原理。若传输线不是无耗的,哪种方法能够应用?

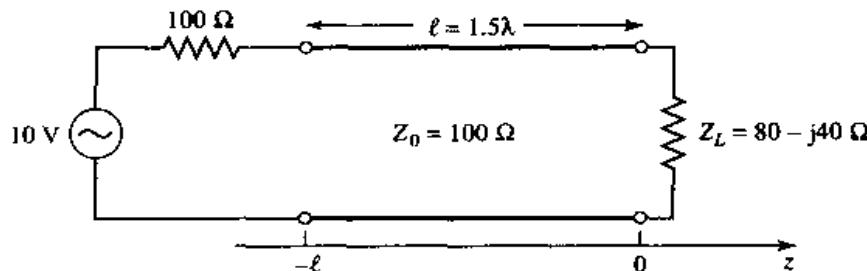


- 2.16 对于纯电抗的负载阻抗 $Z_L = jX$, 证明反射系数幅值 $|\Gamma|$ 总是 1, 假定特征阻抗 Z_0 是实数。

- 2.17 考虑如下图所示的传输线。计算入射功率、反射功率以及传输到 75Ω 无穷长传输线中的功率。证明功率守恒成立。



- 2.18 一电源连接到传输线,如下图所示。求沿传输线上作为 z 的函数的电压。画出该电压在区间 $-\ell \leq z \leq 0$ 的幅值。



- 2.19 利用 Smith 圆图求出下图所示传输线的下述参量:

(a) 线上的 SWR。

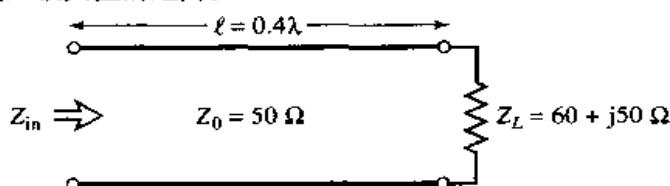
(b) 负载的反射系数。

(c) 负载导纳。

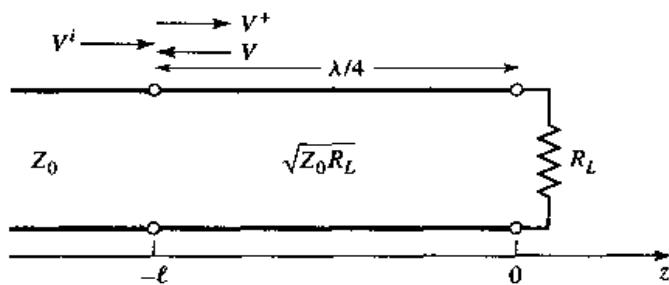
(d) 线的输入阻抗。

(e) 负载到第一个电压极小值的距离。

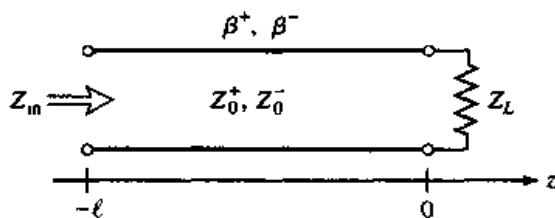
(f) 负载到第一个电压极大值的距离。



- 2.20 对于 $Z_L = 40 - j30 \Omega$, 重做习题 2.19。
- 2.21 对于 $\ell = 1.8\lambda$, 重做习题 2.19。
- 2.22 利用 Smith 圆图求 75Ω 短路线的最短长度, 以得到下述输入阻抗:
- $Z_{in} = 0$ 。
 - $Z_{in} = \infty$ 。
 - $Z_{in} = j75 \Omega$ 。
 - $Z_{in} = -j50 \Omega$ 。
 - $Z_{in} = j10 \Omega$ 。
- 2.23 对于 75Ω 开路线, 重做习题 2.22
- 2.24 进行一个开槽线实验得到以下结果: 两相邻最小值间的距离为 2.1 cm ; 第一个电压极小值与负载的距离为 0.9 cm ; 负载的 $\text{SWR} = 2.5$ 。若 $Z_0 = 50 \Omega$, 求负载阻抗。
- 2.25 设计一个四分之一波长匹配变换器把 40Ω 负载匹配到 75Ω 线上去。画出 $0.5 \leq f/f_0 \leq 2.0$ 范围内的 SWR , 其中 f_0 是线长为 $\lambda/4$ 时的频率。
- 2.26 考虑如下图所示的四分之一波长匹配变换器电路。导出四分之一波长线上的正向和反向行波的振幅 V^+ 和 V^- 的表达式, 用入射波电压振幅 V^i 来表示。



- 2.27 从式(2.70)推导出式(2.71)。
- 2.28 在例题 2.7 中, 同轴线由有限电导率产生的衰减为
- $$\alpha_c = \frac{R_s}{2\eta \ln b/a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$
- 证明导体半径满足 $x \ln x = 1 + x$ (其中 $x = b/a$) 时, α_c 取极小值。求解这个关于 x 的方程, 并证明 $\epsilon_r = 1$ 时对应的特征阻抗是 77Ω 。
- 2.29 计算并画出产生于表面粗糙度增长的衰减因子, 表面粗糙度的均方根值由 0 到 0.01 mm 。假定为 10 GHz 下的铜导体。
- 2.30 一个 50Ω 传输线匹配到 10 V 电源并馈电给负载 $Z_L = 100 \Omega$ 。若线长为 2.3λ , 衰减常数为 $\alpha = 0.5 \text{ dB}/\lambda$, 求电源发送的功率、损耗在线上的功率以及传送到负载的功率。
- 2.31 考虑一个非互易的传输线, 对于正向和反向传播具有不同的传播常数 β^+ 和 β^- , 及相应的特征阻抗 Z_0^+ 和 Z_0^- (这种线的一个例子可能是在磁化铁氧化物基片上的微带传输线)。若该线端接如下图所示, 请导出线的输入端看到的反射系数和阻抗的表达式。



第 3 章 传输线和波导

微波工程早期的里程碑之一是发展了用于低耗传输微波功率的波导和其他传输线。虽然亥维赛在 1893 年就考虑过电磁波在封闭的空管中传播的可能性,但他后来还是放弃了这个想法,因为他相信,必须用两根导体来传输电磁能量^[1]。1897 年,瑞利爵士(John William Strutt)^[2]在数学上证明了波在波导中传播是可能的,无论其横截面是圆的还是矩形的。瑞利也指出,可能有无穷多个 TE 和 TM 模式,而且存在截止频率,但当时没有实验验证。此后波导基本上被人们遗忘了,直到 1936 年才又被人们独立地发现^[3]。位于纽约的 AT&T 公司的 George C. Southworth 在 1932 年进行了初步实验之后,于 1936 年宣读了一篇有关波导的论文。在同一次会议上,MIT 的 W. L. Barrow 宣读了一篇关于圆波导的论文,并提供了波传播的实验验证。

早期的微波系统依靠波导和同轴线作为传输线媒介。波导具有运行高功率容量及低损耗的优点,但它体积大而且价格昂贵。同轴线具有非常宽的带宽,而且便于实验应用,但在其中制作复杂的微波元件是困难的。平面传输线提供了另一种选择,它采用带状线、微带线、槽线、共面波导以及很多其他类似的几何结构。这些平面传输线是紧凑的、低价位的,而且易于与有源器件如二极管、三极管集成来形成微波集成电路。第一个平面传输线可能是平面带状同轴线,类似于带线,在第二次世界大战中用于制作功率分配网络^[4]。但是平面传输线直到 20 世纪 50 年代才得到强势的发展。微带线开发于 ITT 实验室^[5],它是带状线的竞争者。第一个微带线采用相对较厚的电介质基片,它突显出非 TEM 波模的行为,以及线上的频率色散。这一特点使它比带状线更不理想,这种情况直到 20 世纪 60 年代开始应用很薄的基片时才改变。薄的基片降低了传输线的频率依赖性,而现在微带线经常是微波集成电路的最佳媒介。

在本章中,我们将学习今天常用的几种类型的传输线和波导的特性。正如我们在第 2 章中知道的,传输线是由传播常数和特征阻抗来表征的;若传输线是有耗的,则衰减也是有意义的。对于本章所涉及的各种传输线和波导,这些量将采用场理论分析的方法推导出来。

作为开始,我们将对可能存在于传输线和波导中的不同类型的波传播和模式进行一般的讨论。由两个或更多导体组成的传输线可以支持横向电磁波(TEM),横向电磁波以没有纵向电磁场分量为特征。TEM 波的电压、电流和特征阻抗的定义是唯一的。通常由单个导体组成的波导支持横电(TE)波和/或横磁(TM)波,它们分别只出现纵向磁场分量或纵向电场分量。正如我们在第 4 章中将看到的那样,对于这些波,虽然可以选用特征阻抗的定义,使其概念可以应用于波导得到有意义的结果,但唯一的特征阻抗定义是不可能的。

3.1 TEM、TE 和 TM 波的通解

在这一节中,我们将对在圆柱传输线或波导中传播 TEM、TE 和 TM 波的各种特定情况,求出麦克斯韦方程的通解。任意传输线或波导的几何结构示于图 3.1,其特征是具有平行于 z 轴的导体边界。这些结构假定在 z 方向是均匀且无限长的。开始时假定这些导体为理想导体,但其衰减可以用第 2 章讨论过的微扰法来求得。

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (3.5c)$$

$$E_y = \frac{j}{k_c^2} \left(-\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (3.5d)$$

其中,

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2$$

定义为截止波数,采用这一名称的原因稍后将会明白。和前几章一样,

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = 2\pi/\lambda \quad (3.7)$$

是填充在传输线和波导区域中的材料的波数。若存在介电损耗,则 ϵ 可用 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r (1 - j \tan \delta)$ 表示为复数,其中 $\tan \delta$ 是材料的损耗角正切。

式(3.5a~d)是非常有用的普遍结果,可以应用于各种波导系统。现在,我们将把这些结果应用到特定的波型。

3.1.1 TEM 波

横电磁(TEM)波的特征是 $E_z = H_z = 0$ 。由式(3.5)可知,若 $E_z = H_z = 0$, 则横向场也全为零,除非 $k_c^2 = 0$ ($k^2 = \beta^2$), 在前一种情况下, 我们得到不确定的结果。因此, 我们回到式(3.3)~式(3.4), 然后应用 $E_z = H_z = 0$ 的条件。于是, 由式(3.3a)和式(3.4b), 我们可以消去 H_x 而得到

$$\beta^2 E_y = \omega^2 \mu \epsilon E_y$$

或

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = k \quad (3.8)$$

这和我们前面指出的一样[这一结果也可由式(3.3b)和式(3.4a)得到]。因此, 对 TEM 波来说, 截止波数 $k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2}$ 为零。

现在, 由式(1.42)可知 E_x 的亥姆霍兹方程为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = 0 \quad (3.9)$$

但是, 对于 $e^{-j\beta z}$ 的依赖关系, $(\partial^2 / \partial z^2) E_x = -\beta^2 E_x = -k^2 E_x$, 因此式(3.9)简化为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_x = 0 \quad (3.10)$$

类似的结果也适用于 E_y , 因此, 利用设定于式(3.1a)中的 \bar{E} 的形式, 我们可以写出

$$\nabla_t^2 \bar{e}(x, y) = 0 \quad (3.11)$$

其中, $\nabla_t^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ 是横向二维的拉普拉斯算子。

式(3.11)的结果表明, TEM 波的横向电场 $\bar{e}(x, y)$ 满足拉普拉斯方程。用同样的方法可以容易证明, 横向磁场也满足拉普拉斯方程,

$$\nabla_t^2 \bar{h}(x, y) = 0 \quad (3.12)$$

因此, TEM 波的横向场与存在于导体间的静态场是相同的。在静电情况下, 我们知道电场可以表达成标势 $\Phi(x, y)$ 的梯度:

$$\bar{e}(x, y) = -\nabla_t \Phi(x, y) \quad (3.13)$$

其中, $\nabla_t = \bar{x}(\partial/\partial_x) + \bar{y}(\partial/\partial_y)$ 是二维梯度算子。为使式(3.13)中的关系成立, e 的旋度必须为零, 而这里的确如此, 因为

$$\nabla_t \times \bar{e} = -j\omega\mu h_z \hat{z} = 0$$

利用 $\nabla \cdot \bar{D} = \epsilon \nabla_t \cdot \bar{e} = 0$ 及式(3.13)可以证明, $\Phi(x, y)$ 也满足拉普拉斯方程

$$\nabla_t^2 \Phi(x, y) = 0 \quad (3.14)$$

这与静电学中预期的相同。两导体间的电压可以求得, 具体为

$$V_{12} = \Phi_1 - \Phi_2 = \int_1^2 \bar{E} \cdot d\bar{\ell} \quad (3.15)$$

其中 Φ_1 和 Φ_2 分别代表导体 1 和导体 2 上的电势。导体上的电流可以由安培定理求得, 具体为

$$I = \oint_C \bar{H} \cdot d\bar{\ell} \quad (3.16)$$

其中, C 为导体的横截面周线。

当两个或更多的导体存在时, TEM 波就能够存在。平面波也是 TEM 波的一个例子, 因为在波传播的方向没有场分量; 在这种情况下, 传输线导体可以看成是分开无穷远的两个无穷大的平板。上述结果表明, 一个闭合的导体(例如矩形波导)不能支持 TEM 波, 因为在这样的区域, 相应的静电势将为零(或可能为一常数), 从而导致 $\bar{e} = 0$ 。

TEM 模的波阻抗可以求得, 它是横向电场与磁场之比:

$$Z_{\text{TEM}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta \quad (3.17a)$$

其中用到了式(3.4a)。由式(3.3a)给出另一对横向场分量为

$$Z_{\text{TEM}} = \frac{-E_y}{H_x} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta \quad (3.17b)$$

组合式(3.17a)和式(3.17b)的结果, 可给出横向场的一般表达式:

$$\bar{h}(x, y) = \frac{1}{Z_{\text{TEM}}} \hat{z} \times \bar{e}(x, y) \quad (3.18)$$

注意, 这个波阻抗与第 1 章中导出的无耗媒质中的平面波的波阻抗相同; 读者不应该把这个阻抗与传输线的特征阻抗 Z_0 相混淆。后者与入射电压和电流有关, 而且是线的几何结构及所填充的材料的函数, 而波阻抗则与横向场分量有关, 而且仅依赖于材料常数。由式(2.32)得知一个 TEM 传输线的特征阻抗是 $Z_0 = V/I$, 其中 V 和 I 是入射电压和电流振幅。

分析 TEM 传输线的过程可以总结如下:

1. 求解拉普拉斯方程(3.14)得到 $\Phi(x, y)$ 。这个解将包含若干未知常量。
2. 对于导体上的已知电压应用边界条件, 求得这些常量。
3. 由式(3.13)和式(3.1a)计算 \bar{e} 和 \bar{E} 。由式(3.18)和式(3.1b)计算 \bar{h} 和 \bar{H} 。
4. 由式(3.15)计算 V , 由式(3.16)计算 I 。
5. 传播常数由式(3.8)给出, 而特征阻抗由 $Z_0 = V/I$ 给出。

3.1.2 TE 波

横电(TE)波(也称为 H 波)的特征是 $E_z = 0$ 和 $H_z \neq 0$ 。于是式(3.5)简化成

$$H_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3.19a)$$

$$H_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3.19b)$$

$$E_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3.19c)$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3.19d)$$

在这种情况下, $k_c \neq 0$, 且传播常数 $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$ 一般而言是频率和传输线或波导几何结构的函数。为了应用式(3.19), 我们必须首先由亥姆霍兹方程求出 H_z ,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_z = 0 \quad (3.20)$$

因为 $H_z(x, y, z) = h_z(x, y)e^{-j\beta z}$, 所以上式可以简化为 h_z 的二维波方程:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z = 0 \quad (3.21)$$

因为 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。这个方程必须根据特定的波导几何结构的边界条件进行求解。

TE 波的波阻抗可以求得, 具体为

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (3.22)$$

可以看出, 它是与频率有关的。TE 波可存在于封闭的导体中, 也可以在两个或更多导体之间形成。

3.1.3 TM 波

横磁(TM)波(也称为 E 波)的特征是 $E_z \neq 0$ 和 $H_z = 0$ 。于是式(3.5)简化成

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.23a)$$

$$H_y = \frac{-j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.23b)$$

$$E_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.23c)$$

$$E_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.23d)$$

和 TE 波的情况一样, $k_c \neq 0$, 而传播常数 $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$ 是频率和传输线或波导的几何结构的函数。 E_z 可以由亥姆霍兹方程求出,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_z = 0 \quad (3.24)$$

因为 $E_z(x, y, z) = e_z(x, y)e^{-j\beta z}$, 所以上式可以简化为 e_z 的二维波方程:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) e_z = 0 \quad (3.25)$$

因为 $k_r^2 = k^2 - \beta^2$ 。这个方程必须根据特定的波导几何结构的边界条件进行求解。

TM 波的波阻抗可以求得为

$$Z_{TM} = \frac{E_z}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (3.26)$$

它是与频率有关的。和 TE 波一样, TM 波可以产生于封闭导体内, 也可产生于两个或更多导体之间。

分析 TE 波和 TM 波的过程总结如下:

1. 求解关于 h_z 或 e_z 的简化了的亥姆霍兹方程(3.21)或方程(3.25)。其解将包含若干未知常量和未知的截止波数 k_c 。
2. 利用式(3.19)或式(3.23), 由 e_z 和 h_z 求出横向场。
3. 把边界条件应用于相应的场分量, 求出未知常数和 k_c 。
4. 传播常数由式(3.6)给出, 波阻抗由式(3.22)或式(3.26)给出。

3.1.4 由电介质损耗引起的衰减

传输线或波导中的衰减可以由电介质损耗产生, 也可以由导体损耗产生。若 α_d 是由电介质损耗引起的衰减常数, α_c 是由导体损耗引起的衰减常数, 则总衰减常数就是 $\alpha = \alpha_d + \alpha_c$ 。

由导体损耗产生的衰减可以用 2.7 节的微扰法来计算; 这一损耗依赖于波导中的场分布, 因此必须对每种类型的传输线或波导进行单独的计算。但是, 若传输线或波导完全填充以均匀的电介质, 则由有耗电介质产生的衰减就可以由传播常数来计算, 这一结果将应用于填充均匀电介质的任意波导或传输线。

因此, 利用复介电常数, 我们可将复传播常数写为

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha_d + j\beta = \sqrt{k_c^2 - k^2} \\ &= \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r (1 - j \tan \delta)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

实际上, 绝大多数电介质材料只有非常小的损耗($\tan \delta \ll 1$), 因此这个表达式可以利用泰勒级数展开式的前两项

$$\sqrt{a^2 + x^2} \approx a + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a} \right), \quad x \ll a$$

进行简化。于是式(3.27)简化为

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{k_c^2 - k^2 + jk^2 \tan \delta} \\ &\approx \sqrt{k_c^2 - k^2} + \frac{j k^2 \tan \delta}{2 \sqrt{k_c^2 - k^2}} \\ &= \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} + j\beta \end{aligned} \quad (3.28)$$

因为 $\sqrt{k_c^2 - k^2} = j\beta$ 。在这些结果中, $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r$ 是不存在损耗时的(实)波数。式(3.28)表明,

其中 $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$ 是 TEM 波的传播常数, 与式(3.8)中的相同。由式(3.18)可得其磁场为

$$\bar{H}(x, y, z) = \frac{1}{\eta} \hat{z} \times \bar{E}(x, y, z) = \hat{x} \frac{V_o}{\eta d} e^{-jkz} \quad (3.36)$$

其中, $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 是两板间媒质的本征阻抗。注意, $E_z = H_z = 0$, 这个场在形式上类似于均匀区域中的平面波。

上板相对于下板的电压可以由式(3.15)和式(3.35)计算得到:

$$V = - \int_{y=0}^d E_y dy = V_o e^{-jkz} \quad (3.37)$$

它与预期的相同。上板的总电流可以由安培定律或表面电流密度求得:

$$I = \int_{x=0}^w \bar{J}_s \cdot \hat{z} dx = \int_{x=0}^w (-\hat{y} \times \bar{H}) \cdot \hat{z} dx = \int_{x=0}^w H_x dx = \frac{w V_o}{\eta d} e^{-jkz} \quad (3.38)$$

因此, 特征阻抗可以求得为

$$Z_0 = \frac{V}{I} = \frac{\eta d}{w} \quad (3.39)$$

可以看出, 它是只依赖于波导几何和材料参量的常数。相速也是常数:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.40)$$

它是光在材料媒质中的速度。

由电介质损耗产生的衰减由式(3.30)给出。有导体损耗引起的衰减公式将在下一小节中作为 TM 模衰减的特殊情况导出。

3.2.2 TM 模

正如 3.1 节中讨论过的, TM 波的特征是 $H_z = 0$ 及 E_z 非零, 它满足简化了的波方程(3.25), 同时有 $\partial/\partial_z = 0$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) e_z(x, y) = 0 \quad (3.41)$$

其中 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 是截止波数, $E_z(x, y, z) = e_z(x, y) e^{-j\beta z}$ 。式(3.41)的通解具有形式

$$e_z(x, y) = A \sin k_c y + B \cos k_c y \quad (3.42)$$

根据边界条件

$$e_z(x, y) = 0, \quad \text{在 } y = 0, d \text{ 处} \quad (3.43)$$

这意味着 $B = 0$, $k_c d = n\pi$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, 或

$$k_c = \frac{n\pi}{d}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (3.44)$$

因此, 截止波数 k_c 受到限制, 只能取如式(3.44)给出的离散值; 这意味着传播常数 β 由

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - (n\pi/d)^2} \quad (3.45)$$

给出。于是 $e_z(x, y)$ 的解是

$$e_z(x, y) = A_n \sin \frac{n\pi y}{d} \quad (3.46)$$

所以

$$E_z(x, y, z) = A_n \sin \frac{n\pi y}{d} e^{-j\beta z} \quad (3.47)$$

利用式(3.23), 可以求出横向场分量为

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c} A_n \cos \frac{n\pi y}{d} e^{-j\beta z} \quad (3.48a)$$

$$E_y = \frac{-j\beta}{k_c} A_n \cos \frac{n\pi y}{d} e^{-j\beta z} \quad (3.48b)$$

$$E_x = H_y = 0 \quad (3.48c)$$

可以看到, 对于 $n = 0$, $\beta = k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$, 而且 $E_z = 0$ 。这样, 场 E_y 和 H_x 在 y 方向就是常量, 因此 TM_0 模实际上与 TEM 模是完全一样的。然而对于 $n \geq 1$, 情况有所不同。 n 的每个值都对应着不同的 TM 模, 我们用 TM_n 模表示, 而且每个模都有由式(3.45)给出的各自的传播常数以及由式(3.48)给出的场表达式。

由式(3.45)可以看出, 只有当 $k > k_c$ 时 β 才是实数。因为 $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$ 是正比于频率的, 所以 TM_n 模(对 $n > 0$)表现出截止现象, 即没有传播发生, 直到频率高到使 $k > k_c$ 为止。然后, 可以推导出 TM_n 模的截止频率, 即

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{n}{2d\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.49)$$

因此, 在最低频率下传播的 TM 模是 TM_1 模, 其截止频率为 $f_c = 1/2d\sqrt{\mu\epsilon}$; TM_2 模的截止频率等于这个值的两倍, 等等。当频率低于一个给定模式的截止频率时, 这个模式的传播常数为纯虚数, 对应于场的快速衰减。这样的模称为截止模或消逝模。 TM_n 模传播类似于高通滤波器响应。

由式(3.26)可知, TM 模的波阻抗是频率的函数:

$$Z_{TM} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (3.50)$$

我们看到, 它对 $f > f_c$ 是纯实数, 但对于 $f < f_c$ 是纯虚数。相速也是频率的函数:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (3.51)$$

可以看出它大于媒质中的光速 $1/\sqrt{\mu\epsilon} = \omega/k$, 因为 $\beta < k$ 。导波波长定义为

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} \quad (3.52)$$

它是 z 坐标上两个相邻等相平面间的距离。注意, λ_g 大于材料中平面波的波长 $\lambda = 2\pi/k$ 。相速和波导波长只是对 β 是实数的传播模定义的, 我们也可以定义 TM_n 模的截止波长为

$$\lambda_c = \frac{2d}{n} \quad (3.53)$$

计算坡印亭矢量来考察在 TM_n 模中有多少功率传播是有指导意义的。由式(1.91), 通过平行平板波导的横截面的时间平均功率是

$$\begin{aligned}
 P_o &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{x=0}^w \int_{y=0}^d \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot \hat{z} dy dx = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{x=0}^w \int_{y=0}^d E_y H_x^* dy dx \\
 &= \frac{w \operatorname{Re}(\beta) \omega \epsilon}{2k_c^2} |A_n|^2 \int_{y=0}^d \cos^2 \frac{n\pi y}{d} dy = \begin{cases} \frac{w \operatorname{Re}(\beta) \omega \epsilon d}{4k_c^2} |A_n|^2, & n > 0 \\ \frac{w \operatorname{Re}(\beta) \omega \epsilon d}{2k_c^2} |A_n|^2, & n = 0 \end{cases} \quad (3.54)
 \end{aligned}$$

其中已经用到了 E_y 和 H_x 的表达式(3.48a,b)。因此,当 $f > f_c$ 时, β 是实数, P_o 是正的、非零的。当模式低于截止时, β 是虚数, 因此 $P_o = 0$ 。

若把 TM(或 TE) 波导模传播看成是一对上下弹跳的平面波, 则这会是一种非常有趣的解释。例如, 考虑基模, 即 TM_1 模, 它具有传播常数

$$\beta_1 = \sqrt{k^2 - (\pi/d)^2} \quad (3.55)$$

和 E_z 场

$$E_z = A_1 \sin \frac{\pi y}{d} e^{-j\beta_1 z}$$

它可以重写为

$$E_z = \frac{A_1}{2j} \{ e^{j[\pi y/d - \beta_1 z]} - e^{-j[\pi y/d + \beta_1 z]} \} \quad (3.56)$$

这个结果是用两个平面波的形式来表示的, 这两个平面波分别在 $-y, +z$ 和 $+y, +z$ 两个方向上斜传输, 如图 3.3 所示。通过与式(1.132)的相位因子相比较, 每个平面波与 z 轴所成的角度 θ 满足关系式

$$k \sin \theta = \frac{\pi}{d} \quad (3.57a)$$

$$k \cos \theta = \beta_1 \quad (3.57b)$$

所以 $(\pi/d)^2 + \beta_1^2 = k^2$, 这和式(3.55)一样。对 $f > f_c$, β 是实的, 而且小于 k_1 , 因此 θ 是 0° 和 90° 之间的某个角度, 因此这个模式可以看成是两个平面波, 它们交替地在上板和下板之间弹跳。

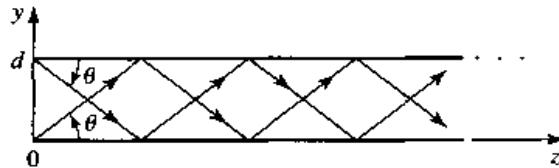


图 3.3 平行平板波导模 TM_1 的弹跳平面波解释

每个平面波在其传播方向(θ 方向)上的相速都是 $\omega/k = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$, 即光在材料填充波导中的光速。但这些平面波在 z 方向的相速是 $\omega/\beta_1 = 1/\sqrt{\mu\epsilon} \cos \theta$, 它大于光在该材料中的速度。这种情况类似于撞击在海岸线上的海洋波: 海岸线与斜入射波波峰的交叉点移动得比波峰本身快。两个平面波场的叠加是这样的, 它们完全抵消发生在 $y = 0$ 和 $y = d$, 所以满足在这两个平面上的边界条件 $E_z = 0$ 。当 f 减小到 f_c 时, β_1 达到零, 根据式(3.57b), θ 到达 90° 。这时, 两个平面波垂直上下弹跳而在 $+z$ 方向没有运动, 因此在 z 方向没有能量流。

由电介质损耗引起的衰减可以由式(3.29)求得。导体损耗可以应用微扰法来处理。因此,

$$\alpha_c = \frac{P_\ell}{2P_0} \quad (3.58)$$

其中 P_0 是不存在导体损耗时的功率流,由式(3.54)给出, P_ℓ 是两个有耗导体中单位长度耗散的功率,它可以由式(2.97)求出为

$$P_\ell = 2 \left(\frac{R_s}{2} \right) \int_{x=0}^w |\bar{J}_s|^2 dx = \frac{\omega^2 \epsilon^2 R_s w}{k_c^2} |A_n|^2 \quad (3.59)$$

其中 R_s 是导体的表面电阻。在式(3.58)中利用式(3.54)和式(3.59),可给出由于导体损耗引起的衰减为

$$\alpha_c = \frac{2\omega\epsilon R_s}{\beta d} = \frac{2k R_s}{\beta \eta d} \text{ Np/m}, \quad n > 0 \quad (3.60)$$

正如上面讨论过的,TEM 模与平行平板波导的 TM_0 模完全一样,因此上述关于 TM_n 模的衰减结果可以用来获得 TEM 模的衰减,只需令 $n = 0$ 。在这种情况下,必须把式(3.54)的 $n = 0$ 的结果应用于式(3.58),以得到

$$\alpha_c = \frac{R_s}{\eta d} \text{ Np/m} \quad (3.61)$$

3.2.3 TE 模

以 $E_z = 0$ 为特征的 TE 模在平行平板波导中也可以传播。由式(3.21)及 $\partial/\partial_x = 0$, H_z 必定满足简化波方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z(x, y) = 0 \quad (3.62)$$

其中 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 是截止波数, $H_z(x, y, z) = h_z(x, y) e^{-j\beta z}$ 。式(3.62)的通解是

$$h_z(x, y) = A \sin k_c y + B \cos k_c y. \quad (3.63)$$

边界条件是 $y = 0, d$ 时 $E_x = 0$; 对 TE 模, E_z 完全为零。由式(3.19c), 我们有

$$E_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c} [A \cos k_c y - B \sin k_c y] e^{-j\beta z} \quad (3.64)$$

应用边界条件可以证明 $A = 0$, 而且

$$k_c = \frac{n\pi}{d}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.65)$$

和 TM 的情形相同。 H_z 的最终解是

$$H_z(x, y) = B_n \cos \frac{n\pi y}{d} e^{-j\beta z} \quad (3.66)$$

由式(3.19)可以计算出横向场为

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{k_c} B_n \sin \frac{n\pi y}{d} e^{-j\beta z} \quad (3.67a)$$

$$H_y = \frac{j\beta}{k_c} B_n \sin \frac{n\pi y}{d} e^{-j\beta z} \quad (3.67b)$$

$$E_y = H_x = 0 \quad (3.67c)$$

因此 TE_n 模的传播常数是

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2} \quad (3.68)$$

它与 TM_n 模的传播常数是一样的。 TE_n 模的截止频率是

$$f_c = \frac{n}{2d\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.69)$$

它与 TM_n 的结果一致。由式(3.22), TE_n 模的波阻抗是

$$Z_{\text{TE}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (3.70)$$

可以看出,对于传播模,它是实数,对于非传播模或截止模,它是虚数。相速、导波波长和截止波长都与 TM 模的结果相似。

波导中 TE_n 模的功率流可以计算得

$$\begin{aligned} P_o &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{x=0}^w \int_{y=0}^d \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot \hat{z} dy dx = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{x=0}^w \int_{y=0}^d E_x H_y^* dy dx \\ &= \frac{\omega\mu d w}{4k_c^2} |B_n|^2 \operatorname{Re}(\beta), \quad n > 0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

若工作频率低于截止频率(β 为虚数),则它为零。

注意,若 $n = 0$,则由式(3.67)得 $E_x = H_y = 0$ 及 $P_o = 0$,这意味着不存在 TE_0 模。

衰减可以用与 TM 模相同的方法求出。电介质衰减由式(3.29)给出。可以证明 TE 模由导体损耗引起的衰减由下式给出,请读者自行推导:

$$\alpha_c = \frac{2k_c^2 R_s}{\omega\mu\beta d} = \frac{2k_c^2 R_s}{k\beta\eta d} \text{ Np/m} \quad (3.72)$$

图 3.4 给出了 TEM 模、 TM_1 模和 TE_1 模的导体损耗引起的衰减。我们看到当 TM 模和 TE 模接近截止时有 $\alpha_c \rightarrow \infty$ 。

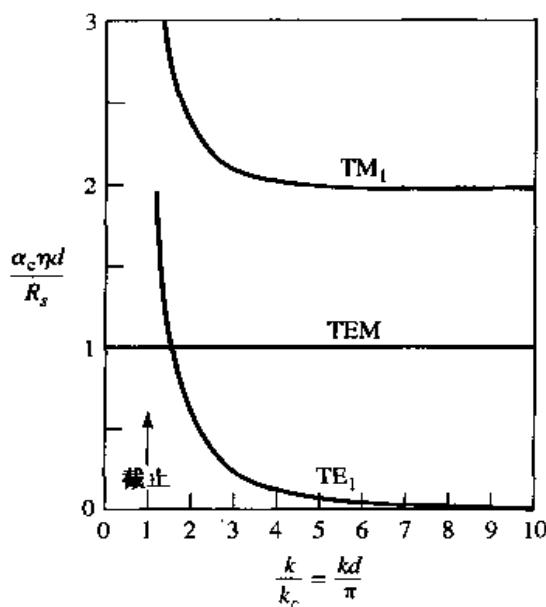


图 3.4 平行平板波导中 TEM 模、 TM_1 模和 TE_1 模由于导体损耗引起的衰减

表 3.1 总结了平行平板波导中 TEM 模、TM 模和 TE 模传播的一些有用结果。TEM 模、TM₁ 模和 TE₁ 模的场力线示于图 3.5 中。

表 3.1 平行平板波导结果总结

量	TEM 模	TM _n 模	TE _n 模
k	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
k_c	0	$n\pi/d$	$n\pi/d$
β	$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
λ_c	∞	$2\pi/k_c = 2d/n$	$2\pi/k_c = 2d/n$
λ_g	$2\pi/k$	$2\pi/\beta$	$2\pi/\beta$
v_p	$\omega/k = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$	ω/β	ω/β
α_d	$(k \tan \delta)/2$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$
α_c	$R_s/\eta d$	$2k R_s/\beta \eta d$	$2k_c^2 R_s/k \beta \eta d$
E_z	0	$A_n \sin(n\pi y/d) e^{-j\beta z}$	0
H_z	0	0	$B_n \cos(n\pi y/d) e^{-j\beta z}$
E_x	0	0	$(j\omega\mu/k_c) B_n \sin(n\pi y/d) e^{-j\beta z}$
E_y	$(-V_o/d) e^{-j\beta z}$	$(-j\beta/k_c) A_n \cos(n\pi y/d) e^{-j\beta z}$	0
H_x	$(V_o/\eta d) e^{-j\beta z}$	$(j\omega\epsilon/k_c) A_n \cos(n\pi y/d) e^{-j\beta z}$	0
H_y	0	0	$(j\beta/k_c) B_n \sin(n\pi y/d) e^{-j\beta z}$
Z	$Z_{\text{TEM}} = \eta d/w$	$Z_{\text{TM}} = \beta \eta / k$	$Z_{\text{TE}} = k \eta / \beta$

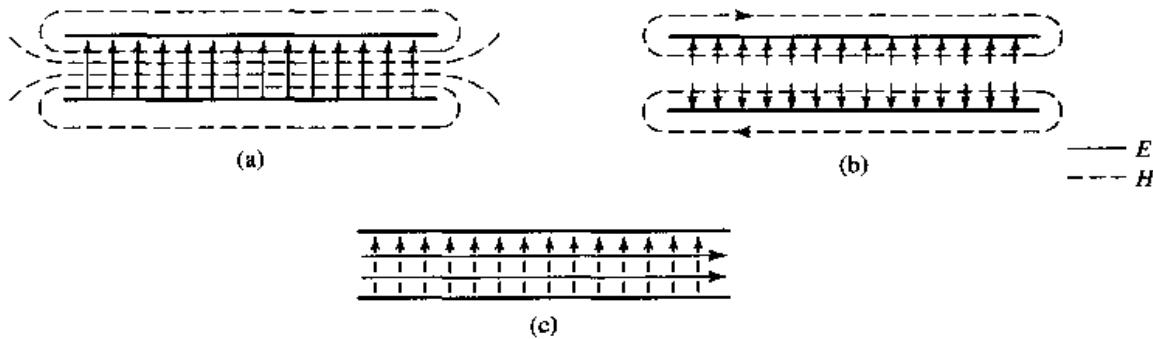


图 3.5 平行平板波导中的场力线:(a)TEM 模;(b)TM₁ 模;(c)TE₁ 模。波导宽度方向上没有变化

3.3 矩形波导

矩形波导是最早用于传输微波信号的传输线类型之一,而且今天仍然有很多应用。用于从 1 GHz 到超过 220 GHz 波段的各种标准波导的大量元件,例如耦合器、检波器、隔离器、衰减器及槽线等都能买到。图 3.6 给出了一些可以买到的标准矩形波导的元件。由于近年来的小型化和集成化趋势,大量微波电路现时都采用平面传输线,例如微带线和带状线,而不是用波导来制造。然而,在很多应用中,例如高功率系统、毫米波系统及一些精密检测应用中仍然需要波导。

中空矩形波导可以传播 TM 模和 TE 模,但不能传播 TEM 波,因为它只有一个导体。我们将会看到,与平行平板波导类似,矩形波导也具有截止频率,低于这个截止频率就不能传播。

3.3.1 TE 模

矩形波导的几何结构示于图 3.7,其中假定波导中填充有介电常数为 ϵ 和磁导率为 μ 的材料。常规惯例是取波导的宽边沿 x 轴,所以有 $a > b$ 。



图 3.6 Ka 波段(WR-28)矩形波导元件照片。从顶端开始顺时针: 可变衰减器, E-H 连接器(魔 T), 定向耦合器, 波导适配器, E 平面偏转弯头, 可调短路器, 滑动匹配负载。承蒙 Agilent Technologies, Santa Rosa, Calif 允许使用。

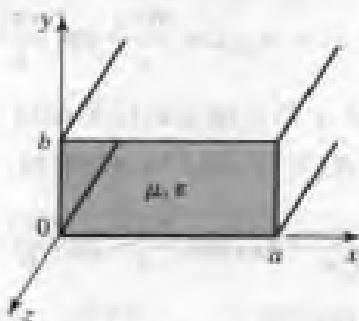


图 3.7 矩形波导的几何结构

TE 模场的特征是 $E_z = 0$, 而 H_z 必须满足简化了的波方程(3.21):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z(x, y) = 0 \quad (3.73)$$

其中 $H_z(x, y, z) = h_z(x, y)e^{-j\beta z}$, 而 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 是截止波数。偏微分方程(3.73)可以用分离变量法来求解, 令

$$h_z(x, y) = X(x)Y(y) \quad (3.74)$$

并把它代入式(3.73)得

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_c^2 = 0 \quad (3.75)$$

然后, 根据通常的分离变量理论, 式(3.75)中的每一项必须等于一个常数, 因此, 我们定义分离常数 k_x 和 k_y , 于是得

$$\frac{d^2X}{dx^2} + k_x^2 X = 0 \quad (3.76a)$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2} + k_y^2 Y = 0 \quad (3.76b)$$

和

$$k_x^2 + k_y^2 = k_c^2 \quad (3.77)$$

h_z 的通解可以写为

$$h_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (3.78)$$

为了计算式(3.78)中的常数, 我们必须把边界条件应用于波导壁上的电场切向分量。即

$$e_x(x, y) = 0, \quad \text{在 } y = 0, b \text{ 处} \quad (3.79a)$$

$$e_y(x, y) = 0, \quad \text{在 } x = 0, a \text{ 处} \quad (3.79b)$$

我们不能直接应用式(3.78)的 h_z , 但是必须首先利用式(3.19c)和式(3.19d), 由 h_z 求出 e_x 和 e_y :

$$e_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_y (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(-C \sin k_y y + D \cos k_y y) \quad (3.80a)$$

$$e_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_x (-A \sin k_x x + B \cos k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (3.80b)$$

然后, 由式(3.79a)和式(3.80a), 我们看出 $D = 0$ 及 $k_y = n\pi/b$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 。由式(3.79b)和式(3.80b), 我们有 $B = 0$ 以及 $k_x = m\pi/a$, $m = 0, 1, 2, \dots$ 。 H_z 的最终解是

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.81)$$

其中 A_{mn} 是由式(3.78)中余下的常数 A 和 C 组成的任意振幅常数。

TE_{mn} 模的横向场分量可以利用式(3.19)和式(3.81)求得:

$$E_x = \frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.82a)$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.82b)$$

$$H_x = \frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.82c)$$

$$H_y = \frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.82d)$$

传播常数是

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.83)$$

可以看出,

$$k > k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

对应于传播模时, β 是实数。

每个模(m 和 n 的组合)因此具有由下式给出的截止频率 $f_{c_{mn}}$:

$$f_{c_m} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.84)$$

截止频率最低的模式称为基模；因为我们已经假定 $a > b$ ，所以最低的 f_c 出现在 TE_{10} ($m = 1, n = 0$) 模：

$$f_{c_{10}} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.85)$$

因此， TE_{10} 模是 TE 模的基模，正如我们将看到的那样，它也是矩形波导总的基模。我们看到，若 $m = n = 0$ ，则式(3.82)的 \bar{E} 和 \bar{H} 场表达式恒为零；因此不存在 TE_{00} 模。

在给定的工作频率 f 下，只有 $f_c < f$ 的模能够传播；而 $f_c > f$ 的模将有一个虚数 β (或实数 α)，这意味着所有的场分量都将随离激励源的距离增加而指数衰减。这样的模称为截止模或消逝模。若有一个以上的模式工作，则该波导就称为过模的 (overmoded)。

由式(3.22)可知，联系横向电场和磁场的波阻抗是

$$Z_{\text{TE}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (3.86)$$

其中 $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 是波导填充材料的本征阻抗。注意，当 β 是实数时 (传播模) Z_{TE} 是实数，但当 β 是虚数 (消逝模) 时 Z_{TE} 则为虚数。

导波波长定义为沿波导的上两个相邻等相面之间的距离，它等于

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} > \frac{2\pi}{k} = \lambda \quad (3.87)$$

因此它大于填充介质中的平面波的波长 λ 。相速是

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} > \frac{\omega}{k} = 1/\sqrt{\mu\epsilon} \quad (3.88)$$

它大于填充介质中的 (平面波) 光速 $1/\sqrt{\mu\epsilon}$ 。

在绝大多数应用中，我们选择工作频率和波导尺寸，使得其中只有基模 TE_{10} 能传播。由于 TE_{10} 模的实际重要性，我们将列出其场分量并导出其对应的导体损耗所引起的衰减。

针对于式(3.81)和式(3.82)在 $m = 1, n = 0$ 的情况，我们给出 TE_{10} 模式场的下述结果：

$$H_z = A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (3.89a)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (3.89b)$$

$$H_x = \frac{j\beta a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (3.89c)$$

$$E_x = E_z = H_y = 0 \quad (3.89d)$$

此外，对 TE_{10} 模，我们有

$$k_c = \pi/a \quad (3.90)$$

和

$$\beta = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} \quad (3.91)$$

TE_{10} 模流经波导的功率流计算为

$$\begin{aligned}
P_{10} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot \hat{z} dy dx \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b E_y H_x^* dy dx \\
&= \frac{\omega \mu a^2}{2\pi^2} \operatorname{Re}(\beta) |A_{10}|^2 \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \sin^2 \frac{\pi x}{a} dy dx \\
&= \frac{\omega \mu a^3 |A_{10}|^2 b}{4\pi^2} \operatorname{Re}(\beta)
\end{aligned} \tag{3.92}$$

注意,这个结果仅当 β 是实数即对应于传播模时,才给出非零的实数功率。

因为有介电损耗或导电损耗,所以矩形波导中可以发生衰减,介电损耗可以令 ϵ 为复数并利用泰勒级数近似来处理,一般结果由式(3.29)给出。

导体损耗最好是利用微扰法来处理。根据式(1.131),由有限的壁电导率引起的单位长度功率损耗是

$$P_\ell = \frac{R_s}{2} \int_C |\bar{J}_s|^2 d\ell \tag{3.93}$$

其中 R_s 是壁表面电阻,积分路线 C 包围了波导壁的周界。在四个壁上都有表面电流,但是由于对称性,上、下壁的电流是相同的,左、右壁的电流也是一样的。所以我们可以计算 $x=0$ 和 $y=0$ 这两个壁上的功率损耗,然后将二者之和乘以 2 就得到总功率损耗。在 $x=0$ (左)壁上的表面电流是

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H}|_{x=0} = \hat{x} \times \hat{z} H_z|_{x=0} = -\hat{y} H_z|_{x=0} = -\hat{y} A_{10} e^{-j\beta z} \tag{3.94a}$$

而在 $y=0$ (底)壁上的表面电流是

$$\begin{aligned}
\bar{J}_s &= \hat{n} \times \bar{H}|_{y=0} = \hat{y} \times (\hat{x} H_x|_{y=0} + \hat{z} H_z|_{y=0}) \\
&= -\hat{z} \frac{j\beta a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} + \hat{x} A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}
\end{aligned} \tag{3.94b}$$

把式(3.94)代入到式(3.93)得

$$\begin{aligned}
P_\ell &= R_s \int_{y=0}^b |J_{sy}|^2 dy + R_s \int_{x=0}^a [|J_{sx}|^2 + |J_{sz}|^2] dx \\
&= R_s |A_{10}|^2 \left(b + \frac{a}{2} + \frac{\beta^2 a^3}{2\pi^2} \right)
\end{aligned} \tag{3.95}$$

于是得到 TE_{10} 模由于导体损耗产生的衰减为

$$\begin{aligned}
\alpha_c &= \frac{P_\ell}{2P_{10}} = \frac{2\pi^2 R_s (b + a/2 + \beta^2 a^3 / 2\pi^2)}{\omega \mu a^3 b \beta} \\
&= \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} (2b\pi^2 + a^3 k^2) \text{ Np/m}
\end{aligned} \tag{3.96}$$

3.3.2 TM 模

TM 模的场特征是 $H_z = 0$,而 E_z 满足简化了的波方程(3.25):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) E_z(x, y) = 0 \tag{3.97}$$

其中 $E_z(x, y, z) = e_z(x, y)e^{-j\beta z}$, $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。式(3.97)可以利用求解 TE 模用过的分离变量法来求解。因此,通解为

$$e_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (3.98)$$

边界条件可以直接应用于 e_z :

$$e_z(x, y) = 0, \quad \text{在 } x = 0, a \text{ 处} \quad (3.99a)$$

$$e_z(x, y) = 0, \quad \text{在 } y = 0, b \text{ 处} \quad (3.99b)$$

我们将看到, e_z 满足的上述边界条件导出了 e_x 和 e_y 满足的边界条件。

将式(3.99a)应用于式(3.98)表明 $A = 0$ 和 $k_x = m\pi/a$, $m = 1, 2, 3, \dots$ 。类似地, 将式(3.99b)应用于式(3.98)表明 $C = 0$ 和 $k_y = n\pi/b$, $n = 1, 2, 3, \dots$ 。于是 E_z 的解简化为

$$E_z(x, y, z) = B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.100)$$

其中 B_{mn} 是任意振幅常数。

由式(3.23)和式(3.100), 可以计算得到 TM_{mn} 模的横向场分量:

$$E_x = \frac{-j\beta m\pi}{ak_c^2} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.101a)$$

$$E_y = \frac{-j\beta n\pi}{bk_c^2} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.101b)$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon n\pi}{bk_c^2} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.101c)$$

$$H_y = \frac{-j\omega\epsilon m\pi}{ak_c^2} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (3.101d)$$

与 TE 模一样, 传播常数为

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.102)$$

对于传播模, 它是实数, 对于消逝模, 它是虚数。 TM_{mn} 模的截止频率也与 TE_{mn} 模的相同, 由式(3.84)给出。 TM 模的导波波长和相速也与 TE 模的相同。

我们看到, 若 $m = 0$ 或 $n = 0$, 则式(3.101)中 \bar{E} 和 \bar{H} 的场表达式恒等于零。因此, 不存在 TM_{00} 模、 TM_{01} 模或 TM_{10} 模, 而可以传播的最低阶 TM 模(最低 f_c)是 TM_{11} 模, 它具有截止频率

$$f_{c_{11}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} \quad (3.103)$$

可以看出, 它大于 TE_{10} 模的截止频率 $f_{c_{10}}$ 。

根据式(3.26), 可知联系横向电场和磁场的波阻抗是

$$Z_{\text{TM}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (3.104)$$

电介质损耗产生的衰减可以用与 TE 模相同的方法来计算, 因此可得到同样的结果。导体损耗产生的衰减的计算留做习题; 图 3.8 给出了在矩形波导中一些 TE 模和 TM 模的衰减与频率的关系。表 3.2 概括了矩形波导中 TE 波和 TM 波传播的一些结果, 而图 3.9 给出了一些低阶的 TE 模和 TM 模的场力线。

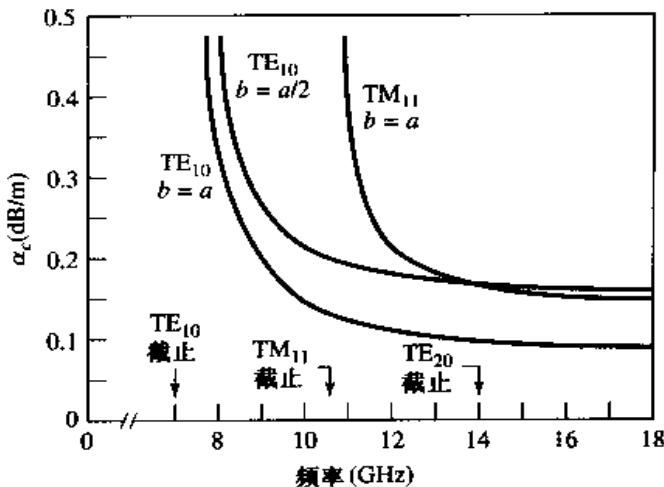
图 3.8 在 $a = 2.0$ cm 的矩形黄铜波导中的几个模式的衰减

表 3.2 矩形波导结果总结

量	TE _{mn} 模	TM _{mn} 模
k	$\omega/\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega/\sqrt{\mu\epsilon}$
k_c	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
β	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
λ_c	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
λ_g	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
v_p	ω	ω
α_d	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
E_z	0	$B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
H_z	$A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	0
E_x	$\frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
E_y	$-\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
H_x	$\frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
H_y	$\frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}$
Z	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$

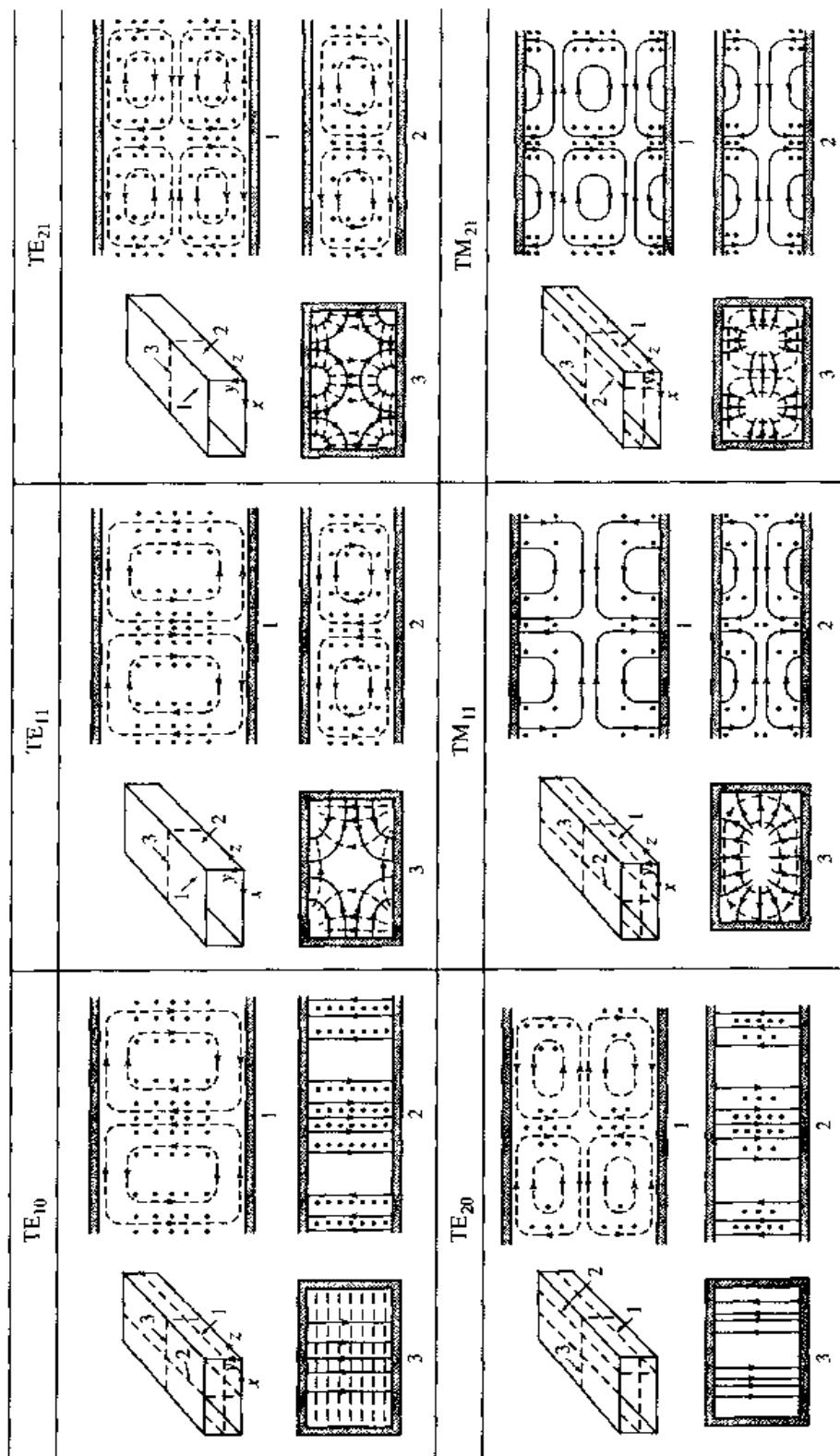


图 3.9 矩形波导一些低阶模式的场力线。经允许重印于 *Fields and Waves in Communication Electronics*, S. Ramo, J.R. Whinnery, and T. Van Duzer. Copyright © 1965 by John Wiley & Sons, Inc. Table 8.02

例题 3.1 矩形波导的特性

考虑一段聚四氟乙烯填充的 K 波段矩形铜波导, 尺寸为 $a = 1.07 \text{ cm}$ 和 $b = 0.43 \text{ cm}$ 。求其前五个传播模的截止频率。若工作频率为 15 GHz, 求由于电介质和导体损耗产生的衰减。

解:

根据附录 G, 对聚四氟乙烯, 我们有 $\epsilon_r = 2.08$, $\tan \delta = 0.0004$ 。式(3.84)给出的截止频率计算公式为

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

对于最小的几个 m 和 n 值得到的 f_c 计算值为

模	m	n	$f_c(\text{GHz})$
TE	1	0	9.72
TE	2	0	19.44
TE	0	1	24.19
TE, TM	1	1	26.07
TE, TM	2	1	31.03

因此, TE₁₀ 模、TE₂₀ 模、TE₀₁ 模、TE₁₁ 模和 TM₁₁ 模将是能够传播的前五个模。

在 15 GHz 下, $k = 345.1 \text{ m}^{-1}$, TE₁₀ 模的传播常数是

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = 345.1 \text{ m}^{-1}$$

由式(3.29)得出由电介质损耗产生的衰减是

$$\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} = 0.119 \text{ np/m} = 1.03 \text{ dB/m}$$

铜壁的表面电阻是 ($\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$)

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = 0.032 \Omega$$

根据式(3.96), 可得由于导体损耗产生的衰减为

$$\alpha_c = \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} (2b\pi^2 + a^3 k^2) = 0.050 \text{ np/m} = 0.434 \text{ dB/m}$$

3.3.3 部分加载波导的 TE_{m0} 模

上面的结果也可以应用于均匀填充电介质或磁性材料的矩形波导, 但是在很多具有实际意义的情况下(例如阻抗匹配或相移段)中, 使用的波导只是部分填充。因此, 在材料分界面上就引入了一组附加的边界条件, 需要重新进行分析。为了阐明这种分析技术, 我们将考虑部分加载介质条的矩形波导的 TE_{m0} 模, 如图 3.10 所示。分析仍然遵循 3.1 节末所给出的基本步骤。

因为几何上在 y 方向是均匀的, 而且 $n = 0$, 所以 TE_{m0} 模与 y 无关。因此, 关于 h_z 的波方程(3.21)可以对电介质和空气区域分别写出, 具体为

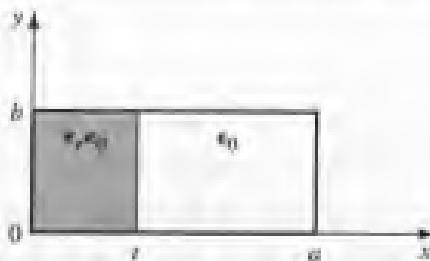


图 3.10 部分加载矩形波导的几何结构

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_d^2 \right) h_z = 0, \quad 0 \leq x \leq t \quad (3.105a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_a^2 \right) h_z = 0, \quad t \leq x \leq a \quad (3.105b)$$

其中 k_d 和 k_a 是电介质和空气区域的截止波数, 定义如下:

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_d^2} \quad (3.106a)$$

$$\beta = \sqrt{k_0^2 - k_a^2} \quad (3.106b)$$

这些关系式体现了这样一个事实, 即两个区域的传播常数 β 必须相同, 从而保证沿 $x = t$ 的分界面上的场相位匹配。式(3.105)的解可以写为

$$h_z = \begin{cases} A \cos k_d x + B \sin k_d x, & 0 \leq x \leq t \\ C \cos k_a (a - x) + D \sin k_a (a - x), & t \leq x \leq a \end{cases} \quad (3.107)$$

其中, $t < x < a$ 区域内的解的形式可以使 $x = a$ 处的边界条件的计算得到简化。

现在, 我们需要 y 和 z 方向的场分量来应用 $x = 0, t$ 和 a 处的边界条件。对于 TE 模, $E_y = 0$, 而且因为有 $\partial E_z / \partial y = 0$, 所以 $H_y = 0$ 。由式(3.19d)可以求得 E_z 为

$$E_z = \begin{cases} \frac{j\omega\mu_0}{k_d} [-A \sin k_d x + B \cos k_d x], & 0 \leq x \leq t \\ \frac{j\omega\mu_0}{k_a} [C \sin k_a (a - x) - D \cos k_a (a - x)], & t \leq x \leq a \end{cases} \quad (3.108)$$

为了满足在 $x = 0$ 和 $x = a$ 处, $E_z = 0$ 的边界条件, 要求 $B = D = 0$ 。下面, 我们将强加在 $x = t$ 处 (E_z, H_z) 的切向场的连续条件。于是, 式(3.107)和式(3.108)给出了以下结果:

$$\begin{aligned} \frac{-A}{k_d} \sin k_d t &= \frac{C}{k_a} \sin k_a (a - t) \\ A \cos k_d t &= C \cos k_a (a - t) \end{aligned}$$

这是一组齐次方程, 行列式必须为零才能有非零解。因此,

$$k_a \tan k_d t + k_d \tan k_a (a - t) = 0 \quad (3.109)$$

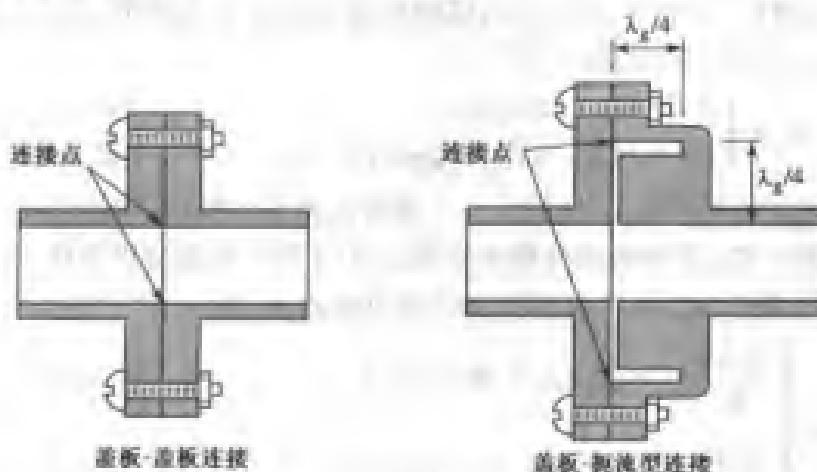
利用式(3.106), 使得 k_a 和 k_d 可以用 β 来表示, 以便式(3.109)可以数值求解出 β 。式(3.109)有无穷多个解, 对应于 TE_{m0} 模的传播常数。

这种方法可以应用于很多包含了非均匀介电或磁材料的其他波导结构, 例如 3.6 节中的表面波导或 9.3 节中的铁氧体加载波导。然而, 在某些情况下, 单独应用 TE 或 TM 类型的模不可能满足必要的边界条件, 这时就需要这两种类型模式的组合。

感兴趣点：波导法兰盘

有两种广泛使用的波导法兰盘：盖板型法兰盘(cover flange)和扼流型法兰盘(choke flange)。如图所示，具有盖板型法兰盘的两个波导可以用螺栓固定在一起形成一个接触式连接。为了避免在这个连接处的反射和电阻损耗，必须使接触表面光滑、干净和平整，因为RF电流必须流经这个不连续处。在高功率应用中，在这个连接处可能发生电压击穿。另外，盖板-盖板型连接的简单性使得它更适用于一般应用。由这种连接产生的SWR典型值小于1.03。

另一种波导连接是将一个盖板型法兰盘贴靠在一个扼流型法兰盘上，如图所示。加工过的扼流型法兰盘使它与盖板型法兰盘连接后出现一个很薄的隙缝，形成一个有效的径向传输线，长度约为 $\lambda_g/4$ 。另一个 $\lambda_g/4$ 线是由扼流型法兰盘中的圆形轴向槽构成的。因此这个槽右端的短路转换为两个法兰盘连接点的开路。在这个连接点上产生的任何电阻都与此无穷大(或非常高)的阻抗串联，因此接触电阻的影响很小。然后，此处非常高的阻抗又在波导接口处转换成短路(或非常低的阻抗)，这样就为波导壁上电流在流经连接点时提供了一个有效的低阻抗通道。这样，在两个法兰盘之间的欧姆连接处就存在一个可忽略的电压降，所以电压击穿得以避免。因此，盖板-扼流型连接对于高功率应用是非常有用的。该接点的SWR典型值小于1.05，但它比盖板-盖板型连接更依赖于频率。



参考文献: C. G. Montgomery, R. H. Dicke, and E. M. Purcell, *Principles of Microwave Circuits*, McGraw-Hill, New York, 1948.

3.4 圆波导

圆形横截面的中空金属管也支持TE和TM波导模。图3.11给出了内径为 a 的这样一个圆波导的横截面图形。

因为涉及到圆柱几何图形，所以采用圆柱坐标系是恰当的。和直角坐标的情形一样，圆柱坐标中的横向场对于TM模和TE模可以分别从场分量 E_z 或 H_z 导出。相应于3.1节的展开，横向场的圆柱分量可以由纵向分量导出为

$$E_\rho = -\frac{j}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\omega \mu}{a} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (3.110a)$$

$$E_\phi = \frac{-j}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (3.110b)$$

$$H_\rho = \frac{j}{k_c^2} \left(\omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (3.110c)$$

$$H_\theta = \frac{-j}{k_c^2} \left(\omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (3.110d)$$

其中 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$, 而且已假定是 $e^{-j\beta z}$ 传播。对于 $e^{+j\beta z}$ 传播, 可在所有表达式中用 $-\beta$ 代替 β 。

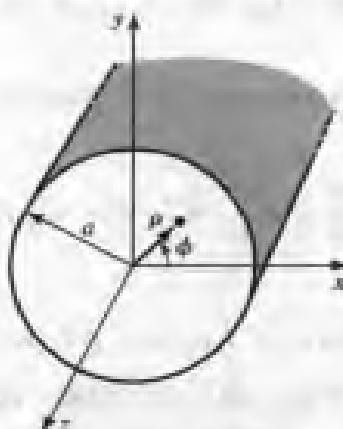


图 3.11 圆波导的几何结构

3.4.1 TE 模

对于 TE 模, $E_z = 0$, 而 H_z 是波方程

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0 \quad (3.111)$$

的解。若 $H_z(\rho, \phi, z) = h_z(\rho, \phi)e^{-j\beta z}$, 则式(3.111)可以用圆柱坐标表示成

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) h_z(\rho, \phi) = 0 \quad (3.112)$$

同理, 解可以用分离变量法求出。因此, 我们令

$$h_z(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi) \quad (3.113)$$

并把它代入式(3.112)得

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{d \rho^2} + \frac{1}{\rho R} \frac{d R}{d \rho} + \frac{1}{\rho^2 P} \frac{d^2 P}{d \phi^2} + k_c^2 = 0 \quad (3.114)$$

或

$$\frac{\rho^2}{R} \frac{d^2 R}{d \rho^2} + \frac{\rho}{R} \frac{d R}{d \rho} + \rho^2 k_c^2 = \frac{-1}{P} \frac{d^2 P}{d \phi^2}$$

方程的左边依赖于 ρ (与 ϕ 无关), 而右边只与 ϕ 有关。因此, 每边必须等于一个常数, 我们把它称之为 k_ϕ^2 。于是有

$$\frac{-1}{P} \frac{d^2 P}{d \phi^2} = k_\phi^2$$

或

$$\frac{d^2 P}{d\phi^2} + k_\phi^2 P = 0 \quad (3.115)$$

还有

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - k_\phi^2) R = 0 \quad (3.116)$$

式(3.115)的通解是

$$P(\phi) = A \sin k_\phi \phi + B \cos k_\phi \phi \quad (3.117)$$

因为 h_z 的解必定是 ϕ 的周期函数, 即 $h_z(\rho, \phi) = h_z(\rho, \phi \pm 2m\pi)$, 所以 k_ϕ 必须取整数 n 。因此式(3.117)变为

$$P(\phi) = A \sin n\phi + B \cos n\phi \quad (3.118)$$

而式(3.116)变为

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - n^2) R = 0 \quad (3.119)$$

我们知道它是贝塞尔方程。其解是

$$R(\rho) = C J_n(k_c \rho) + D Y_n(k_c \rho) \quad (3.120)$$

其中, $J_n(x)$ 和 $Y_n(x)$ 分别为第一类和第二类贝塞尔函数。因为 $Y_n(k_c \rho)$ 在 $\rho = 0$ 时趋于无穷, 所以该项对于圆波导问题而言在物理上是不能接受的, 所以 $D = 0$ 。这样, h_z 的解就可以写为

$$h_z(\rho, \phi) = (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) \quad (3.121)$$

其中式(3.120)中的常数 C 已被吸收到式(3.121)中的常数 A 和 B 中。我们仍然必须确定截止波数 k_c , 这可以通过施加波导壁上的边界条件 $E_{\phi m}=0$ 来实现。因为 $E_z=0$, 所以我们必定有

$$E_\phi(\rho, \phi) = 0, \quad \text{在 } \rho = a \text{ 处} \quad (3.122)$$

由式(3.110b), 我们由 H_z 求得 E_ϕ 为

$$E_\phi(\rho, \phi, z) = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (3.123)$$

其中符号 $J'_n(k_c \rho)$ 是指 J_n 对其自变量的微商。因为 E_ϕ 在 $\rho = a$ 时为零, 所以我们必定有

$$J'_n(k_c a) = 0 \quad (3.124)$$

假如 $J'_n(x)$ 的根定义为 p'_{nm} , 所以 $J'_n(p'_{nm}) = 0$, 其中 p'_{nm} 是 J'_n 的第 m 个根, 则 k_c 的值必须是

$$k_{c_{nm}} = \frac{p'_{nm}}{a} \quad (3.125)$$

p'_{nm} 的值已给定在数学表中, 其前几项的值列于表 3.3。

表 3.3 圆波导 TE 模的 p'_{nm} 值

n	p'_{n1}	p'_{n2}	p'_{n3}
0	3.832	7.016	10.174
1	1.841	5.331	8.536
2	3.054	6.706	9.970

因此 TE_{nm} 模通过其截止波数 $k_{c_{nm}} = p'_{nm}/a$ 来定义, 其中 n 代表角向(ϕ)的变化数目, m 代表径向(ρ)的变化数目。 TE_{nm} 模的传播常数是

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2} \quad (3.126)$$

具有截止频率

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p'_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.127)$$

第一个传播 TE 模具有最小的 p'_{nm} 值, 从表 3.3 中可以看出是 TE_{11} 模。这个模是圆波导的基模, 而且使用得最频繁。因为 $m \geq 1$, 所以没有 TE_{10} 模, 但是存在 TE_{01} 模。

由式(3.110)和式(3.121)可知, 横向场分量是

$$E_\rho = \frac{-j\omega\mu n}{k_c^2\rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.128a)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.128b)$$

$$H_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.128c)$$

$$H_\phi = \frac{-j\beta n}{k_c^2\rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.128d)$$

波阻抗是

$$Z_{\text{TE}} = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{-E_\phi}{H_\rho} = \frac{\eta k}{\beta} \quad (3.129)$$

上述解中仍然有两个任意的振幅常量 A 和 B 。它们控制着 $\sin n\phi$ 和 $\cos n\phi$ 项的振幅, 是相互独立的。也就是说, 因为圆柱波导在角向是对称的, 所以 $\sin n\phi$ 和 $\cos n\phi$ 项都是有效解, 而且可以某种程度出现在特定的问题中。这些项的实际大小将依赖于波导的激励状况。从另一个观点看, 坐标系可以绕 z 轴旋转从而得到或者是 $A = 0$ 或者是 $B = 0$ 的解 h_z 。

现在, 考虑其激励使 $B = 0$ 的基模 TE_{11} 。其场可以写为

$$H_z = A \sin \phi J_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.130a)$$

$$E_\rho = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2\rho} A \cos \phi J_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.130b)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} A \sin \phi J'_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.130c)$$

$$H_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} A \sin \phi J'_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.130d)$$

$$H_\phi = \frac{-j\beta}{k_c^2\rho} A \cos \phi J_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.130e)$$

$$E_z = 0 \quad (3.130f)$$

波导中的功率流可以计算得

$$\begin{aligned} P_o &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} \bar{E} \times \bar{H}^* \cdot \hat{z} \rho d\phi d\rho \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} [E_\rho H_\phi^* - E_\phi H_\rho^*] \rho d\phi d\rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\omega\mu|A|^2\operatorname{Re}(\beta)}{2k_c^4} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} \left[\frac{1}{\rho^2} \cos^2 \phi J_1^2(k_c \rho) + k_c^2 \sin^2 \phi J_1'^2(k_c \rho) \right] \rho d\phi d\rho \\
&= \frac{\pi\omega\mu|A|^2\operatorname{Re}(\beta)}{2k_c^4} \int_{\rho=0}^a \left[\frac{1}{\rho} J_1^2(k_c \rho) + \rho k_c^2 J_1'^2(k_c \rho) \right] d\rho \\
&= \frac{\pi\omega\mu|A|^2\operatorname{Re}(\beta)}{4k_c^4} (p_{11}'^2 - 1) J_1^2(k_c a)
\end{aligned} \tag{3.131}$$

可以看出,仅当 β 为实数(对应于传播模)时它才是非零的(这一结果所需的积分在附录 C 中给出)。

电介质损耗产生的衰减由式(3.29)给出。有耗波导导体产生的衰减可以通过计算波导单位长度的功率损耗来计算:

$$\begin{aligned}
P_\ell &= \frac{R_s}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} |\bar{J}_s|^2 a d\phi \\
&= \frac{R_s}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} [|H_\phi|^2 + |H_z|^2] a d\phi \\
&= \frac{|A|^2 R_s}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \left[\frac{\beta^2}{k_c^4 a^2} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right] J_1^2(k_c a) a d\phi \\
&= \frac{\pi |A|^2 R_s a}{2} \left(1 + \frac{\beta^2}{k_c^4 a^2} \right) J_1^2(k_c a)
\end{aligned} \tag{3.132}$$

于是,衰减常数是

$$\begin{aligned}
\alpha_c &= \frac{P_\ell}{2P_o} = \frac{R_s (k_c^4 a^2 + \beta^2)}{\eta k \beta a (p_{11}'^2 - 1)} \\
&= \frac{R_s}{a k \eta \beta} \left(k_c^2 + \frac{k^2}{p_{11}'^2 - 1} \right) \text{Np/m}
\end{aligned} \tag{3.133}$$

3.4.2 TM 模

对于圆柱波导的 TM 模,我们必须由圆柱坐标的波方程来求解 E_z :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) e_z = 0 \tag{3.134}$$

其中 $E_z(\rho, \phi, z) = e_z(\rho, \phi) e^{-j\beta z}$, $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。因为这个方程与式(3.107)一致,所以其通解也相同。所以,由式(3.121)得

$$e_z(\rho, \phi) = (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) \tag{3.135}$$

TE 解与这里的解的差别在于现在可以直接把边界条件应用于式(3.135)的 e_z ,因为

$$E_z(\rho, \phi) = 0, \quad \text{在 } \rho = a \text{ 处} \tag{3.136}$$

因此,我们必须有

$$J_n(k_c a) = 0 \tag{3.137}$$

或

$$k_c = p_{nm}/a \tag{3.138}$$

其中 p_{nm} 是 $J_n(x)$ 的第 m 个根; 即 $J_n(p_{nm}) = 0$ 。 p_{nm} 的值已在数学用表中给出; 表 3.4 列出了前几个值。

表 3.4 圆波导 TM 模的 p_{nm} 值

n	p_{n1}	p_{n2}	p_{n3}
0	2.405	5.520	8.654
1	3.832	7.016	10.174
2	5.135	8.417	11.620

TM_{nm} 模的传播常数是

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - (p_{nm}/a)^2} \quad (3.139)$$

截止频率是

$$f_{c,nm} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.140)$$

因此, 第一个 TM 传播模是 TM_{01} 模, 它有 $p_{01} \approx 2.405$ 。因为这个值大于最低阶 TE₁₁ 模的 $p'_{11} = 1.841$, 所以 TE_{11} 是圆柱波导的基模。和 TE 模一样, $m \geq 1$, 所以不存在 TM_{10} 模。

由式(3.110), 横向场可以导出为

$$E_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.141a)$$

$$E_\phi = \frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.141b)$$

$$H_\rho = \frac{j\omega\epsilon n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.141c)$$

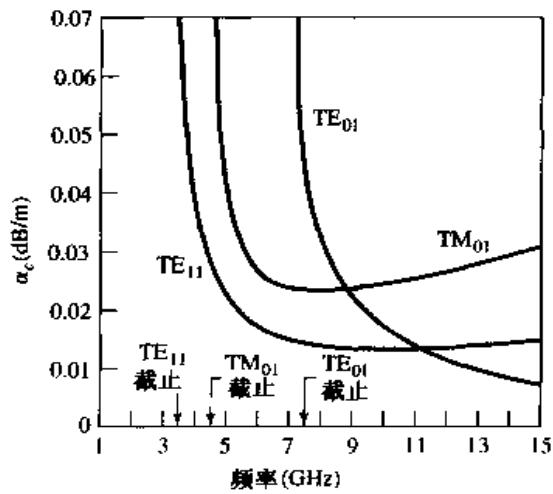
$$H_\phi = \frac{-j\omega\epsilon}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (3.141d)$$

波阻抗是

$$Z_{\text{TM}} = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{-E_\phi}{H_\rho} = \frac{\eta\beta}{k} \quad (3.142)$$

TM 模衰减的计算留做习题。图 3.12 给出了圆柱波导的一些模式的导体损耗引起的衰减与频率的关系。可以看到 TE_{01} 模的衰减随频率的增加而减小到很小值。这一特性使 TE_{01} 模在低损耗的远距离传输方面很有意义。遗憾的是, 该模式不是圆波导的基模, 所以实际上功率可能从 TE_{01} 模损失到较低阶的传输模中。

图 3.13 给出了 TE 模和 TM 模的截止频率的相对值, 表 3.5 概括了圆波导中波传播的一些结果。一些最低阶 TE 模和 TM 模的场力线图示于图 3.14 中。

图 3.12 $a = 2.54$ cm 的铜圆波导中若干模式的衰减

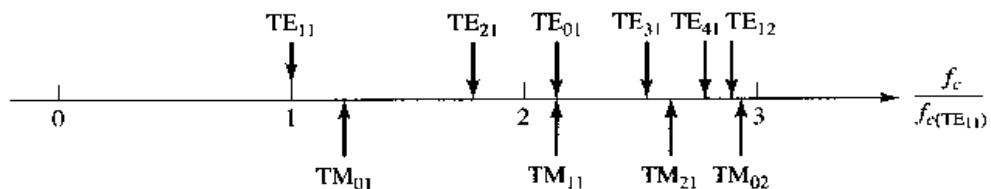
图 3.13 圆波导的前几个 TE 模和 TM 模的截止频率(相对于 TE₁₁ 模的截止频率值)

表 3.5 圆波导结果总结

量	TE _{nm} 模	TM _{nm} 模
k	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
k_c	$\frac{p'_{nm}}{a}$	$\frac{p_{nm}}{a}$
β	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
λ_c	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
λ_g	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
v_p	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
α_d	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
E_z	0	$(A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
H_z	$(A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	0
E_ρ	$-\frac{j\omega\mu n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
E_ϕ	$\frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
H_ρ	$\frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
H_ϕ	$\frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$-\frac{j\omega\epsilon}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
Z	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$

例题 3.2 圆波导的特性

求 $a = 0.5$ cm 的聚四氟乙烯圆波导的前两个传输模的截止频率。若波导内部是镀金的, 计算工作在 14 GHz 下 30 cm 长的总损耗, 用 dB 表示。

解:

根据图 3.13, 圆波导的前两个传输模是 TE₁₁ 模和 TM₀₁ 模。利用式(3.127)和式(3.140)可以求得截止频率为

$$\text{TE}_{11}: \quad f_c = \frac{p'_{11} c}{2\pi a \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{1.841(3 \times 10^8)}{2\pi(0.005)\sqrt{2.08}} = 12.19 \text{ GHz}$$

$$\text{TM}_{01}: \quad f_c = \frac{p_{01} c}{2\pi a \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{2.405(3 \times 10^8)}{2\pi(0.005)\sqrt{2.08}} = 15.92 \text{ GHz}$$

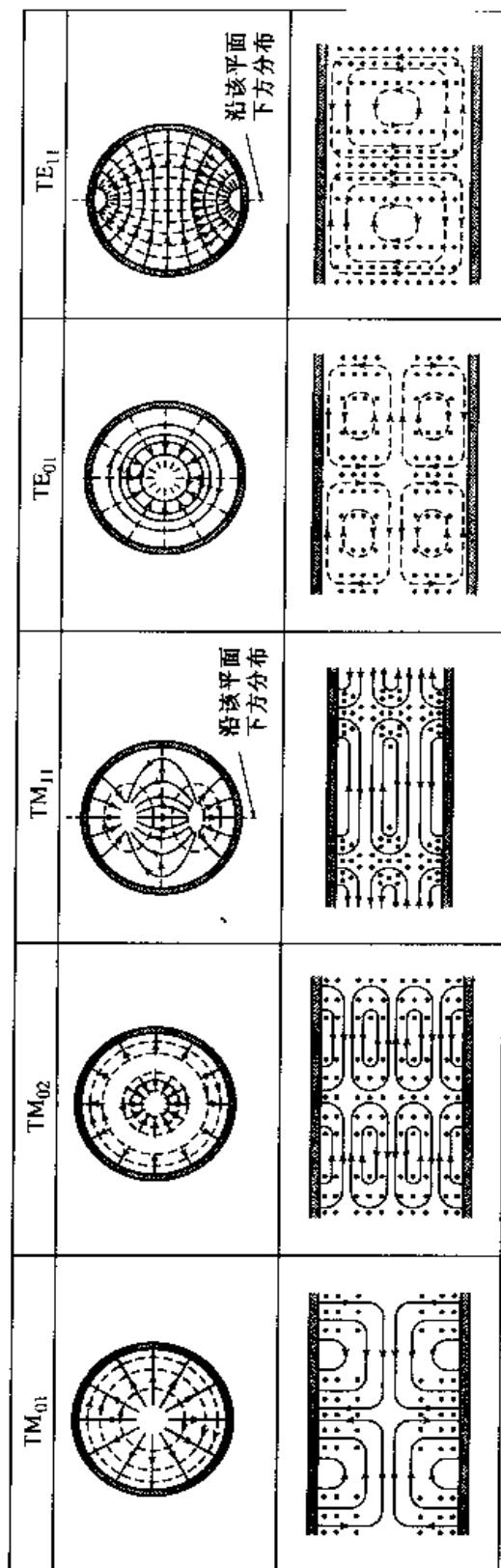


图 3.14 矩形波导一些低阶模式的场力线。经允许重印于 *Fields and Waves in Communication Electronics*, S. Ramo, J.R. Whinnery, and T. Van Duzer. Copyright © 1965 by John Wiley & Sons, Inc. Table 8.04

所以在 14 GHz 下只有 TE₁₁ 传播。波数是

$$k = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} = \frac{2\pi (14 \times 10^9) \sqrt{2.08}}{3 \times 10^8} = 422.9 \text{ m}^{-1}$$

TE₁₁ 模的传播常数是

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{11}}{a}\right)^2} = \sqrt{(422.9)^2 - \left(\frac{1.841}{0.005}\right)^2} = 208.0 \text{ m}^{-1}$$

由电介质损耗产生的衰减根据式(3.29)可以计算得

$$\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} = \frac{(422.9)^2 (0.0004)}{2(208.0)} = 0.172 \text{ np/m} = 1.49 \text{ dB/m}$$

金的电导率是 $\sigma = 4.1 \times 10^7 \text{ S/m}$, 所以表面电阻是

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = 0.0367 \Omega$$

然后, 根据式(3.133), 可得导体损耗产生的衰减为

$$\alpha_c = \frac{R_s}{ak\eta\beta} \left(k_c^2 + \frac{k^2}{p_{11}^2 - 1} \right) = 0.0672 \text{ np/m} = 0.583 \text{ dB/m}$$

总衰减是 $\alpha = \alpha_d + \alpha_c = 2.07 \text{ dB/m}$ 。因此, 30 cm 长的波导的衰减是

$$\text{衰减 (dB)} = \alpha (\text{dB/m})(L) = (2.07)(0.3) = 0.62 \text{ dB}$$

3.5 同轴线

3.5.1 TEM 模

虽然我们已在第 2 章中讨论过同轴线的 TEM 模传播, 但是在这里我们仍将在本章早些时候所发展的普遍框架下粗略地讨论它。

同轴线的几何结构示于图 3.15, 其中内导体处于 V_o 伏的电压, 而外导体处于零电压。由 3.1 节我们知道, 其场可以由标势函数 $\Phi(\rho, \phi)$ 导出, 而标势函数是拉普拉斯方程(3.14)的解; 在圆柱坐标系中, 拉普拉斯方程取形式

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi(\rho, \phi)}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi(\rho, \phi)}{\partial \phi^2} = 0 \quad (3.143)$$

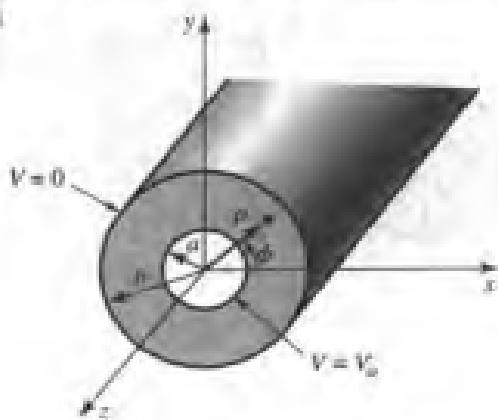


图 3.15 同轴线的几何结构

这个方程必须根据边界条件

$$\Phi(a, \phi) = V_o \quad (3.144a)$$

$$\Phi(b, \phi) = 0 \quad (3.144b)$$

来对 $\Phi(\rho, \phi)$ 进行求解。

利用分离变量法, 我们把 $\Phi(\rho, \phi)$ 表示成乘积的形式

$$\Phi(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi) \quad (3.145)$$

把式(3.145)代入到式(3.143)得

$$\frac{\rho}{R} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{d^2 P}{d\phi^2} = 0 \quad (3.146)$$

通过通常的分离变量理论, 式(3.146)中的两项必须等于一个常数, 因此有

$$\frac{\rho}{R} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = -k_\rho^2 \quad (3.147)$$

$$\frac{1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} = -k_\phi^2 \quad (3.148)$$

和

$$k_\rho^2 + k_\phi^2 = 0 \quad (3.149)$$

式(3.148)的通解是

$$P(\phi) = A \cos n\phi + B \sin n\phi \quad (3.150)$$

其中 $k_\phi = n$ 必须为整数, 因为把 ϕ 增加 2π 的整数倍将不会改变结果。现在, 由于式(3.144)的边界条件 $\Phi(\rho, \phi)$ 不随 ϕ 而改变的事实, 因此 n 必定为零。根据式(3.149), 这意味着 k_ρ 必须为零, 所以 $R(\rho)$ 的方程(3.147)简化为

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = 0$$

于是得 $R(\rho)$ 的解为

$$R(\rho) = C \ln \rho + D$$

所以

$$\Phi(\rho, \phi) = C \ln \rho + D \quad (3.151)$$

应用边界条件式(3.144)得到两个关于常数 C 和 D 的方程:

$$\Phi(a, \phi) = V_o = C \ln a + D \quad (3.152a)$$

$$\Phi(b, \phi) = 0 = C \ln b + D \quad (3.152b)$$

求出 C 和 D 后, $\Phi(\rho, \phi)$ 的最终结果可以写为

$$\Phi(\rho, \phi) = \frac{V_o \ln b / \rho}{\ln b / a} \quad (3.153)$$

然后场 \bar{E} 和 \bar{H} 就可以利用式(3.13)和式(3.18)求得。再后, 电压、电流和特征阻抗都可以像第2章那样确定。电介质和导体损耗引起的衰减也已在第2章中进行了处理。

3.5.2 高阶模

和平行平板波导一样, 同轴线除了 TEM 模外也支持 TE 和 TM 波导模。实际上, 这些模通常都是截止的(消逝的), 因此只是在不连续处或它们的源附近才被激励起来。但是, 实际上重要

的是要知道其最低阶波导型模式的截止频率,以避免这些模式传播。另外,两个或更多的具有不同传播常数的传播模的叠加也可能产生有害的影响。为避免高阶模的传播,同轴电缆的尺寸设置了上限;这最终又限制了同轴线的功率运行容量(见有关传输线的功率容量的兴趣点)。

我们将推导同轴线的 TE 模的解;TE₁₁模是同轴线的基模,因此是头等重要的。

对于 TE 模, $E_z = 0$, 而 H_z 满足波方程(3.112):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) h_z(\rho, \phi) = 0 \quad (3.154)$$

其中 $H_z(\rho, \phi, z) = h_z(\rho, \phi)e^{-j\beta z}$, 而 $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。这个方程的通解和 3.4 节中推导的一样,是由式(3.118)和式(3.120)的乘积给出的:

$$h_z(\rho, \phi) = (A \sin n\phi + B \cos n\phi)(C J_n(k_c \rho) + D Y_n(k_c \rho)) \quad (3.155)$$

在这种情形下, $a \leq \rho \leq b$, 所以我们没有理由去掉 Y_n 项。边界条件是

$$E_\phi(\rho, \phi, z) = 0, \quad \rho = a, b \quad (3.156)$$

利用式(3.110b)由 H_z 求得 E_ϕ 为

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi)(C J'_n(k_c \rho) + D Y'_n(k_c \rho)) e^{-j\beta z} \quad (3.157)$$

应用式(3.156)到式(3.157)得到两个方程:

$$C J'_n(k_c a) + D Y'_n(k_c a) = 0 \quad (3.158a)$$

$$C J'_n(k_c b) + D Y'_n(k_c b) = 0 \quad (3.158b)$$

因为这是一组齐次方程,所以仅当行列式为零时,才有非零解($C \neq 0, D \neq 0$)。因此,我们必须有

$$J'_n(k_c a) Y'_n(k_c b) - J'_n(k_c b) Y'_n(k_c a) = 0 \quad (3.159)$$

这是关于 k_c 的特征(或本征值)方程。满足式(3.159)的 k_c 值确定了同轴线的 TE_{nm} 模。

式(3.159)是一个超越方程,它必须对 k_c 进行数值求解。图 3.16 给出了对于不同 b/a 比和 $n=1$ 时的解的结果。实际中常用的一个近似解为

$$k_c = \frac{2}{a+b}$$

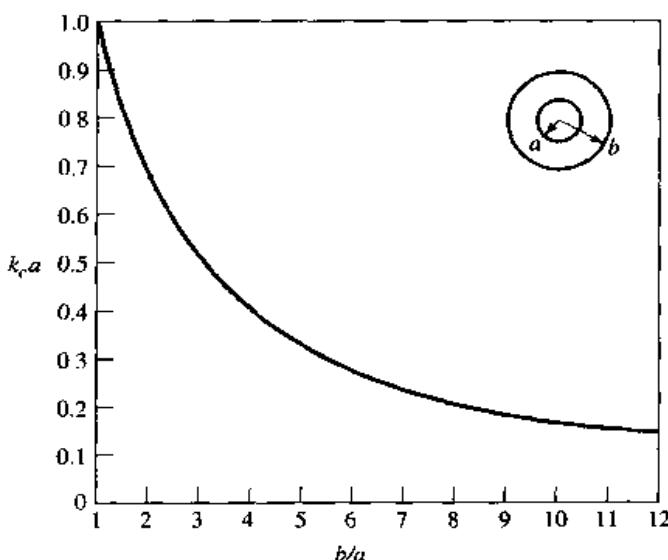


图 3.16 同轴线波导基模 TE₁₁ 的归一化截止频率

一旦 k_r 已知，传播常数或截止频率就可以确定。TM 模的解可以类似地确定；所需要的行列式方程也与式(3.159)的形式相同，只是去掉了微商。同轴线的 TEM 模和 TE₀₁ 模的场力线图示于图 3.17。

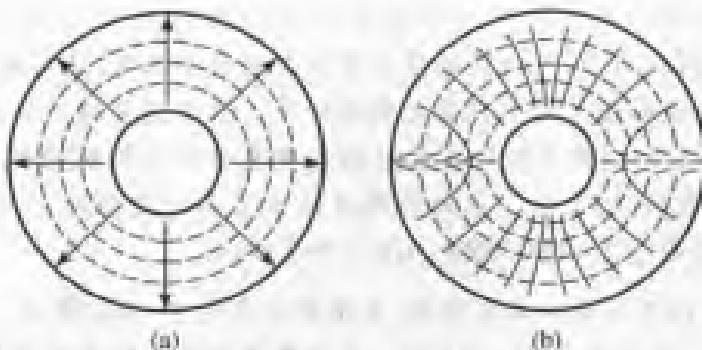


图 3.17 同轴线的场力线：(a) TEM 模；(b) TE₀₁ 模

例题 3.3 同轴线的离阶模

考虑一段 RG-142 同轴电缆， $a = 0.035 \text{ in}$ ^①， $b = 0.116 \text{ in}$ ，而电介质的 $\epsilon_r = 2.2$ 。在 TE₀₁ 波导模开始传播以前，最高的可用频率是多少？

解：

我们有

$$\frac{b}{a} = \frac{0.116}{0.035} = 3.3$$

由图 3.16, b/a 的这个值给出了 $k_r a = 0.47$ [近似结果是 $k_r a = 2/(1 + b/a) = 0.465$]。因此，TE₀₁ 模的截止频率是

$$f_c = \frac{ck_c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} = 17 \text{ GHz}$$

实际上，通常建议给出 5% 的安全余量，因此 $f_{\min} = 0.95(17 \text{ GHz}) = 16 \text{ GHz}$ 。■



① 1 in = 2.54 cm。——编者注

感兴趣点: 同轴接头

绝大多数常用的同轴线和接头都具有 $50\ \Omega$ 的特征阻抗, 但用于电视系统的同轴线的特征阻抗为 $75\ \Omega$ 。这些选择的根本原因在于, 空气填充的、特征阻抗为 $77\ \Omega$ 的同轴线具有最小的衰减(见习题 2.28), 而特征阻抗为 $30\ \Omega$ 的同轴线具有最大的功率容量(见习题 3.28)。因此, $50\ \Omega$ 的特征阻抗代表了最小衰减和最大功率容量之间的折中。对于同轴接头的要求包括低 SWR、高频率下没有高阶模工作、在连接-拆开反复操作之后的高重复性以及机械强度。接头是成对应用的, 有公头和母头(或插头或插座)之分。上面的照片给出了各种类型的广泛应用的同轴接头和适配器。从左上开始依次为 N 型、TNC、SMA、APC-7 和 2.4 mm 。

N型: 这种接头发展于 1942 年并以其发明者、贝尔实验室的 P. Neil 命名。母头的外直径大约为 0.625 in 。推荐的频率上限范围为 $11\sim18\text{ GHz}$, 具体取决于同轴线的尺寸大小。这种结实但较大的接头常常可以在较老的设备中找到。

TNC: 这是一种非常广泛的 BNC 接头的带螺纹连接的一类。其应用限制在低于 1 GHz 的频率。

SMA: 对较小、较轻的接头的需求, 导致了 20 世纪 60 年代这种接头的发展。母头的直径约为 0.250 in 。它可以应用频率高至 $18\sim25\text{ GHz}$ 的范围, 而且可能是今天应用得最广泛的微波连接器。

APC-7: 这是一种精密的接头(电缆精密接头, amphenol precision connector), 它在频率高达 18 GHz 时, 仍可重复地获得小于 1.04 的 SWR 值。接头是“无性别”的, 在内导体和外导体之间都具有对接连接。这种接头最广泛地应用于测量和仪器应用中。

2.4 mm: 对毫米波频率下接头的需求导致了两种 SMA 接头的发展。K 接头对于约 40 GHz 的频率是非常有用的, 而 2.4 mm 则用于 50 GHz 。这些接头的大小与 SMA 相似。

3.6 接地介质板上的表面波

在第 1 章中, 在阐述从一个介质分界面上全反射的平面波场时, 我们曾粗略地讨论过表面波。一般而言, 表面波可以存在于包含介质分界面的各种几何结构中。在这里, 我们讨论可以在接地介质板上激励的 TM 和 TE 表面波。可以用做表面波导的其他几何结构包括非接地的介质板、介质杆、波纹导体或介质涂敷导电杆。

典型化表面波场是指该场在远离介质表面时呈指数衰减, 但绝大部分场保存在介质里或介质表面附近。在较高的频率下, 场一般更紧密地贴近介质, 从而使这样的波导更便于实用。由于存在电介质, 表面波的相速小于真空中的光速。我们研究表面波的另一个理由是, 它们可被激励产生在某些类型的平面传输线例如微带线或槽线上。

3.6.1 TM 模

图 3.18 给出了接地介质板波导的几何结构。厚度为 d 、相对介电常数为 ϵ_r 的介质板假定在 y 和 z 方向是无限延伸的。我们将认定波传播在 $+z$ 方向并具有 $e^{-j\beta z}$ 的传播因子, 而在 y 方向无变化($\partial/\partial_y = 0$)。

由于存在两个不同的、分别含有和没有电介质的区域, 所以我们必须分别考虑这一区域中

的场,然后把在分界面两侧的切向场进行匹配。 E_z 必须满足每个区域中的波方程:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \epsilon_r k_0^2 - \beta^2\right) e_z(x, y) = 0, \quad 0 \leq x \leq d \quad (3.160a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 - \beta^2\right) e_z(x, y) = 0, \quad d \leq x < \infty \quad (3.160b)$$

其中 $E_z(x, y, z) = e_z(x, y) e^{-ikz}$ 。

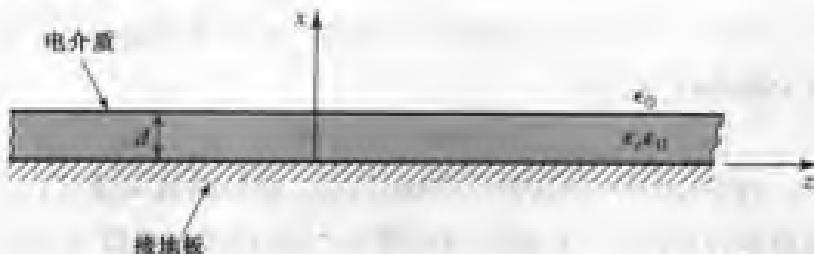


图 3.18 接地介质板的几何结构

现在,定义两个区域的截止波数为

$$k_c^2 = \epsilon_r k_0^2 - \beta^2 \quad (3.161a)$$

$$h^2 = \beta^2 - k_0^2 \quad (3.161b)$$

其中 h^2 符号的选择考虑到了当 $x > d$ 时场指数衰减。注意到两个区域应用了相同的传播常数 β 。这是为了使得切向场在 $x = d$ 的分界面上对所有的 z 值都匹配。

式(3.160)的通解是

$$e_z(x, y) = A \sin k_c x + B \cos k_c x, \quad 0 \leq x \leq d. \quad (3.162a)$$

$$e_z(x, y) = C e^{hx} + D e^{-hx}, \quad d \leq x < \infty \quad (3.162b)$$

注意,这些解无论 k_c 和 h 是实数还是虚数都是对的;由于式(3.161)选择确定,因此将得出 k_c 和 h 都是实数。

必须满足的边界条件是

$$E_z(x, y, z) = 0, \quad \text{在 } x = 0 \text{ 处} \quad (3.163a)$$

$$E_z(x, y, z) < \infty, \quad \text{当 } x \rightarrow \infty \text{ 时} \quad (3.163b)$$

$$E_z(x, y, z) \text{ 连续,} \quad \text{在 } x = d \text{ 处} \quad (3.163c)$$

$$H_y(x, y, z) \text{ 连续,} \quad \text{在 } x = d \text{ 处} \quad (3.163d)$$

由式(3.23)得出 $H_x = E_y = H_z = 0$ 。条件式(3.163a)意味着式(3.162)中的 $B = 0$ 。式(3.163b)的条件来源于离源无穷远处的场(或能量)应该是有限的要求,这表示 $C = 0$ 。 E_z 的连续性使得

$$A \sin k_c d = D e^{-hd} \quad (3.164a)$$

而式(3.23b)应用于对 H_y 的连续性时,可得

$$\frac{\epsilon_r A}{k_c} \cos k_c d = \frac{D}{h} e^{-hd} \quad (3.164b)$$

对于非零解,式(3.164)的两个方程的行列式必须为零,从而有

$$k_c \tan k_c d = \epsilon_r h \quad (3.165)$$

从式(3.161a)和式(3.161b)中消去 β 得

$$k_c^2 + h^2 = (\epsilon_r - 1)k_0^2 \quad (3.166)$$

式(3.165)和式(3.166)构成了一组联立的超越方程,对于给定的 k_0 和 ϵ_r ,可以求解出传播常数 k_c 和 h 。这些方程最好用数值求解,但是图 3.19 给出了解的图示。式(3.166)的两边同乘以 d^2 得到

$$(k_c d)^2 + (h d)^2 = (\epsilon_r - 1)(k_0 d)^2$$

它是在 $k_c d, h d$ 平面上的一个圆的方程,如图 3.19 所示。圆的半径是 $\sqrt{\epsilon_r - 1} k_0 d$, 它正比于介质板的电厚度。式(3.165)乘以 d 得到

$$k_c d \tan k_c d = \epsilon_r h d$$

它也画在图 3.19 中。这些曲线的交点表示它既是式(3.165)的解又是式(3.166)的解。可以看到, k_c 可能为正,也可能为负;从式(3.162a)可以看出,它最终改变常数 A 的符号。当 $\sqrt{\epsilon_r - 1} k_0 d$ 变大时,该圆可能与正切函数的多个分支相交,这表示有一个以上的 TM 模传播。然而,负 h 值必须除外,因为我们在应用边界条件式(3.163b)时已假定 h 为正。

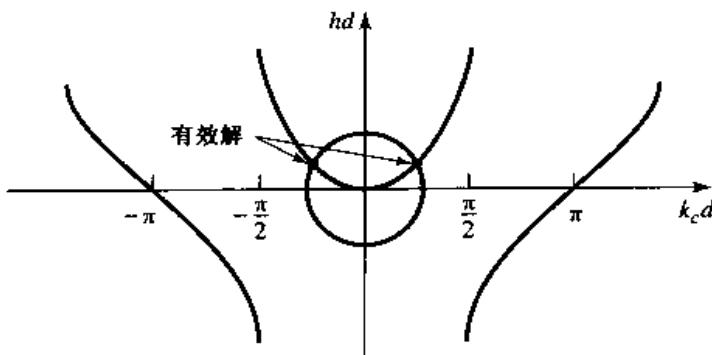


图 3.19 接地介质板 TM 表面波模截止频率的超越方程的图解

对于任何非零厚度的板,只要介电常数大于 1,就至少有一个 TM 传播模,我们将它称之为 TM_0 模。这是介质板波导的基模,而且具有零截止频率(虽然 $k_0 = 0$ 时, $k_c = h = 0$,而且所有的场都为零)。从图 3.19 可以看出,下一个 TM 模,即 TM_1 模,将不会出现,直到圆半径大于 π 为止。 TM_n 模的截止频率可以导出,具体为

$$f_c = \frac{n c}{2d\sqrt{\epsilon_r - 1}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.167)$$

一旦某个特定的表面波模的 k_c 和 h 的值已经求得,其场的表达式就可求得,具体为

$$E_z(x, y, z) = \begin{cases} A \sin k_c x e^{-j\beta z}, & 0 \leq x \leq d \\ A \sin k_c d e^{-h(x-d)} e^{-j\beta z}, & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.168a)$$

$$E_x(x, y, z) = \begin{cases} -\frac{j\beta}{k_c} A \cos k_c x e^{-j\beta z}, & 0 \leq x \leq d \\ -\frac{j\beta}{h} A \sin k_c d e^{-h(x-d)} e^{-j\beta z}, & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.168b)$$

$$H_y(x, y, z) = \begin{cases} \frac{-j\omega_0\epsilon_r}{k_c} A \cos k_c x e^{-j\beta z}, & 0 \leq x \leq d \\ \frac{-j\omega\epsilon_0}{h} A \sin k_c d e^{-h(x-d)} e^{-j\beta z}, & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.168c)$$

3.6.2 TE模

带基片的介质板波导也能支持TE模。其场 H_z 满足波方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_c^2 \right) h_z(x, y) = 0, \quad 0 \leq x \leq d \quad (3.169a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - h^2 \right) h_z(x, y) = 0, \quad d \leq x < \infty \quad (3.169b)$$

同时, $H_z(x, y, z) = h_z(x, y) e^{-j\beta z}$, k_c^2 和 h^2 由式(3.161a)和式(3.161b)定义。就像 TM 模的解一样, 式(3.169)的通解为

$$h_z(x, y) = A \sin k_c x + B \cos k_c x \quad (3.170a)$$

$$h_z(x, y) = C e^{hx} + D e^{-hx} \quad (3.170b)$$

为了满足辐射条件, 必须有 $C = 0$ 。利用式(3.19d)由 H_z 求得 E_y , 同时 $x = 0$ 时 $E_y = 0$ 得 $A = 0$, 而因为 E_y 在 $x = d$ 连续, 得方程

$$\frac{-B}{k_c} \sin k_c d = \frac{D}{h} e^{-hd} \quad (3.171a)$$

由 H_z 在 $x = d$ 处连续可得

$$B \cos k_c d = D e^{-hd} \quad (3.171b)$$

联立求解式(3.171a)和式(3.171b)得到行列式方程

$$-k_c \cot k_c d = h \quad (3.172)$$

由式(3.161a)和式(3.161b), 我们也有

$$k_c^2 + h^2 = (\epsilon_r - 1)k_0^2 \quad (3.173)$$

式(3.172)和式(3.173)必须对变量 k_c 和 h 联立求解。式(3.173)又代表了 $k_c d, hd$ 平面上的圆, 而式(3.172)可以重新写为

$$-k_c d \cot k_c d = hd$$

并画成 $k_c d, hd$ 平面上的曲线, 如图 3.20 所示。因为 h 的负值必须排除在外, 所以我们由图 3.20 看出, 第一个 TE 模要到圆的半径 $\sqrt{\epsilon_r - 1} k_0 d$ 大于 $\pi/2$ 时才开始传播。TE_n 模的截止频率于是可以求得, 具体为

$$f_c = \frac{(2n - 1)c}{4d\sqrt{\epsilon_r - 1}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.174)$$

与式(3.167)比较表明, TM_n 模和 TE_n 模的传播顺序为 TM₀, TE₁, TM₁, TE₂, TM₂, ...。

在求出 k_c 和 h 后, 可以导出场表达式, 具体为

$$H_z(x, y, z) = \begin{cases} B \cos k_c x e^{-j\beta z}, & 0 \leq x \leq d \\ B \cos k_c d e^{-h(x-d)} e^{-j\beta z}, & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.175a)$$

$$H_x(x, y, z) = \begin{cases} \frac{j\beta B}{k_c} \sin k_c x e^{-j\beta z}, & 0 \leq x \leq d \\ \frac{-j\beta B}{h} \cos k_c d e^{-h(x-d)} e^{-j\beta z}, & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.175b)$$

$$E_y(x, y, z) = \begin{cases} \frac{-j\omega\mu_0 B}{k_c} \sin k_c x e^{-j\beta z}, & 0 \leq x \leq d \\ \frac{j\omega\mu_0 B}{h} \cos k_c d e^{-h(x-d)} e^{-j\beta z}, & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.175c)$$

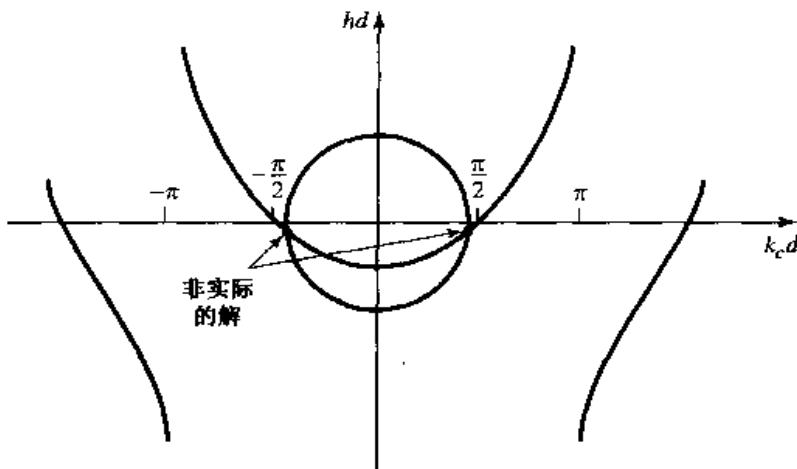


图 3.20 对 TE 表面波模的截止频率的超越方程进行图形求解, 图中画出了一个低于截止的模

例题 3.4 表面波的传播常数

计算并画出接地介质板的前三个传播的表面波模的传播常数, 其中 $\epsilon_r = 2.55$, $d/\lambda_0 = 0$ 到 1.2。

解:

前三个传播的表面波模是 TM₀ 模、TE₁ 模和 TM₁ 模。这些模的截止频率可以由式(3.167)和式(3.174)求出, 具体为

$$\text{TM}_0: f_c = 0 \implies \frac{d}{\lambda_0} = 0,$$

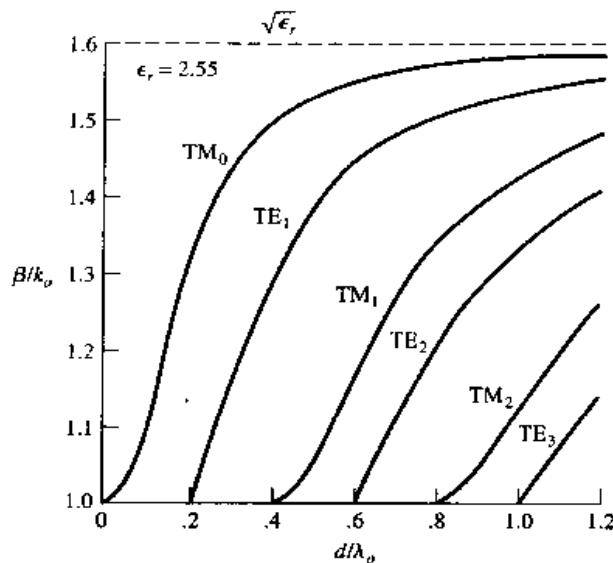
$$\text{TE}_1: f_c = \frac{c}{4d\sqrt{\epsilon_r - 1}} \implies \frac{d}{\lambda_0} = \frac{1}{(4\sqrt{\epsilon_r - 1})}$$

$$\text{TM}_1: f_c = \frac{c}{2d\sqrt{\epsilon_r - 1}} \implies \frac{d}{\lambda_0} = \frac{1}{(2\sqrt{\epsilon_r - 1})}$$

对于 TM 模, 传播常数可以由式(3.165)和式(3.166)数值求解得到, 对于 TE 模, 传播常数可以由式(3.172)和式(3.173)数值求解得到。这可以用相对简单的求根算法来实现(见有关求根算法的感兴趣的点); 其结果已画于图 3.21。 ■

感兴趣点: 求根算法

在通贯本书的若干例子中, 我们都需要数值求解超越方程的根, 因此对于两种相对简单但是有效的算法进行综述也许是有用的。这两种方法都容易程序化。

图 3.21 $\epsilon_r = 2.55$ 的接地介质板的表面波传播常数

在区间半分法中,首先把方程 $f(x) = 0$ 的根考虑在两个值 x_1 和 x_2 之间。这两个值常常可以根据所考虑的问题估计出来。若在 x_1 和 x_2 之间只存在单个根,则 $f(x_1)f(x_2) < 0$ 。然后,对分 x_1 和 x_2 之间的间隔得到根的一个估计值 x_3 。因此,

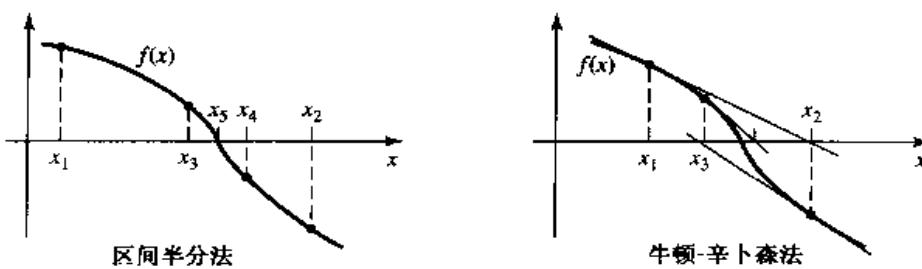
$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

若 $f(x_1)f(x_3) < 0$,则根必定在间隔 $x_1 < x < x_3$ 之中;若 $f(x_3)f(x_2) < 0$,则根必定在间隔 $x_3 < x < x_2$ 之中。新的估计值就可以通过对分相应的间隔得到,重复这一过程,直到根的位置在所需精度内确定下来。下图给出了这一算法的几次迭代过程。

牛顿-辛卜森(Newton-Raphson)法以 $f(x) = 0$ 的根的某个估计值 x_1 开始,然后新的估计值 x_2 可以由公式

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

算出,其中 $f'(x_1)$ 是 $f(x)$ 在 x_1 的导数。这个结果很容易由 $f(x)$ 在 $x = x_1$ 附近的二项泰勒级数展开式 $f(x) = f(x_1) + (x - x_1)f'(x_1)$ 得到。它也可以通过几何插值得到:以 $f(x)$ 在 $x = x_1$ 点的相同斜率拟合一直线,该直线与 x 轴相交于 $x = x_2$,如下图所示。重复应用上述公式得到根的修正估计值。收敛通常快于区间半分法,但缺点在于需要求 $f(x)$ 的导数;这通常可通过数值计算得到。牛顿-辛卜森法容易应用于根是复数的情况(例如求具有损耗的传输线或波导的传播常数时就会发生这种情况)。



3.7 带状线

现在我们考虑一种平面传输线——带状线,它非常适合于微波集成电路和光刻加工制造。一种带状线的几何结构画示图 3.22(a)。一条宽度为 w 的薄导体带放置在两块相距为 b 的宽导体接地平面之间的中部,两个接地平面之间的整个空间填充有电介质。实际上,带状线通常是在中心导体蚀刻在厚度为 $b/2$ 的有接地平面基片上,然后覆盖上另一个相同厚度的有接地平面基片而构成的。带状线电路的一个例子示于图 3.23 中。

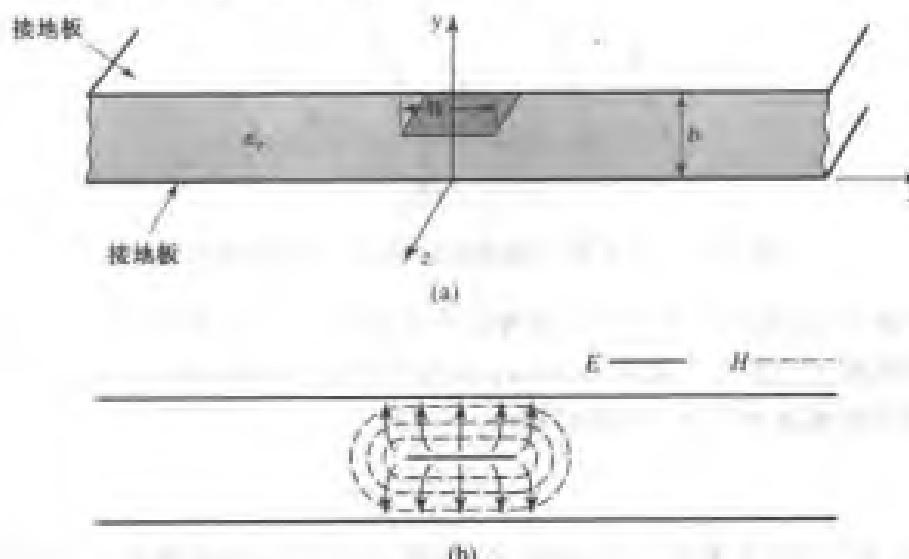


图 3.22 带状线传输线:(a)几何结构;(b)电力线和磁力线

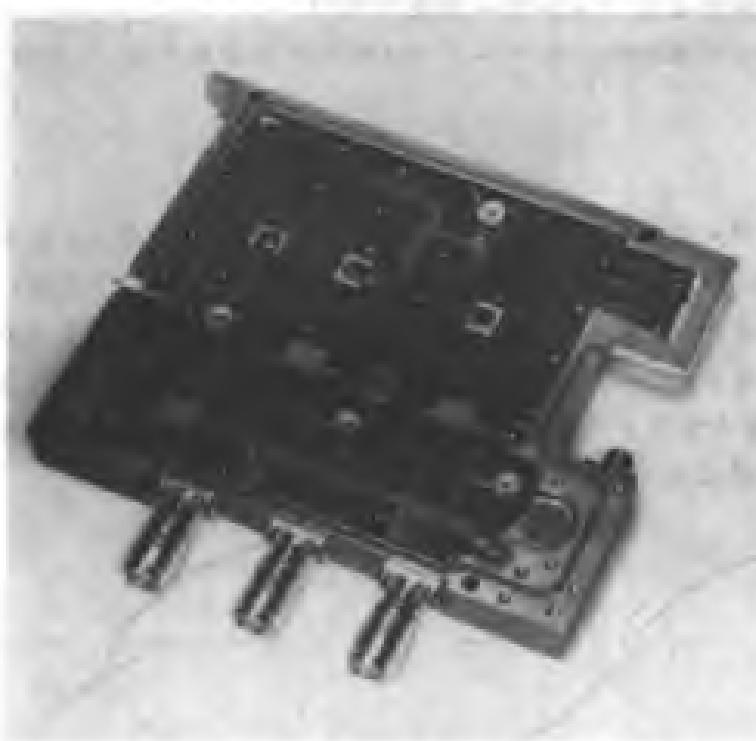


图 3.23 一个带状线电路组件的照片,图中显示了四个正交混合网络,开路可调短截线以及同轴转换接头。承蒙 Harlan Howe, Jr., M/A-COM 公司同意应用该图

因为带状线有两块导体和均匀电介质, 所以它能支持 TEM 波, 而且这正是它工作的通常模式。然而与平行平板波导和同轴线相似, 带状线也能支持高阶 TM 模和 TE 模, 但这些模式在实际中经常是要避免的(这些模式可以采用地平面之间的短路螺钉以及把两平面之间的间隔限制到小于 $\lambda/4$ 来抑制)。直观上, 我们可以把带状线想像成一段“展平”的同轴线——它们都具有完全被外导体包围的中心导体以及均匀填充的电介质。带状线场力线的示意图已画在图 3.22(b) 中。对于带状线, 我们的主要困难在于它不能像传输线和波导那样进行简单的分析。因为我们基本上只集中于带状线的 TEM 模, 所以采用静电分析就足以给出传播常数和特征阻抗。拉普拉斯方程的精确解可以通过保角变换法(conformal mapping approach)获得^[6], 但是其过程和结果是相当麻烦的。因此, 我们将给出闭合形式的表达式, 它是精确结果的良好近似, 然后讨论求解类似带状线几何结构的拉普拉斯方程的近似数值技术; 这一技术也将应用于后面一节的微带线。

3.7.1 传播常数、特征阻抗和衰减的公式

由 3.1 节我们知道 TEM 模的相速由

$$v_p = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = c/\sqrt{\epsilon_r} \quad (3.176)$$

给出, 因此, 带状线的传播常数为

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_r} k_0 \quad (3.177)$$

在式(3.176)中, $c = 3 \times 10^8$ m/s 是真空光速。传输线的特征阻抗由

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \frac{1}{v_p C} \quad (3.178)$$

给出, 其中 L 和 C 是传输线单位长度的电感和电容。因此, 若我们知道 C , 则可以求得 Z_0 。如上所述, 拉普拉斯方程可以用保角变换法求解, 从而求得带状线的单位长度的电容。然而, 得到的解包括有复杂的特殊函数^[6], 所以, 对于实际的计算, 已经通过对于精确解的曲线拟合得到了简单的公式^{[6], [7]}。对于特征阻抗, 得到的公式是

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{b}{W_e + 0.441b} \quad (3.179a)$$

其中 W_e 是中心导体的有效宽度, 它由

$$\frac{W_e}{b} = \frac{W}{b} - \begin{cases} 0, & \frac{W}{b} > 0.35 \\ (0.35 - W/b)^2, & \frac{W}{b} < 0.35 \end{cases} \quad (3.179b)$$

给出。这些公式假定带的厚度为零, 而得到的精度为精确结果的 1%。由式(3.179)可以看出, 特征阻抗随带的宽度 W 的增加而减小。

当设计带状线电路时, 人们通常需要对于给定的特征阻抗(以及高度 b 和介电常数 ϵ_r)求得带的宽度, 这就需要式(3.179)的逆公式。这个公式已经求得为

$$\frac{W}{b} = \begin{cases} x, & \sqrt{\epsilon_r} Z_0 < 120 \\ 0.85 - \sqrt{0.6 - x}, & \sqrt{\epsilon_r} Z_0 > 120 \end{cases} \quad (3.180a)$$

其中,

$$x = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r} Z_0} - 0.441 \quad (3.180b)$$

因为带状线是 TEM 型的传输线, 所以其来源于电介质损耗的衰减与其他 TEM 传输线的形式相同, 由式(3.30)给出。来源于导体损耗的衰减可以用微扰法或惠勒增量电感定律求得。一个近似结果为

$$\alpha_c = \begin{cases} \frac{2.7 \times 10^{-3} R_s \epsilon_r Z_0}{30\pi(b-t)} A, & \sqrt{\epsilon_r} Z_0 < 120 \\ \frac{0.16 R_s}{Z_0 b} B, & \sqrt{\epsilon_r} Z_0 > 120 \end{cases} \text{Np/m} \quad (3.181)$$

其中,

$$A = 1 + \frac{2W}{b-t} + \frac{1}{\pi} \frac{b+t}{b-t} \ln \left(\frac{2b-t}{t} \right)$$

$$B = 1 + \frac{b}{(0.5W+0.7t)} \left(0.5 + \frac{0.414t}{W} + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{4\pi W}{t} \right)$$

这里 t 是带的厚度。

例题 3.5 带状线设计

对于 50Ω 的铜导体带状线, $b = 0.32 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 2.20$, 求线的宽度。若电介质的损耗角正切为 0.001, 工作频率为 10 GHz, 计算单位为 dB/ λ 的衰减, 假定导体的厚度为 $t = 0.01 \text{ mm}$ 。

解:

因为 $\sqrt{\epsilon_r} Z_0 = \sqrt{2.2}(50) = 74.2 < 120$ 和 $x = 30\pi/(\sqrt{\epsilon_r} Z_0) - 0.441 = 0.830$, 所以式(3.180)给出了宽度为 $W = bx = (0.32)(0.830) = 0.266 \text{ cm}$ 。在 10 GHz, 波数为

$$k = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} = 310.6 \text{ m}^{-1}$$

由式(3.30)得介电衰减为

$$\alpha_d = \frac{k \tan \delta}{2} = \frac{(310.6)(0.001)}{2} = 0.155 \text{ Np/m}$$

在 10 GHz 下铜的表面电阻为 $R_s = 0.026 \Omega$ 。于是, 由式(3.181)得出导体的衰减为

$$\alpha_c = \frac{2.7 \times 10^{-3} R_s \epsilon_r Z_0 A}{30\pi(b-t)} = 0.122 \text{ Np/m}$$

因为 $A = 4.74$ 。总的衰减常数为

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_c = 0.277 \text{ Np/m}$$

以 dB 为单位, 为

$$\alpha(\text{dB}) = 20 \lg e^\alpha = 2.41 \text{ dB/m}$$

在 10 GHz, 在带状线上的波长为

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r} f} = 2.02 \text{ cm}$$

所以, 用波长来表示的衰减为

$$\alpha(\text{dB}) = (2.41)(0.0202) = 0.049 \text{ dB}/\lambda$$

3.7.2 近似的静电解

微波工程的很多实际问题是非常复杂的,不可能得到直接的解析解,因而需要某些数值方法。因此,对于学生而言,知道这些技术是非常有用的;我们将在本书中的适当位置介绍这些方法,现在介绍带状线特征阻抗的数值求解方法。

我们知道,带状线中 TEM 模的场在两平行平板之间的区域必须满足拉普拉斯方程(3.11)。图 3.22(a)中的实际带状线结构扩展至 $\pm\infty$,这使分析更为困难。由图 3.22(b)中画出的场力线看,我们猜想场力线不需扩展到远离中心导体很远的地方。因此,我们可以简化几何结构,即在一定距离之外,例如 $|x| > a/2$ 处,在侧面放置两个金属壁来截断平板。这样,我们将要分析的几何结构看起来就像图 3.24 所示的那样,其中 $a \gg b$,使围绕中心导体的场不受侧壁的干扰。然后,我们就有了一个封闭的有限区域。其中的电势 $\Phi(x, y)$ 满足拉普拉斯方程

$$\nabla_y^2 \Phi(x, y) = 0, \quad |x| \leq a/2, \quad 0 \leq y \leq b \quad (3.182)$$

及边界条件

$$\Phi(x, y) = 0, \quad \text{在 } x = \pm a/2 \text{ 处} \quad (3.183a)$$

$$\Phi(x, y) = 0, \quad \text{在 } y = 0, b \text{ 处} \quad (3.183b)$$

拉普拉斯方程可以用分离变量法求解。因为位于 $y = b/2$ 处的中心导体上存在表面电荷密度,所以 $\bar{D} = -i_0 \epsilon \nabla_x \Phi$ 在 $y = b/2$ 处是不连续的,故必须对 $0 < y < b/2$ 和 $b/2 < y < b$ 分别求 $\Phi(x, y)$ 的解。 $\Phi(x, y)$ 在这两个区域的通解可以写为

$$\Phi(x, y) = \begin{cases} \sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi y}{a}, & 0 \leq y \leq b/2 \\ \sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} B_n \cos \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi}{a} (b-y), & b/2 \leq y \leq b \end{cases} \quad (3.184)$$

在这个解中,只需要奇数项 n ,因为解是 x 的偶函数。读者可以通过代入法证明式(3.184)满足两个区域的拉普拉斯方程和边界条件式(3.183)。

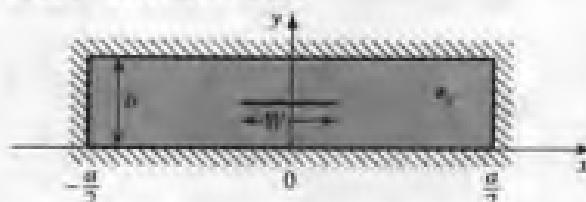


图 3.24 封闭带状线的几何结构

电势在 $y = b/2$ 处必须连续,因此由式(3.184)又可以导出

$$A_n = B_n \quad (3.185)$$

余下的一组常数 A_n 可以通过求解中心导体带上的电荷密度得到。因为 $E_y = -\partial \Phi / \partial y$,所以我们有

$$E_y = \begin{cases} -\sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} A_n \left(\frac{n\pi}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \cosh \frac{n\pi y}{a}, & 0 \leq y \leq b/2 \\ \sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} A_n \left(\frac{n\pi}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \cosh \frac{n\pi}{a} (b-y), & b/2 \leq y \leq b \end{cases} \quad (3.186)$$

$y = b/2$ 处的带上的表面电荷密度为

$$\begin{aligned}\rho_s &= D_z(x, y = b/2^+) - D_z(x, y = b/2^-) \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r [E_y(x, y = b/2^+) - E_y(x, y = b/2^-)] \\ &= 2\epsilon_0 \epsilon_r \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \left(\frac{n\pi}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \cosh \frac{n\pi b}{2a}\end{aligned}\quad (3.187)$$

可以看出表面电荷密度 ρ_s 是 x 的傅里叶级数。若我们知道表面电荷密度，则能容易地求出未知常量 A_n ，然后求得电容。我们不知道表面电荷密度的精确值，但我们可以做出一个很好的猜测，即把它近似为分布在在整个带的宽度上的一个常数：

$$\rho_s(x) = \begin{cases} 1, & |x| < W/2 \\ 0, & |x| > W/2 \end{cases} \quad (3.188)$$

令它与式(3.187)相等，并应用 $\cos(n\pi x/a)$ 函数的正交性质，得到常数 A_n 为

$$A_n = \frac{2a \sin(n\pi W/2a)}{(n\pi)^2 \epsilon_0 \epsilon_r \cosh(n\pi b/2a)} \quad (3.189)$$

与下导体相联系的中心带上的电压为

$$V = - \int_0^{b/2} E_y(x = 0, y) dy = \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \sinh \frac{n\pi b}{2a} \quad (3.190)$$

中心导体上单位长度的总电荷为

$$Q = \int_{-W/2}^{W/2} \rho_s(x) dx = W \text{ C/m} \quad (3.191)$$

因此，带状线上的单位长度电容为

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{W}{\sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{2a \sin(n\pi W/2a) \sinh(n\pi b/2a)}{(n\pi)^2 \epsilon_0 \epsilon_r \cosh(n\pi b/2a)}} \text{ Fd/m} \quad (3.192)$$

于是，可求得特征阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \frac{1}{v_p C} = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{c C}$$

其中 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。

例题 3.6 带状线参数的数值计算

对于 $\epsilon_r = 2.55$ 和 $a = 100b$ 的带状线，计算上述表达式，从而求得 $W/b = 0.25$ 到 5.0 的特征阻抗。把它与式(3.179)的结果进行比较。

解：

我们编写了一个计算机程序来计算式(3.192)。级数截断到 500 项，结果如下。

W/b	数值计算式(3.192)	公式计算式(3.179)
0.25	98.8 Ω	86.6 Ω
0.50	73.3	62.7
1.0	49.0	41.0
2.0	28.4	24.2
3.5	16.8	15.0
5.0	11.8	10.8

我们看到,结果与封闭形式的式(3.179)的结果合理地一致,特别是对于较宽的带。若电荷密度 ρ_0 采用更精确的估计值,则可能得到更好的结果。■

3.8 微带线

微带线是一种最流行的平面传输线,主要是因为它可以用照相印制工艺来加工,而且它容易与其他无源和有源的微波器件集成。微带线的几何结构示于图 3.25(a)。宽度为 W 的导体印制在薄的、厚度为 d 、相对介电常数为 ϵ_r 的接地电介质基片上;其场力线的示意图绘于图 3.25(b)。

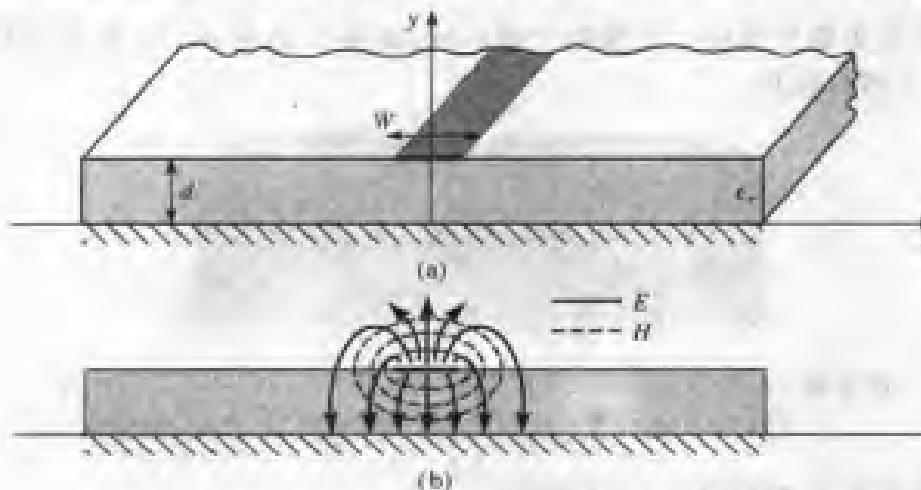


图 3.25 微带传输线:(a)几何结构;(b)电力线和磁力线

若电介质不存在($\epsilon_r = 1$),则我们可以把这个传输线想像成一个双线传输线,它由宽度为 W 、分开距离为 $2d$ 的两个平的带状导体组成(根据镜像理论接地平面可以拉开)。在这种情形下,我们应该有一个简单的 TEM 传输线,其 $v_p = c, \beta = k_0$ 。

电介质的存在,特别是电介质没有填充带的上边的区域($y > d$)的实际情况,使得微带线的行为和分析复杂化。与带状线不同,在那里所有的场都包含在均匀的电介质区域,而在基片上方的空气区域只有少部分场力线。由于这个缘故,微带线不能支持纯的 TEM 波,因为在电介质区域的 TEM 场的相速应该是 $c/\sqrt{\epsilon_r}$,但是空气区域中的 TEM 场的相速却是 c 。这样,在电介质-空气分界面上不可能实现 TEM 的波的相位匹配。

实际上,微带线的严格场解是由混合 TM-TE 波组成的,它需要比我们目前具有的更为先进的分析技术。然而,在绝大多数实际应用中,电介质基片是非常电薄的($d \ll \lambda$),因此,其场是准 TEM 的。换言之,场基本上与静态情形时相同。因此相速、传播常数和特征阻抗可以由静态或准静态解获得。然后,相速和传播常数可以表达成

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.193)$$

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_r} \quad (3.194)$$

其中 ϵ_r 是微带线的有效介电常数。因此,部分场线在电介质区域,部分场线在空气区域,所以有效介电常数满足关系

$$1 < \epsilon_r < \epsilon_0$$

并依赖于基片厚度 d 和导体宽度 W 。

首先,我们将给出微带线的有效介电常数和特征阻抗的设计公式;这些结果是对严格的准静态解的曲线做拟合近似^{[8],[9]}。然后,我们将粗略给出微带线的单位长度电容的数值求解方法(类似于上一节中我们对带状线所使用的方法)。

3.8.1 有效介电常数、特征阻抗和衰减的计算公式

微带线的有效介电常数可以解释为一个均匀媒质的介电常数,

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12d/W}} \quad (3.195)$$

这个均匀媒质取代了微带线的空气和电介质区域,如图 3.26 所示。于是相速和传播常数由式(3.193)和式(3.194)给出。



图 3.26 准 TEM 微带线的等效几何结构,其中厚度为 d 、相对介电常数为 ϵ_r 的电介质板被相对有效介电常数为 ϵ_e 的均匀媒质取代

给定微带线的尺寸,特征阻抗可以计算为

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln \left(\frac{8d}{W} + \frac{W}{4d} \right), & W/d \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e} [W/d + 1.393 + 0.667 \ln(W/d + 1.444)]}, & W/d \geq 1 \end{cases} \quad (3.196)$$

对于给定的特征阻抗 Z_0 和介电常数 ϵ_r ,比值 W/d 可以求得为

$$\frac{W}{d} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2}, & W/d < 2 \\ \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right], & W/d > 2 \end{cases} \quad (3.197)$$

其中,

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

若把微带线考虑成一个准 TEM 线,则源于介电损耗的衰减可以确定为

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_r - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_r (\epsilon_r - 1)}} \text{ Np/m} \quad (3.198)$$

其中 $\tan \delta$ 是介质的损耗角正切。这个结果是由式(3.30)通过乘以“填充因子”

$$\frac{\epsilon_r (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r (\epsilon_r - 1)}$$

导出的,它考虑了围绕微带线的场部分在空气中(无耗)、部分在介质中这一事实。源于导体损耗的衰减近似地由^[8]

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W} \text{ Np/m} \quad (3.199)$$

给出,其中 $R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$ 是导体的表面电阻。对于绝大多数微带基片,导体损耗比介电损耗更为重要;然而,某些半导体基片可能除外。

例题 3.7 微带设计

计算微带线的宽度和长度,要求在 2.5 GHz 有 50Ω 特征阻抗和 90° 相移。基片厚度为 $d = 0.127 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 2.20$ 。

解:

首先,我们对于 $Z_0 = 50 \Omega$,求 W/d ,初始猜测 $W/d > 2$ 。由式(3.197)得

$$B = 7.985, \quad W/d = 3.081$$

所以 $W/d > 2$;否则我们将用 $W/d < 2$ 的表达式。然后得 $W = 3.081d = 0.391 \text{ cm}$ 。由式(3.195)得有效介电常数为

$$\epsilon_e = 1.87$$

对于 90° 相移,线长度 ℓ 求得为

$$\begin{aligned} \phi &= 90^\circ = \beta\ell = \sqrt{\epsilon_e}k_0\ell \\ k_0 &= \frac{2\pi f}{c} = 52.35 \text{ m}^{-1} \\ \ell &= \frac{90^\circ(\pi/180^\circ)}{\sqrt{\epsilon_e}k_0} = 2.19 \text{ cm} \end{aligned}$$

■

3.8.2 近似的静电解

现在,我们来考察微带线的近似静电解,以便如式(3.195)至式(3.197)所示的设计公式的出现完全不再神秘。这个分析与前一节中对带状线所做出的分析非常相似。与那里的分析一样,把两导电侧壁放置在微带线两侧是方便的,如图 3.27 所示。侧壁放置在 $x = \pm a/2$ 处,其中 $a \gg d$,所以壁不会影响位于带状导体周围的场力线。这样,我们就可以求解两侧壁之间区域的拉普拉斯方程

$$\nabla_x^2 \Phi(x, y) = 0, \quad |x| \leq a/2, \quad 0 \leq y < \infty \quad (3.200)$$

和边界条件

$$\Phi(x, y) = 0, \quad \text{在 } x = \pm a/2 \text{ 处} \quad (3.201a)$$

$$\Phi(x, y) = 0, \quad \text{在 } y = 0, \infty \text{ 处} \quad (3.201b)$$

因为存在由空气/电介质分界面定义的两个区域,在金属带上有电荷不连续性,所以在这些区域分别有 $\Phi(x, y)$ 的表达式。采用分离变量法求解式(3.200),并利用边界条件式(3.201a,b),得到通解为

$$\Phi(x, y) = \begin{cases} \sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi y}{a}, & 0 \leq y \leq d \\ \sum_{n=1, \text{ odd}}^{\infty} B_n \cos \frac{n\pi x}{a} e^{-n\pi y/a}, & d \leq y < \infty \end{cases} \quad (3.202)$$

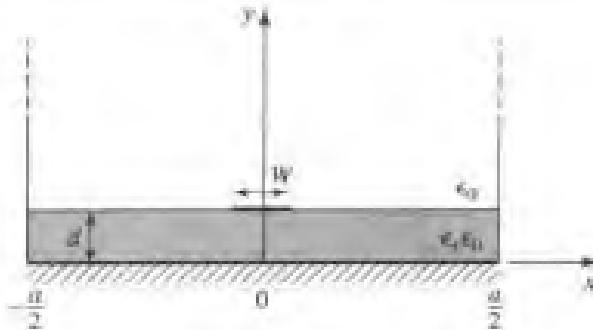


图 3.27 具有导电侧壁的微带线的几何结构

现在电势在 $y = d$ 处必须连续, 所以由式(3.202)我们有

$$A_n \sinh \frac{n\pi d}{a} = B_n e^{-n\pi d/a} \quad (3.203)$$

因而 $\Phi(x, y)$ 可以写为

$$\Phi(x, y) = \begin{cases} \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi y}{a}, & 0 \leqslant y \leqslant d \\ \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi d}{a} e^{-n\pi(y-d)/a}, & d \leqslant y < \infty \end{cases} \quad (3.204)$$

余下的常数 A_n 可以通过考虑带上的表面电荷密度求得。首先我们求 $E_y = -\partial\Phi/\partial_y$:

$$E_y = \begin{cases} -\sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \left(\frac{n\pi}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \cosh \frac{n\pi y}{a}, & 0 \leqslant y < d \\ \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \left(\frac{n\pi}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi d}{a} e^{-n\pi(y-d)/a}, & d \leqslant y < \infty \end{cases} \quad (3.205)$$

然后, 在 $y = d$ 处的表面电荷密度为

$$\begin{aligned} \rho_s &= D_y(x, y = d^+) - D_y(x, y = d^-) \\ &= \epsilon_0 E_y(x, y = d^+) - \epsilon_0 \epsilon_r E_y(x, y = d^-) \\ &= \epsilon_0 \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \left(\frac{n\pi}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \left[\sinh \frac{n\pi d}{a} + \epsilon_r \cosh \frac{n\pi d}{a} \right] \end{aligned} \quad (3.206)$$

可以看出, 表面电荷密度 ρ_s 是 x 的傅里叶级数。与带状线的情况一样, 我们可以把微带线的电荷密度用均匀分布来近似:

$$\rho_s(x) = \begin{cases} 1, & |x| < W/2 \\ 0, & |x| > W/2 \end{cases} \quad (3.207)$$

令式(3.207)等于式(3.206)并利用函数 $\cos n\pi x/a$ 的正交性得到常数 A_n 为

$$A_n = \frac{4a \sin n\pi W/2a}{(n\pi)^2 \epsilon_0 [\sinh(n\pi d/a) + \epsilon_r \cosh(n\pi d/a)]} \quad (3.208)$$

带与接地平面之间的电压为

$$V = - \int_0^d E_y(x = 0, y) dy = \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} A_n \sinh \frac{n\pi d}{a} \quad (3.209)$$

中心带上单位长度的总电荷为

$$Q = \int_{-W/2}^{W/2} \rho_s(x) dx = W \text{ C/m} \quad (3.210)$$

因此,微带线单位长度的静态电容为

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{1}{\sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{4a \sin(n\pi W/2a) \sinh(n\pi d/a)}{(n\pi)^2 W \epsilon_0 [\sinh(n\pi d/a) + \epsilon_r \cosh(n\pi d/a)]}} \quad (3.211)$$

现在,为了求得有效介电常数,我们考虑两种电容情况:

令 C 表示具有电介质基片($\epsilon_r \neq 1$)的微带线的单位长度电容

令 C_o 表示填充有空气($\epsilon_r = 1$)的微带线的单位长度电容

因为电容与围绕导体的区域的均匀填充材料的介电常数成正比,所以我们有

$$\epsilon_e = \frac{C}{C_o} \quad (3.212)$$

因此,式(3.212)就可以通过两次计算式(3.211)来获得;一次利用 ϵ_r 等于基片的介电常数(对于 C),而另一次利用 $\epsilon_r = 1$ (对于 C_o)。于是特征阻抗为

$$Z_0 = \frac{1}{v_p C} = \frac{\sqrt{\epsilon_e}}{c C} \quad (3.213)$$

其中 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。

例题 3.8 微带线参数的数值计算

对于具有 $\epsilon_r = 2.55$ 的基片的微带线,计算上述表达式。对于 $W/d = 0.5$ 到 10.0 ,计算有效介电常数和特征阻抗,并把它们与由式(3.195)和式(3.196)计算的结果相比较。令 $a = 100d$ 。

解:

我们已编写了一个计算机程序,分别用 $\epsilon = \epsilon_0$ 和 $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ 来计算式(3.211)。然后利用式(3.212)来计算有效介电常数 ϵ_e ,利用式(3.213)来计算特征阻抗 Z_0 。级数截断到 50 项为止,计算结果列于下表。

W/d	数值解		公式解	
	ϵ_e	$Z_0(\Omega)$	ϵ_e	$Z_0(\Omega)$
0.5	1.977	100.9	1.938	119.8
1.0	1.989	94.9	1.990	89.8
2.0	2.036	75.8	2.068	62.2
4.0	2.179	45.0	2.163	39.3
7.0	2.287	29.5	2.245	25.6
10.0	2.351	21.7	2.198	19.1

两种结果符合得相当好,但对带上的电荷密度采用更好的估计值可以得到更好的结果。

3.9 横向谐振法

根据 3.1 节给出的麦克斯韦方程关于 TE 波和 TM 波的通解,一个均匀的波导结构总是具有形如

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (3.214)$$

的传播常数,其中 $k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ 是波导的截止波数,且对于给定的模式,它是由波导截面几何形状确定的函数。因此,若我们知道 k_c ,则能确定波导的传播常数。在前面几节中,我们曾通过在波导中求解波方程,并根据恰当的边界条件来确定过 k_c ;这种方法是非常有效和普通的,但是对于复杂的波导,特别是介质层存在时,可能是复杂的。此外,波方程的解给出了波导内完整的场描述,这比我们实际需要的信息多得多,若我们仅对波导的传播常数感兴趣的话。横向谐振法利用波导横截面的传输线模式,给出更为简单和更为直接的截止频率的结果。这是电路和传输线理论可以用来简化场理论解的另一个例子。

横向谐振处理方法基于波导截止时,场在波导横截面内形成驻波这一事实,正如我们在 3.2 中讨论的波导模的“弹跳平面波”解释那样。这种情况可以用工作在谐振下的等效传输线电路来模拟。这种谐振传输线的条件之一是在线上任意点向两个方向看去的输入阻抗之和必须为零。即

$$Z'_{in}(x) + Z''_{in}(x) = 0, \quad \text{对所有 } x \quad (3.215)$$

其中, $Z'_{in}(x)$ 和 $Z''_{in}(x)$ 分别为在谐振线上的 x 点向右方和向左方看去的输入阻抗。

横向谐振法只能给出波导截止频率的结果。若需要场或导体损耗引起的衰减,则必须由完整的场理论求解。现在,我们将用一个例子来阐明横向谐振法。

3.9.1 部分加载矩形波导的 TE_{0n} 模

当波导包含介质时,横向谐振法特别有用,因为用场理论方法求解联立代数方程所必须的介质分界面的边界条件可以很容易地处理成不同传输线段的接合。作为一个例子,考虑一个部分填充介质的矩形波导,如图 3.28 所示。为了求得 TE_{0n} 模的截止频率,可以应用图中所示的等效横向谐振电路。 $0 < y < t$ 之间的线代表波导的介质填充部分,具有横向传播常数 k_{yd} ,而 TE 模的特征阻抗由

$$Z_d = \frac{k\eta}{k_{yd}} = \frac{k_0\eta_0}{k_{yd}} \quad (3.216a)$$

给出,其中 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ 。对于 $t < y < b$,波导是空气填充的,具有横向传播常数 k_{ya} ,等效特征阻抗由

$$Z_a = \frac{k_0\eta_0}{k_{ya}} \quad (3.216b)$$

给出。应用条件(3.215)得

$$k_{ya} \tan k_{yd}t + k_{yd} \tan k_{ya}(b-t) = 0 \quad (3.217)$$

这个方程包含两个未知量 k_{ya} 和 k_{yd} 。附加的方程可以由以下事实得出:因为在介质分界面上切

向场满足相位匹配,所以两个区域的纵向传播常数 β 必定相同。因此,当 $k_x=0$ 时,

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_{yd}^2} = \sqrt{k_0^2 - k_{va}^2}$$

或

$$\epsilon_r k_0^2 - k_{yd}^2 = k_0^2 - k_{va}^2 \quad (3.218)$$

式(3.127)和式(3.128)可以通过数值或作图求解得到 k_{yd} 和 k_{va} 。将有无穷多个解,这些解对应于TE_{0n}模的 n (y 方向的变化数)。

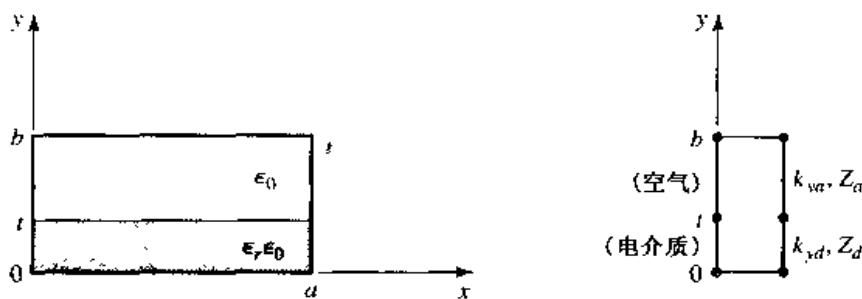


图 3.28 部分填充电介质的矩形波导及横向谐振等效电路

3.10 波速和色散

到现在为止,我们已经见过与电磁波传播相关的两种类型的速度:

- 光在媒质中的速度($1/\sqrt{\mu\epsilon}$)
- 相速($v_p = \omega/\beta$)

光在媒质中的速度是平面波在那种媒质中的传播速度,而相速是常数相位点行进的速度。对于TEM平而波,这两种速度是一致的,但是对于其他类型的导波传播,相速可能大于或小于光速。

若传输线和波导的相速和衰减是不随频率变化的常数,则包含多个频率分量的信号的相位将不会畸变。若相速因频率不同而不同,则各个频率分量在沿传输线或波导传播时将不再保持它们原始的相位关系,这样就产生了信号畸变。这种效应称为色散(dispersion),因为不同的相速使得“较快”的波在相位上领先“较慢”的波,因而初始的相位关系将在信号沿传输线传播时逐渐分散开来。在这种情况下,作为信号整体不拥有单一的相速。然而,若信号带宽相对较小,或者说若色散不严重,则可以有意义地定义群速(group velocity)。这个速度可以用来描述信号传播的速度。

3.10.1 群速

如上所述,群速的物理解释是窄带信号传播的速度。我们将通过考虑时域信号 $f(t)$ 来导出群速与传播常数的关系。时域信号的傅里叶变换定义为

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.219a)$$

而逆变换为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.219b)$$

现在,考虑一个传输线或波导,信号 $f(t)$ 作为一个线性系统在其中传播,传输函数 $Z(\omega)$ 将线的输出 $F_o(\omega)$ 与输入 $F(\omega)$ 联系起来,如图 3.29 所示。因此,

$$F_o(\omega) = Z(\omega)F(\omega) \quad (3.220)$$

对于无耗、匹配的传输线或波导,传输函数 $Z(\omega)$ 可以表示为

$$Z(\omega) = A e^{-j\beta z} = |Z(\omega)|e^{-j\psi} \quad (3.221)$$

其中 A 是常数, β 是线或波导的传播常数。于是输出信号的时域表达式 $f_o(t)$ 可以表示为

$$f_o(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) |Z(\omega)| e^{j(\omega t - \psi)} d\omega \quad (3.222)$$

现在,若 $|Z(\omega)| = A$ 是常量,而且 $Z(\omega)$ 的相位 ψ 是 ω 的线性函数,例如 $\psi = \alpha\omega$,则输出可以表示为

$$f_o(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A F(\omega) e^{j\omega(t-a)} d\omega = A f(t-a) \quad (3.223)$$

可以看出,除了振幅因子 A 和时间相移 a 以外,它是 $f(t)$ 的复制品。因此,形式为 $Z(\omega) = A e^{-j\alpha\omega}$ 的传输函数不会改变输入信号。无耗的 TEM 波具有传播常数 $\beta = \omega/c$, 它就是这种形式,因此 TEM 线是无色散的,它不会产生信号畸变。然而,若 TEM 线是有耗的,衰减可能是频率的函数,这就可能导致信号畸变。

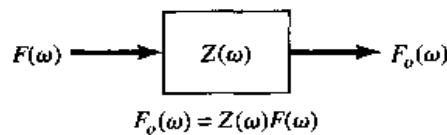


图 3.29 传输线或波导可看做是有传输函数 $Z(\omega)$ 的线性系统

现在,考虑一个窄带输入信号,该信号具有形式

$$s(t) = f(t) \cos \omega_0 t = \operatorname{Re} \{ f(t) e^{j\omega_0 t} \} \quad (3.224)$$

它代表一个频率为 ω_0 的振幅调制的载波。假定 $f(t)$ 的最高频率分量是 ω_m , 其中 $\omega_m \ll \omega_0$ 。 $s(t)$ 的傅里叶变换 $S(\omega)$ 是

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega_0 t} e^{j\omega t} dt = F(\omega - \omega_0) \quad (3.225)$$

其中我们已经用到了式(3.224)表示的输入信号的复数形式。然后,我们需要取输出逆变换的实部来得到时域输出信号。 $F(\omega)$ 和 $S(\omega)$ 的频谱绘于图 3.30。

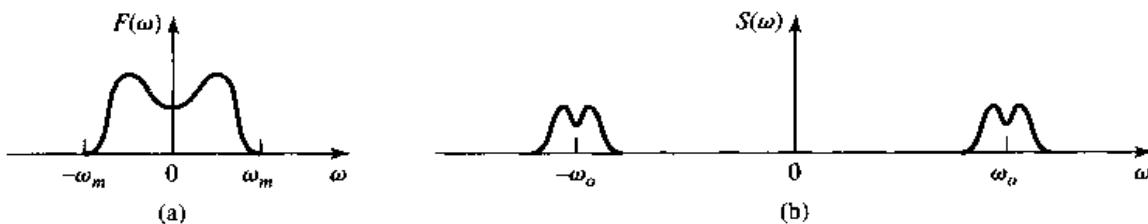


图 3.30 (a) 信号 $f(t)$ 的傅里叶频谱;(b) 信号 $s(t)$ 的傅里叶频谱

输出信号频谱为

$$S_o(\omega) = A F(\omega - \omega_0) e^{-j\beta z} \quad (3.226)$$

在时域中,

$$\begin{aligned}s_o(t) &= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} S_o(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\&= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{\omega_o - \omega_m}^{\omega_o + \omega_m} A F(\omega - \omega_o) e^{j(\omega t - \beta z)} d\omega\end{aligned}\quad (3.227)$$

一般地,传播常数 β 可能是 ω 的复杂函数。但是,若 $F(\omega)$ 是窄带的 ($\omega_m \ll \omega_o$), 则 β 就可以用 ω_o 的泰勒级数展开式的线性项表示:

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_o) + \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_o} (\omega - \omega_o) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_o} (\omega - \omega_o)^2 + \cdots \quad (3.228)$$

保留前两项得

$$\beta(\omega) \approx \beta_o + \beta'_o (\omega - \omega_o) \quad (3.229)$$

其中,

$$\beta_o = \beta(\omega_o)$$

$$\beta'_o = \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_o}$$

然后,做变量替换 $y = \omega - \omega_o$, $s_o(t)$ 的表达式变为

$$\begin{aligned}s_o(t) &= \frac{A}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\omega_o t - \beta_o z)} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} F(y) e^{j(t - \beta'_o z)y} dy \right\} \\&= A \operatorname{Re} \{ f(t - \beta'_o z) e^{j(\omega_o t - \beta_o z)} \} \\&= A f(t - \beta'_o z) \cos(\omega_o t - \beta_o z)\end{aligned}\quad (3.230)$$

它是原始调制包络,即由式(3.224)表示的 $f(t)$ 的时移复制。这个波包的速度就是群速 v_g :

$$v_g = \frac{1}{\beta'_o} = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} \Big|_{\omega=\omega_o} \quad (3.231)$$

例题 3.9 波导波速

计算在空气填充波导中传播的波导模的群速,并把这个速度与相速和光速进行比较。

解:

在空气填充波导中的模式的传播常数是

$$\beta = \sqrt{k_0^2 - k_c^2} = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_c^2}$$

取其对频率的导数得

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{\omega/c^2}{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_c^2}} = \frac{k_o}{c\beta}$$

所以,由式(3.231)^①, 群速为

$$v_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{c\beta}{k_0}$$

相速为 $v_p = \omega/\beta = (k_0 c)/\beta$ 。

^① 原书误为式(3.234)。——译者注

因为 $\beta < k_0$, 所以我们有 $v_g < c < v_p$, 它表示波导模的相速可能大于光速, 但群速(窄带信号的速度)将小于光速。 ■

3.11 传输线和波导小结

在本章中我们已讨论了各种传输线和波导;在这里,我们将对这些传输媒介的一些基本特性及其在更宽领域内的相对优点进行总结。

在本章开头,我们区分了 TEM 波、TM 波和 TE 波,而且看到传输线和波导可以按照其支持的波型来进行划分。我们看到,TEM 波是无色散的,也没有截止频率,而 TM 波和 TE 波呈现色散,而且一般地具有非零的截止频率。其他电特性包括带宽、衰减和功率运行容量。然而,力学因素也是非常重要的,包括诸如物理尺寸(体积和质量)、加工难度(价格)以及与其他器件(有源和无源)集成的能力等因素。表 3.6 就几种类型的传输线的上述特性进行了比较;该表只给出了普通的波导传输线,因为在特殊情况下可能给出比表中所列的更好或更坏的结果。

表 3.6 常见的传输线和波导的比较

特性	同轴线	波导	带状线	微带线
模式:最佳模式	TEM	TE ₁₀	TEM	准 TEM
其他	TM, TE	TM, TE	TM, TE	混合 TM, TE
色散	无	中等	无	低
带宽	高	低	高	高
损耗	中等	低	高	高
功率容量	中等	高	低	低
物理尺寸	大	大	中等	小
加工难度	中等	中等	容易	容易
与其他元件的集成	难	难	尚可	容易

3.11.1 其他类型的传输线和波导

我们已经讨论了最常用的波导和传输线类型,但是仍然还有许多其他波导和传输线(及其变体)尚未讨论。在这里我们将粗略地介绍少量较流行的类型。

脊波导。矩形波导的带宽,按实际使用要求,少于一个倍频程(一个 2:1 的频率范围)。这是因为 TE₂₀ 模的频率在等于两倍于 TE₁₀ 模的截止频率时开始传播。图 3.31 中的脊波导由上壁和/或下壁加载导体脊的矩形波导构成。这种加载降低了基模的截止频率,从而导致了带宽增加和更好的阻抗特性。这种波导常常用于阻抗匹配,在这种情形下,脊沿着波导的长度是渐变的。然而脊的存在减小了波导的功率运行容量。

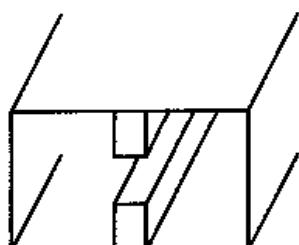


图 3.31 脊波导的横截面

介质波导。正如我们在学习表面波时看到的那样,对于限制和支持传播的电磁场而言,金属导体并不是必需的。图 3.32 所示的介质波导是这种波导的另一个例子,其中脊的介电常数 ϵ_{r2} 通常大于基片的介电常数 ϵ_{r1} 。因此,绝大部分电磁场限制在环绕介质脊的周围。这种类型的波导支持 TM 模和 TE 模,而且便于与有源器件集成。其较小的尺寸使得它在从毫米波到光波频率下都是有用的,虽然它在脊条的弯曲处和接头处的损耗可能相当大。这种基本结构有很多变体。

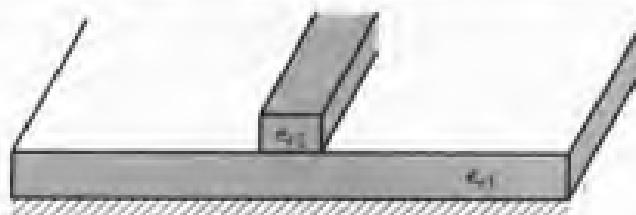


图 3.32 介质波导的几何结构

槽线。在已经提出来的多种平面传输线中,按其流行程度而言,槽线可能是排列在微带线和带状线之后的下一个。槽线的几何形状示于图 3.33。它由位于介质基片一侧的接地导体面上的一条细缝构成。因此,和微带线相同,槽线的两块导体导致了准 TEM 类型的模。改变槽的宽度可以改变槽线的特征阻抗。



图 3.33 印刷槽线的几何结构

共面波导。一个类似于槽线的结构是共面波导,如图 3.34 所示。共面波导可以看做是槽线的一种,其槽中央具有第三条导体。由于这条附加导体的存在,这种类型的传输线可以支持偶或奇的准 TEM 模,这取决于两槽之间的电场 E 是反向的还是同向的。因为存在中心导体及接地平面间的封闭区域,所以共面波导对于加工制造有源电路特别有用。

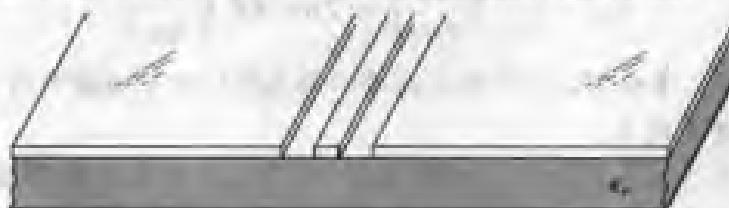


图 3.34 共面波导的几何结构

覆盖微带线。基本微带线可能有多种变体,但最常见的是图 3.35 中的覆盖微带线。金属覆盖板常常用来作为电屏蔽和微带电路的机械保护,因此总是置于离电路几个基片厚度远的地方。然而,覆盖板的存在可能会干扰电路的工作,因此在设计时必须考虑覆盖板的影响。

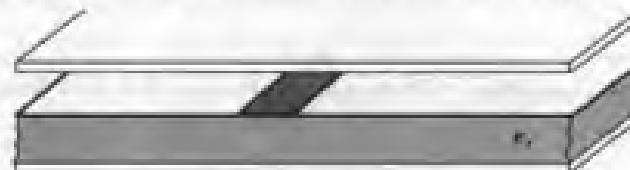


图 3.35 覆盖微带线

感兴趣点: 传输线的功率容量

空气填充的传输线或波导的功率运行容量受限于击穿电压,在室温及海平面气压下,电场强度约为 $E_d = 3 \times 10^6$ V/m 时就会发生电压击穿。

在空气填充的同轴线中,电场按 $E_\rho = V_0 / (\rho \ln b/a)$ 变化,它在 $\rho = a$ 时具有极大值。因此,击穿前的最大电压为

$$V_{\max} = E_d a \ln \frac{b}{a} \quad (\text{峰-峰})$$

而最大功率容量为

$$P_{\max} = \frac{V_{\max}^2}{2Z_0} = \frac{\pi a^2 E_d^2}{\eta_0} \ln \frac{b}{a}$$

正如所预料的那样,这个结果表明功率容量的增加可以通过采用较大的同轴线(对于同样的特征阻抗、固定的 b/a ,取较大的 a 和 b)来实现。但是对于给定的同轴线尺寸,高阶模的传播限制了最大工作频率。因此,对于给定的最大工作频率 f_{\max} ,同轴线存在一个功率容量的上限,可以证明它由下式给出:

$$P_{\max} = \frac{0.025}{\eta_0} \left(\frac{c E_d}{f_{\max}} \right)^2 = 5.8 \times 10^{12} \left(\frac{E_d}{f_{\max}} \right)^2$$

作为例子,在 10 GHz 下,任何不存在高阶模的同轴线的最大峰值功率容量约为 520 kW。

在空气填充的矩形波导中,电场按 $E_y = E_0 \sin(\pi x/a)$ 变化,它在 $x = a/2$ 处取极大值 E_0 。因此击穿前的最大功率容量是

$$P_{\max} = \frac{ab E_0^2}{4Z_w} = \frac{ab E_d^2}{4Z_w}$$

它表明功率容量随波导尺寸的增加而增加。对绝大多数波导, $b \approx a/2$ ^①。为了避免 TE₂₀ 模的传播,我们必须使 $a < c/f_{\max}$,其中 f_{\max} 是最大工作频率。于是波导的最大功率容量可以证明为

$$P_{\max} = \frac{0.11}{\eta_0} \left(\frac{c E_d}{f_{\max}} \right)^2 = 2.6 \times 10^{13} \left(\frac{E_d}{f_{\max}} \right)^2$$

作为例子,在 10 GHz 下工作在 TE₁₀ 模的矩形波导的最高峰值功率容量约为 2300 kW,它比同样频率下同轴线的功率容量高得多。

因为电弧放电和电压击穿是非常高速的效应,所以上述电压和功率极限是峰值量。此外,良好的工程环境需要提供一个至少为 2 的安全因子,所以能够安全地传输的最大功率应该限制在约为上述值的一半。若在线上或波导中存在反射,则功率容量将会进一步减小。在最坏的情况下,反射系数幅值等于单位 1 时,要把线上的最大电压加大到两倍,因此功率容量减少因子为 4。

线的功率容量可以通过在线上填充空气、惰性气体或电介质来增加。绝大多数电介质的介电强度(E_d)要大于空气的介电强度,但是其功率容量限制可能主要是因为欧姆损耗使电介质产生的热。

参考文献:P. A. Rizzi, *Microwave Engineering—Passive Circuits*, Prentice-Hall, New Jersey, 1988.

参考文献

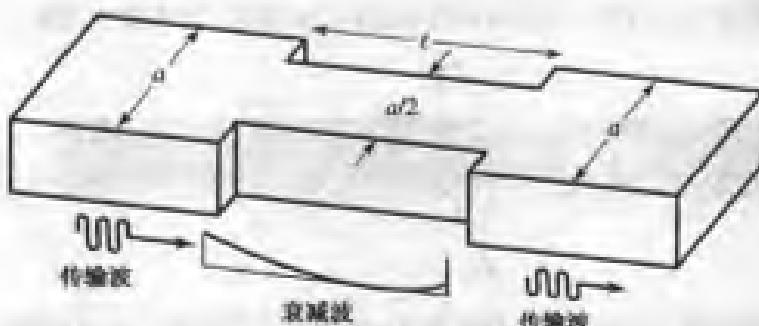
- [1] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory*, vol. 1, 1893. Reprinted by Dover, New York, 1950.
- [2] Lord Rayleigh, "On the Passage of Electric Waves Through Tubes," *Philos. Mag.*, vol. 43, pp. 125–132, 1897. Reprinted in *Collected Papers*, Cambridge Univ. Press, 1903.

^① 原书为 $b \approx 2a$,有误。——译者注

- [3] K. S. Packard, "The Origin of Waveguides: A Case of Multiple Rediscovery," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 961–969, September 1984.
- [4] R. M. Barrett, "Microwave Printed Circuits—An Historical Perspective," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 983–990, September 1984.
- [5] D. D. Grieg and H. F. Englemann, "Microstrip—A New Transmission Technique for the Kilomegarcycle Range," *Proc. IRE*, vol. 40, pp. 1644–1650, December 1952.
- [6] H. Howe, Jr., *Stripline Circuit Design*, Artech House, Dedham, Mass., 1974.
- [7] L. J. Bahl and R. Garg, "A Designer's Guide to Stripline Circuits," *Microwaves*, January 1978, pp. 90–96.
- [8] L. J. Bahl and D. K. Trivedi, "A Designer's Guide to Microstrip Line," *Microwaves*, May 1977, pp. 174–182.
- [9] K. C. Gupta, R. Garg, and L. J. Bahl, *Microstrip Lines and Slotlines*, Artech House, Dedham, Mass., 1979.

习题

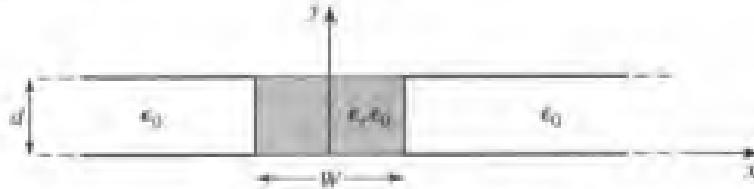
- 3.1 由式(3.3)和式(3.4)导出式(3.5a-d)。
- 3.2 计算平行平板波导的TE₀₁模由导体损耗产生的衰减。
- 3.3 考虑一段空气填充的K波段波导。根据附录1给出的尺寸，确定其第一个、第二个传播模的截止频率。根据附录1给出的推荐工作范围，确定该工作范围代表的带宽相对于单模传播的理论带宽减少的百分比。
- 3.4 计算K波段工作在 $f = 20$ GHz时TE₀₁模的衰减，以 dB/m 为单位。该波导由黄铜制成，填充的介电材料的参量为 $\epsilon_r = 2.2$, $\tan \delta = 0.002$ 。
- 3.5 衰减器可以用一段工作在低于截止的波导构成，如下图所示。若 $a = 2.286$ cm, 工作频率为 12 GHz, 确定低于截止的波导段的长度，使其能在输入和输出波段之间获得 100 dB 的衰减。忽略阶跃不连续性的反射影响。



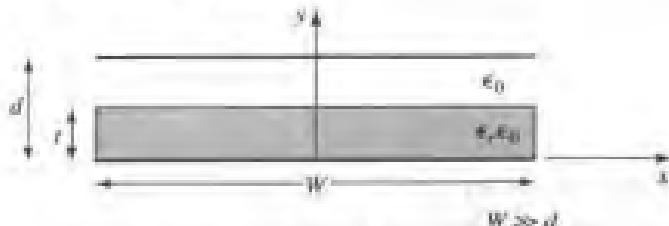
- 3.6 求矩形波导壁上有关TE₀₁模的表面电流密度。为什么可以在矩形波导宽边的中心线上开槽而不会干扰波导的工作？这样的槽经常用于开槽的传输线中，以便检测取样波导内部的驻波场。
- 3.7 导出矩形波导中TM₀₁模由于非理想导电壁产生的衰减的表达式。
- 3.8 对于下图所示的部分加载的矩形波导，求解 $\beta = 0$ 时的式(3.109)，从而求得TE₀₁模的截止频率。假定 $a = 2.286$ cm, $t = a/2$, $\epsilon_r = 2.25$ 。



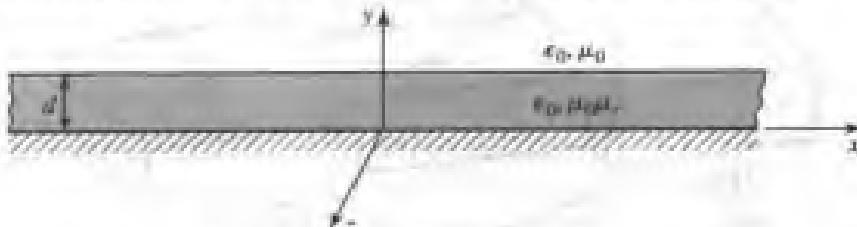
- 3.9 考虑一个如下图所示的部分填充的平行平板波导。导出该结构的最低阶模的解(场及截止频率)。假定金属板无限宽。TEM 波能在该结构中传播吗?



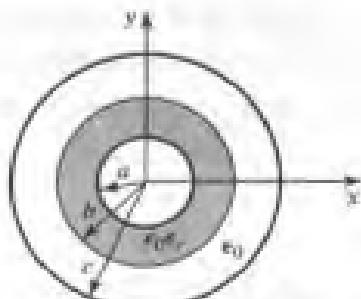
- 3.10 考虑一个如下图所示的平行平板波导。导出 TE 模的解(场及截止频率)。TEM 波能在该结构中存在吗? 忽略两侧的边缘场,假定场不随 z 变化。



- 3.11 在圆柱坐标系中,利用纵向场导出横向场分量的式(3.110a~d)。
 3.12 在有限导电率的圆波导中,导出 TM_z 模衰减的表达式。
 3.13 考虑 $a = 0.8 \text{ cm}$,填充有 $\epsilon_r = 2.3$ 的介电材料的圆波导。计算其截止频率并确定其前四个传播模式。
 3.14 根据式(3.153)给出的电势的表达式,导出同轴线的 E 和 H 场。同时求出线中电压、电流和特征阻抗的表达式。
 3.15 导出计算同轴波导中 TM 模截止频率的超越方程。采用表格得出 TM₀₁ 模的 $k_z a$ 的一个近似值,假设 $b/a = 2$ 。
 3.16 当接地面具有有限导电率时,导出接地介电板上 TE 表面波的衰减表达式。
 3.17 考虑下图所示的接地磁介质板。导出可以在该结构上传播的 TM 表面波的解。



- 3.18 考虑下图所示的部分填充的同轴线。TEM 波可以在该线上传播吗? 导出该结构中 TM_{0n} 模(没有角向变化的模)的解。



- 3.19 设计一个具有 70Ω 特征阻抗的带状线传输线。接地平面间隔为 0.316 cm ,填充材料的介电常数为 2.20 。若频率为 3.0 GHz ,则该传输线的波导波长为多少?

- 3.20 设计一个具有 100Ω 特征阻抗的微带传输线。基片厚度为 0.158 cm , $\epsilon_r = 2.20$ 。若频率为 4.0 GHz , 则该传输线的波导波长为多少?
- 3.21 一个 100Ω 微带线印制在厚度为 0.0762 cm , 介电常数为 2.2 的基片上。忽略损耗和边缘场, 求该线的最短长度, 使其输入端在 2.5 GHz 时出现 5 pF 的电容。对于 5 nH 的电感重复上述计算。采用一个含有微带线物理模型的微波 CAD 软件, 计算考虑损耗时所看到的实际输入阻抗(假定为铜导体, $\delta = 0.001$)。
- 3.22 一个工作在 5 GHz 的微波天线馈电网络要求长为 16λ 的 50Ω 印制传输线。可能的选择是:(1)铜微带线, $d = 0.16 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 2.20$, $t = 0.001 \text{ mm}$, $\tan \delta = 0.001$; (2)铜带状线, $b = 0.32 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 2.20$, $t = 0.01 \text{ mm}$, $\tan \delta = 0.001$ 。若要衰减最小, 会采用哪条线?
- 3.23 考虑一个任意的均匀波导结构的 TE 模, 其中横向场与式(3.19)中的 H_z 有关。若 H_z 具有形式 $H_z(x, y, z) = h_z(x, y)e^{-j\beta z}$, 其中 $h_z(x, y)$ 是实数, 计算坡印亭矢量, 并证明只有在 z 方向才有实功率流发生。假定 β 是实数, 对应于传播模。
- 3.24 一段矩形波导在 $z < 0$ 的区域是由空气填充的, 在 $z > 0$ 的区域是由介质填充的。假定两个区域都能支持基模 TE_{10} 模, 有一个 TE_{10} 模从 $z < 0$ 射入到分界面上。利用场分析, 写出两个区域的入射波、反射波、传输波的横向场分量的普遍表达式, 在介质分界面上施加边界条件求出反射系数和传输系数。把这个结果与在每个区域中用 Z_{TE} 的阻抗法得到的结果相比较。
- 3.25 利用横向谐振法导出矩形波导 TM 模的传播常数所满足的超越方程, 该矩形波导在 $0 < x < d$ 处为空气填充, 在 $d < x < a$ 处为介质填充。
- 3.26 利用横向谐振法求出习题 3.17 的结构所支持的 TE 表面波的传播常数。
- 3.27 填充聚四氟乙烯的 X 波段波导工作在 9.5 GHz 。计算光在这种材料中的速度及波导的相速和群速。
- 3.28 正如在关于传输线的功率容量的感兴趣点中所讨论的那样, 同轴线的最大功率容量是由击穿电压所限制的, 并由

$$P_{\max} = \frac{\pi a^2 E_d^2}{\eta_0} \ln \frac{b}{a}$$

给出, 其中 E_d 是击穿时的电场强度。求出使功率容量最大的 b/a 值, 并证明对应的特征阻抗约为 30Ω 。

第 4 章 微波网络分析

低频电路,其线路的尺度与工作波长相比是很小的,可以把它看做是由无源或有源的集总元件互连构成的,在线路上任一点给出的电压和电流是一致的。在这种情况下,线路尺度足够小,致使在线路上一点到另一点的相位改变可以忽略。此外,由两根或多根导线在周围形成的电磁场可以认为是横电磁(TEM)波场。这就得出了麦克斯韦方程组的准静态解、电路理论上的基尔霍夫电压和电流定律以及阻抗的概念^[1]。正如读者所知道的那样,分析低频电路有一套强有力和很有用的方法。一般来说,这套方法不能直接应用到微波电路上。不管怎样,本章的意图是展示出如何把电路和网络概念加以推广,以便处理实际上感兴趣的很多微波分析和设计问题。

这样做的主要理由是,用电路的简单而直观的概念来分析微波问题,要比用麦克斯韦方程组对同一问题求解容易得多。一方面,对所考察的特定问题进行场分析,它给出的信息要比我们要求或需要的还多得多。这是因为麦克斯韦方程组对给定问题的解是完全的,它给出空间中所有点上的电场和磁场。但是,我们经常感兴趣的只是在一组端口上的电压或电流、通过一个器件的功率流,或某种其他形式的“概括”量,而不是空间中所有点上响应的瞬时描述。采用电路或网络分析的另一个理由是,这样可很容易地把原来的问题进行修正,或把几个元件组合起来并求出其响应,而没有必要详细分析与邻近元件相联系的每个元件的性能。用麦克斯韦方程组对这类问题求解有难以克服的困难。但在有些情况下,这种电路或网络分析技术显得过于简化,因而会造成错误的结果。在这种情况下,必须求助于使用麦克斯韦方程组的场分析处理。作为一名微波工程师,这是必须掌握的技能,即有能力判断何时可应用电路分析概念,何时则要把它抛在一边。

微波网络分析的基本过程如下。首先用场分析和麦克斯韦方程组严格地处理一批基础性的标准问题(如在第 2 章和第 3 章中做过的那样,处理各种各样的传输线和波导问题)。在这样做的过程中,力图得出一些量,它们可与电路或传输线参量直接建立联系。例如,在第 3 章中处理不同的传输线和波导时,推导出了线的传播常数和特征阻抗,这就允许我们把传输线或波导处理成用长度、传播常数和特征阻抗表征的分布元件。对此,可以把不同元件互连起来,并用电路和/或传输线理论来分析整个元件系统的性能,包括诸如多次反射、损耗、阻抗变换以及从一种到另一种传输媒质(例如从同轴线到微带)的过渡。正如后面要看到的那样,在不同传输线之间过渡,或在一传输线上的不连续性,一般不能处理成两根传输线之间的简单连接,必须使用某种形式的等效电路来论证,以便估算出与过渡或不连续性相关联的电抗。

微波网络理论源于 20 世纪 40 年代麻省理工学院辐射实验室关于雷达系统与元件的开发。这项工作随后在布鲁克林理工学院由诸如 E. Weber, N. Marcuvitz, A. A. Oliner, L. B. Felsen, A. Hessel 及其他研究人员继续进行并加以扩展^[2]。

4.1 阻抗和等效电压与电流

4.1.1 等效电压与电流

在微波频率下,电压和电流的测量很困难(或不可能),除非可得到明显确定的一对端点。

在 TEM 型传输线的情况下(如同轴线、微带线或带状线),可存在这样的一对端点;而对于非 TEM 型传输线(如矩形、圆形或表面波波导),严格地说不存在这样的一对端点。

图 4.1 给出了任意截面形状的双导线 TEM 传输线的电力线和磁力线。如在第 3 章中那样,+ 导线相对于 - 导线的电压 V 可求出如下:

$$V = \int_{+}^{-} \bar{E} \cdot d\ell \quad (4.1)$$

其中积分路径始于 + 导线,终于 - 导线。重要的是要认识到,由于两根导线之间的横向场具有静态电场性质,因而式(4.1)中定义的电压是惟一的,而与积分路径的形状无关。应用安培定律,在 + 导线流动的总电流为

$$I = \oint_{C'} \bar{H} \cdot d\ell \quad (4.2)$$

其中的积分回路是围绕 + 导线(但不包括 - 导线)的任意封闭路径。因此,行波的特征阻抗 Z_0 可定义如下:

$$Z_0 = \frac{V}{I} \quad (4.3)$$

此时,即已经定义并确定了电压、电流和特征阻抗(并认为线的传播常数已知)后,就可以应用第 2 章中发展的传输线的电路理论,以便用电路单元来表征该 TEM 传输线。

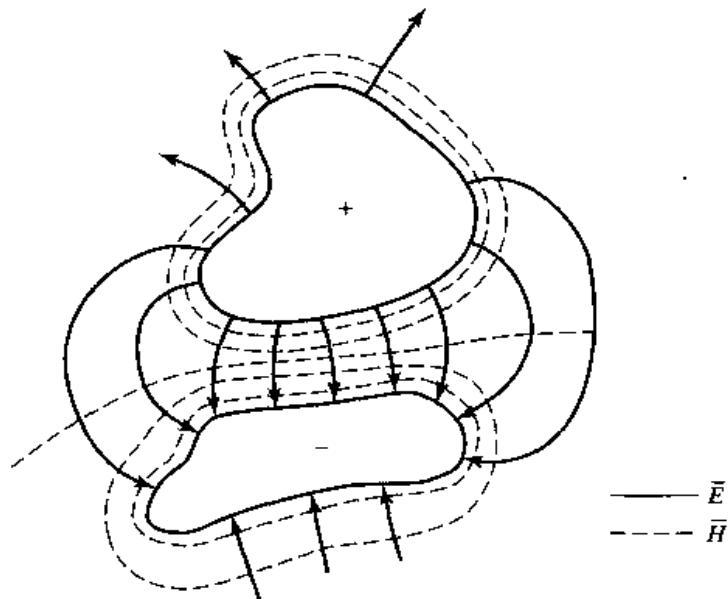


图 4.1 任意双导线 TEM 传输线的电力线和磁力线

对于波导,处境更加困难。为了理解为何如此,我们考察图 4.2 中的矩形波导的情况。对于基模 TE_{10} ,根据表 3.2,其横向场可写为

$$E_y(x, y, z) = \frac{j\omega\mu a}{\pi} A \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} = A e_y(x, y) e^{-j\beta z} \quad (4.4a)$$

$$H_x(x, y, z) = \frac{j\beta a}{\pi} A \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} = A h_x(x, y) e^{-j\beta z} \quad (4.4b)$$

将式(4.1)应用到式(4.4a)的电场,可得

$$V = \frac{-j\omega\mu a}{\pi} A \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \int_y dy \quad (4.5)$$

可以看出,该电压与 x 的位置以及沿 y 方向的积分路径的长度有关。例如,在 $x = a/2$ 时从 $y = 0$ 到 b 积分得到的电压,与 $x = 0$ 时从 $y = 0$ 到 b 积分得到的电压完全不同。那么哪个电压是正确的呢? 答案是不存在“正确的”电压。对于电流及阻抗,也会产生类似的疑问。我们现在将说明如何才能定义出能用到非 TEM 线的电压、电流和阻抗。

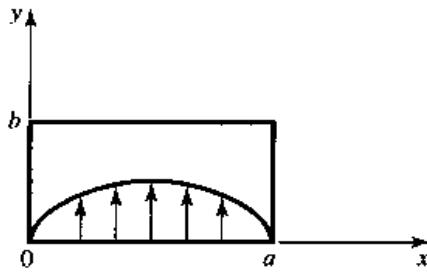


图 4.2 矩形波导的 TE_{10} 模的电场

定义波导的等效电压、电流和阻抗的方式有多种,因为对于非 TEM 线来说这些量不是惟一的,但以下思路通常会导致最为有用的结果^{[1],[3],[4]}:

- 对一个特定的波导模式来定义电压和电流,并且如此定义的电压正比于横向电场,而电流正比于横向磁场。
- 为了按类似于电路理论中的电压和电流的方式来使用,等效电压和电流的乘积应被确定为该模式的功率流。
- 单一行波的电压与电流之比应等于该传输线的特征阻抗。该阻抗在选择上有任意性,但通常将其选定为等于传输线的波阻抗,或把它归一化为 1。

对于既有正向又有反向行波的任意波导模式,其横向场可写为

$$\bar{E}_t(x, y, z) = \bar{e}(x, y)(A^+ e^{-j\beta z} + A^- e^{j\beta z}) = \frac{\bar{e}(x, y)}{C_1} (V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z}) \quad (4.6a)$$

$$\bar{H}_t(x, y, z) = \bar{h}(x, y)(A^+ e^{-j\beta z} - A^- e^{j\beta z}) = \frac{\bar{h}(x, y)}{C_2} (I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z}) \quad (4.6b)$$

其中 \bar{e} 和 \bar{h} 代表模式场的横向变化部分, A^+ 和 A^- 是行波的场振幅。因为按照式(3.22)或式(3.26), \bar{E}_t 和 \bar{H}_t 与波阻抗 Z_w 有关,所以我们还有

$$\bar{h}(x, y) = \frac{\hat{z} \times \bar{e}(x, y)}{Z_w} \quad (4.7)$$

式(4.6)还可将等效的电压波和电流波定义为

$$V(z) = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z} \quad (4.8a)$$

$$I(z) = I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z} \quad (4.8b)$$

其中, $V^+/I^+ = V^-/I^- = Z_0$ 。这种定义体现了使等效电压和电流分别正比于横向电场和磁场的想法。该关系的比例常数是 $C_1 = V^+/A^+ = V^-/A^-$ 和 $C_2 = I^+/A^+ = I^-/A^-$, 并可从余下的两个功率和阻抗条件来确定。

入射波的复功率流给出为

$$P^+ = \frac{1}{2} |A^+|^2 \iint_S \bar{e} \times \bar{h}^* \cdot \hat{z} \, ds = \frac{V^+ I^{+*}}{2C_1 C_2^*} \iint_S \bar{e} \times \bar{h}^* \cdot \hat{z} \, ds \quad (4.9)$$

由于要使该功率等于 $(1/2) V^+ I^{+*}$, 因而得到结果

$$C_1 C_2^* = \iint_S \bar{e} \times \bar{h}^* \cdot \hat{z} \, ds \quad (4.10)$$

其中, 面积分对整个波导截面进行。特征阻抗是

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} = \frac{C_1}{C_2} \quad (4.11)$$

由式(4.6a,b)有 $V^+ = C_1 A$ 和 $I^+ = C_2 A$ 。若意图使 $Z_0 = Z_w$, 则模式的波阻抗(Z_{TE} 或 Z_{TM})就有

$$\frac{C_1}{C_2} = Z_w \quad (Z_{TE} \text{ 或 } Z_{TM}) \quad (4.12a)$$

另一种选择是, 考虑把特征阻抗归一化为 1($Z_0 = 1$), 此时有

$$\frac{C_1}{C_2} = 1 \quad (4.12b)$$

由此, 对于给定的波导模式, 在确定常量 C_1 和 C_2 以及等效电压和电流后, 就可以求解出式(4.10)和式(4.12)。可按同样的方式来处理高阶模式, 因此波导中场的通解可表示为

$$\bar{E}_t(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \left(\frac{V_n^+}{C_{1n}} e^{-j\beta_n z} + \frac{V_n^-}{C_{1n}} e^{j\beta_n z} \right) \bar{e}_n(x, y) \quad (4.13a)$$

$$\bar{H}_t(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \left(\frac{I_n^+}{C_{2n}} e^{-j\beta_n z} - \frac{I_n^-}{C_{2n}} e^{j\beta_n z} \right) \bar{h}_n(x, y) \quad (4.13b)$$

其中, V_n^\pm 和 I_n^\pm 是阶模式的等效电压和等效电流, 而 C_{1n} 和 C_{2n} 是每一模式的比例常数。

例题 4.1 矩形波导的等效电压和电流

求找矩形波导中 TE_{10} 模的等效电压和电流,

解:

矩形波导 TE_{10} 模的横向场分量和功率流以及该模式的等效传输线模型可写出如下:

波导场	传输线模型
$E_y = (A^+ e^{-j\beta z} + A^- e^{j\beta z}) \sin(\pi x/a)$	$V(z) = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z}$
$H_x = \frac{-1}{Z_{TE}} (A^+ e^{-j\beta z} - A^- e^{j\beta z}) \sin(\pi x/a)$	$I(z) = I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z}$ $= \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{-j\beta z} - V^- e^{j\beta z})$
$P^+ = \frac{-1}{2} \iint_S E_y H_x^* dx dy = \frac{ab}{4Z_{TE}} A^+ ^2$	$P = \frac{1}{2} V^+ I^{+*}$

我们现在可找出常量 $C_1 = V^+ / A^+ = V^- / A^-$ 和 $C_2 = I^+ / A^+ = I^- / A^-$, 它们把等效电压 V^\pm 和等效电流 I^\pm 与场振幅 A^\pm 分别联系起来。若令两者的入射功率相等, 则有

$$\frac{ab|A^+|^2}{4Z_{TE}} = \frac{1}{2}V^+I^{+\star} = \frac{1}{2}A^+C_1C_2^*$$

若选定 $Z_0 = Z_{TE}$, 则还有

$$\frac{V^+}{I^+} = \frac{C_1}{C_2} = Z_{TE}$$

求解 C_1 和 C_2 得

$$C_1 = \sqrt{\frac{ab}{2}}$$

$$C_2 = \frac{1}{Z_{TE}}\sqrt{\frac{ab}{2}}$$

这就完成了 TE_{10} 模的传输线等效。 ■

4.1.2 阻抗概念

我们已在多种不同应用中使用到阻抗概念,为此,对这一重要概念加以综述是有益的。术语阻抗首先在 19 世纪由亥维赛用来描述含有电阻器、电感器和电容器的交流电路中的复数比 V/I ; 在交流电路的分析中,阻抗概念很快就变得不可缺少。随后,它被应用于集总元件等效电路以及用线的分布式串联阻抗和并联导纳表示的传输线上。20 世纪 30 年代,谢昆诺夫 (Schelkunoff) 认为阻抗的概念可以设定方式推广到电磁场,并指出阻抗可看做是场型的特征,如同媒质的特征一样^[2]。此外,与传输线和平面波传播的类似性相比,阻抗甚至与传播方向有关。这样,阻抗的概念就成为了场理论和传输线或电路理论之间的纽带。

下面我们总结已用到过的不同形式的阻抗以及它们的符号:

- $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 表示媒质的本征阻抗。该阻抗仅与媒质的材料参量有关,并且等于平面波的波阻抗。
- $Z_e = E_t/H_t = 1/Y_e$ 表示波阻抗。该阻抗是特定波型的一种特性。TEM 波、TM 波和 TE 波有着不同的波阻抗 (Z_{TEM} , Z_{TM} , Z_{TE}), 具体取决于传输线和波导的类型、材料性质以及工作频率。
- $Z_0 = 1/Y_0 = \sqrt{L/C}$ 表示特征阻抗。特征阻抗是传输线上的行波电压与电流之比。因为对于 TEM 波,电压和电流是惟一确定的,所以 TEM 波的特征阻抗也是惟一的。然而,对于 TE 波和 TM 波,并无惟一确定的电压和电流,因此,这些波的特征阻抗可以用不同的方式来定义。

例题 4.2 波导阻抗的应用

一矩形波导有 $a = 2.286$ cm 和 $b = 1.016$ cm(X 波段波导),在 $z < 0$ 的区域由空气填充,而在 $z > 0$ 的区域由材料 Rexolite^① ($\epsilon_r = 2.54$) 填充,如图 4.3 所示。设工作频率为 10 GHz, 考虑有 TE_{10} 波自 $z < 0$ 的区域入射到分界面上,用等效传输线模型来计算其反射系数。

解:

在空气区域 ($z < 0$) 和在介质区域 ($z > 0$) 中的传播常数是

^① Rexolite 是一种聚苯乙烯微波塑料制品,它是美国 C-Lec Plastics 公司生产的专利产品。——译者注

$$\beta_a = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = 158.0 \text{ m}^{-1}$$

$$\beta_d = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = 304.1 \text{ m}^{-1}$$

其中, $k_0 = 209.4 \text{ m}^{-1}$,

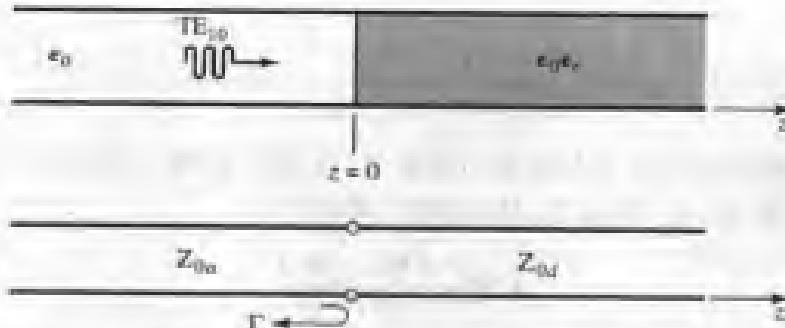


图 4.3 例题 4.2 中的部分填充波导的几何形状及其等效传输线模型

读者可验证在波导的任一区域中只有 TE_{10} 模是传播模。现在我们可以对每一波导段得出 TE_{10} 模的等效传输线模型，并把该问题处理成入射电压波在两段无限长传输线衔接处的反射。

按例题 4.1 和表 3.2, 两段线的等效特征阻抗是

$$Z_{0a} = \frac{k_0 \eta_0}{\beta_a} = \frac{(209.4)(377)}{158.0} = 500.0 \Omega$$

$$Z_{0d} = \frac{k \eta}{\beta_d} = \frac{k_0 \eta_0}{\beta_d} = \frac{(209.4)(377)}{304.1} = 259.6 \Omega$$

则向介质填充段看去的反射系数是

$$\Gamma = \frac{Z_{0d} - Z_{0a}}{Z_{0d} + Z_{0a}} = -0.316$$

使用该结果, 我们可以写出用场或等效电压与电流表示的入射波、反射波和透射波的表达式。 ■

现在考察示于图 4.4 中的任意一个一端口网络, 并推导出它的阻抗特性以及存储在网络内的电磁能量和耗散在网络中的功率三者之间的一般关系式。传送到网络的复功率由式(1.91)给出, 具体为

$$P = \frac{1}{2} \oint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{s} = P_t + 2j\omega(W_m - W_e) \quad (4.14)$$

其中 P_t 为实数, 代表耗散在网络中的平均功率, 而 W_m 和 W_e 分别代表磁场储能和电场储能。注意, 图 4.4 中的单位法向矢量指向体积内部。

若定义实数的横向横场(遍及网络的端平面)为 \bar{e} 和 \bar{h} , 则有

$$\bar{E}_t(x, y, z) = V(z)\bar{e}(x, y)e^{-j\beta z} \quad (4.15a)$$

$$\bar{H}_t(x, y, z) = I(z)\bar{h}(x, y)e^{-j\beta z} \quad (4.15b)$$

按式

$$\int_S \bar{e} \times \bar{h} \cdot d\bar{s} = I$$

进行归一化,则式(4.14)可用端电压和电流表示成

$$P = \frac{1}{2} \int_S V I^* \bar{e} \times \bar{h} \cdot d\bar{s} = \frac{1}{2} V I^* \quad (4.16)$$

因而输入阻抗是

$$Z_{in} = R + jX = \frac{V}{I} = \frac{VI^*}{|I|^2} = \frac{P}{\frac{1}{2}|I|^2} = \frac{P_t + 2j\omega(W_m - W_e)}{\frac{1}{2}|I|^2} \quad (4.17)$$

由此可以看出,输入阻抗的实部 R 与耗散功率有关,而虚部 X 则与网络中净储能有关。若网络是无耗的,则 $P_t = 0$ 和 $R = 0$ 。因而 Z_{in} 是纯虚数,其电抗为

$$X = \frac{4\omega(W_m - W_e)}{|I|^2} \quad (4.18)$$

对于电感性负载 ($W_m > W_e$),它是正的;对于电容性负载 ($W_e > W_m$),它是负的。

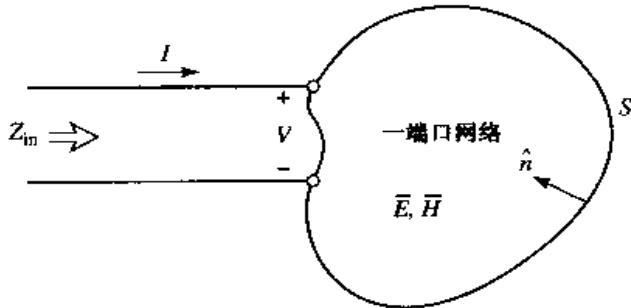


图 4.4 任意一个一端口网络

4.1.3 $Z(\omega)$ 和 $\Gamma(\omega)$ 的奇偶性

考虑位于电网络输入端口的激励点阻抗 $Z(\omega)$ 。在该端口上,电压和电流的关系为 $V(\omega) = Z(\omega)I(\omega)$ 。对于任意频率,可取 $V(\omega)$ 的傅里叶逆变换求得时域电压:

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (4.19)$$

因为 $v(t)$ 必须是实数,所以我们有 $v(t) = v^*(t)$,或

$$\int_{-\infty}^{\infty} V(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} V^*(\omega) e^{-j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} V^*(-\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

上式中的最后一项是从变量 ω 变换为 $-\omega$ 得到的。这表明 $V(\omega)$ 必须满足关系

$$V(-\omega) = V^*(\omega) \quad (4.20)$$

这意味着 $\text{Re}\{V(\omega)\}$ 是 ω 的偶函数,而 $\text{Im}\{V(\omega)\}$ 是 ω 的奇函数。与此相仿,对于 $I(\omega)$ 和 $Z(\omega)$,上述关系也成立,因为

$$V^*(-\omega) = Z^*(-\omega)I^*(-\omega) = Z^*(-\omega)I(\omega) = V(\omega) = Z(\omega)I(\omega)$$

这样,若有 $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$,则 $R(\omega)$ 是 ω 的偶函数,而 $X(\omega)$ 是 ω 的奇函数。这些结果也可由式(4.17)推断出来。

现在考虑输入端口上的反射系数:

$$\Gamma(\omega) = \frac{Z(\omega) - Z_0}{Z(\omega) + Z_0} = \frac{R(\omega) - Z_0 + jX(\omega)}{R(\omega) + Z_0 + jX(\omega)} \quad (4.21)$$

则有

$$\Gamma(-\omega) = \frac{R(\omega) - Z_0 - jX(\omega)}{R(\omega) + Z_0 - jX(\omega)} = \Gamma^*(\omega) \quad (4.22)$$

这表明 $\Gamma(\omega)$ 的实部和虚部分别是 ω 的偶函数和奇函数。最后, 反射系数的幅值是

$$|\Gamma(\omega)|^2 = \Gamma(\omega)\Gamma^*(\omega) = \Gamma(\omega)\Gamma(-\omega) = |\Gamma(-\omega)|^2 \quad (4.23)$$

这说明 $|\Gamma(\omega)|^2$ 和 $|\Gamma(\omega)|$ 是 ω 的偶函数。该结果表明用幂级数表示 $|\Gamma(\omega)|^2$ 或 $|\Gamma(\omega)|^2$ 时, 只存在偶次幂项 $a + b\omega^2 + c\omega^4 + \dots$ 。

4.2 阻抗和导纳矩阵

在上一节中, 我们已了解到如何才能定义出 TEM 波和非 TEM 波的等效电压和电流。一旦确定了网络中不同点的电压和电流, 就可以利用电路理论的阻抗和/或导纳矩阵把这些端点或“端口”量相互联系起来, 从而就可以进入必不可少的网络的矩阵表示。这种形式的表述使它可进行任意网络的等效电路的开发, 在讨论到无源元件如耦合器和滤波器的设计时, 这种等效电路表述是十分有用的。

我们从显示在图 4.5 中的任意 N 端口微波网络开始。图 4.5 中的端口可以是某种形式的传输线或单一波导传播模式的等效传输线[端口(port)这一术语是 20 世纪 50 年代由 H. A. Wheeler 引入的, 以便取代表述不清和有点罗嗦的词组两端点对(two-terminal pair)^{[3],[2]}]。若网络的物理端口之一是支持多个传播模式的波导, 则可以为这些模式考虑添加其他的电端口。在第 n 个端口上的一个指定点处, 定义了一个端平面 t_n , 并定义了等效的入射波电压和电流(V_n^+ , I_n^+)以及等效的反射波电压和电流(V_n^- , I_n^-)。在为电压和电流相量提供相位参考方面, 这些端平面有很重要的作用。现在, 我们给出第 n 个端平面上的总电压和电流:

$$V_n = V_n^+ + V_n^- \quad (4.24a)$$

$$I_n = I_n^+ - I_n^- \quad (4.24b)$$

这与式(4.8)在 $z=0$ 时得到的结果相同。

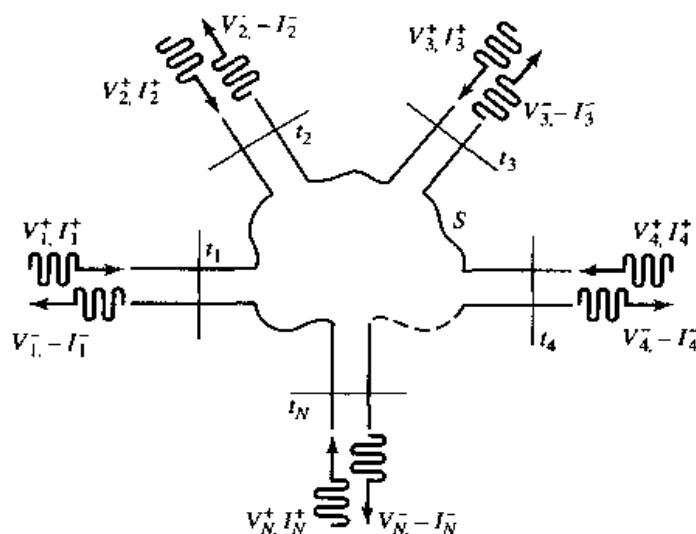


图 4.5 任意 N 端口微波网络

微波网络的阻抗矩阵 $[Z]$ 把这些电压和电流联系起来:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$

或以矩阵形式写为

$$[V] = [Z][I] \quad (4.25)$$

类似地,可以将导纳矩阵 $[Y]$ 定义为

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}$$

或以矩阵形式写为

$$[I] = [Y][V] \quad (4.26)$$

显然, $[Z]$ 矩阵和 $[Y]$ 矩阵互为其逆:

$$[Y] = [Z]^{-1} \quad (4.27)$$

注意, $[Z]$ 矩阵和 $[Y]$ 矩阵两者都把全部的端口电压和电流联系起来。

由式(4.25)可知 Z_{ij} 为

$$Z_{ij} = \left. \frac{V_i}{I_j} \right|_{I_k=0, k \neq j} \quad (4.28)$$

换言之,式(4.28)说明 Z_{ij} 可通过激励有电流 I_j 的端口 j ,而其他所有端口开路(故有 $I_k = 0$, $k \neq j$)并测量端口 i 的开路电压来得出。这样,当所有其他端口开路时, Z_{ii} 是向端口 i 往里看的输入阻抗,而当所有其他端口开路时, Z_{ij} 是端口 i 和 j 之间的转移阻抗。

类似地,由式(4.26)可知 Y_{ij} 为

$$Y_{ij} = \left. \frac{I_i}{V_j} \right|_{V_k=0, k \neq j} \quad (4.29)$$

这说明当所有其他端口短路时(故有 $V_k = 0, k \neq j$), Y_{ij} 可通过激励有电压 V_j 的端口 j 并测出端口 i 的短路电流来确定。

一般来说,每个矩阵元 Z_{ij} 或 Y_{ij} 可能是复数。对于任意 N 端口网络,阻抗和导纳是 $N \times N$ 阶矩阵,所以有 $2N^2$ 个独立变量或自由度。然而在实际中,很多网络或是互易的,或是无耗的,或两者兼有。若网络是互易的(即不含有非互易性媒质,如铁氧体、等离子体或有源器件),则可以证明阻抗和导纳矩阵是对称的,所以有 $Z_{ij} = Z_{ji}$ 和 $Y_{ij} = Y_{ji}$;若网络是无耗的,则可以证明所有的 Z_{ij} 或 Y_{ij} 元是纯虚数。这些特定情况中的任何一种都会使 N 端口网络应有的独立变量或自由度数目减少。下面要对互易和无耗网络导出上述性质。

4.2.1 互易网络

图4.5所示的任意网络是互易的(无有源器件、铁氧体或等离子体),除了端口1和端口2

外,其他所有端平面上都设置了短路。现令网络从内到外有场 \bar{E}_a, \bar{H}_a 和 \bar{E}_b, \bar{H}_b , 它们是由网络中某处的两个独立源 a 和 b 产生的。则式(1.156)的互易定理表明

$$\oint_S \bar{E}_a \times \bar{H}_b \cdot d\bar{s} = \oint_S \bar{E}_b \times \bar{H}_a \cdot d\bar{s} \quad (4.30)$$

其中, S 是沿网络边界并经过所有端口的端平面的封闭曲面。若网络和传输线的边界壁是金属, 则在壁上就有 $\bar{E}_{tan} = 0$ (假设是理想导体)。若网络或传输线是开放性结构, 如微带或槽线, 则可把边界设置在离线足够远处, 以便使 \bar{E}_{tan} 可以忽略不计。这样, 式(4.30)的积分的非零贡献仅来自于端口 1 和端口 2 的截面积。

由 4.1 节可知, 源 a 和 b 产生的场可在端平面 t_1 和 t_2 上算出:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{1a} &= V_{1a} \bar{e}_1 & \bar{H}_{1a} &= I_{1a} \bar{h}_1 \\ \bar{E}_{1b} &= V_{1b} \bar{e}_1 & \bar{H}_{1b} &= I_{1b} \bar{h}_1 \\ \bar{E}_{2a} &= V_{2a} \bar{e}_2 & \bar{H}_{2a} &= I_{2a} \bar{h}_2 \\ \bar{E}_{2b} &= V_{2b} \bar{e}_2 & \bar{H}_{2b} &= I_{2b} \bar{h}_2 \end{aligned} \quad (4.31)$$

其中, \bar{e}_1, \bar{h}_1 和 \bar{e}_2, \bar{h}_2 分别是端口 1 和端口 2 的横向模场, 而 V 和 I 是等效的总电压和电流(例如, \bar{E}_{1b} 是源 b 产生的在端口 1 的端平面 t_1 上的横向电场)。把式(4.31)的场代入到式(4.30)中, 可得

$$(V_{1a}I_{1b} - V_{1b}I_{1a}) \int_{S_1} \bar{e}_1 \times \bar{h}_1 \cdot d\bar{s} + (V_{2a}I_{2b} - V_{2b}I_{2a}) \int_{S_2} \bar{e}_2 \times \bar{h}_2 \cdot d\bar{s} = 0 \quad (4.32)$$

其中, S_1 和 S_2 是端口 1 和端口 2 的端平面上的截面积。

如在 4.1 节中那样, 等效电压和电流是这样来定义的: 使通过给定端口的功率可用 $VI^*/2$ 来表示; 然后比较式(4.31)与式(4.6), 表明对每一个端口有 $C_1 = C_2 = 1$, 所以

$$\int_{S_1} \bar{e}_1 \times \bar{h}_1 \cdot d\bar{s} = \int_{S_2} \bar{e}_2 \times \bar{h}_2 \cdot d\bar{s} = 1 \quad (4.33)$$

这会将式(4.32)简化为

$$V_{1a}I_{1b} - V_{1b}I_{1a} + V_{2a}I_{2b} - V_{2b}I_{2a} = 0 \quad (4.34)$$

现在利用该二端口网络的 2×2 导纳矩阵

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{aligned}$$

来消去 I 项。代入到式(4.34)中可得

$$(V_{1a}V_{2b} - V_{1b}V_{2a})(Y_{12} - Y_{21}) = 0 \quad (4.35)$$

因为源 a 和 b 是相互独立的, 所以电压 V_{1a}, V_{1b}, V_{2a} 和 V_{2b} 可取任意值。所以, 为了使式(4.35)对任意选择的源都满足, 必须有 $Y_{12} = Y_{21}$, 又因为标为 1 和 2 的端口是任选的, 于是得到普遍性的结果

$$Y_{ij} = Y_{ji} \quad (4.36)$$

若 $[Y]$ 是对称矩阵, 则它的逆矩阵 $[Z]$ 也是对称的。

4.2.2 无耗网络

现在讨论互易的无耗 N 端口结;我们将证明阻抗和导纳矩阵元必须是纯虚数。若网络是无耗的,则输送到网络的净实功率必须为零⁽¹⁾。这样, $\operatorname{Re}\{P_{av}\} = 0$, 其中

$$\begin{aligned} P_{av} &= \frac{1}{2}[V]^t[I]^* = \frac{1}{2}([Z][I]^t[I]^*)^* = \frac{1}{2}[I]^t[Z][I]^* \\ &= \frac{1}{2}(I_1 Z_{11} I_1^* + I_1 Z_{12} I_2^* + I_2 Z_{21} I_1^* + \dots) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_m Z_{mn} I_n^* \end{aligned} \quad (4.37)$$

(我们已用到矩阵代数的结果 $([A][B])^t = [B]^t[A]^t$)。因为各个 I_n 是独立的,我们必须让每个自乘项($I_n Z_{nn} I_n^*$)的实部等于零,因此除了第 n 项电流外,其他所有端口电流可设定为等于零。所以有

$$\operatorname{Re}\{I_n Z_{nn} I_n^*\} = |I_n|^2 \operatorname{Re}\{Z_{nn}\} = 0$$

或

$$\operatorname{Re}\{Z_{nn}\} = 0 \quad (4.38)$$

现在,除了 I_m 和 I_n 外,我们将其他所有端口电流设定为零。式(4.37)简化为

$$\operatorname{Re}\{(I_n I_m^* + I_m I_n^*) Z_{mn}\} = 0$$

因为 $Z_{mn} = Z_{nm}$ 。但 $(I_n I_m^* + I_m I_n^*)$ 是纯实量,一般它不为零。这样我们就必须有

$$\operatorname{Re}\{Z_{mn}\} = 0 \quad (4.39)$$

因此,式(4.38)和式(4.39)表明,对所有的 m, n 有 $\operatorname{Re}\{Z_{mn}\} = 0$ 。读者可以证明这还可以导致一个虚 $[Y]$ 矩阵。

例题 4.3 阻抗参量的计算

求图 4.6 所示二端口 T 型网络的 Z 参量。

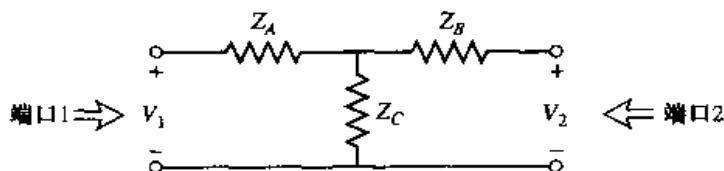


图 4.6 二端口 T型网络

解:

由式(4.28)可知, Z_{11} 是端口 2 开路时端口 1 的输入阻抗:

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_A + Z_C$$

当电流 I_2 加到端口 2 时测量端口 1 上的开路电压,就可求出转移阻抗 Z_{12} 。利用电阻上的分压可得

(1) 即进入和出来的功率流相等,网络不消耗功率。——译者注

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{V_2}{I_2} \frac{Z_C}{Z_B + Z_C} = Z_C$$

读者可自行证明 $Z_{12} = Z_{21}$, 这表明电路是互易的。最后, Z_{22} 求出为

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_B + Z_C$$

■

4.3 散射矩阵

我们已经讨论了为非 TEM 线定义电压和电流的困难性。此外, 当试图去测量微波频率下的电压和电流时存在着实际问题, 因为直接测量通常会涉及到给定方向的行波或驻波的幅值(得出功率)和相位。在与高频网络打交道时, 这样的等效电压和电流, 以及相关的阻抗和导纳在概念上变得有些抽象。由散射矩阵给出的入射波, 反射波和透射波的概念是与直接测量更为相符的表示方法。

与 N 端口网络的阻抗和导纳矩阵相仿, 在它的端口上看, 散射矩阵提供网络的完整描述。阻抗和导纳矩阵把端口上的电压和电流联系起来, 而散射矩阵则把入射到端口的电压波与来自端口的反射波联系起来。对于某些元件和网络, 我们可以利用网络分析技术把散射矩阵计算出来。另外, 可以直接用矢量网络分析仪测量出散射参量; 图 4.7 显示了一台现代网络分析仪的照片。一旦知道了网络的散射参量, 就可在需要时转换成其他的矩阵参量。



图 4.7 惠普 HP8510B 网络分析仪的实物照片。该测试仪器用来测量一端口或二端口微波网络的散射参量(幅值和相位), 频率从 0.05 GHz 到 26.5 GHz。内置的微处理器可给出误差校正、高精度以及多种选择的显示格式, 该分析仪还可对频域数据实现快速傅里叶变换, 给出待测网络的时域响应。承蒙加州 Santa Rosa 的 Agilent Technologies 提供照片

考虑图 4.5 中显示的 N 端口网络, 其中 V_n^+ 是入射到 n 端口的电压波振幅, V_n^- 是自 n 端口反射的电压波振幅。散射矩阵或 [S] 矩阵由这些人射和反射电压波之间的联系确定:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \\ S_{N1} & \cdots & & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix}$$

或

$$[V^-] = [S][V^+] \quad (4.40)$$

[S]矩阵元可确定为

$$S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+=0, k \neq j} \quad (4.41)$$

换言之,通过使用入射波电压 V_j^+ ,激励 j 端口并测量从 i 端口出来的反射波电压,可按上式得出 S_{ij} 。同时要求除 j 端口外的所有其他端口上的入射波设置为零,这意味着所有端口应端接匹配负载以避免出现反射。这样, S_{ii} 就是当所有端口接匹配负载时向 i 端口看去的反射系数,而 S_{ij} 是当所有其他端口接有匹配负载时从 j 端口到 i 端口的传输系数。

例题 4.4 散射参量计算

求图 4.8 给出的 3 dB 衰减器电路的 S 参量。

解:

由式(4.41)可知,当端口 2 接匹配负载($Z_0 = 50 \Omega$)时, S_{11} 作为从端口 1 看去的反射系数,可求出如下:

$$S_{11} = \left. \frac{V_1^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} = \Gamma^{(1)} \Big|_{V_2^+=0} = \left. \frac{Z_{in}^{(1)} - Z_0}{Z_{in}^{(1)} + Z_0} \right|_{Z_0 \text{ 在端口 } 2}$$

但是, $Z_{in}^{(1)} = 8.56 + [141.8(8.56 + 50)] / (141.8 + 8.56 + 50) = 50 \Omega$, 所以有 $S_{11} = 0$ 。按电路的对称性有 $S_{22} = 0$ 。

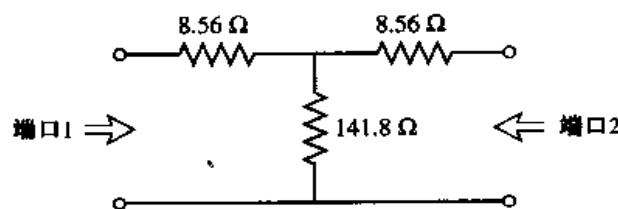


图 4.8 有 50Ω 特征阻抗的 3 dB 匹配衰减器(例题 4.4)

在端口 1 上施加入射波 V_1^+ ,并在端口 2 上测量到出射波 V_2^- ,就可求出 S_{21} 。这等效于从端口 1 到端口 2 的传输系数:

$$S_{21} = \left. \frac{V_2^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0}$$

从 $S_{11} = S_{22} = 0$ 的事实出发可知,当端口 2 端接有 $Z_0 = 50 \Omega$ 时 $V_1^- = 0$,并有 $V_2^+ = 0$,在这种情况下就有 $V_1^+ = V_1$ 和 $V_2^- = V_2$ 。所以在端口 1 上施加电压 V_1 并使用二次分压,就可求出 $V_2^- = V_2$,它是在端口 2 上跨接在 50Ω 负载电阻上的电压:

$$V_2^- = V_2 = V_1 \left(\frac{41.44}{41.44 + 8.56} \right) \left(\frac{50}{50 + 8.56} \right) = 0.707 V_1$$

其中, $41.44 = 141.8(58.56)/(141.8 + 58.56)$ 是负载 $50\Omega + 8.56\Omega$ 与 141.8Ω 的并联电阻。这样, 就有 $S_{12} = S_{21} = 0.707$ 。

入功率是 $|V_1^+|^2/2Z_0$, 则输出功率是 $|V_2^-|^2/2Z_0 = |S_{21}|V_1^+|^2/2Z_0 = |S_{21}|^2/2Z_0|V_1^+|^2 = |V_1^+|^2/4Z_0$, 它是输入功率的一半(-3 dB)。 ■

下面将要说明如何从 $[Z]$ (或 $[Y]$)矩阵来确定 $[S]$ 矩阵, 或是反之。首先, 我们必须假定所有端口的特征阻抗 Z_{0n} 是相等的(当讨论到广义散射矩阵时, 该限定将被去除)。为方便起见, 可设 $Z_{0n} = 1$ 。由式(4.24)可知, 端口 n 的总电压和电流可写为

$$V_n = V_n^+ + V_n^- \quad (4.42a)$$

$$I_n = I_n^+ - I_n^- = V_n^+ - V_n^- \quad (4.42b)$$

利用式(4.25)的 $[Z]$ 定义式和式(4.42), 得到

$$[Z][I] = [Z][V^+] - [Z][V^-] = [V] = [V^+] + [V^-]$$

它可写为

$$([Z] + [U])[V^-] = ([Z] - [U])[V^+] \quad (4.43)$$

其中 $[U]$ 是单位矩阵(unit or identity matrix), 它定义为

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & 1 \end{bmatrix}$$

比较式(4.43)与式(4.40), 表明

$$[S] = ([Z] + [U])^{-1}([Z] - [U]) \quad (4.44)$$

它给出了用阻抗矩阵表示的散射矩阵。注意, 对于一端口网络, 式(4.44)简化为

$$S_{11} = \frac{z_{11} - 1}{z_{11} + 1}$$

该结果与向负载看去的反射系数(其归一化输入阻抗为 Z_{11})一致。

为了求出用 $[S]$ 表示的 $[Z]$, 可把式(4.44)改写为 $[Z][S] + [U][S] = [Z] - [U]$, 并解出 $[Z]$:

$$[Z] = ([U] + [S])([U] - [S])^{-1} \quad (4.45)$$

4.3.1 互易网络与无耗网络

如在 4.2 节中讨论的那样, 对于互易网络, 阻抗和导纳矩阵是对称的; 对于无耗网络, 它们则是纯虚数。对于这些类型的的网络, 散射矩阵有其特殊性质。下面我们将要说明互易网络的 $[S]$ 矩阵是对称的, 而无耗网络的 $[S]$ 矩阵是幺正(unitary)矩阵。

把式(4.42a)和式(4.42b)相加得

$$V_n^+ = \frac{1}{2}(V_n + I_n)$$

或

$$[V^+] = \frac{1}{2}([Z] + [U])[I] \quad (4.46a)$$

把式(4.42a)和式(4.42b)相减得

$$V_n = \frac{1}{2}(V_n - I_n)$$

或

$$[V^-] = \frac{1}{2}([Z] - [U])[I] \quad (4.46b)$$

式(4.46a)和式(4.46b)两式相除可消去[I], 得到

$$[V^+] = ([Z] - [U])([Z] + [U])^{-1}[V^+]$$

所以有

$$[S] = ([Z] - [U])([Z] + [U])^{-1} \quad (4.47)$$

使式(4.47)中的矩阵转置, 可以给出

$$[S]^t = \{([Z] + [U])^{-1}\}^t([Z] - [U])^t$$

由于[U]是对角矩阵, 所以[U]^t = [U]; 若网络是互易的, 则[Z]是对称的, 所以有[Z]^t = [Z]。从而上式简化为

$$[S]^t = ([Z] + [U])^{-1}([Z] - [U])$$

它等同于式(4.44)。这就证明了互易网络有

$$[S] = [S]^t \quad (4.48)$$

若网络是无耗的, 则无实功率传送给网络。这样, 若所有端口的特征阻抗都相同并设定为1, 则传送到网络的平均功率为

$$\begin{aligned} P_{av} &= \frac{1}{2}\operatorname{Re}\{[V]^t[I]^*\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\{([V^+]^t + [V^-]^t)([V^+]^* - [V^-]^*)\} \\ &= \frac{1}{2}\operatorname{Re}\{[V^+]^t[V^+]^* - [V^+]^t[V^-]^* + [V^-]^t[V^+]^* - [V^-]^t[V^-]^*\} \quad (4.49) \\ &= \frac{1}{2}[V^+]^t[V^+]^* - \frac{1}{2}[V^-]^t[V^-]^* = 0 \end{aligned}$$

因为项-[V^+]^t[V^-]^*+[V^-]^t[V^+]^*具有A-A*的形式, 因而是纯虚数。在式(4.49)的其余项中, (1/2)[V^+]^t[V^+]^*表示总入射功率, 而(1/2)[V^-]^t[V^-]^*表示总反射功率。所以对于无耗结, 直觉的结论是入射功率等于反射功率:

$$[V^+]^t[V^+]^* = [V^-]^t[V^-]^* \quad (4.50)$$

把[V^-] = [S][V^+]用到式(4.50)中, 可得

$$[V^+]^t[V^+]^* = [V^+]^t[S]^t[S]^*[V^+]^*$$

因而对于非零的[V^+]有

$$[S]^t[S]^* = [U]$$

或

$$[S]^* = \{[S]^t\}^{-1} \quad (4.51)$$

满足式(4.51)给出的条件的矩阵称为么正矩阵。

矩阵方程(4.51)可写成累加形式:

$$\sum_{k=1}^N S_{ki} S_{kj}^* = \delta_{ij}, \quad \text{对于所有 } i, j \quad (4.52)$$

其中,若 $i=j$,则 $\delta_{ii}=1$;若 $i \neq j$,则 $\delta_{ij}=0$, δ_{ij} 是 Kronecker δ 符号。这样,若 $i=j$,则式(4.52)化为

$$\sum_{k=1}^N S_{ki} S_{ki}^* = 1 \quad (4.53a)$$

而若 $i \neq j$,则式(4.52)化为

$$\sum_{k=1}^N S_{ki} S_{kj}^* = 0, \quad i \neq j \quad (4.53b)$$

换言之,式(4.53a)说明 $[S]$ 的任一列与此列的共轭点乘等于 1;而式(4.53b)说明 $[S]$ 的任一列与不同列的共轭点乘为零(正交)。假如网络是互易的,则 $[S]$ 是对称的;对于散射矩阵的各行,可以做出同样的陈述。

例题 4.5 散射参量的应用

已知二端口网络有如下散射矩阵:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.15\angle 0^\circ & 0.85\angle -45^\circ \\ 0.85\angle 45^\circ & 0.2\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

判定网络是互易的还是无耗的。若端口 2 接有匹配负载,则在端口 1 看去的回波损耗(return loss)为多少?若端口 2 短路,则在端口 1 看去的回波损耗又为多少?

解:

由于 $[S]$ 是非对称的,所以网络是非互易的。假如网络是无耗的,则 S 参量应满足式(4.53)。取其第 1 列[即在式(4.53a)中 $i=1$]有

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = (0.15)^2 + (0.85)^2 = 0.745 \neq 1$$

因此网络不是无耗的。

当端口 2 接有匹配负载时,向端口 1 看去的反射系数是 $\Gamma = S_{11} = 0.15$, 所以回波损耗是

$$RL = -20 \lg |\Gamma| = -20 \lg(0.15) = 16.5 \text{ dB}$$

当端口 2 被短路时,向端口 1 看去的反射系数可按如下方式求出。从散射矩阵的定义和此时 $V_2^+ = -V_2^-$ 的事实(在端口 2 短路)出发,可写出

$$\begin{aligned} V_1^- &= S_{11} V_1^+ + S_{12} V_2^+ = S_{11} V_1^+ - S_{12} V_2^- \\ V_2^- &= S_{22} V_1^+ + S_{21} V_2^+ = S_{21} V_1^+ - S_{22} V_2^- \end{aligned}$$

第二个方程给出

$$V_2^- = \frac{S_{21}}{1 + S_{22}} V_1^+$$

用 V_1^+ 除第一个方程,并利用上式的结果,就可给出向端口 1 看去的反射系数为

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} - S_{12} \frac{V_2^-}{V_1^+} = S_{11} - \frac{S_{12} S_{21}}{1 + S_{22}} \\ &= 0.15 - \frac{(0.85\angle -45^\circ)(0.85\angle 45^\circ)}{1 + 0.2} = -0.452 \end{aligned}$$

所以回波损耗 $RL = -20 \lg |\Gamma| = -20 \lg(0.452) = 6.9 \text{ dB}$ 。
■

在对 S 参量的理解上有一点很重要:向端口 n 看去的反射系数并不等于 S_{nn} ;只有当所有其他端口都匹配时才可能这样(这一点已在上述的例题中加以阐明)。与此相仿,除非所有其他端口都匹配,否则从端口 m 到端口 n 的传输系数不等于 S_{mn} 。网络的 S 参量只是网络本身的特性(假定网络是线性的),它是在所有端口均匹配的条件下定义的。改变网络的端接或激励状况不会改变其 S 参量,但会改变向给定端口看去的反射系数或两个端口之间的传输系数。

4.3.2 参考平面的移动

由于 S 参量关联了入射到网络和反射自网络的行波的振幅(幅值和相位),所以网络的每一端口的相位参考平面必须加以确定。下面将说明当参考平面从它们的原始位置移动时, S 参量是如何转换的。

现在考虑示于图 4.9 的一个 N 端口网络,设定第 n 个端口的原始端平面位置为 $z_n = 0$,其中 z_n 是沿馈送到第 n 个端口的传输线上量度的任一坐标点。该网络的散射矩阵连同这一组端平面用 $[S]$ 来表示。现考虑新的一组其第 n 个端口处于 $z_n = \ell_n$ 的端平面,并令该新散射矩阵表示为 $[S']$ 。则用入射和反射端口电压表示时,我们有

$$[V^-] = [S][V^+] \quad (4.54a)$$

$$[V'^-] = [S'][V'^+] \quad (4.54b)$$

其中不带撇号的量是以原来在 $z_n = 0$ 的端平面作为参考的,而带撇号的量是以在 $z_n = \ell_n$ 处的新端平面作为参考的。

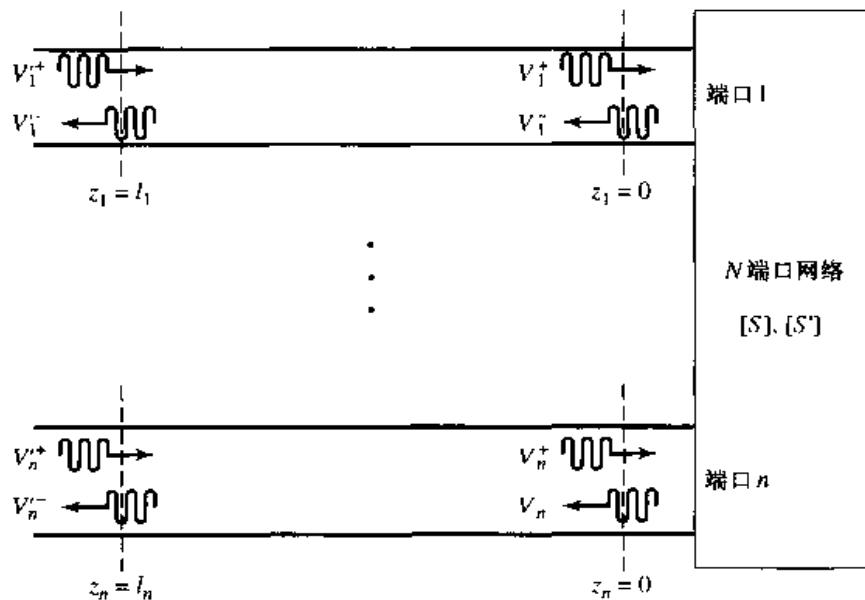


图 4.9 移动 N 端口网络的参考平面

从无耗传输线上行波的理论出发,我们可把新的波振幅与原来的波振幅通过下式联系起来:

$$V_n'^+ = V_n^+ e^{j\theta_n} \quad (4.55a)$$

$$V_n'^- = V_n^- e^{-j\theta_n} \quad (4.55b)$$

其中, $\theta_n = \beta_n \ell_n$ 是第 n 个端口的参考平面向外移动的电长度。

把式(4.55)用矩阵形式写出,并把它代入到式(4.54a)中,得到

$$\begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ e^{j\theta_2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \\ 0 & e^{j\theta_N} \end{bmatrix} [V'^{-}] = [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ e^{-j\theta_2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \\ 0 & e^{-j\theta_N} \end{bmatrix} [V'^{+}]$$

用左边第一个矩阵的逆矩阵相乘, 给出

$$[V'^{-}] = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ e^{-j\theta_2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \\ 0 & e^{-j\theta_N} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ e^{-j\theta_2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \\ 0 & e^{-j\theta_N} \end{bmatrix} [V'^{+}]$$

与式(4.54b)对比, 表明有

$$[S'] = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ e^{-j\theta_2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \\ 0 & e^{-j\theta_N} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ e^{-j\theta_2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \\ 0 & e^{-j\theta_N} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

这就是我们想要的结果。注意, $S'_{nn} = e^{-2j\theta_n} S_{nn}$ 意味着 S_{nn} 的相移是端平面 n 移动的电长度的两倍, 这是因为波在入射和反射时, 行进的距离是该长度的两倍。

4.3.3 广义散射参量

到现在为止, 我们所讨论的散射参量均是针对所有端口都有相同特征阻抗的网络的。在很多实际情况下, 人们经常用 50Ω 作为特征阻抗, 这正合乎该情形。然而, 在另外一些情形下, 多端口网络的特征阻抗彼此不同, 这就需要推广散射参量的定义。

考虑示于图 4.10 中的 N 端口网络, 其中 Z_{0n} 是第 n 个端口的(实)特征阻抗, V_n^+ 和 V_n^- 分别代表第 n 个端口的入射和反射电压波。为了得到用波振幅表示的有物理意义的功率关系, 有必要定义新的一组波振幅如下:

$$a_n = V_n^+ / \sqrt{Z_{0n}} \quad (4.57a)$$

$$b_n = V_n^- / \sqrt{Z_{0n}} \quad (4.57b)$$

其中, a_n 代表第 n 个端口的入射波, b_n 代表该端口的反射波^{[1],[5]}。因此, 由式(4.42a,b)可得

$$V_n = V_n^+ + V_n^- = \sqrt{Z_{0n}}(a_n + b_n) \quad (4.58a)$$

$$I_n = \frac{1}{Z_{0n}}(V_n^+ - V_n^-) = \frac{1}{\sqrt{Z_{0n}}}(a_n - b_n) \quad (4.58b)$$

现在, 传送到第 n 个端口的平均功率为

$$P_n = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\{V_n I_n^*\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\{|a_n|^2 - |b_n|^2 + (b_n a_n^* - b_n^* a_n)\} = \frac{1}{2}|a_n|^2 - \frac{1}{2}|b_n|^2 \quad (4.59)$$

因为量 $(b_n a_n^* - b_n^* a_n)$ 是纯虚数。该结果在物理上是明显的, 因为它说明了传送到第 n 个端口的平均功率等于入射波功率减去反射波功率。而若用 V_n^+ 和 V_n^- 表示, 其相应结果则与第 n 个端口的特征阻抗有关。

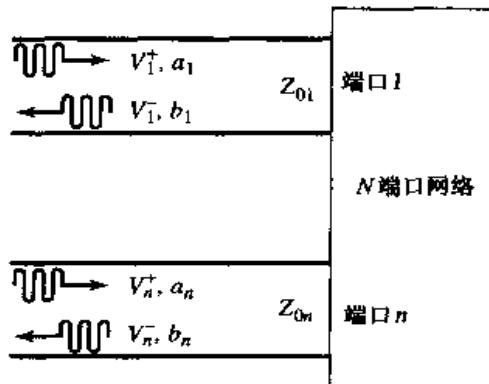


图 4.10 有不同特征阻抗的 N 端口网络

这样,我们就可以用广义散射矩阵把式(4.57)定义的入射波和反射波关联起来:

$$[b] = [S][a] \quad (4.60)$$

其中,散射矩阵的 i, j 元给出为

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \Big|_{a_k=0, k \neq j} \quad (4.61)$$

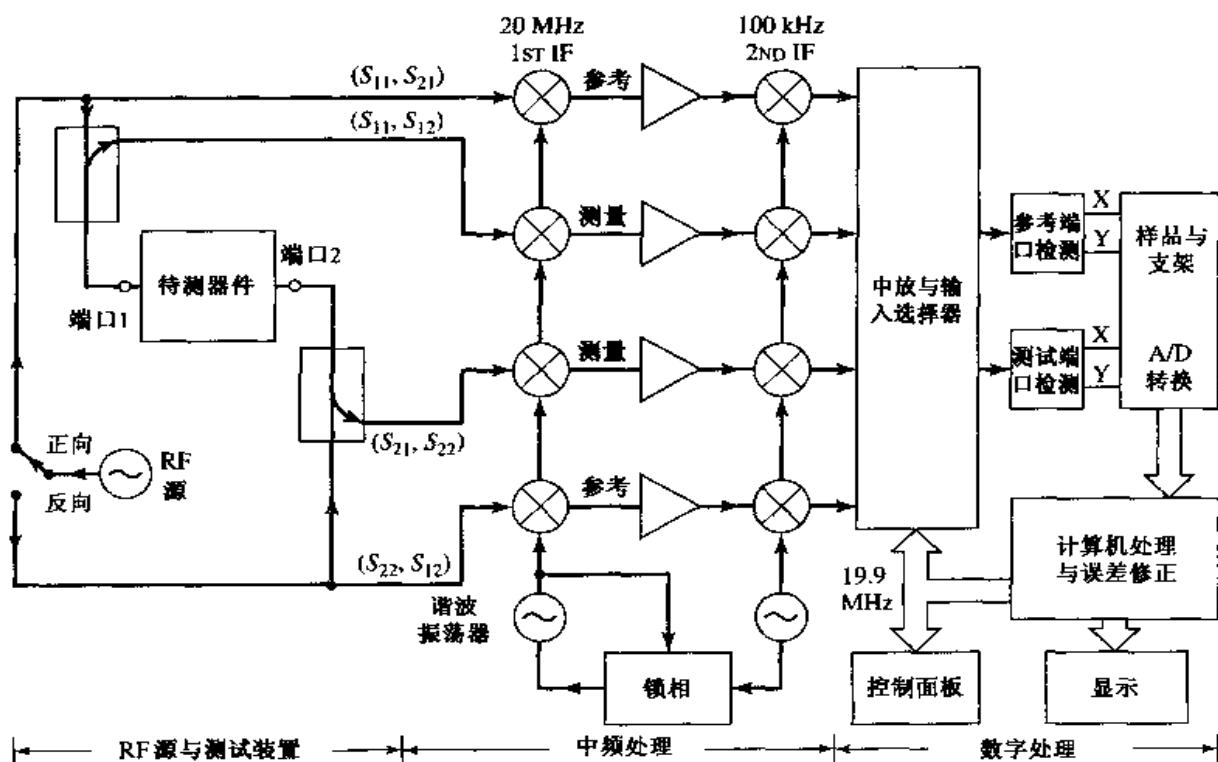
这类似于所有端口都有相同特征阻抗的网络的结果式(4.41)。把式(4.57)用到式(4.61)可得

$$S_{ij} = \frac{V_i^- \sqrt{Z_{0j}}}{V_j^+ \sqrt{Z_{0i}}} \Big|_{V_k^+=0, k \neq j} \quad (4.62)$$

这说明了具有相同特征阻抗的网络的 S 参量 (V_i^- / V_j^+ , 并有 $V_k^+ = 0, k \neq j$), 是如何转换到连接有不同特征阻抗的传输线的网络上去的。

感兴趣点: 矢量网络分析仪

矢量网络分析仪可用来测量无源和有源网络的 S 参量, 它是一台双(或四)通道微波接收机, 设计成可用来处理来自网络的透射波和反射波的幅值和相位。类似于 HP8510 系统的网络分析仪的简化框图见下图。工作时, 扫频的高频源通常设置在指定的频宽范围内。四端口反射计对入射、反射和透射 RF 波取样; 一个开关可从端口 1 或从端口 2 激励网络。四个双重转换通道把这些信号变成 100 kHz 的中频, 然后进行检测并转换成数字形式。用功能强大的内置计算机计算并显示出 S 参量的幅值和相位, 或可从 S 参量导出其他量, 诸如驻波比(SWR)、回波损耗、群时延、阻抗等。该网络分析仪的一个重要特点是, 误差修正软件的使用使得精度的重大改善成为可能。用 12 项误差模型和校正处理方法来考虑由于定向耦合器失配、不完善的方向性、损耗和分析仪系统的频响变动造成的误差。另一个有用的特性是, 具有通过计算频域数据的傅里叶逆变换来确定网络的时域响应的能力。



4.4 传输(ABCD)矩阵

我们可用 Z 、 Y 和 S 参量来表征有任意数目端口的微波网络。但是,实际上许多微波网络是由两个或两个以上的二端口网络级联组成的。在这种情况下,对每个二端口网络用 2×2 传输矩阵或 $ABCD$ 矩阵来定义就会很方便。随后我们将看到,两个或更多个二端口网络级联的 $ABCD$ 矩阵可以很容易地通过单个二端口的 $ABCD$ 矩阵相乘求出。

二端口网络的 $ABCD$ 矩阵可用图4.11(a)显示的总电压和总电流定义如下:

$$V_1 = AV_2 + BI_2$$

$$I_1 = CV_2 + DI_2$$

或写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

在图4.11(a)中,需要着重注意的是, I_2 箭头的指向习惯表示已与过去的指向习惯(I_2 指向端口2流入)不同。当涉及到 $ABCD$ 矩阵时,采用流出端口2的方向来规定 I_2 的指向,这样在级联网络中 I_2 将以同样的电流流入到下一个网络,如图4.11(b)所示。因此,式(4.63)的左边代表网络在端口1的电压和电流,而式(4.63)右边的列代表端口2的电压和电流。

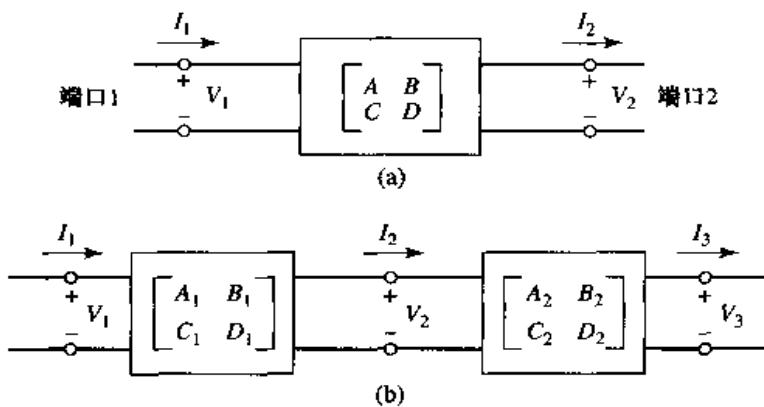


图4.11 (a)二端口网络;(b)级联二端口网络

在图4.11(b)所示的级联二端口网络中,我们有

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.64a)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.64b)$$

把式(4.64b)代入到式(4.64a)中可得

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

它表明两个网络的级联的 $ABCD$ 矩阵等于表示单个二端口网络的 $ABCD$ 矩阵的乘积。注意,矩阵相乘的先后顺序必须与网络排列的顺序相同,因为一般来说,矩阵相乘不满足交换律。

$ABCD$ 矩阵的用途表现在可以建立起基本的二端口网络的 $ABCD$ 矩阵数据库,并以积木式

部件的形式应用到较复杂的微波网络中,而较复杂的微波网络是由这些较简单的二端口网络级联而成的。一些常用的二端口网络和它们的 $ABCD$ 矩阵列于表 4.1 中。

表 4.1 一些常用的二端口电路的 $ABCD$ 参量

电路	$ABCD$ 参量	
	$A = 1$ $C = 0$	$B = Z$ $D = 1$
		
	$A = 1$ $C = Y$	$B = 0$ $D = 1$
	$A = \cos \beta l$ $C = jY_0 \sin \beta l$	$B = jZ_0 \sin \beta l$ $D = \cos \beta l$
	$A = N$ $C = 0$	$B = 0$ $D = \frac{1}{N}$
	$A = 1 + \frac{Y_2}{Y_3}$ $C = Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1 Y_2}{Y_3}$	$B = \frac{1}{Y_3}$ $D = 1 + \frac{Y_1}{Y_3}$
	$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}$ $C = \frac{1}{Z_3}$	$B = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$ $D = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$

例题 4.6 计算 $ABCD$ 参量

求在端口 1 和端口 2 之间有一串联阻抗 Z 的二端口网络(见表 4.1 中第一项)的 $ABCD$ 参量。

解:

由式(4.63)的定义关系式,我们有

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

这表明在端口 1 上施加电压 V_1 ,并在端口 2 上测量开路电压 V_2 ,就可求出 A 。从而有 $A = 1$ 。类似地,我们有

$$B = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0} = \frac{V_1}{V_1/Z} = Z$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = 0$$

$$D = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0} = \frac{I_1}{I_1} = 1$$

■

4.4.1 与阻抗矩阵的关系

在知道了网络的 Z 矩阵后, 就可求出 $ABCD$ 参量。这样, 从二端口网络的式(4.63)中 $ABCD$ 参量的定义和式(4.25)中 Z 参量的定义关系式, 并使 I_2 与用于 $ABCD$ 参量的习惯符号相一致,

$$V_1 = I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} \quad (4.66a)$$

$$V_2 = I_1 Z_{21} - I_2 Z_{22} \quad (4.66b)$$

我们可得

$$A = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{I_1 Z_{11}}{I_1 Z_{21}} = Z_{11}/Z_{21} \quad (4.67a)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{V_1}{I_2} \Big|_{V_2=0} = \frac{I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12}}{I_2} \Big|_{V_2=0} = Z_{11} \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_2=0} - Z_{12} \\ &= Z_{11} \frac{I_1 Z_{22}}{I_1 Z_{21}} - Z_{12} = \frac{Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}}{Z_{21}} \end{aligned} \quad (4.67b)$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{I_1}{I_1 Z_{21}} = 1/Z_{21} \quad (4.67c)$$

$$D = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_2=0} = \frac{I_2 Z_{22}/Z_{21}}{I_2} = Z_{22}/Z_{21} \quad (4.67d)$$

若网络是互易的, 则 $Z_{12} = Z_{21}$, 把它用到式(4.67)中, 可证明有 $AD - BC = 1$ 。

4.4.2 二端口网络的等效电路

实际工作中会频繁出现微波二端口网络的特殊情况, 因此值得我们进一步关注。这里, 我们将采用等效电路来代表任意形式的二端口网络。表 4.2 中给出了二端口网络的各种参量之间的有用的转换关系。

作为二端口网络的一个例子, 图 4.12(a)给出了同轴线与微带线之间的过渡段。过渡段两侧的端平面可定义在这两根传输线上的任一点。图中给出了一种方便的选择^①。但由于从同轴线到微带线的过渡段中物理上的不连续性, 在过渡接头附近的区域存储有电能和/或磁能, 从而导致有电抗性作用。通过测量或理论分析(尽管这些分析可能十分复杂), 可获得这些作用的描述, 并表示为图 4.12(b)中的二端口“黑盒子”。过渡段的性质可用二端口网络的网络参量(Z , Y , S 或 $ABCD$)来表示。这种处理方法可以应用到各式各样的二端口接头上, 例如从一种类型的传输线到另一种传输线的过渡, 传输线的不连续性(例如宽度上的阶梯变化或弯曲等)。当对微波接头以这种方式进行模型化时, 非常有用的方法是把二端口“黑盒子”替换成包含有少数理想化的元件的等效电路, 如图 4.12(c)所示(若把这些元件值与实际接头的某些物理特性联系起来, 则特别有用)。定义这种等效电路的方法有多种; 下面我们将讨论一些最为常见且有用的方法。

正如在上一节中所看到的那样, 任意二端口网络均可用阻抗参量描述为

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \quad (4.68a)$$

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

(1) 即图 4.12(a)中用虚线标出的 t_1 面和 t_2 面。——译者注

表 4.2 二端口网络的各参量转换

	S	Z	Y	$ABCD$
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{21} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{Y_{11} - Y_{11}(Y_{12} + Y_{21}) - Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{\Delta Z}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{\Delta Y}$	$\frac{AD - BC}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{\Delta Z}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{\Delta Y}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{(Y_{11} + Y_{11})(Y_{12} - Y_{21}) - Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
Z_{11}	Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Y_{22}}{ Y }$	$\frac{A}{C}$
Z_{12}	Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Y_{12}}{ Y }$	$\frac{AD - BC}{C}$
Z_{21}	Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Y_{21}}{ Y }$	$\frac{1}{C}$
Z_{22}	Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Y_{11}}{ Y }$	$\frac{D}{C}$
Y_{11}	Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{ Z }$	$\frac{D}{B}$
Y_{12}	Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{ Z }$	$\frac{BC - AD}{B}$
Y_{21}	Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{ Z }$	$\frac{-1}{B}$
Y_{22}	Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{ Z }$	$\frac{A}{B}$
A		$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A
B		$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{ Z }{Z_{21}}$	B
C		$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	C
D		$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{- Y }{Y_{21}}$	D
$ Y = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21};$		$ Y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21};$	$\Delta Y = (Y_{11} + Y_{11})(Y_{22} + Y_{21}) - Y_{12}Y_{21};$	$\Delta Z = (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21};$
				$Y_0 = 1/Z_0$

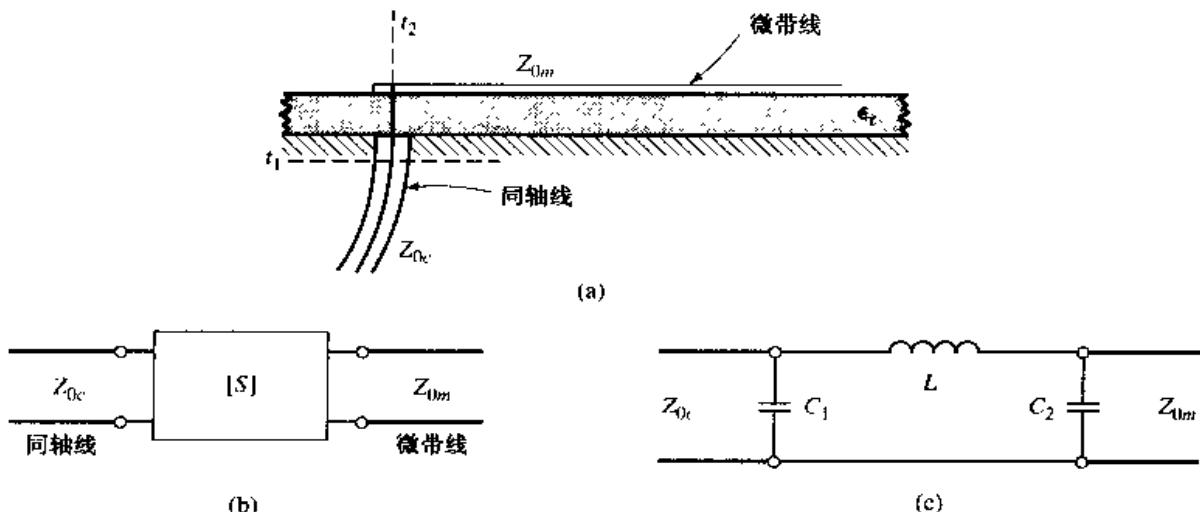


图 4.12 同轴-微带线过渡段及其等效电路表示:(a)过渡段的几何结构;(b)用“黑盒子”表示过渡段;(c)过渡段的一种可能存在的等效电路^[1]

或用导纳参量描述为

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{aligned} \quad (4.68b)$$

若网络是互易的,则有 $Z_{12} = Z_{21}$ 和 $Y_{12} = Y_{21}$ 。这些表示自然就导出了 T型和 π 型等效电路,如图 4.13(a)和图 4.13(b)所示。表 4.2 中的关系可以用来关联这些元件值与其他网络参量。

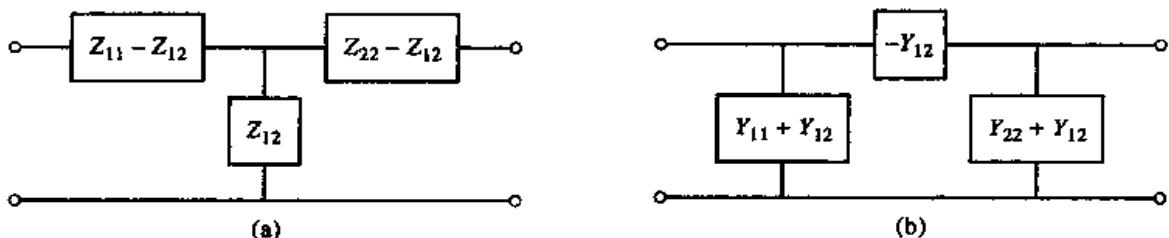


图 4.13 互易性二端口网络的等效电路:(a)T型等效电路;(b) π 型等效电路

其他等效电路也可以用来表示二端口网络。若网络是互易的,则存在六个自由度(三个矩阵元的实部和虚部),所以其等效电路应有六个独立的参量。非互易网络不能采用互易性矩阵元的无源等效电路来表示。

若网络是无耗的(这是许多实际二端口接头的很好近似),则我们可对等效电路做出若干简化。正如 4.2 节指出的那样,对于无耗网络,阻抗和导纳矩阵是纯虚数。这就使得这种网络的自由度减少到了三个,并且表明图 4.13 所示的 T型和 π 型等效电路可由纯电抗元件组成。

4.5 信号流图

我们已经知道如何使用散射参量来表示透射波和反射波,以及如何用不同的矩阵表示法来处理源、网络和负载的互连。在这一节中,我们将讨论信号流图。当用透射波和反射波来分析微波网络时,它是一种很有用的补充手段。首先讨论流图的特点和构成,然后给出流图的简化或求解方法。

信号流图的基本组成是节点和支路:

- **节点:**微波网络的每个端口 i 有两个节点 a_i 和 b_i 。节点 a_i 等同于进入端口 i 的波,而节点 b_i 等同于自端口 i 反射的波。节点的电压等于所有进入该节点的信号之和。
- **支路:**支路是两个节点之间的定向路径,代表信号从一个节点向另一个节点流动。每一条支路都有相关联的 S 参量或反射系数。

现在,考虑图 4.14 所示的任意二端口网络的信号流图表示。图 4.14(a)显示了每个端口均有人射波和反射波的二端口网络,而图 4.14(b)显示了与之对应的信号流图表示。流图给出了网络行为的直观图形说明。

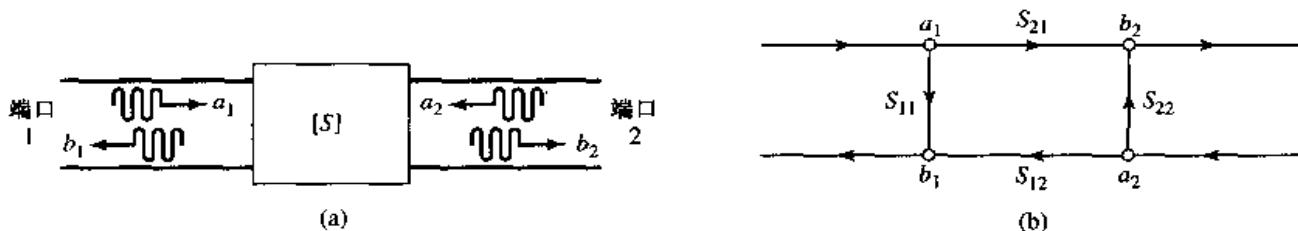


图 4.14 二端口网络的信号流图表示:(a)入射波和反射波的定义;(b)信号流图

例如,入射到端口 1 的振幅为 a_1 的波一分为二,一部分经 S_{11} 支路并作为反射波离开端口 1,另一部分经 S_{21} 传输到节点 b_2 。在节点 b_2 ,该波在端口 2 出去;若有非零反射系数的负载接到端口 2 上,则该波至少有部分被反射,并在节点 a_2 重新进入二端口网络。该波的一部分经 S_{22} 支路可从端口 2 反射出去,另一部分波通过 S_{12} 传输出端口 1。

图 4.15 显示了其他两个特定的网络(即一个一端口网络和一个电压源)以及它们的信号流图表示。一旦微波网络以信号流图形式表示出来,求解任意两个波的振幅之比就会相当容易。下面我们将讨论如何利用四个基本的分解法则来做到这一点,但利用控制系统理论的 Mason 法则也能得到相同的结果。

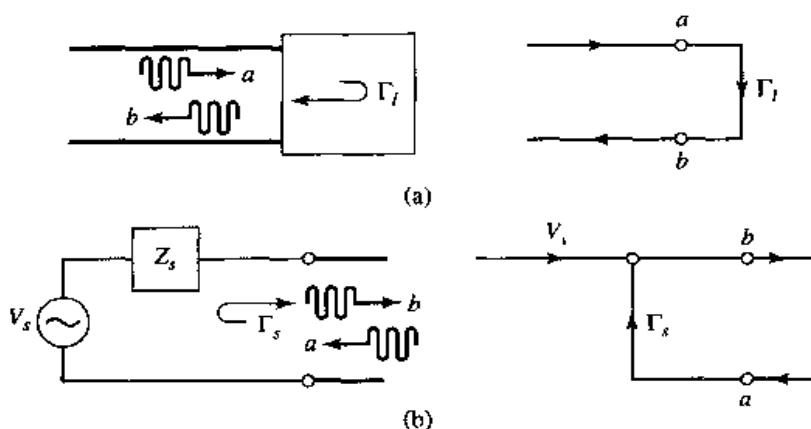


图 4.15 一端口网络和电压源的信号流图表示:(a)一端口网络及其信号流图;(b)电压源及其信号流图

4.5.1 信号流图的分解

使用下而的四项基本分解法则,信号流图可以简化为两个节点之间的单个支路,以便获得想要的波振幅比。

- **法则 1(串联法则):**公共节点只有一个进来的波和一个出去的波的两个支路(支路串

联),可以组合成单个支路,其系数是原来两个支路的系数乘积。图 4.16(a)显示了这一法则的流图。显然,我们有

$$V_3 = S_{32} V_2 = S_{32} S_{21} V_1 \quad (4.69)$$

- 法则 2(并联法则)。从一个公共节点到另一个公共节点的两个支路(支路并联),可以组合成单个支路,其系数是原来两个支路的系数之和。图 4.16(b)显示了这一法则的流图。显然,我们有

$$V_2 = S_a V_1 + S_b V_1 = (S_a + S_b) V_1 \quad (4.70)$$

- 法则 3(自闭环法则)。当一个节点有系数为 S 的自闭环(支路起止于同一个节点)时,让该节点的支路的系数乘以 $1/(1 - S)$,可消去此自闭环。

图 4.16(c)显示了该法则的流图,其推导如下。按原来网络,我们有

$$V_2 = S_{21} V_1 + S_{22} V_2 \quad (4.71a)$$

$$V_3 = S_{32} V_2 \quad (4.71b)$$

消去 V_2 有

$$V_3 = \frac{S_{32} S_{21}}{1 - S_{22}} V_1 \quad (4.72)$$

它表示图 4.16(c)中的简化图的传递函数。

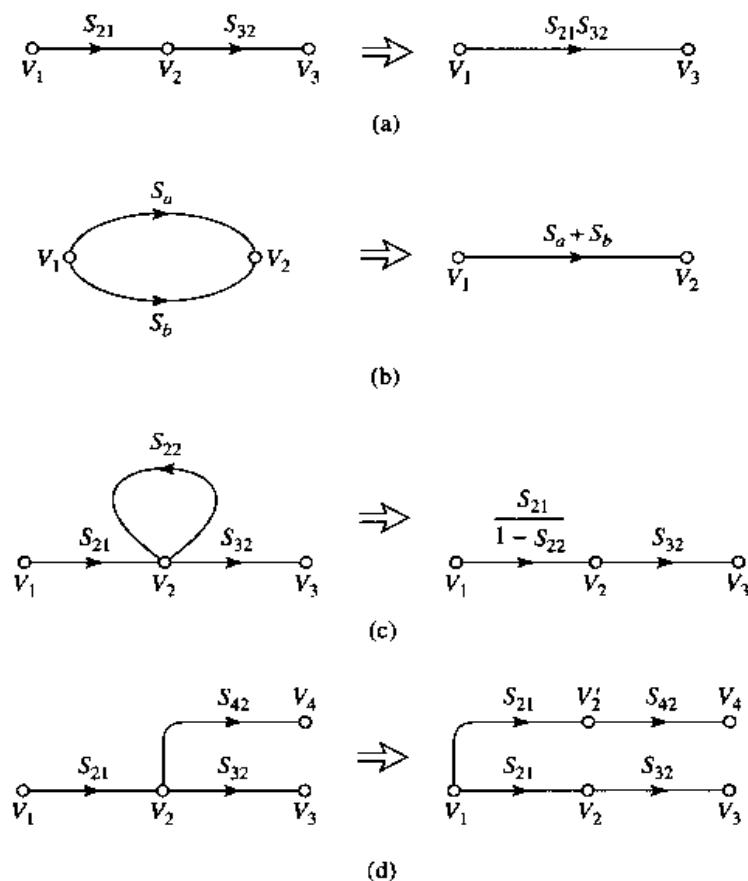


图 4.16 分解法则:(a)串联法则;(b)并联法则;(c)自闭环法则;(d)剖分法则

- 法则 4(剖分法则)。只要最终的信号流图一次(只有一次)包含有分离的(不是自闭环)输入支路和连接到原始节点的输出支路,一个节点就可剖分成两个分离的节点。

图 4.16(d)显示了该法则,我们可以看到,在原来的流图和有剖分节点的流图中,都有

$$V_4 = S_{42}V_2 = S_{21}S_{42}V_1 \quad (4.73)$$

下面我们将用例题来阐明这些法则的用途。

例题 4.7 信号流图的应用

利用信号流图导出图 4.17 所示二端口网络的 Γ_{in} 和 Γ_{out} 的表达式。

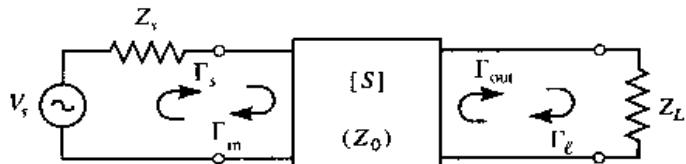


图 4.17 带端接的二端口网络

解:

图 4.17 所示电路的信号流图显示在图 4.18 中。用节点电压表示时, Γ_{in} 由比值 b_1/a_1 给出。对流图想要做的分解的前两步如图 4.19(a,b) 所示, 由图我们可以得到期望的结果:

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{22}\Gamma_s}$$

其次, Γ_{out} 由比值 b_2/a_2 给出, 该分解的前两步如图 4.19(c,d) 所示。期望的结果是

$$\Gamma_{out} = \frac{b_2}{a_2} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s}$$

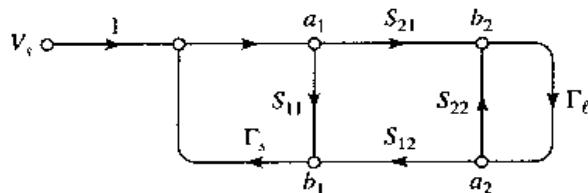


图 4.18 图 4.17 所示有常规源和负载阻抗的二端口网络的信号流图

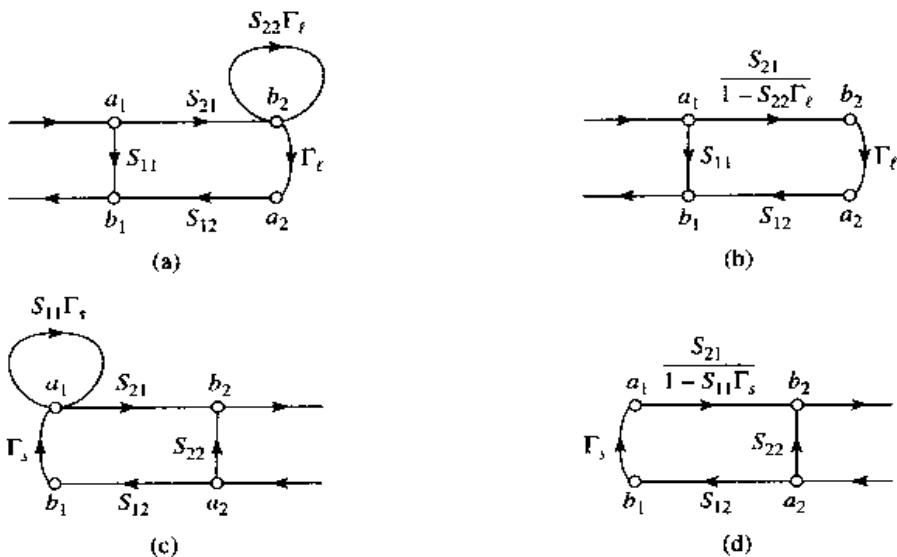


图 4.19 为求出 $\Gamma_{in} = b_1/a_1$ 和 $\Gamma_{out} = b_2/a_2$, 对图 4.18 所示流图进行的分解:(a)在节点 a_2 上应用法则 4;(b)在节点 b_2 上应用自闭环法则 3;(c)在节点 b_1 上应用法则 4;(d)在节点 a_1 上应用上自闭环法则 3

4.5.2 TRL 网络分析仪校正的应用

用直通-反射传输线(TRL,Thru-Reflect Line)技术^[7]对网络分析仪进行校正可作为信号流图的进一步应用。该问题的大致情形如图 4.20 所示,其中我们想要在指定的参考面上测量二端口器件的 S 参量。正如在前面的感兴趣点中讨论的那样,网络分析仪是按复数电压振幅比来测定 S 参量的。这种测量的原始参考面通常在仪器自身内部的某处,因而这种测量将包括连接器、电缆和用于连接待测器件(DUT)的过渡段效应所引起的损耗和相位延迟。在图 4.20 所示的框图中,这些效应可一起放在实际测量参考平面与二端口 DUT 所要求的参考平面之间的每个端口处的二端口误差盒(error box)中。在测量 DUT 之前,先用一校正处理过程把误差盒的特征表述出来;然后可以从测量数据计算出经过误差校正的 DUT 的 S 参量。一端口网络的测量可看做是二端口的退化情况。

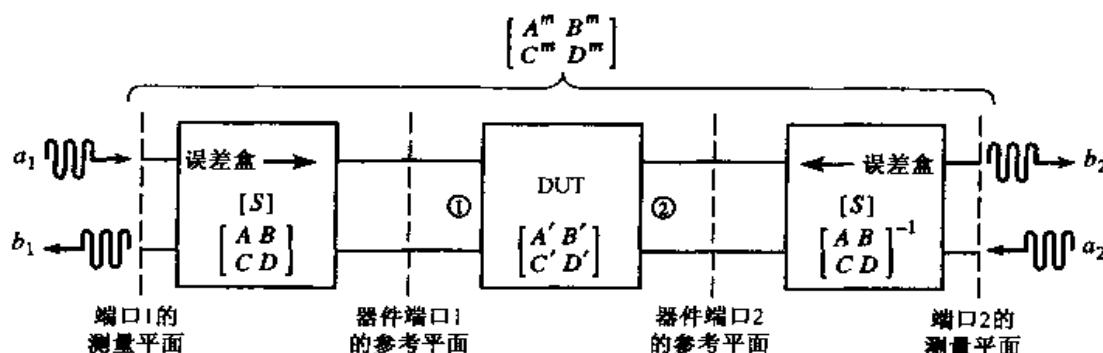


图 4.20 网络分析仪测量二端口器件的框图

校正网络分析仪的最简方法是使用三个或更多个已知负载(如短路、开路和匹配负载)。采用该方法的问题是,这样的一些标准总是存在某种程度的不完善,因而会在测量中引入误差。在更高频率下以及测量系统的品质增强时,这些误差会变得更加突出。TRL 校正方案并不依赖于这些已知的标准负载,而是采用三种简单的连接就可以把误差盒完整地表征出来。这三种连接如图 4.21 所示。Thru(直通)连接是在要求的参考面上把端口 1 直接连接到端口 2 上^①。Reflect(反射)连接是采用有很大反射系数 Γ_L 的负载(如名义上的开路或短路)。不需要知道 Γ_L 的精确值,它将由 TRL 校正过程来确定。Line(传输线)连接通过一段匹配传输线把端口 1 和端口 2 连接起来。我们不需要知道线的长度,也不要求线是无耗的,这些参量将由 TRL 处理过程来确定。

使用信号流图,我们可推导出在 TRL 的校正过程中误差盒的 S 参量所需的一组方程。参照图 4.20,在 DUT 的参考平面上应用 Thru、Reflect 和 Line 连接,并在测量平面上测量这三种情况下的 S 参量。为简单起见,假设端口 1 和端口 2 的特征阻抗是相同的,这样,误差盒是互易的,并且对两个端口是等同的。误差盒用矩阵 $[S]$ 来表征,也可换用 $ABCD$ 矩阵来表征。这样,这两个误差盒在图中就是对称连接的,且均有 $S_{21} = S_{12}$,而这两者的 $ABCD$ 矩阵互为其逆。为了避免符号上的混乱,我们将分别用 $[T]$ 、 $[R]$ 和 $[L]$ 矩阵来表示在 Thru、Reflect 和 Line 连接下测量出的 S 参量。

图 4.21(a)示出了在 Thru 连接下的配置及其对应的信号流图。从图中可以看出,已利用了 $S_{21} = S_{12}$ 这一事实,且这两个误差盒是等同的,做对称配置。应用分解法则可以很容易地得出其

^① 原文为“把端口 1 和端口 3 连接起来”,疑有误。——译者注

信号流图,从而可给出用误差盒的 S 参量表示的在测量平面上测量出的 S 参量

$$T_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = S_{11} + \frac{S_{22}S_{12}^2}{1-S_{22}^2} \quad (4.74a)$$

$$T_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = \frac{S_{12}^2}{1-S_{22}^2} \quad (4.74b)$$

按对称性有 $T_{22} = T_{11}$, 按互易性有 $T_{21} = T_{12}$ 。

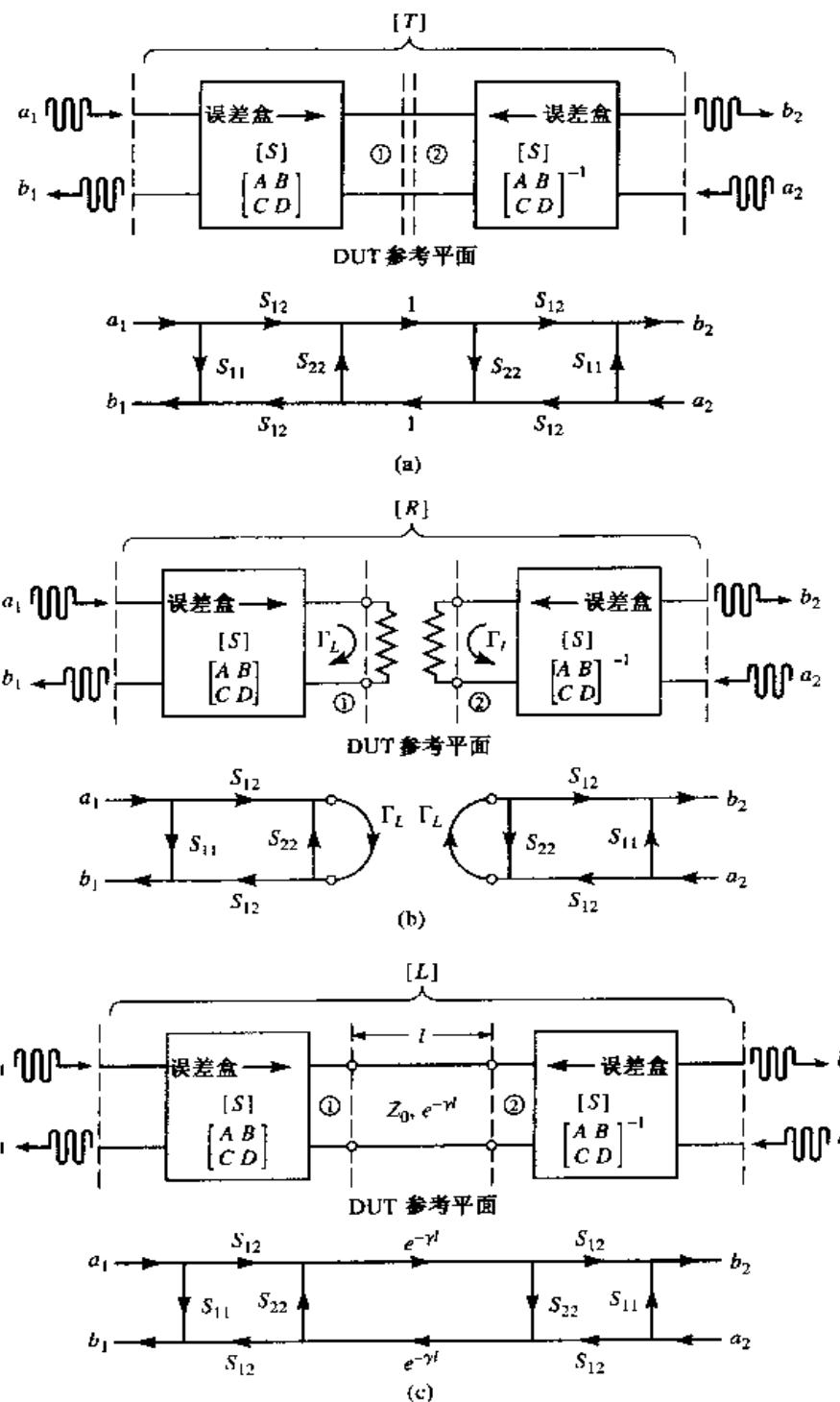


图 4.21 (a) Thru 连接下的框图和信号流图;(b) Reflect 连接下的框图及其信号流图;(c) Line连接下的框图及其信号流图

图 4.21(b)显示了 Reflect 连接及其对应的信号流图。注意,这种配置有效地去耦了两个测量端口,所以有 $R_{12} = R_{21} = 0$ 。从该信号流图可以很容易地看出

$$R_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \quad (4.75)$$

由对称性得 $R_{22} = R_{11}$ 。

图 4.21(c)显示了 Line 连接及其相应的信号流图。类似用于 Thru 的情况,我们有

$$L_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = S_{11} + \frac{S_{22} S_{12}^2 e^{-2\gamma\ell}}{1 - S_{22}^2 e^{-2\gamma\ell}} \quad (4.76a)$$

$$L_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = \frac{S_{12}^2 e^{-\gamma\ell}}{1 - S_{22}^2 e^{-2\gamma\ell}} \quad (4.76b)$$

根据对称性和互易性,我们有 $L_{22} = L_{11}$ 和 $L_{21} = L_{12}$ 。

现在,我们有式(4.74)~式(4.76)的五个方程,并有五个未知数 $S_{11}, S_{12}, S_{22}, \Gamma_L$ 和 $e^{-\gamma\ell}$;求解并不难,但过程冗长。因为式(4.75)是含有 Γ_L 的仅有方程,因此我们可先对在式(4.74)和式(4.76)中的四个方程求解其他四个未知数。我们可利用式(4.74b)从式(4.74a)和式(4.76)中消去 S_{12} ,然后从式(4.74a)和式(4.76a)中消去 S_{11} 。这样,我们就只剩下 S_{22} 和 $e^{-\gamma\ell}$ 的两个方程:

$$L_{12} e^{-2\gamma\ell} - L_{12} S_{22}^2 = T_{12} e^{-\gamma\ell} - T_{12} S_{22}^2 e^{-\gamma\ell} \quad (4.77a)$$

$$e^{-2\gamma\ell} (T_{11} - S_{22} T_{12}) - T_{11} S_{22}^2 = L_{11} (e^{-2\gamma\ell} - S_{22}^2) - S_{22} T_{12} \quad (4.77b)$$

现在可对式(4.77a)求解 S_{22} ,将结果代入到式(4.77b)中,就可得出 $e^{-\gamma\ell}$ 的二次方程式。然后应用二次方程的公式,就可解出用测量出的 TRL S 参量表示的 $e^{-\gamma\ell}$ 为

$$e^{-\gamma\ell} = \frac{L_{12}^2 + T_{12}^2 - (T_{11} - L_{11})^2 \pm \sqrt{[L_{12}^2 + T_{12}^2 - (T_{11} - L_{11})^2]^2 - 4L_{12}^2 T_{12}^2}}{2L_{12} T_{12}} \quad (4.78)$$

按照 γ 的实部和虚部必须为正这一要求,或是在知道 Γ_L 的相位由[式(4.83)导出]要在 180° 之内时,我们可确定上式中正负号的选择。

然后,在式(4.74b)上乘以 S_{22} ,并与式(4.74a)相减得

$$T_{11} = S_{11} + S_{22} T_{12} \quad (4.79a)$$

类似地,在式(4.76b)上乘以 S_{22} ,并与式(4.76a)相减得

$$L_{11} = S_{11} + S_{22} L_{12} e^{-\gamma\ell} \quad (4.79b)$$

从上两个方程中消去 S_{11} ,可得到用 $e^{-\gamma\ell}$ 表示的 S_{22} :

$$S_{22} = \frac{T_{11} - L_{11}}{T_{12} - L_{12} e^{-\gamma\ell}} \quad (4.80)$$

对式(4.79a)求解 S_{11} ,可得

$$S_{11} = T_{11} - S_{22} T_{12} \quad (4.81)$$

同时对式(4.74b)求解 S_{12} ,可得

$$S_{12}^2 = T_{12} (1 - S_{22}^2) \quad (4.82)$$

最后可由式(4.75)求解出 Γ_L 为

$$\Gamma_L = \frac{R_{11} - S_{11}}{S_{12}^2 + S_{22}(R_{11} - S_{11})} \quad (4.83)$$

式(4.78)和式(4.80)~式(4.83)给出了误差盒的 S 参量、未知反射系数 Γ_L (到正负范围内)和传播因子 $e^{-\gamma L}$ 。这样就完成了 TRL 方法的校正过程。

待测器件(DUT)的 S 参量就可在如图 4.20 所示的测量参考平面上进行测量,并利用上述 TRL 误差盒参量进行校正,以给出 DUT 参考平面上的 S 参量。由于现在工作于三个二端口网络的级联情况,因此使用 $ABCD$ 参量是合适的。这样,我们就把误差盒 S 参量转换成了对应的 $ABCD$ 参量,并把测量出的级联的 S 参量转换成了对应的 $A''B''C''D''$ 参量。若用 $A'B'C'D'$ 来代表 DUT 的参量,则有

$$\begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1}$$

由此可确定出 DUT 的 $ABCD$ 参量为

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

感兴趣点: 微波电路的计算机辅助设计

计算机辅助设计(CAD)软件包已经成为微波电路与系统的分析、设计和优化的不可缺少的工具。几种可采用的商品化微波 CAD 产品,包括 SERENADE(Ansoft 公司)、Microwave Office(Applied Wave Research 公司)、ADS(Agilent Technologies 公司)以及其他产品。这些软件包可以处理包括集总元件、分布元件、不连续性、耦合线、波导和有源器件组成的微波电路。构建线性和非线性模型以及电路的优化通常都是可能的。虽然此类计算机程序运算快、功能强和精度高,但它们不能替代对微波设计有很好理解的有经验的工程师。

典型的设计过程通常是从电路的规格要求或设计目标开始的。在过去的设计和他或她自身经验的基础上,工程师可以开发出包括有特定元件和电路布局的初始设计。然后,利用每个元件的数据并包括损耗和不连续性的效应,用 CAD 来模拟和分析该设计。通过调整某些电路参数,可以利用 CAD 软件对设计进行优化,以达到最佳性能。若没有达到规格要求,该设计就必须进行修改。还可以利用 CAD 分析研究元件的容差和误差的影响,以提高可靠性和鲁棒性。当设计达到了规格要求后,就可构建工程模型并进行测试。否则,就需要修改设计,并重复上述过程。

在没有 CAD 工具时,设计过程在每次反复时,需制作实验室原型,并对它进行测量,这样做费钱费时。因此,CAD 能大大地减少设计时间和经费,从而提升其质量。对于单片微波集成电路(MMIC),模拟和优化过程特别重要,因为这种电路加工制成之后不容易调校和修整。

然而,CAD 技术不是没有限制的。首要的事实是,计算机模型只是“真实世界”电路的一种近似,不能完全考虑到元件值和加工容差、表面粗糙度、寄生耦合、高阶模、连接的不连续性和热效应所带来的不可避免的影响。在高于 10 GHz 频率下,这些限制会变得特别严重。

4.6 不连续性和模式分析

无论按实际需要还是从设计上要求,微波网络总是包含有传输线段,还带有不同类型传输线的不连续性。在一些情况下,从一种媒质到另一种媒质的机械或电过渡(例如两段波导间的

连接或同轴线-微带线过渡)不可避免地会造成不连续性,而这种不连续性效应是我们不想要的,但为保证其特性又可能是相当重要的。在另一些情况下,不连续性是蓄意引入的,以完成某些电子功能(例如,匹配用的波导中的电抗性膜片,或微带线上的短截线,或滤波器电路)。不论怎样,传输线不连续性可以用传输线的某点上的等效电路来表示。取决于不连续性的类型,其等效电路可以是跨接传输线的简单并联或串联元件,或在更为一般的情况下,需用T型或π型等效电路来表示。等效电路中的元件值与传输线参量和不连续性参量有关,还与工作频率有关。在某些情况下,等效电路包含有传输线上相位参考平面的转移。一旦得出了给定的不连续性的等效电路,利用本章前面发展的理论,我们就可将它的效应结合到网络的分析与设计中。

本节的目的是讨论如何得出传输线不连续性所对应的等效电路。我们将会看到,基本的处理过程将针对一个典型的不连续性问题的场论解出发,并发展成带有元件值的电路模型。这是我们用电路概念代替复杂的场分析这一目标的另一实例。

图4.22和图4.23中显示了一些常见的传输线不连续性和它们的等效电路。如在图4.22(a~c)中,薄金属膜片(或称光阑)可置放在波导的横截面,以产生并联电感、电容或两者组合成的谐振电路。波导的高度或宽度的阶梯变化,如图4.22(d,e)所示,可产生类似的效果。有关波导不连续性及其等效电路的最合适的参考书是《The Waveguide Handbook^[8]》。

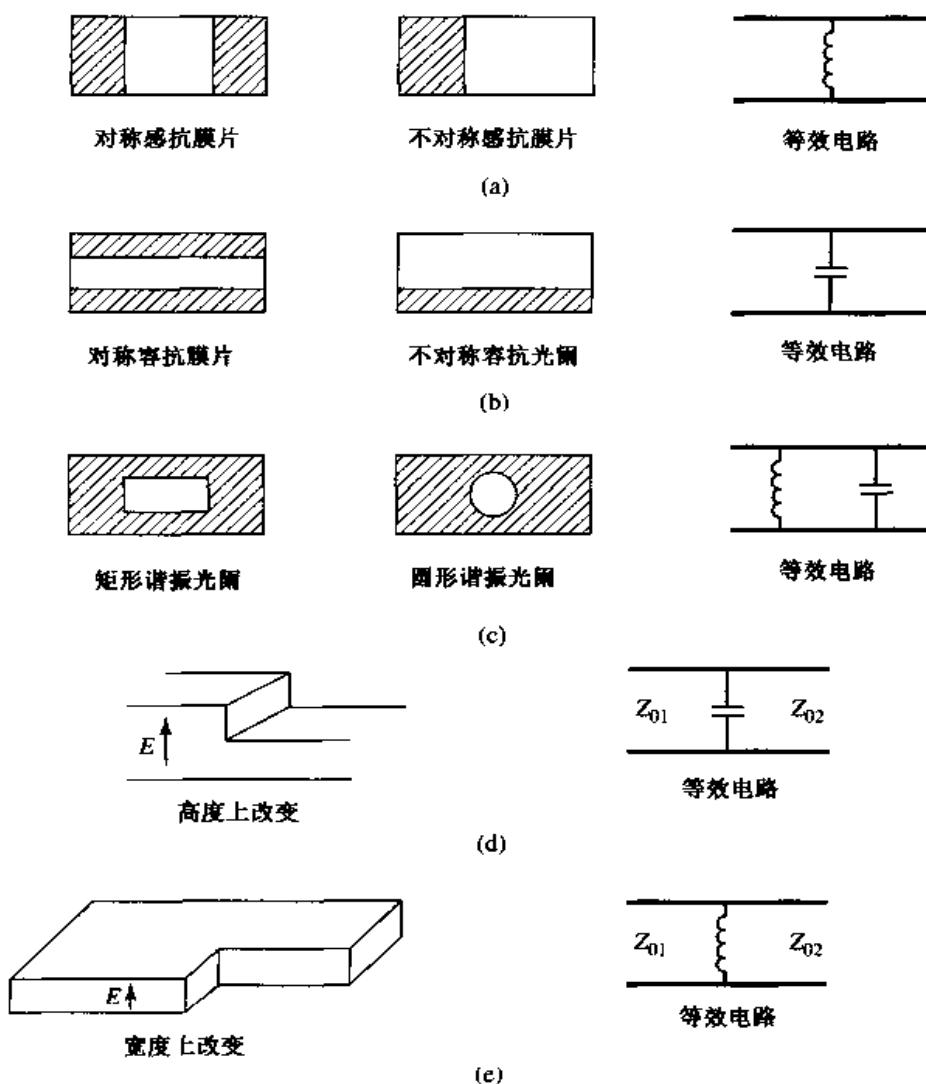


图4.22 矩形波导不连续性

图 4.23 显示了一些典型的微带不连续性和过渡;类似的几何结构存在于带状线和其他印制传输线(如槽线、复盖微带、共面波导等)中。因为相对于波导来说,印制传输线更新,因而分析要困难得多,需要更多的研究工作来使得到的印制传输线特性更精确;参考文献[9]中给出了一些近似结果。

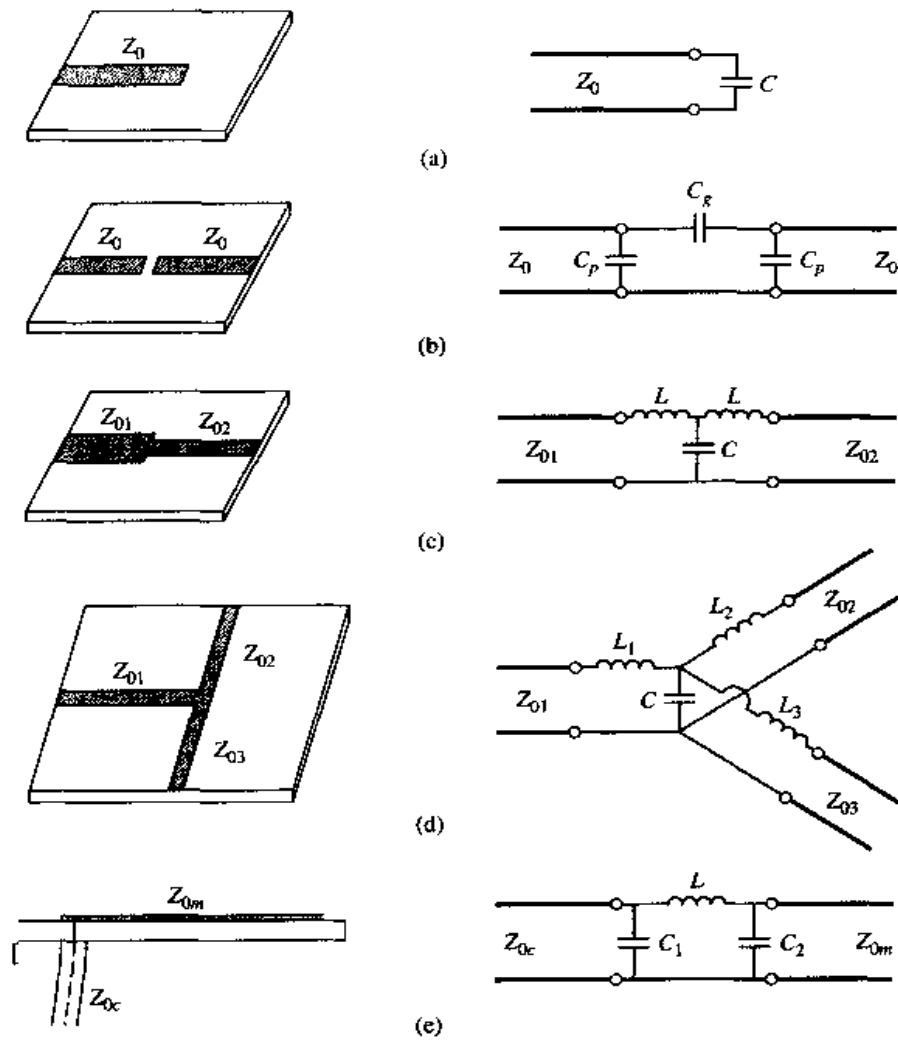


图 4.23 一些常见的微带不连续性:(a)开端微带;(b)微带上间隙;(c)宽度上改变;(d)同轴-微带线接头;(e)同轴-微带连接

4.6.1 矩形波导中 H 平面阶梯的模式分析

绝大多数不连续性问题的场分析是非常困难的,而且超出了本书的范围。然而,模式分析方法相对而言是直观的,原理上说类似于反射/传输问题(在第 1 章和第 2 章中已讨论过)。此外,模式分析是一种严格而用途广泛的方法,它能用于多数同轴线、波导和平面传输线不连续性问题,并可把它作为计算工具使用。下面,我们将把模式分析方法用于求找矩形波导中 H 平面阶梯(宽度上改变)的等效电路问题。

H 平面阶梯的几何结构如图 4.24 所示。假设波导中只有基模 TE_{10} 传播($z < 0$),同时这一模式从 $z < 0$ 入射到阶梯衔接处。此外,假设波导 2 中不存在模式传播,但即使在波导 2 中发生模式传播时,下面进行的分析仍然有效。从 3.3 节可知,入射 TE_{10} 模的横向场($z < 0$)可写为

$$E_y^i = \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_n^a z} \quad (4.85a)$$

$$H_x^i = \frac{-1}{Z_1^a} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_n^a z} \quad (4.85b)$$

其中,

$$\beta_n^a = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \quad (4.86)$$

是在波导 1(宽度为 a)中 TE_{n0} 模的传播常数, 而

$$Z_n^a = \frac{k_0 \eta_0}{\beta_n^a} \quad (4.87)$$

是在波导 1 中 TE_{n0} 模的波阻抗。由于 $z=0$ 处的不连续性, 在两段波导中都有反射波和透射波, 它们由在波导 1 和波导 2 中的无限多个 TE_{n0} 模组成。只有基模 TE_{10} 在波导 1 中传输。但是在该问题中, 高阶模也有重要作用, 因为它们在 $z=0$ 附近的局域内存储能量。由于这种不连续性不存在 y 方向上的变化, 因而 TE_{nm} 模($m \neq 0$)不会被激励, 也没有任何 TM 模。然而, 更为一般的不连续性会激励起这样的模式。

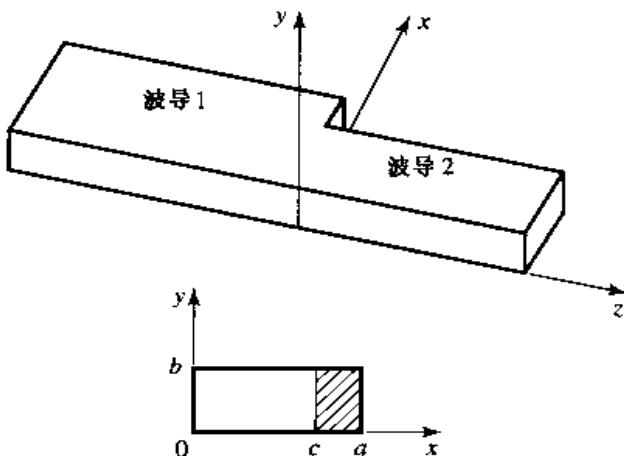


图 4.24 矩形波导中 H 平面阶梯(宽度上改变)的几何结构

在波导 1($z < 0$)中, 反射模可写为

$$E_y^r = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{a} e^{j\beta_n^a z} \quad (4.88a)$$

$$H_x^r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{Z_n^a} \sin \frac{n\pi x}{a} e^{j\beta_n^a z} \quad (4.88b)$$

其中, A_n 是波导 1 中反射的 TE_{n0} 模的待求振幅系数。这样, 入射 TE_{10} 模的反射系数是 A_1 。类似地, 透射到波导 2($z > 0$)中的模式可写为

$$E_y^t = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi x}{c} e^{-j\beta_n^c z} \quad (4.89a)$$

$$H_x^t = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{Z_n^c} \sin \frac{n\pi x}{c} e^{-j\beta_n^c z} \quad (4.89b)$$

其中波导 2 内的传播常数是

$$\beta_n^c = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \quad (4.90)$$

而波导 2 中的波阻抗是

$$Z_n^c = \frac{k_0 \eta_0}{\beta_n^c} \quad (4.91)$$

现在, 在 $z=0$ 处, 在 $0 < x < c$ 内横向场 (E_y, H_x) 必须连续; 此外, 在 $c < x < a$ 内由于有阶梯, 因而 E_y 必须为零。满足这些边界条件会引出以下方程:

$$E_y = \sin \frac{\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{a} = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi x}{c}, & 0 < x < c \\ 0, & c < x < a \end{cases} \quad (4.92a)$$

$$H_x = \frac{-1}{Z_1^a} \sin \frac{\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{Z_n^a} \sin \frac{n\pi x}{a} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{Z_n^c} \sin \frac{n\pi x}{c}, \quad 0 < x < c \quad (4.92b)$$

式(4.92a)和式(4.92b)组成两组无限多个模式系数 A_n 和 B_n 的线性方程。先把 B_n 消去, 然后把得到的方程截取有限多项, 并求解 A_n 。

把式(4.92a)乘上 $\sin(m\pi x/a)$, 从 $x=0$ 到 a 求积分, 同时利用附录 D 中的正交关系, 可得

$$\frac{a}{2} \delta_{m1} + \frac{a}{2} A_m = \sum_{n=1}^{\infty} B_n I_{mn} = \sum_{k=1}^{\infty} B_k I_{mk} \quad (4.93)$$

其中,

$$I_{mn} = \int_{x=0}^c \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{c} dx \quad (4.94)$$

该积分很容易计算出, 而

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{若 } m = n \\ 0, & \text{若 } m \neq n \end{cases} \quad (4.95)$$

是 Kronecker δ 符号。现在用 $\sin(k\pi x/c)$ 乘以式(4.92b), 并从 $x=0$ 到 c 对它进行积分, 就可由式(4.92b)解出 B_k 。利用正交关系可得

$$\frac{-1}{Z_1^a} I_{k1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{Z_n^a} I_{kn} = \frac{-c B_k}{2 Z_k^c} \quad (4.96)$$

把式(4.96)中的 B_k 代入到式(4.93)中, 可给出一组无限多个 A_n 的线性方程, 其中 $m = 1, 2, \dots$,

$$\frac{a}{2} A_m + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 Z_k^c I_{mk} I_{kn} A_n}{c Z_n^a} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 Z_k^c I_{mk} I_{k1}}{c Z_1^a} - \frac{a}{2} \delta_{m1} \quad (4.97)$$

为进行数值计算, 可把上式中的求和截取到 N 项, 得出前 N 个 A_n 系数的线性方程。例如, 令 $N=1$, 则式(4.97)简化为

$$\frac{a}{2} A_1 + \frac{2 Z_1^c I_{11}^2}{c Z_1^a} A_1 = \frac{2 Z_1^c I_{11}^2}{c Z_1^a} - \frac{a}{2} \quad (4.98)$$

求解 A_1 (入射 TE₁₀模的反射系数)可得

$$A_1 = \frac{Z_\ell - Z_1^a}{Z_\ell + Z_1^a}, \quad N = 1 \quad (4.99)$$

其中, $Z_s = 4Z_1^c I_{11}^2 / ac$ 可看做是波导 1 的有效负载阻抗。取更大的 N 值可提高计算精度, 这会导致一组 N 个方程, 写成矩阵形式为

$$[Q][A] = [P] \quad (4.100)$$

其中, $[Q]$ 是 $N \times N$ 阶方阵, 其矩阵元为

$$Q_{mn} = \frac{a}{2} \delta_{mn} + \sum_{k=1}^N \frac{2Z_k^c I_{mk} I_{kn}}{c Z_n^a} \quad (4.101)$$

$[P]$ 是 $N \times 1$ 列矢量, 其元给出为

$$P_m = \sum_{k=1}^N \frac{2Z_k^c I_{mk} I_{k1}}{c Z_1^a} - \frac{a}{2} \delta_{m1} \quad (4.102)$$

$[A]$ 是 $N \times 1$ 列矢量, 其元为 A_n 。求出 A_n 后, 只要需要, B_n 就可由式(4.96)计算出。式(4.100)~式(4.102)的求解可借助计算机来实现。

图 4.25 显示了这种计算得出的结果。若波导 2 的宽度 c 可使所有模式截止(消逝模), 则没有实功率可以传输到波导 2 中, 且会使入射波的所有功率反射回波导 1 中。然而, 连续面两侧的消逝场存储着电抗性功率, 这意味着阶梯不连续和其外的波导 2, 相对于波导 1 中的入射 TE₁₀ 模, 看似有一电抗(这种情况下是感抗)。这样, H 平面阶梯的等效电路看起来就好像在波导 1 的 $z=0$ 平面上有一电感, 如图 4.22(e) 所示。可从反射系数 A_1 [由式(4.100)解出]求得该电抗为

$$X = -j Z_1^a \frac{1 + A_1}{1 - A_1} \quad (4.103)$$

图 4.25 给出了在真空波长 $\lambda = 1.4a$ 和 $N = 1, 2$ 以及 10 个方程时, 归一化等效电感随波导宽度比 c/a 的变化曲线。模式分析结果可与参考文献[8]给出的计算结果相比较。可以看出, 这个解收敛很快(因为高阶消逝模按指数很快衰减, 并且只用两个模式($N = 2$)的结果就很接近于参考文献^[8]的计算数据)。

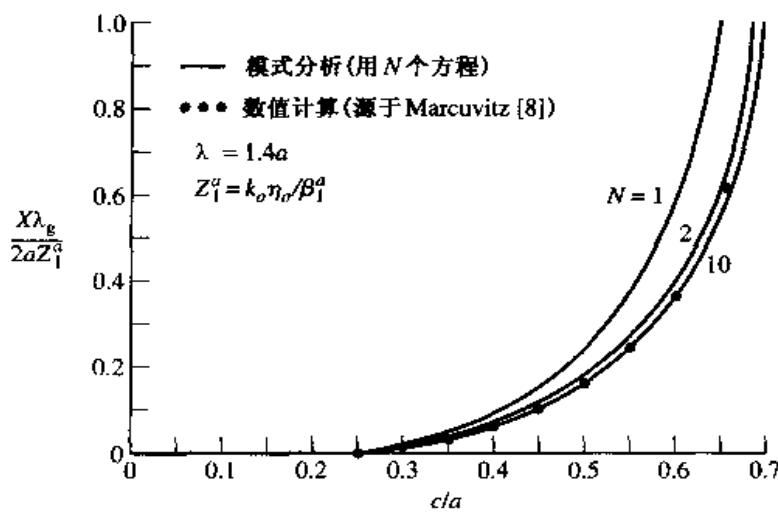


图 4.25 H 平面不对称阶梯的等效电感

把 H 平面阶梯的等效电路看成是电感, 事实上是实际的反射系数 A_1 值所造成的结果, 而通过计算不连续性两边流入到消逝模的复功率流可以验证该结果。例如, 流入到波导 2 的复功率流可求出如下:

$$\begin{aligned}
 P &= \int_{x=0}^c \int_{y=0}^b \vec{E} \times \vec{H}^* \Big|_{z=0^+} \cdot \hat{z} dx dy \\
 &= -b \int_{x=0}^c E_y H_x^* dx \\
 &= -b \int_{x=0}^c \left[\sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi x}{c} \right] \left[-\sum_{m=1}^{\infty} \frac{B_m^*}{Z_m^{cs}} \sin \frac{m\pi x}{c} \right] dx \\
 &= \frac{bc}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|B_n|^2}{Z_n^{cs}} \\
 &= \frac{jbc}{2k_0\eta_0} \sum_{n=1}^{\infty} |B_n|^2 |\beta_n^c|
 \end{aligned} \tag{4.104}$$

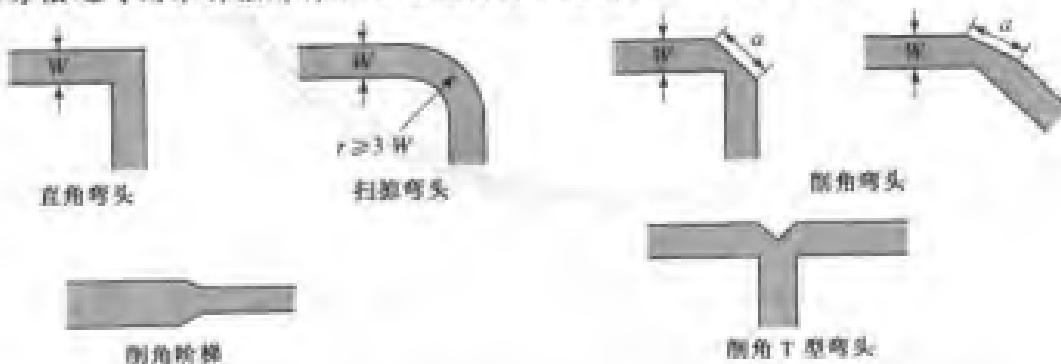
其中利用了正弦函数的正交性,如同在式(4.89)~式(4.91)中所做的那样。式(4.104)表明,流入到波导2的复功率流是纯电感性的。对于波导1中的消逝模,我们可推导出类似的结果;这将留做习题。

感兴趣点:微带不连续性补偿

因为微带电路容易加工制作,并可把有源和无源元件方便地集成在一起,所以很多种微波电路和子系统是使用微带形式制成的。然而,微带电路(和其他平面电路)有一个问题,即出现在弯曲段、宽度上阶梯变化处和接头处的不可避免的不连续性所导致的电路性能的恶化。因为这种不连续性会引入寄生电抗,从而会引起相位和振幅误差、输入与输出失配以及可能的寄生耦合。消除这些效应的一种方法是建立该不连续性的等效电路(或通过测量得出),把它包括到电路设计中,并通过调节其他的电路参数(如线的长度和线的特征阻抗,或用可调谐短截线)来补偿该效应。另一种方法是经常采用对导带削角或斜拼接来直接补偿不连续性,以使其不连续性效应最小。

考虑微带线中弯曲的情况。下图所示的简单直角弯头有寄生的不连续性电容,它是由于弯头附近的导带面积增大所引起的。把它改成圆滑的“扫掠”(swept)弯头(其半径 $r \geq 3W$)可消除该效应,但这样会使它占据的空间加大。另一种选择是通过削角来补偿直角弯头的效应,削角可以降低弯头的多余电容效应。从下图中可以看出,这种方法可应用于任意张角的弯头。斜削长度 a 的最佳值与特征阻抗和弯角有关,但实际上常用的值是 $a = 1.8 W$ 。

削角方法还可用来补偿阶梯和T型接头的不连续性,如下图所示。



4.7 波导的激励——电流和磁流

到现在为止,我们都是在不存在源的情况下讨论导波的传播、反射和透射,然而波导或传输线显然要耦合到振荡器或其他一些功率源。对于 TEM 或准 TEM 传输线,通常只存在一种传播模式被给定的源所激励。然而,可能会存在与馈电相关联的电抗(储能)。在波导情况下,可能会上其中激励起多个模式,储能与消逝模一起存在。在这一节中,我们将推导由任意电流或磁流源所激发的给定波导模式的公式表示,然后利用该理论来求出探针和环形馈线的激励和输入阻抗,并在下一节中确定通过小孔对波导的激励。

4.7.1 只激励一个波导模式的电流片

考虑一个无限长的矩形波导,在 $z=0$ 平面上有一片横向面电流密度,如图 4.26 所示。先假定此电流密度有 x 和 y 方向的分量,给出如下:

$$\bar{J}_s^{\text{TE}}(x, y) = -\hat{x} \frac{2A_{mn}^+ n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} + \hat{y} \frac{2A_{mn}^- m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (4.105)$$

我们将说明这样的电流激励起单个 TE_{mn} 波导模,此模式波离开电流源向 $+z$ 和 $-z$ 方向行进。

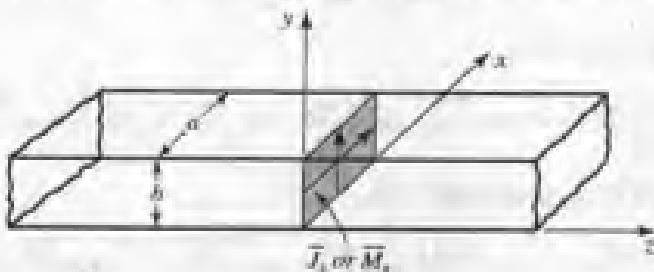


图 4.26 在 $z=0$ 平面上有面电流密度的无限长矩形波导

由表 3.2 可知,正向和反向行进的 TE_{mn} 波导模的横向场可写出如下:

$$E_x^{\pm} = Z_{\text{TE}} \left(\frac{n\pi}{b} \right) A_{mn}^{\pm} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\beta z} \quad (4.106a)$$

$$E_y^{\pm} = -Z_{\text{TE}} \left(\frac{m\pi}{a} \right) A_{mn}^{\pm} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\beta z} \quad (4.106b)$$

$$H_x^{\pm} = \pm \left(\frac{m\pi}{a} \right) A_{mn}^{\pm} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\beta z} \quad (4.106c)$$

$$H_y^{\pm} = \pm \left(\frac{n\pi}{b} \right) A_{mn}^{\pm} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\beta z} \quad (4.106d)$$

其中的 \pm 号分别代表振幅系数为 A_{mn}^+ 和 A_{mn}^- 的沿 $+z$ 方向和 $-z$ 方向行进的波。

从式(1.36)和式(1.37)可知,在 $z=0$ 处必须满足以下边界条件:

$$(\vec{E}^+ - \vec{E}^-) \times \hat{z} = 0 \quad (4.107a)$$

$$\hat{z} \times (\vec{H}^+ - \vec{H}^-) = \vec{J}_s \quad (4.107b)$$

式(4.107a)告诉我们,电场的横向分量必须在 $z=0$ 处连续,把该条件用到式(4.106a)和式(4.106b)可得

$$A_{mn}^+ = A_{mn}^- \quad (4.108)$$

式(4.107b)告诉我们,磁场的横向分量等于面电流密度。这样,在 $z=0$ 的面电流密度必须是

$$\begin{aligned}\bar{J}_s &= \hat{y}(H_y^+ - H_y^-) - \hat{x}(H_x^+ - H_x^-) \\ &= -\hat{x} \frac{2A_{mn}^+ n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} + \hat{y} \frac{2A_{mn}^+ m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}\end{aligned}\quad (4.109)$$

其中用到了式(4.108)。看来该电流与式(4.105)给出的电流是一样的,根据惟一性定理,可证明这样的电流只激励向正、负 z 方向传播的 TE_{mn} 模。因为它满足麦克斯韦方程组和所有的边界条件。

只激励 TM_{mn} 模的类似电流可给出为

$$\bar{J}_s^{\text{TM}}(x, y) = \hat{x} \frac{2B_{mn}^+ m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} + \hat{y} \frac{2B_{mn}^+ n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (4.110)$$

关于证明这种电流激励满足相应边界条件的 TM_{mn} 模,将留做习题,请读者自行完成。

对于面磁流片,我们可推导出类似的结果。从式(1.36)和式(1.37)得出相应的边界条件为

$$(\bar{E}^+ - \bar{E}^-) \times \hat{z} = \bar{M}_s \quad (4.111\text{a})$$

$$\hat{z} \times (\bar{H}^+ - \bar{H}^-) = 0 \quad (4.111\text{b})$$

对于在 $z = 0$ 处的面磁流片,由于式(4.111b)存在,式(4.106)的 TE_{mn} 波导模场现在应有连续的 H_x 和 H_y 场分量。这导致了以下条件:

$$A_{mn}^+ = -A_{mn}^- \quad (4.112)$$

然后应用式(4.111a),可得源磁流为

$$\bar{M}_s^{\text{TE}} = \frac{-\hat{x} 2Z_{\text{TE}} A_{mn}^+ m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} - \hat{y} \frac{2Z_{\text{TE}} A_{mn}^+ n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.113)$$

只激励 TM_{mn} 模所对应的面磁流可给出为

$$\bar{M}_s^{\text{TM}} = \frac{-\hat{x} 2B_{mn}^+ m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} + \hat{y} \frac{2B_{mn}^+ n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.114)$$

这些结果表明,可以通过合适形式的电流片或磁流片有选择地激励单一波导模,而把其他所有模式排除在外。然而在实际上,这样的电流或磁流是很难产生的,通常只能用1个或2个探针或环来近似。在这种情况下会激励许多模式,但通常这些模式中的绝大多数是消逝模。

4.7.2 任意电流源或磁流源的模式激励

现在讨论任意电流源或磁流源的波导模式激励^[4]。参照图4.27,先考虑在 z_1 和 z_2 处的两个横向平面之间的电流源 j ,它产生的场 \bar{E}^+ , \bar{H}^+ 沿 $+z$ 方向行进,并产生沿 $-z$ 方向行进的场 \bar{E}^- , \bar{H}^- 。这些可用波导模式表示如下:

$$\bar{E}^+ = \sum_n A_n^+ \bar{E}_n^+ = \sum_n A_n^+ (\bar{e}_n + \hat{z} e_{zn}) e^{-j\beta_n z}, \quad z > z_2 \quad (4.115\text{a})$$

$$\bar{H}^+ = \sum_n A_n^+ \bar{H}_n^+ = \sum_n A_n^+ (\bar{h}_n + \hat{z} h_{zn}) e^{-j\beta_n z}, \quad z > z_2 \quad (4.115\text{b})$$

$$\bar{E}^- = \sum_n A_n^- \bar{E}_n^- = \sum_n A_n^- (\bar{e}_n - \hat{z} e_{zn}) e^{j\beta_n z}, \quad z < z_1 \quad (4.115\text{c})$$

$$\bar{H}^- = \sum_n A_n^- \bar{H}_n^- = \sum_n A_n^- (-\bar{h}_n + \hat{z} h_{zn}) e^{j\beta_n z}, \quad z < z_1 \quad (4.115\text{d})$$

其中用单…指标 n 来代表所有可能有的 TE 模或 TM 模。对于给定的电流 \bar{J} ,可用洛伦兹互易定理(4.115)在 $\bar{M}_1 = \bar{M}_2 = 0$ 下来确定未知振幅 A_n^+ (因为这里只考虑电流源),

$$\oint_S (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) \cdot d\bar{s} = \int_V (\bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 - \bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2) dv$$

其中 S 是包围体积 V 的封闭面, 而 \bar{E}_i, \bar{H}_i 是由电流源 \bar{J}_i ($i = 1$ 或 2) 产生的场。

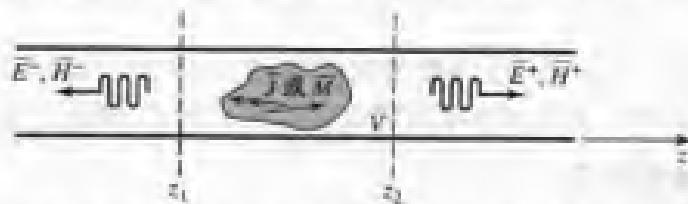


图 4.27 在无限长波导中的任意电流源或磁流源

为了把互易定理应用到该问题上, 令体积 V 是由波导壁和在 z_1 和 z_2 处的横向平面所围成的区域。然后令取决于 $z \geq z_2$ 或 $z \leq z_1$ 的 $\bar{E}_1 = \bar{E}^\pm$ 和 $\bar{H}_1 = \bar{H}^\pm$, 并令 \bar{E}_2, \bar{H}_2 是在负 z 方向行进的 n 波导模式:

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_n^\pm = (\bar{e}_n - \bar{z}e_{zn}) e^{j\theta_n z}$$

$$\bar{H}_2 = \bar{H}_n^\pm = (-\bar{h}_n + \bar{z}h_{zn}) e^{j\theta_n z}$$

把它代入到上述形式的互易定理中, 并令 $\bar{J}_1 = \bar{J}$ 和 $\bar{J}_2 = 0$, 可得

$$\oint_S (\bar{E}_n^\pm \times \bar{H}_n^\pm - \bar{E}_n^\pm \times \bar{H}_n^\pm) \cdot d\bar{s} = \int_V \bar{E}_n^\pm \cdot \bar{J} dv \quad (4.116)$$

由于在波导壁上切向电场为零, 即有 $\bar{E} \times \bar{H} \cdot \hat{z} = \bar{H} \cdot (\hat{z} \times \bar{E}) = 0$, 因而在波导壁上的面积分部分消失。这就简化为在 z_1 和 z_2 上波导横截面 S_0 的积分。此外, 在整个波导横截面上波导模式是正交的:

$$\begin{aligned} \int_{S_0} \bar{E}_m^\pm \times \bar{H}_n^\pm \cdot d\bar{s} &= \int_{S_0} (\bar{e}_m \pm \bar{z}e_{zn}) \times (\pm \bar{h}_n + \bar{z}h_{zn}) \cdot \hat{z} ds \\ &= \pm \int_{S_0} \bar{e}_m \times \bar{h}_n \cdot \hat{z} ds = 0, \quad m \neq n \end{aligned} \quad (4.117)$$

利用式(4.115)和式(4.117), 可把式(4.116)简化为

$$A_n^+ \int_{z_2} (\bar{E}_n^+ \times \bar{H}_n^- - \bar{E}_n^- \times \bar{H}_n^+) \cdot d\bar{s} + A_n^- \int_{z_1} (\bar{E}_n^- \times \bar{H}_n^- - \bar{E}_n^+ \times \bar{H}_n^+) \cdot d\bar{s} = \int_V \bar{E}_n^- \cdot \bar{J} dv$$

因为上式第二个积分消失, 所以可进一步简化为

$$\begin{aligned} A_n^+ \int_{z_2} [(\bar{e}_n + \bar{z}e_{zn}) \times (-\bar{h}_n + \bar{z}h_{zn}) - (\bar{e}_n - \bar{z}e_{zn}) \times (\bar{h}_n + \bar{z}h_{zn})] \cdot \hat{z} ds \\ = -2A_n^+ \int_{z_2} \bar{e}_n \times \bar{h}_n \cdot \hat{z} ds = \int_V \bar{E}_n^- \cdot \bar{J} dv \end{aligned}$$

或

$$A_n^+ = \frac{-1}{P_n} \int_V \bar{E}_n^- \cdot \bar{J} dv = \frac{-1}{P_n} \int_V (\bar{e}_n - \bar{z}e_{zn}) \cdot \bar{J} e^{j\theta_n z} dv \quad (4.118)$$

其中,

$$P_n = 2 \int_{S_0} \bar{e}_n \times \bar{h}_n \cdot \hat{z} ds \quad (4.119)$$

是正比于第 n 个模式的功率流的归一化常数。

用 $\bar{E}_2 = \bar{E}_n^+$ 和 $\bar{H}_2 = \bar{H}_n^+$ 重复上述过程, 可推导出反向行进波振幅为

$$A_n^- = \frac{-1}{P_n} \int_V \bar{E}_n^+ \cdot \bar{J} dv = \frac{-1}{P_n} \int_V (\bar{e}_n + \hat{z} e_{zn}) \cdot \bar{J} e^{-j\beta_n z} dv \quad (4.120)$$

上述结果是很普遍的, 可应用到任何类型的波导(包括平面传输线如带状线和微带线), 只要其模式场可以被定义出来。例题 4.8 把该理论应用到了探针馈电的矩形波导的问题中。

例题 4.8 探针馈电的矩形波导

对如图 4.28 所示的探针馈电的矩形波导, 确定其前向和反向行进 TE_{10} 模的振幅, 以及由探针看去的输入电阻。假定 TE_{10} 模是唯一的传播模式。

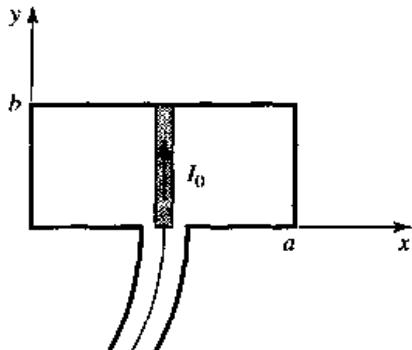


图 4.28 矩形波导中的均匀电流探针

解:

若假设电流探针有无限小的直径, 则源的体电流密度 \bar{J} 可写为

$$\bar{J}(x, y, z) = I_0 \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta(z) \hat{y}, \quad 0 \leq y \leq b$$

由第 3 章可知, TE_{10} 模式场可写为

$$\bar{e}_1 = \hat{y} \sin \frac{\pi x}{a}$$

$$\bar{h}_1 = \frac{-\hat{x}}{Z_1} \sin \frac{\pi x}{a}$$

其中 $Z_1 = k_0 \eta_0 / \beta_1$ 是 TE_{10} 波阻抗。由式(4.119)可得归一化常数 P_1 为

$$P_1 = \frac{2}{Z_1} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx dy = \frac{ab}{Z_1}$$

由式(4.118)得到 A_1^+ 为

$$A_1^+ = \frac{-1}{P_1} \int_V \sin \frac{\pi x}{a} e^{j\beta_1 z} I_0 \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta(z) dx dy dz = \frac{-I_0 b}{P_1} = \frac{-Z_1 I_0}{a}$$

类似地, 我们有

$$A_1^- = \frac{-Z_1 I_0}{a}$$

若 TE_{10} 模是波导中的唯一传播模式, 则该模式携带所有平均功率, 对于实数 Z_1 可算出如下:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} \int_{S_0} \bar{E}^+ \times \bar{H}^{++*} \cdot d\bar{s} + \frac{1}{2} \int_{S_0} \bar{E}^- \times \bar{H}^{-*} \cdot d\bar{s} \\
 &= \int_{S_0} \bar{E}^+ \times \bar{H}^{++*} \cdot d\bar{s} \\
 &= \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \frac{|A_1^+|^2}{Z_1} \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx dy \\
 &= \frac{ab|A_1^+|^2}{2Z_1}
 \end{aligned}$$

若向探针看去的输入电阻是 R_{in} , 且端电流为 I_0 , 则 $P = I_0^2 R_{in}/2$, 所以输入电阻是

$$R_{in} = \frac{2P}{I_0^2} = \frac{ab|A_1^+|^2}{I_0^2 Z_1} = \frac{bZ_1}{a}$$

对于实数 Z_1 (对应于传播的 TE_{10} 模), 输入电阻是实数。 ■

对于磁流源 \bar{M} , 可以进行类似的推导。磁流源也会产生正向和反向行进波, 这可表示成波导模式的叠加, 如式(4.115)那样。对于 $\bar{J}_1 = \bar{J}_2 = 0$, 式(4.155)的互易定理可简化为

$$\oint_S (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) \cdot d\bar{s} = \int_V (\bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2 - \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1) dv \quad (4.121)$$

按照处理电流情况的相同步骤, 我们可以推导出第 n 个波导模式的激励系数为

$$A_n^+ = \frac{1}{P_n} \int_V \bar{H}_n^- \cdot \bar{M} dv = \frac{1}{P_n} \int_V (-\bar{h}_n + \hat{z}h_{zn}) \cdot \bar{M} e^{j\beta_n z} dv \quad (4.122)$$

$$A_n^- = \frac{1}{P_n} \int_V \bar{H}_n^+ \cdot \bar{M} dv = \frac{1}{P_n} \int_V (\bar{h}_n + \hat{z}h_{zn}) \cdot \bar{M} e^{-j\beta_n z} dv \quad (4.123)$$

其中 P_n 在式(4.119)中定义。

4.8 波导激励——小孔耦合

除了上一节中的探针环馈电方式外, 波导和其他传输线也可通过小孔耦合。这种耦合的一种常见应用是在定向耦合器和功分器中, 那里功率通过公共壁上的小孔从一个波导耦合到另一个波导中。图 4.29 显示了可使用小孔耦合的波导和其他传输线的不同配置方案。我们首先推导出一种直观解释, 用一个无限小的电和/或磁偶极子来表示小孔, 然后利用 4.7 节的结果求出由这些等效电流产生的场。这种分析带有某种表象性^{[4],[8]}; 小孔耦合的更为深入的理论是根据场等效原理发展的, 这可在参考文献[11]中找到。

考虑图 4.30(a), 图中显示了接近导电壁的法向电力线(在壁上切向电场为零)。若在导电壁上切开一个小孔, 则电力线会穿过小孔并在小孔附近散开, 如图 4.30(b)所示。再考虑图 4.30(c), 其中显示了两个无限小的垂直于导电壁(无小孔)的极化电流 \bar{P}_e 上散开的电力线。图 4.30(c)和图 4.30(b)中的电力线的相似性表明, 由法向电场激励的小孔可用两个方向相反的无限小极化电流 \bar{P}_e (垂直于封闭导电壁)来表示。该极化电流强度正比于法向电场, 从而有

$$\bar{P}_e = \epsilon_0 \alpha_e \hat{n} E_n \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \quad (4.124)$$

其中, 比例常数 α_e 定义为小孔的电极化率(electric polarizability), 而 (x_0, y_0, z_0) 是小孔中心的坐标。

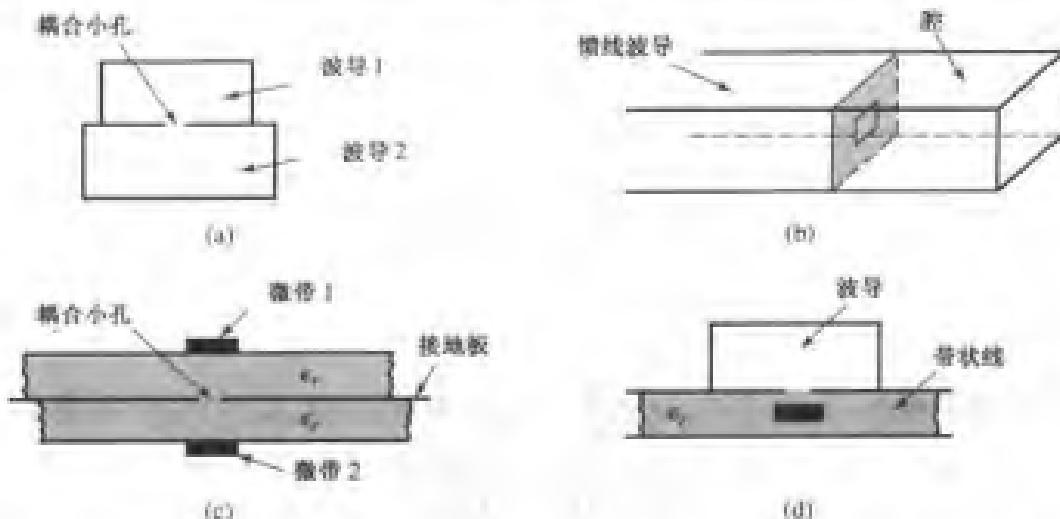


图 4.29 使用小孔耦合的不同波导和其他传输线配置:(a)两个波导间通过公共宽壁上的小孔耦合;(b)通过横壁上的小孔耦合到波导腔;(c)在两个微带线之间通过公共接地带面上的小孔耦合;(d)通过小孔从波导到带状线的耦合

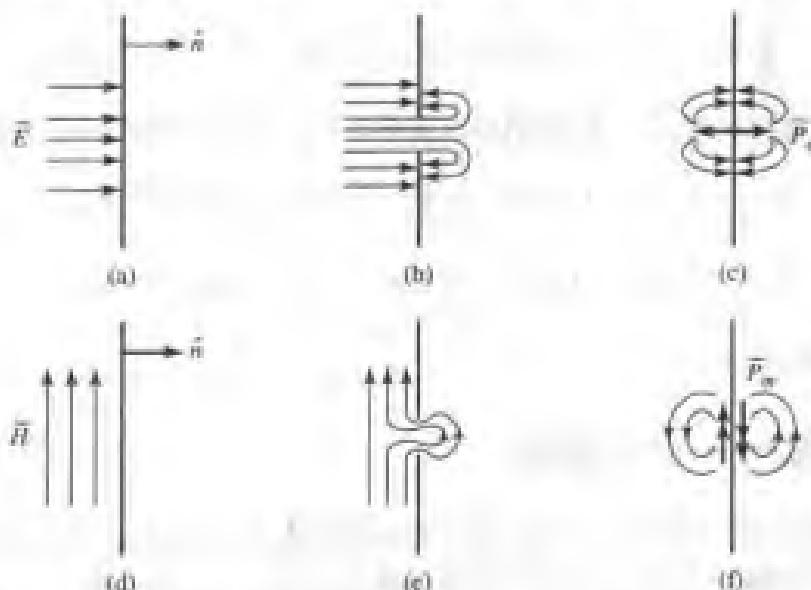


图 4.30 导电壁上小孔处的等效极化电流和磁极化流示例:(a)导电壁上的正常电场;(b)围绕导电壁上小孔的电力线;(c)围线极化电流的电力线垂直于导电壁;(d)导电壁附近的磁力线;(e)导电壁上小孔附近的磁力线;(f)磁极化流附近的磁力线平行于导电壁

类似地,图 4.30(e)显示了在小孔附近的切向磁力线的发散(在导体上法向磁场为零)。因为这些磁力线类似于两个平行导电壁上的极化磁流所产生的磁力线,如图 4.30(f)所示,由此可以得出结论:小孔可用两个方向相反的极化磁流 \bar{P}_m 来代替,其中,

$$\bar{P}_m = -\sigma_m \bar{H}_i \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \quad (4.125)$$

在式(4.125)中, σ_m 定义为小孔的磁极化率。

电极化率和磁极化率是常数,它与小孔的大小和形状有关,而对一些简单形状的小孔已有推导出的结果^{[7],[10],[11]}。圆孔和矩形缝可能是最常使用的形状,它们的极化率给出在表 4.3 中。

表 4.3 电极化率和磁极化率

孔形状	α_e	α_m
圆孔	$\frac{2r_0^3}{3}$	$\frac{4r_0^3}{3}$
矩形缝 (\bar{H} 横穿缝)	$\frac{\pi\ell d^2}{16}$	$\frac{\pi\ell d^2}{16}$

现在说明极化电流和磁流 \bar{P}_e 和 \bar{P}_m 可分别与电流源和磁流源 \bar{J} 和 \bar{M} 相联系。从麦克斯韦方程(1.27a)和(1.27b)可得

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} - \bar{M} \quad (4.126a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} + \bar{J} \quad (4.126b)$$

然后,利用定义 \bar{P}_e 和 \bar{P}_m 的式(1.15)和式(1.23)可得

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu_0\bar{H} - j\omega\mu_0\bar{P}_m - \bar{M} \quad (4.127a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon_0\bar{E} + j\omega\bar{P}_e + \bar{J} \quad (4.127b)$$

这样,因为 \bar{M} 在这些方程中与 $j\omega\mu_0\bar{P}_m$ 有着相同的作用,而 \bar{J} 与 $j\omega\bar{P}_e$ 有着相同的作用,于是就可以将等效流定义为

$$\bar{J} = j\omega\bar{P}_e \quad (4.128a)$$

$$\bar{M} = j\omega\mu_0\bar{P}_m \quad (4.128b)$$

这些结果就允许我们使用式(4.118)、式(4.120)、式(4.122)和式(4.123)来计算这些电流和磁流产生的场。

由于在估算极化率时引入了各种假设,因此上述理论是近似的,然而对于小孔,这一般给出了合理的结果(这里的“小”意味着孔径相对于电波长而言),还要求孔不在波导的边缘和拐角处。着重要明确的是,由式(4.124)和式(4.125)给出了等效偶极子在导电壁存在下的辐射,给出了透过小孔的场。小孔的存在还影响到导电壁在输入一侧的场,同时这种影响是由导体入射一边的等效偶极子所造成的(在输出一边这些偶极子是反向的)。由此保持了穿越孔的切向场的连续性。在这两种情况下,(封闭)导电壁的存在可以用移走壁的镜像理论来考虑,并使偶极子强度加倍。应用该理论到波导宽壁和横截面壁上的小孔,就可以澄清这些细节。

4.8.1 通过横向波导壁上小孔的耦合

有一小圆孔处在波导横截面壁的中心,如图 4.31(a)所示。假设只有 TE₁₀模在波导中传播,并且该模式在 $z < 0$ 的一侧入射到横向壁上。假如把该孔封闭,如图 4.31(b)所示,则在 $z < 0$ 的区域的驻波场可写为

$$E_y = A(e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) \sin \frac{\pi x}{a} \quad (4.129a)$$

$$H_x = \frac{-A}{Z_{10}}(e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}) \sin \frac{\pi x}{a} \quad (4.129b)$$

其中, β 和 Z_{10} 是 TE₁₀模的传播常数和波阻抗。由式(4.124)和式(4.125)可知,可由上面给出的场确定等效极化电流和磁流:

$$\bar{P}_e = \hat{z}\epsilon_0\alpha_e E_z \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) = 0 \quad (4.130a)$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_m &= -\hat{x}\alpha_m H_x \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) \\ &= \hat{x} \frac{2A\alpha_m}{Z_{10}} \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z)\end{aligned}\quad (4.130b)$$

因为 TE_{10} 模有 $E_z = 0$, 因此由式(4.128b)可把极化磁流 \bar{P}_m 等效为磁流密度

$$\bar{M} = j\omega\mu_0\bar{P}_m = \hat{x} \frac{2j\omega\mu_0 A\alpha_m}{Z_{10}} \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) \quad (4.131)$$

正如图 4.31(d)所示, 可把由孔散射的场看做是由封闭壁两侧边上的等效磁流 \bar{P}_m , $-\bar{P}_m$ 产生的。应用镜像理论很容易地把导电壁的存在考虑进去, 其效果是把偶极子的强度加倍, 并把壁移开, 如图 4.31(e)(对于 $z < 0$)和图 4.31(f)(对于 $z > 0$)所示。这样, 由等效孔径电流引起的透射波和反射波系数就可应用式(4.131)到式(4.122)和式(4.123)求出:

$$A_{10}^+ = \frac{-1}{P_{10}} \int \bar{h}_{10} \cdot (2j\omega\mu_0\bar{P}_m) dv = \frac{4jA\omega\mu_0\alpha_m}{abZ_{10}} = \frac{4jA\beta\alpha_m}{ab} \quad (4.132a)$$

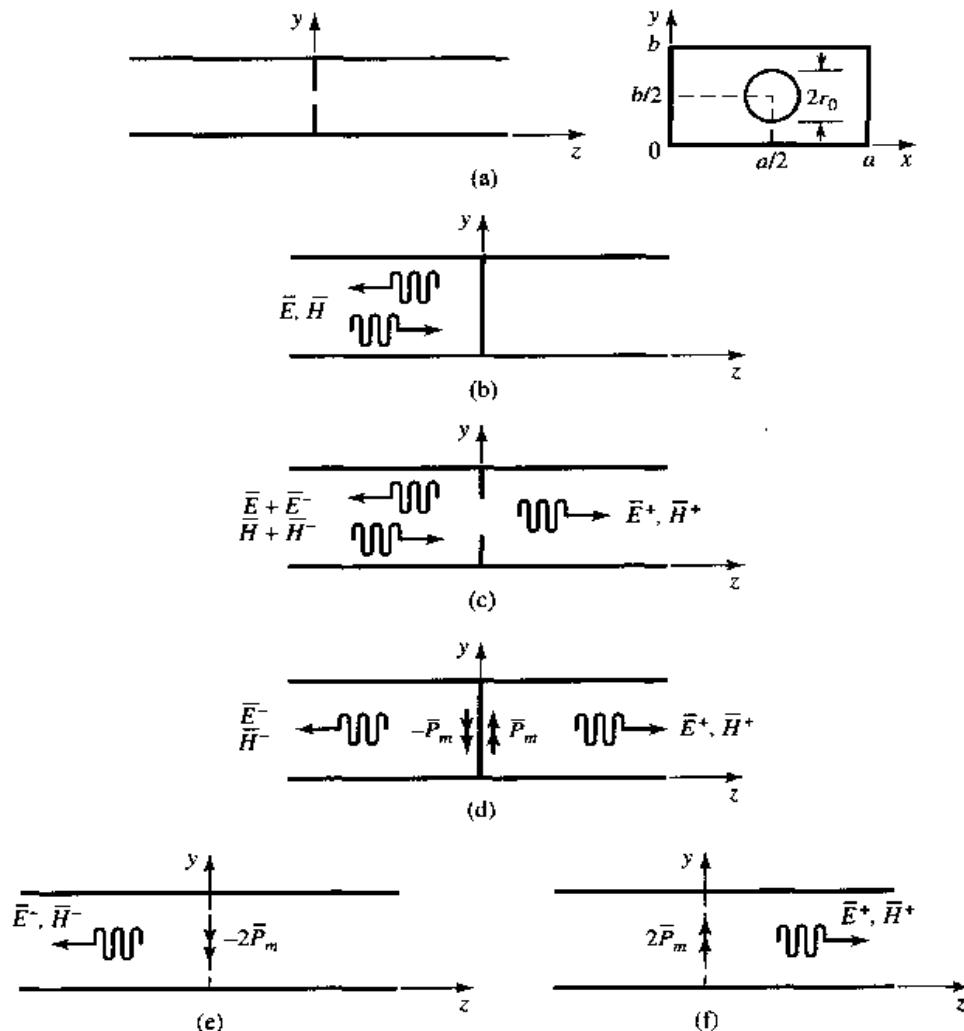


图 4.31 应用小孔耦合理论和镜像理论到波导中的横向壁上的小孔问题:(a)波导中横向壁上的圆孔的几何关系;(b)孔封闭时的场;(c)孔打开时的场;(d)孔封闭时的场,并用等效偶极子代替;(e) $z < 0$ 的区域中等效偶极子辐射的场,已按镜像理论把壁移开;(f) $z > 0$ 的区域中等效偶极子辐射的场,已按镜像理论把壁移开

$$A_{10}^- = \frac{-1}{P_{10}} \int \bar{h}_{10} \cdot (-2j\omega\mu_0\bar{P}_m) dv = \frac{4jA\omega\mu_0\alpha_m}{abZ_{10}} = \frac{4jA\beta\alpha_m}{ab} \quad (4.132b)$$

因为 $h_{10} = (-\bar{x}/Z_{10})\sin(\pi x/a)$ 和 $P_{10} = ab/Z_{10}$ 。磁极化率 α_m 给出在表 4.3 中。现在可把完整的场写出如下：

$$E_y = [Ae^{-j\beta z} + (A_{10}^- - A)e^{j\beta z}] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad z < 0 \quad (4.133a)$$

$$H_x = \frac{1}{Z_{10}} [-Ae^{-j\beta z} + (A_{10}^- - A)e^{j\beta z}] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad z < 0 \quad (4.133b)$$

和

$$E_y = A_{10}^+ e^{-j\beta z} \sin \frac{\pi x}{a}, \quad z > 0 \quad (4.134a)$$

$$H_x = \frac{-A_{10}^+}{Z_{10}} e^{-j\beta z} \sin \frac{\pi x}{a}, \quad z > 0 \quad (4.134b)$$

则反射系数和透射系数可求出为

$$\Gamma = \frac{A_{10}^- - A}{A} = \frac{4j\beta\alpha_m}{ab} - 1 \quad (4.135a)$$

$$T = \frac{A_{10}^+}{A} = \frac{4j\beta\alpha_m}{ab} \quad (4.135b)$$

上式中已用到 $Z_{10} = k_0\eta_0/\beta$ 。可以看出, 有 $|\Gamma| > 1$; 这个物理上不可实现的结果(对于无源网络)是在使用上面的理论时人为近似产生的。把式(4.135a)的反射系数与有归一化并联电纳 jB 的传输线的反射系数进行比较, 可得该问题的等效电路, 如图 4.32 所示。向传输线看去的反射系数是

$$\Gamma = \frac{1 - y_{in}}{1 + y_{in}} = \frac{1 - (1 + jB)}{1 + (1 + jB)} = \frac{-jB}{2 + jB}$$

若并联电纳很大(低阻抗), 则 Γ 可近似为

$$\Gamma = \frac{-1}{1 + (2/jB)} \approx -1 - j\frac{2}{B}$$

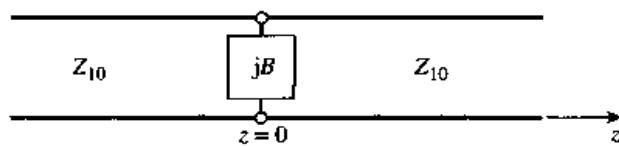


图 4.32 横向波导壁上的小孔的等效电路

与式(4.135a)比较, 表明该小孔等效于归一化的感性电纳

$$B = \frac{-ab}{2\beta\alpha_m}$$

4.8.2 通过波导宽壁上小孔的耦合

小孔耦合的另一种配置如图 4.33 所示, 两个平行波导共有一个公共宽壁, 并通过中央小孔耦合。我们将假定一个 TE_{10} 模来自下波导的 $z < 0$ 的区域(波导 1), 并计算耦合到上波导中的场。入射场可写为

$$E_y = A \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (4.136a)$$

$$H_x = \frac{-A}{Z_{10}} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (4.136b)$$

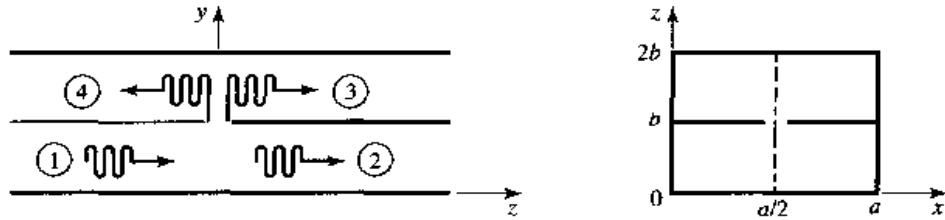


图 4.33 两个平行波导通过公共宽壁上小孔的耦合

则在小孔中心($x = a/2, y = b, z = 0$)的激励场为

$$E_y = A \quad (4.137a)$$

$$H_x = \frac{-A}{Z_{10}} \quad (4.137b)$$

(若孔中心不在 $x = a/2$, 则其 H_z 场不为零且必须包含它。)

现在,由式(4.124)、式(4.125)和式(4.128),可得出耦合到上波导中的场的等效电偶极子和磁偶极子是

$$J_y = j\omega\epsilon_0\alpha_e A \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta(y - b) \delta(z) \quad (4.138a)$$

$$M_x = \frac{j\omega\mu_0\alpha_m A}{Z_{10}} \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta(y - b) \delta(z) \quad (4.138b)$$

注意,在该情况下既激励有电偶极子又激励有磁偶极子。现令上波导中的场表示为

$$E_y^- = A^- \sin \frac{\pi x}{a} e^{+j\beta z}, \quad z < 0 \quad (4.139a)$$

$$H_x^- = \frac{A^-}{Z_{10}} \sin \frac{\pi x}{a} e^{+j\beta z}, \quad z < 0 \quad (4.139b)$$

$$E_y^+ = A^+ \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}, \quad z > 0 \quad (4.140a)$$

$$H_x^+ = \frac{-A^+}{Z_{10}} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}, \quad z > 0 \quad (4.140b)$$

其中, A^+ 和 A^- 分别是上波导中的前向和反向行进波的未知振幅。

通过叠加,在上波导中由电偶极子和磁偶极子式(4.138)共同产生的总场,对于前向波可由式(4.118)和式(4.122)求出为

$$A^+ = \frac{-1}{P_{10}} \int_V (E_y^- J_y - H_x^- M_x) dv = \frac{-j\omega A}{P_{10}} \left(\epsilon_0 \alpha_e - \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \right) \quad (4.141a)$$

对于反向波,可由式(4.120)和式(4.123)求出为

$$A^- = \frac{-1}{P_{10}} \int_V (E_y^+ J_y - H_x^+ M_x) dv = \frac{-j\omega A}{P_{10}} \left(\epsilon_0 \alpha_e + \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \right) \quad (4.141b)$$

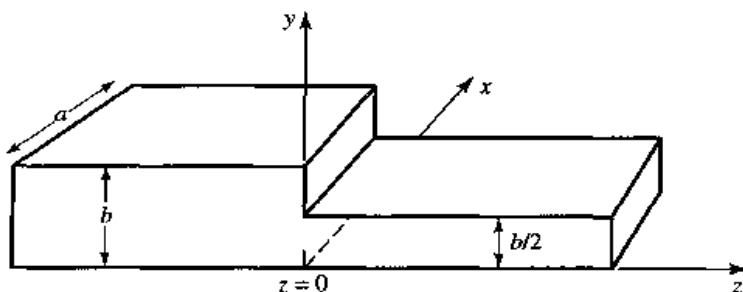
其中 $P_{10} = ab/Z_{10}$ 。可以看出,电偶极子在两个方向上激励同样的场,但是磁偶极子在前向和反向激励极化方向相反的场。

参考文献

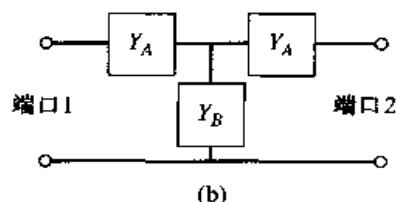
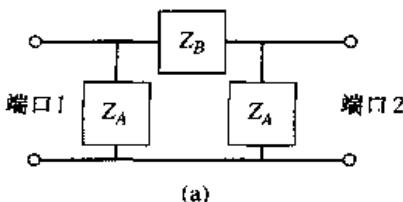
- [1] S. Raimo, T. R. Whinnery, and T. van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, John Wiley & Sons, N.Y., 1965.
- [2] A. A. Oliner, "Historical Perspectives on Microwave Field Theory," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 1022–1045, September 1984.
- [3] C. G. Montgomery, R. H. Dicke, and E. M. Purcell, *Principles of Microwave Circuits*, vol. 8 of MIT Rad. Lab. Series, McGraw-Hill, N.Y., 1948.
- [4] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [5] G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers*, Prentice-Hall, N.J., 1984.
- [6] J. S. Wright, O. P. Jain, W. J. Chudobiak, and V. Makios, "Equivalent Circuits of Microstrip Impedance Discontinuities and Launchers," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-22, pp. 48–52, January 1974.
- [7] G. F. Engen and C. A. Hoer, "Thru-Reflect-Line: An Improved Technique for Calibrating the Dual Six-Port Automatic Network Analyzer," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-27, pp. 987–998, December 1979.
- [8] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*, vol. 10 of MIT Rad. Lab. Series, McGraw-Hill, N.Y., 1948.
- [9] K. C. Gupta, R. Garg, and I. J. Bahl, *Microstrip Lines and Slotlines*, Artech House, Dedham, Mass., 1979.
- [10] G. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Chapter 5. Artech House, Dedham, Mass., 1980.
- [11] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, McGraw-Hill, N.Y., 1960.

习题

- 4.1 通过写出在 $z < 0$ 的区域和 $z > 0$ 的区域中的入射、反射和透射的 E_r 和 H_r 的表达式, 对例题 4.2 的问题求解, 并在 $z = 0$ 的介质分界面上应用这些场的边界条件。
- 4.2 考虑来自 $z < 0$ 的入射 TE_{00} 模在矩形波导的高度阶梯变化上的反射(参见下图)。说明若采用例题 4.2 的方法, 会得到 $\Gamma = 0$ 的结果。你认为这是正确的解吗? 说明理由(该习题说明单模式阻抗的观点并不总是给出正确的分析)。



- 4.3 讨论通过电流 I 的串联 RLC 电路, 计算功率损失和电磁储能, 并证明输入阻抗可表示为式(4.17)的形式。
- 4.4 证明并联 RLC 电路的输入阻抗 Z 满足条件 $Z(-\omega) = Z^*(\omega)$ 。
- 4.5 证明无耗 N 端口网络的导纳矩阵元是纯虚数。
- 4.6 非互易、无耗网络是否总有纯虚数的阻抗矩阵?
- 4.7 对下图中的二端口网络, 推导出 $[Z]$ 和 $[Y]$ 矩阵:



- 4.8 考虑一个二端口网络,令 $Z_{sc}^{(1)}, Z_{sc}^{(2)}, Z_{oc}^{(1)}, Z_{oc}^{(2)}$ 分别是当端口 2 短路时、当端口 1 短路时、当端口 2 是开路时以及当端口 1 是开路时的输入阻抗。证明其阻抗矩阵元为

$$Z_{11} = Z_{oc}^{(1)}, \quad Z_{22} = Z_{oc}^{(2)}, \quad Z_{12}^2 = Z_{21}^2 = (Z_{oc}^{(1)} - Z_{sc}^{(1)})Z_{oc}^{(2)}$$

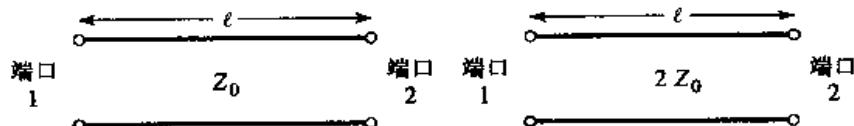
- 4.9 在两个端口上驱动二端口网络的电压和电流有如下值 ($Z_0 = 50 \Omega$):

$$V_1 = 20\angle 0^\circ, \quad I_1 = 0.4\angle 90^\circ$$

$$V_2 = 4\angle -90^\circ, \quad I_2 = 0.08\angle 0^\circ$$

确定在每一端口看去的输入阻抗,并求每个端口上的入射和反射电压。

- 4.10 推导出下图中的每个无耗传输线的散射矩阵(相对于线阻抗 Z_0)。证明每个矩阵是幺正的。



- 4.11 考虑有各自散射矩阵 $[S^A]$ 和 $[S^B]$ 的两个二端口网络。证明这两个网络级联的总 S_{21} 参量为

$$S_{21} = \frac{S_{21}^A S_{21}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B}$$

- 4.12 考虑一个无耗二端口网络:(a)若网络是互易的,证明 $|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2$;(b)若网络是非互易的,证明它不可能有单向传输,其中 $S_{12} = 0$ 且 $S_{21} \neq 0$ 。

- 4.13 证明不可能构成这样一个三端口网络:它是互易的、无耗的,并在所有端口上匹配。证明不可能构成非互易的三端口网络,它是无耗的并在所有端口上匹配。

- 4.14 证明以下的去耦定理(decouple theorem):对于任一互易的三端口网络,一个端口(选定端口 3)可端接一个电抗,致使另两个端口(端口 1 和端口 2)是去耦的(无功率流从端口 1 至 2,或从端口 2 至 1)。

- 4.15 某三端口网络是无耗和互易的,并有 $S_{13} = S_{23}$ 和 $S_{11} = S_{22}$ 。证明:若端口 2 端接一匹配负载,则通过在端口 3 上安放一个适当的电抗可使端口 1 匹配。

- 4.16 四端口网络的散射矩阵给出如下:

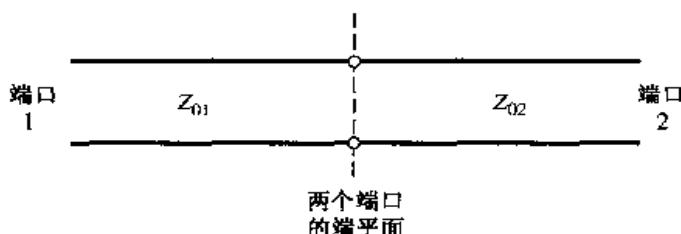
$$[S] = \begin{bmatrix} 0.1\angle 90^\circ & 0.8\angle -45^\circ & 0.3\angle -45^\circ & 0 \\ 0.8\angle -45^\circ & 0 & 0 & 0.4\angle 45^\circ \\ 0.3\angle -45^\circ & 0 & 0 & 0.6\angle -45^\circ \\ 0 & 0.4\angle 45^\circ & 0.6\angle -45^\circ & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) 该网络是否无耗?
(b) 该网络是否互易?
(c) 当所有其他端口接有匹配负载时,端口 1 上的回波损耗是多少?
(d) 当所有其他端口接有匹配负载时,在端口 2 和端口 4 之间的插入损耗和相位延迟是多少?
(e) 若端口 3 的端平面上短路,而所有其他端口接有匹配负载,则在端口 1 看去的反射系数是多少?

- 4.17 四端口网络的散射矩阵给出如下。若端口 3 和端口 4 连接有电长度为 60° 的无耗匹配传输线,求端口 1 和端口 2 之间产生的插入损耗和相位延迟。

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.3\angle -30^\circ & 0 & 0 & 0.8\angle 0^\circ \\ 0 & 0.7\angle -30^\circ & 0.7\angle -45^\circ & 0 \\ 0 & 0.7\angle -45^\circ & 0.7\angle -30^\circ & 0 \\ 0.8\angle 0^\circ & 0 & 0 & 0.3\angle -30^\circ \end{bmatrix}$$

- 4.18 一个二端口网络是由特征阻抗 Z_{01} 和 Z_{02} 的二段传输线连接组成的,如下图所示。求该网络的广义散射矩阵。

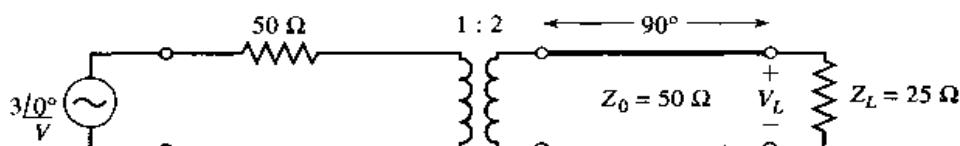


4.19 某二端口网络测量得到的散射参量是

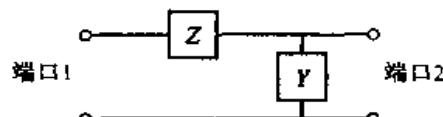
$$S_{11} = 0.3 + j0.7, \quad S_{12} = S_{21} = j0.6, \quad S_{22} = 0.3 - j0.7$$

求该网络的等效阻抗矩阵(特征阻抗为 50Ω)。

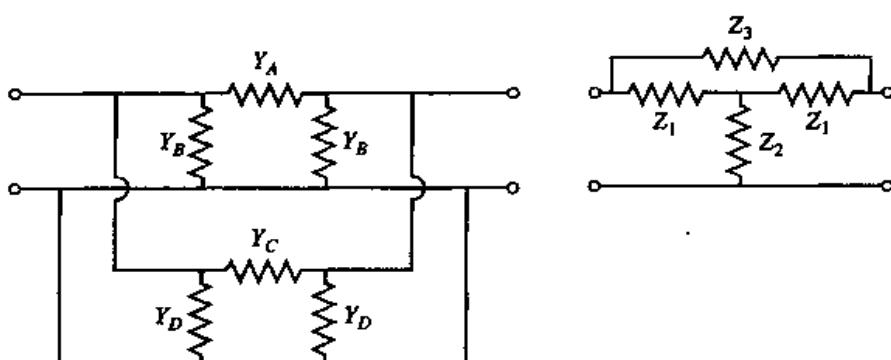
- 4.20 对单一特征阻抗 Z_0 归一化后,某二端口网络的散射参量为 S_y 。当端口 1 和端口 2 的特征阻抗分别变为 Z_{01} 和 Z_{02} 时,求其广义散射参量 S'_y 。
- 4.21 一段传输线的长度为 ℓ ,特征阻抗为 Z_0 ,传播常数为 β ,求其阻抗参量。
- 4.22 表 4.1 中第一项的 $ABCD$ 参量是由例题 4.6 推导出的。证明表中第二项、第三项和第四项的 $ABCD$ 参量。
- 4.23 推导出用 $ABCD$ 参量表示的阻抗参量的表达式。
- 4.24 利用 $ABCD$ 参量求下图所示电路中的负载电阻两端的电压 V_L 。



- 4.25 利用 $ABCD$ 矩阵的定义直接计算出下图所示电路的 $ABCD$ 矩阵,并与表 4.1 给出的标准电路的适当级联成此电路的 $ABCD$ 矩阵相比较。

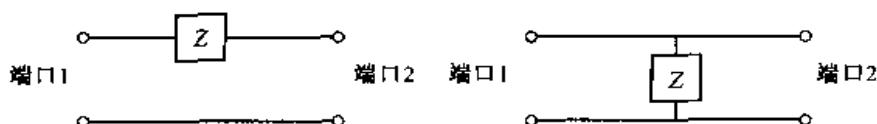


- 4.26 证明下图中的两个并联二端口 π 型网络的导纳矩阵可由单个二端口的导纳矩阵相加求出。应用这结果求出下图右边的桥式 T型电路的导纳矩阵。

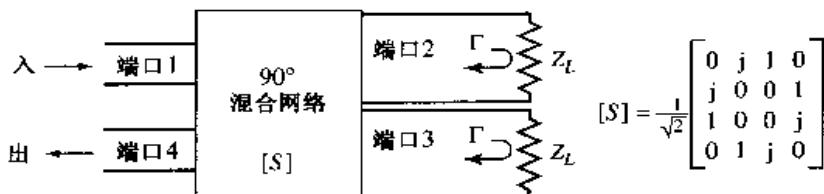


- 4.27 推导出用 $ABCD$ 参量表示的 S 参量表达式,如在表 4.2 中给出的那样。

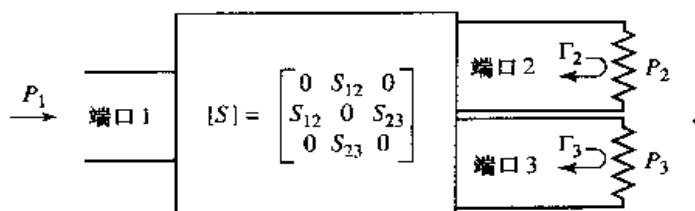
- 4.28 求下图给出的串联和并联回路的 S 参量。证明:对于串联情况有 $S_{12} = 1 - S_{11}$,对于并联回路有 $S_{12} = 1 + S_{11}$ 。设特征阻抗为 Z_0 。



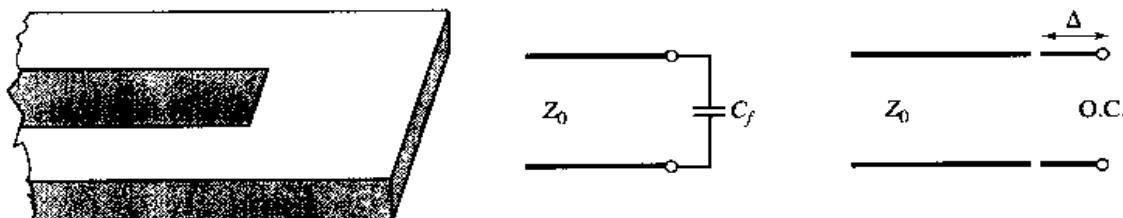
- 4.29 如下图所示,采用四端口90°混合网络耦合器(hybrid coupler)并在端口2和端口3接有相同但可调的负载,就可用做可变衰减器。(a)利用耦合器的给定散射矩阵,证明在输入(端口1)和输出(端口2)之间的透射系数为 $T=j\Gamma$,其中 Γ 是在端口2和端口3失配时的反射系数。还要证明:对于所有 Γ 值,输入端口是匹配的。(b)在范围 $0 \leq Z_L/Z_0 \leq 10$ 内(令 Z_L 是实数)画出作为 Z_L/Z_0 函数的从输入到输出的衰减(用dB表示)。



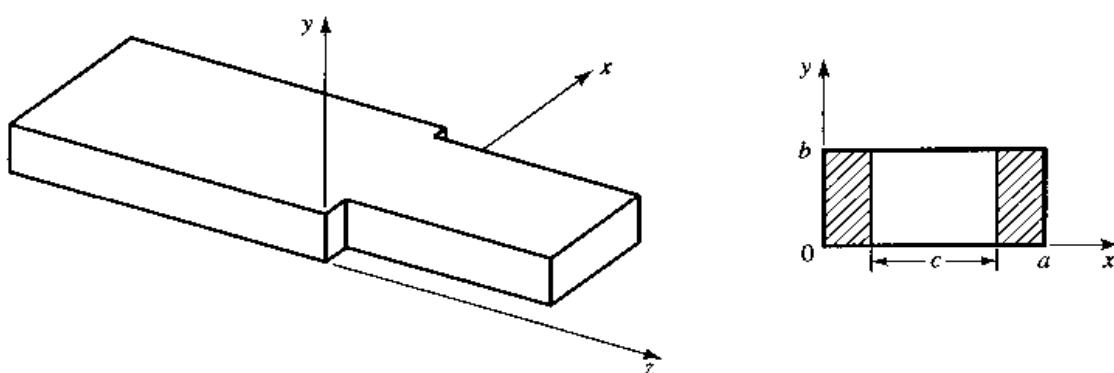
- 4.30 对于下图给出的失配三端口网络,使用信号流图求出功率比 P_2/P_1 和 P_3/P_1 。



- 4.31 开路微带线的末端有杂散场,可在传输线末端接一并联电容 C_f 作为其等效模型。该电容又可用微带线的附加长度 Δ 来代替,如下图所示。推导出用该杂散电容表示的长度延伸的表达式。若杂散电容已知为 $C_f = 0.075 \text{ pF}$,对于有 $d = 0.158 \text{ cm}$ 和 $\epsilon_r = 2.2$ 的基片上的 50Ω 开路微带线($w = 0.487 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 1.894$),计算出该长度延伸量。把得到的结果与 Hammerstad 和 Bekkadal 的近似 $\Delta = 0.412d$
 $\left(\frac{\epsilon_r + 0.3}{\epsilon_r - 0.258}\right)\left(\frac{w + 0.263d}{w + 0.813d}\right)$ 相比较。



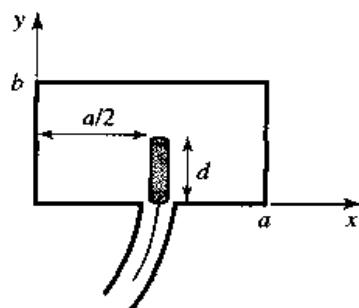
- 4.32 对于4.6节中的H平面阶梯分析,计算波导1中的反射模的复功率流,并证明该电抗性功率是电感性的。
 4.33 对于4.6节中的H平面阶梯,设定 $\lambda = 1.2a$ 和 $c = 0.8a$,因此在每一波导中可传播 TE_{n0} 模。利用 $N = 2$ 的方程,由模式分析法计算系数 A_1 和 A_2 ,并画出不连续性的等效电路。
 4.34 对于下图给出的对称H平面阶梯,推导其模式分析方程(提示:由于对称性,只有 TE_{n0} 模被激励,n为奇数)。



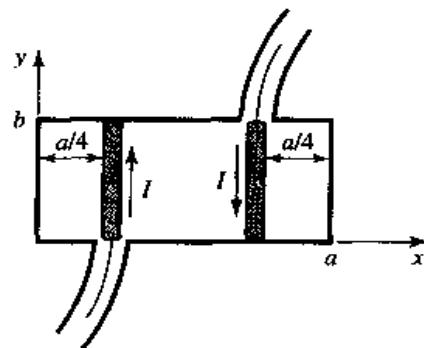
4.35 通过在 $z=0$ 处的源的两边假设的行进 TM_{mn} 模，并应用适当的边界条件，求由式(4.110)给出的电流激励的横向场 \bar{E} 和 \bar{H} 。

4.36 证明式(4.114)的面磁流密度激励离开源行进的 TM_{mn} 波。

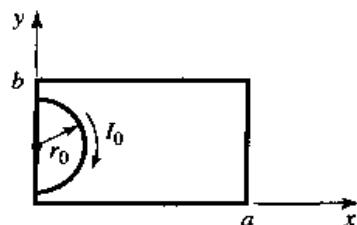
4.37 无限长矩形波导用长度为 d 的探针馈电，如下图所示。探针上的电流可近似为 $I(y) = I_0 \sin k(d - y)/\sin kd$ 。若 TE_{10} 模是波导中的唯一传播模，计算在探针端看去的输入电阻。



4.38 考虑在无限长波导中用两个探针馈电，其上的驱动电流相位差 180° ，如下图所示。求 TE_{10} 模和 TE_{30} 模的合成激励系数。在这种馈电布局下可激励的其他模式是什么？



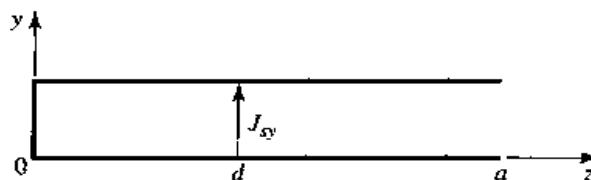
4.39 在矩形波导侧壁上有一个小电流圈，如下图所示。设此半圆圈的半径为 r_0 ，求此圈激励的 TE_{10} 模场。



4.40 一个矩形波导在 $z=0$ 处短路，并在 $z=d$ 处有一个电流片 J_{sy} ，其中

$$J_{sy} = \frac{2\pi A}{a} \sin \frac{\pi x}{a}$$

求由该电流产生的场的表达式，假设在 $0 < z < d$ 处是驻波场，在 $z > d$ 处是行波场，并应用在 $z=0$ 和 $z=d$ 处的边界条件。现在使用镜像理论，即把一个电流片 $-J_{sy}$ 置放在 $z=-d$ 处并移走 $z=0$ 处的短路面，来求解此问题。利用 4.7 节的结果以及叠加，求出由这两个电流辐射的场，这两个电流辐射的场应与 $z > 0$ 时的第一个结果相同。



第5章 阻抗匹配和调谐

本章是一个转折点。从这一章开始,我们将把前几章的理论和技术应用到微波工程的实际问题中。首先,我们将讨论阻抗匹配这个主题,阻抗通常是一个微波元件或系统的更大设计过程中的一部分。阻抗匹配的基本思想如图 5.1 所示,它将阻抗匹配网络放在负载和传输线之间。为了避免不必要的功率损耗,理想的匹配网络是无耗的,而且通常设计成向匹配网络看去阻抗是 Z_0 。虽然在匹配网络和负载之间有多个反射,但是在匹配网络左侧传输线上的反射被消除了。这个过程也被认为是调谐。阻抗匹配或调谐是很重要的,原因如下所述:

- 当负载与传输线匹配时(假定信号源是匹配的),可传送最大功率,并且在馈线上功率损耗最小。
 - 对阻抗匹配灵敏的接收机部件(如天线、低噪声放大器等)可改进系统的信噪比。
 - 在功率分配网络中(诸如天线阵馈电网络),阻抗匹配可降低振幅和相位误差。
- 只要负载阻抗 Z_L 有非零实部,就能找到匹配网络,但可用的选择很多。我们将讨论几类实际匹配网络的设计和特性。在实际匹配网络的选择中,考虑下面这些因素是很重要的。
- **复杂性(Complexity)**——如同多数工程解答一样,满足所需特性的最简单的设计通常是最可取的。一个较简单的匹配网络通常是既便宜又可靠的,而且与较复杂的设计相比有更小的损耗。
 - **带宽(Bandwidth)**——任何类型的匹配网络理想情况下在一个信号频率上能给出全匹配(零反射)。但在许多应用中,我们希望在一个频带上与负载匹配。有几种方法能达到此目的,当然,复杂性会相应地增加。
 - **实现(Implementation)**——根据所用的传输线和波导的类型,一种类型的匹配网络可能比另一类更可取。例如,在波导中用调谐短截线比用多节四分之一波长变换器更容易实现。
 - **可调性(Adjustability)**——在某些应用中,为了匹配一个可变负载阻抗,匹配网络可能需要调节。在这方面,某些类型的匹配网络要比其他类型的匹配网络更适合需要。

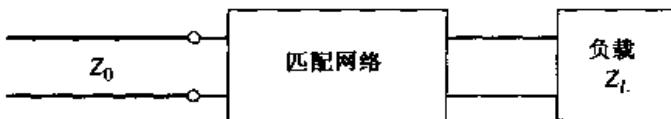


图 5.1 用于匹配任意负载阻抗到传输线的无耗网络

5.1 用集总元件匹配(L 网络)

为了匹配任意负载阻抗到传输线,用两个电抗性元件组成的 L 节,可能是最简单的匹配网络类型。对于这种网络,有两种可能的结构,如图 5.2 所示。若归一化负载阻抗 $z_L = Z_L/Z_0$ 是在 Smith 圆图的 $1 + jx$ 圆内,则应该用图 5.2(a)所示的电路。若归一化负载阻抗 $z_L = Z_L/Z_0$ 是在 Smith 圆图的 $1 + jx$ 圆的外部,则应该用图 5.2(b)所示的电路。此 $1 + jx$ 圆是在 Smith 阻抗圆图上的 $r = 1$ 的电阻圆。

在图 5.2 所示的任何一种结构中, 电抗性元件是电感还是电容, 取决于负载阻抗。所以, 对于各种负载阻抗的匹配电路, 有 8 种不同的可能。若频率足够低和/或电路尺寸足够小, 则可用实际的集总元件电容器和电感器。对于频率高到 1 GHz 或许还是可行的, 虽然近代微波集成电路可以使集总元件小到足以用于较高的频率。但仍有 一个较大的频率和电路尺寸的范围, 集总元件是不能采用的, 这就是 L 节匹配技术的局限性。

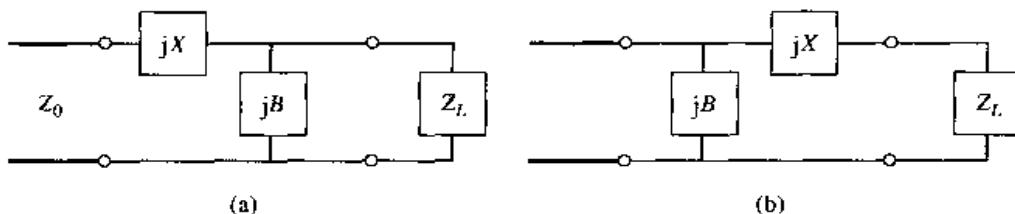


图 5.2 L 节匹配网络:(a)用于 z_L 在 $1+jx$ 圆内的网络;(b)用于 z_L 在 $1+jx$ 圆外的网络

我们现在来推导图 5.2 中两种情况的匹配网络元件的解析表示式, 然后举例说明另一种用 Smith 圆图的设计步骤。

5.1.1 解析解法

尽管我们下面将要讨论一种使用 Smith 圆图的简单图形求解方法, 但它对于推导出 L 节匹配网络元件的表示式是有用的。这种表示式可用于 L 节匹配的计算机辅助设计程序中, 或者在需要比 Smith 圆图所能提供的精度更高时, 它也是必需的。

首先考虑图 5.2(a)所示的电路, 并令 $Z_L = R_L + jX_L$ 。我们已经声明该电路用于 $z_L = Z_L/Z_0$ 在 Smith 圆图上 $1+jx$ 圆的内部, 这意味着在这种情况下, 有 $R_L > Z_0$ 。

为了匹配, 向后面接有负载阻抗的匹配网络看去的阻抗必须等于 Z_0 :

$$Z_0 = jX + \frac{1}{jB + 1/(R_L + jX_L)} \quad (5.1)$$

重新整理, 并将实部和虚部分开, 可给出两个未知数 X 和 B 的等式:

$$B(XR_L - X_L Z_0) = R_L - Z_0 \quad (5.2a)$$

$$X(1 - BX_L) = BZ_0R_L - X_L \quad (5.2b)$$

从式(5.2a)解出 X 并将其代入式(5.2b), 可给出 B 的二次方程, 该方程的解是

$$B = \frac{X_L \pm \sqrt{R_L/Z_0} \sqrt{R_L^2 + X_L^2 - Z_0 R_L}}{R_L^2 + X_L^2} \quad (5.3a)$$

注意, 因为 $R_L > Z_0$, 所以式中二次方根的变量总是正数。则串联电抗求出为

$$X = \frac{1}{B} + \frac{X_L Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B R_L} \quad (5.3b)$$

式(5.3a)表示 B 和 X 可能有两个解, 这两个解都是物理上可实现的, 因为 B 和 X 的正值和负值都是可能的(正 X 意味着电感, 负 X 意味着电容, 而正 B 意味着电容, 负 B 意味着电感)。但是, 若匹配带宽较好, 或者在匹配网络和负载之间的传输线上 SWR 较小, 则有一个解的电抗性元件的值非常小, 该解可能是优先考虑的解。

现在考虑图 5.2(b)所示的电路。当 z_L 在 Smith 圆图上 $1+jx$ 圆的外边时, 会使用该电路, 这

意味着 $R_L < Z_0$ 。为了匹配,向后面接有负载阻抗 $Z_L = R_L + jX_L$ 的匹配网络看去的导纳必须等于 $1/Z_0$:

$$\frac{1}{Z_0} = jB + \frac{1}{R_L + j(X + X_L)} \quad (5.4)$$

重新整理,并将实部和虚部分开,可给出对于两个未知数 X 和 B 的两个等式:

$$BZ_0(X + X_L) = Z_0 - R_L \quad (5.5a)$$

$$(X + X_L) = BZ_0R_L \quad (5.5b)$$

对 X 和 B 求解得

$$X = \pm\sqrt{R_L(Z_0 - R_L)} - X_L \quad (5.6a)$$

$$B = \pm\frac{\sqrt{(Z_0 - R_L)/R_L}}{Z_0} \quad (5.6b)$$

因为 $R_L < Z_0$,所以平方根的变量总是正数。再次提请注意的是,这两个解都是可能的。

为了匹配任意复数负载到特征阻抗为 Z_0 的传输线,匹配网络的输入阻抗实部必须是 Z_0 ,而虚部必须是零。这意味着,一般的匹配网络必须至少有两个自由度在 L 节匹配电路中,这两个自由度是由两个电抗性元件值提供的。

5.1.2 Smith 圆图解法

在不使用上面的公式的情况下,使用 Smith 圆图也能迅速和正确地设计 L 节匹配网络。其过程用例题说明如下。

例题 5.1 L 节阻抗匹配

设计一个 L 节匹配网络,在频率为 500 MHz 处,用以匹配 $Z_L = 200 - j100 \Omega$ 的 RC 串联负载到 100Ω 传输线。

解:

归一化负载阻抗 $z_L = 2 - j1$,画在图 5.3(a)的 Smith 圆图上。这个点在 $1 + jx$ 圆的内部,所以我们用图 5.2(a)所示的匹配电路。因为从负载看去,第一个元件是并联电纳,通过负载画 SWR 圆,且从负载过圆图的中心画一直线,如图 5.3(a)所示,就可以把负载阻抗转换成导纳,才能与该并联电纳相加。现在,我们加上这个并联电纳之后再转换回阻抗,我们将它画在 $1 + jx$ 圆上,这样我们才能加上一个串联电抗抵消 jx 并与负载匹配。意思是此并联电纳使我们能将 y_L 移到导纳 Smith 圆图的 $1 + jx$ 圆上。所以,我们绘制旋转后的 $1 + jx$ 圆,如图 5.3(a)所示(圆心在 $r = 0.333$ 处)。此时复合的 ZY 圆图对我们是方便的,若它不会引起混乱的话。我们可以看到,在外加一个 $jb = j0.3$ 电纳后,便能沿着等电导圆移动到 $y = 0.4 + j0.5$ (这样选择是从 y_L 到移位后的 $1 + jx$ 圆的最短距离),再将导纳转换成相应的阻抗 $z = 1 - j1.2$,在此处接上串联电抗 $x = j1.2$ 就可实现匹配,使我们回到圆图的中心。为了进行对比,我们给出式(5.3a,b)的解,即 $b = 0.29$, $x = 1.22$ 。

该匹配电路包括一个并联电容和一个串联电感,如图 5.3(b)所示。在频率 $f = 500$ MHz 时,该电容值为

$$C = \frac{b}{2\pi f Z_0} = 0.92 \text{ pF}$$

电感值为

$$L = \frac{x Z_0}{2\pi f} = 38.8 \text{ nH}$$

再来研究该匹配问题的第二个解,它可能也是我们感兴趣的。若我们用一个 $b = -0.7$ 的并联电纳替代外加的 $b = 0.3$ 的并联电纳,则在移位后的 $1+jx$ 圆的下半圆上移动这个点到 $y = 0.4 - j0.5$ 处,然后转换回阻抗并加上一个 $x = -1.2$ 的串联电抗,也可达到匹配。式(5.3a,b)给出的解为 $b = -0.69$, $x = -1.22$ 。该匹配电路也显示在图 5.3(b)中,并且可看出电感和电容的位置与第一个匹配网络的相反。在频率 $f = 500 \text{ MHz}$ 时,电容值为

$$C = \frac{-1}{2\pi f x Z_0} = 2.61 \text{ pF}$$

电感值为

$$L = \frac{-Z_0}{2\pi f b} = 46.1 \text{ nH}.$$

对于这两种匹配网络,图 5.3(c)显示了反射系数的幅值与频率的关系曲线,假定在 500 MHz 时,负载阻抗 $Z_L = 200 - j100 \Omega$,该负载阻抗是由 200Ω 的电阻和 3.18 pF 的电容串联而成的。对于这两个解,在带宽上没有显著的差别。■

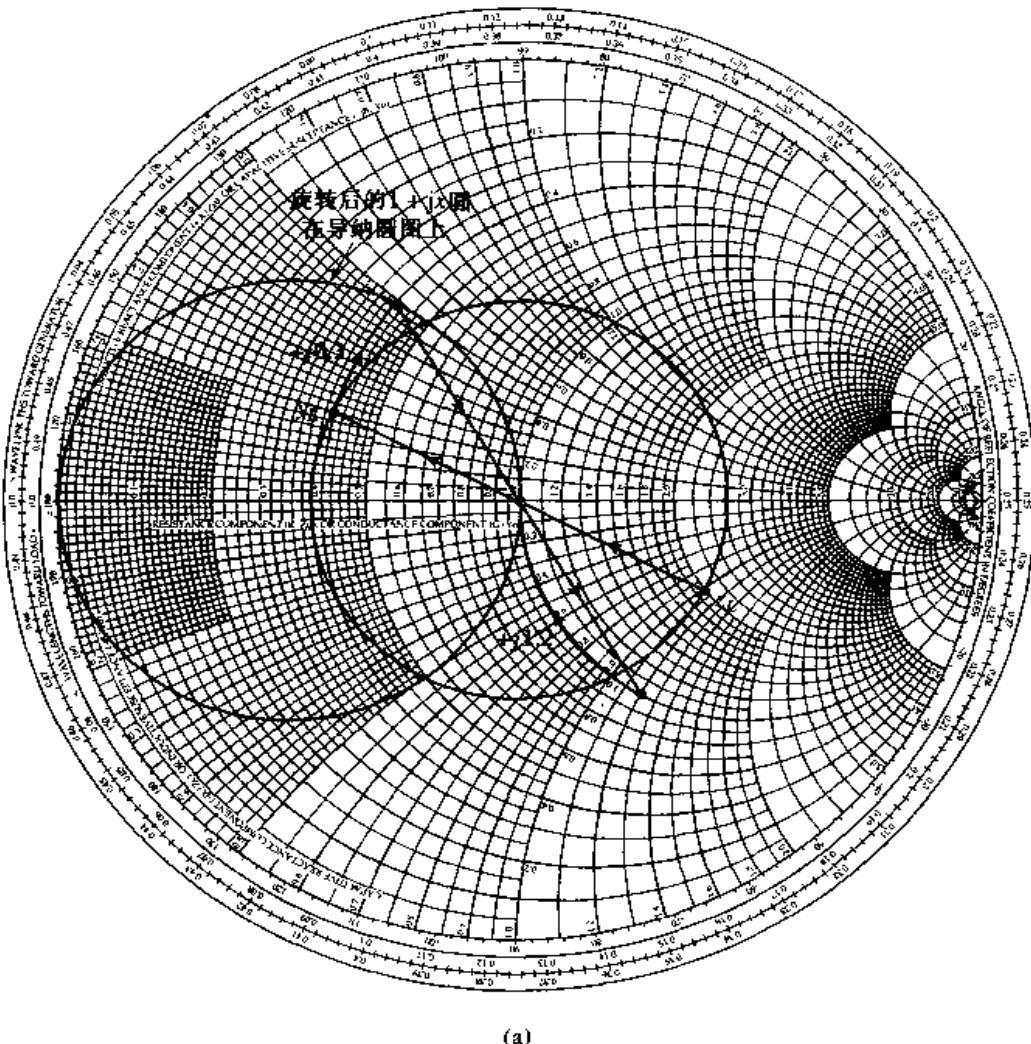


图 5.3 例题 5.1 的解:(a) L 节匹配网络的 Smith 圆图

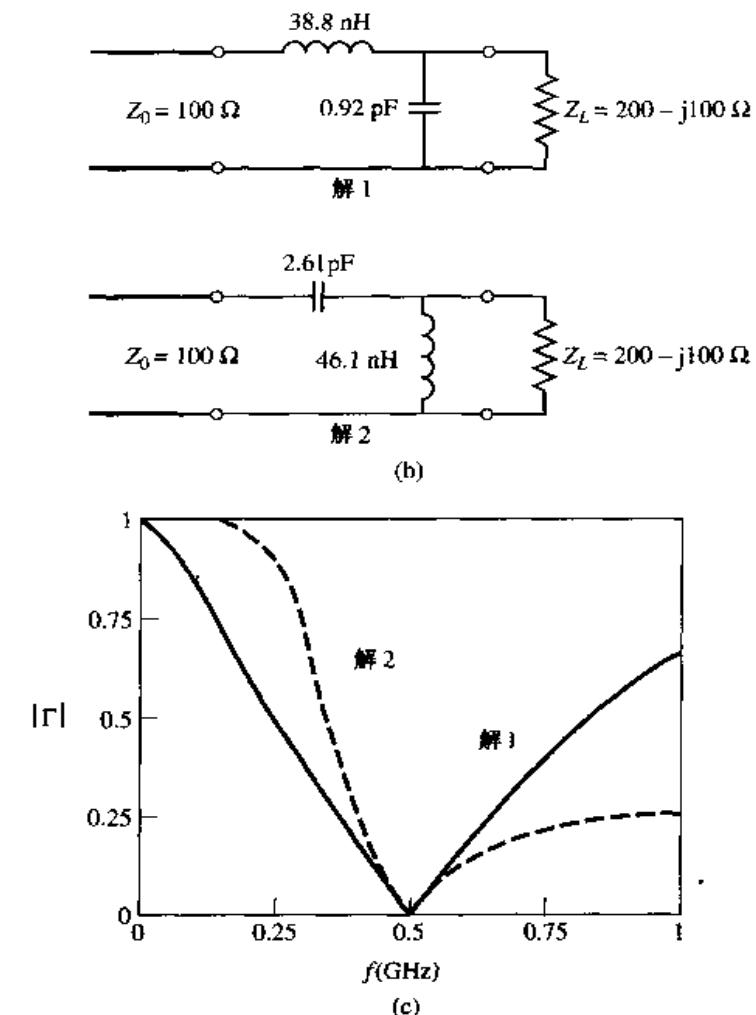


图 5.3(续) (b)两种可能的 L 节匹配电路;(c)在(b)中的匹配电路的反射系数的幅值与频率的关系曲线

感兴趣点：用于微波集成电路的集总元件

在微波频率，若元件的长度 ℓ 相对于工作波长很小，则集总的 R 、 L 和 C 元件实际上是可以采用的。在受限值范围内，若条件 $\ell < \lambda/10$ 能满足的话，则此种元件能用在频率高达 60 GHz 的混合和单片微波集成电路(MIC)中。可是，通常这类元件的特性与其理想情况相差甚远，需要将那些不希望有的效应，诸如寄生电容和/或电感、寄生谐振、杂散场、损耗以及通过公共接地板引起的微扰等包括到 CAD 的设计模型中(见与 CAD 有关的兴趣点)。

电阻是用有耗材料(诸如镍铬合金、氮化钽或者掺杂半导体材料)的薄膜制成的。此种薄膜能沉积或者生长在单片集成电路中，而片状电阻是由有耗薄膜沉积在陶瓷片上制成的，可粘接或焊接在混合电路中。获得低阻值的电阻是困难的。

小数值的电感可用短长度的传输线或环来实现，而大数值(高于 10 nH)的电感可用螺旋形电感器获得，如下图所示。较大的电感值常常引起较大的损耗和较大的并联电容，从而引起谐振，所以可使用的最高频率受到了限制。

电容器可用多种方法制备。短的传输线短截线可提供 $0 \sim 0.1 \text{ pF}$ 的并联电容。在传输线中的单缝隙或交叉指形缝隙组能提供高达 0.5 pF 左右的串联电容。使用金属-绝缘体-金属(MIM)层叠物，以单片或者芯片状(混合)形式，可得到较大值(高达 25 pF 左右)的电容。



5.2 单短截线调谐

下面我们讨论一种匹配技术,该技术使用单个开路或者短路的传输线段(短截线)在距离负载某一确定的位置与传输馈线并联或者串联,如图 5.4 所示。从微波制造的观点看,这种调谐电路是方便的,因为不需要集总元件。并联调谐短截线特别容易制成微带或者带状线形式。

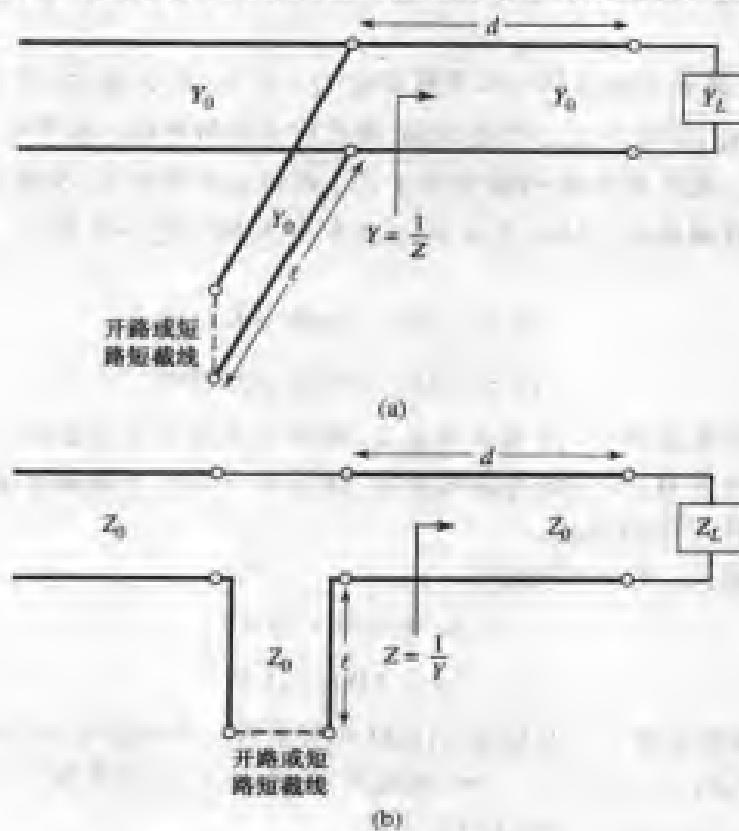


图 5.4 单短截线调谐电路:(a)并联短截线;(b)串联短截线

在单短截线调谐中,有两个可调参量:从负载到短截线所在位置的距离 d 和由并联或者串联短截线提供的电纳或电抗。对于并联短截线情况,基本思想是选择 d ,使其在距离负载 d 处向传输线看去导纳 Y 是 $Y_0 + jB$ 形式。然后,此短截线的电纳选择为 $-jB$,就达到匹配条件。对

于串联短截线情况,这样选择距离 d ,使其在距离负载 d 处向传输线看去阻抗 Z 具有 $Z_0 + jX$ 形式。然后选择短截线的电抗为 $-jX$,便达到匹配条件。

正如在第 2 章讨论的那样,恰当长度的开路或短路传输线能提供所希望的任意电抗或电纳值。对于一个给定的电纳或电抗,用开路或短路短截线的长度相差 $\lambda/4$ 。对于各种传输线媒质,诸如微带线或带状线,开路短截线是容易制造的,因为不需要通过孔将基片与接地板相连。然而,对于同轴线或者波导,通常宁愿用短路短截线,因为这种开路短截线的横截面积对辐射来讲是够大的(电学意义上的),在这种情况下开路短截线不再是纯电抗性的。

下面我们讨论对并联和串联短截线调谐的 Smith 圆图和解析解法。Smith 圆图解法快且直观,在实际应用中一般精度也足够。解析表示式更加精确,可用于计算机分析。

5.2.1 并联短截线

单短截线并联调谐电路如图 5.4(a)所示。我们首先讨论一个用 Smith 圆图作图求解的例子,然后再推导 d 和 ℓ 的公式。

例题 5.2 单短截线并联调谐

对于一个负载阻抗 $Z_L = 60 - j80 \Omega$,设计两个单短截线(短路线)并联调谐网络,使这个负载与 50Ω 传输线匹配,假定负载在 2 GHz 时实现匹配,并且此负载是由电阻和电容串联而成的。对每个解,画出反射系数幅值从 1 GHz 至 3 GHz 的变化。

解:

第一步是在 Smith 圆图上标出归一化负载阻抗 $z_L = 1.2 - j1.6$,然后,作出对应的 SWR 圆,并转换到负载导纳 y_L ,如图 5.5(a)所示 Smith 圆图所表示的那样。剩下的步骤是把 Smith 圆图考虑成导纳圆图。现在要注意 SWR 圆与 $1 + jb$ 圆相交在两个点,在图 5.5(a)中用 y_1 和 y_2 表示。所以从负载到短截线的距离 d 由这两个交点的任何一个给出。读 WTG 标尺,我们获得

$$d_1 = 0.176 - 0.065 = 0.110\lambda$$

$$d_2 = 0.325 - 0.065 = 0.260\lambda$$

实际上,在 SWR 圆和 $1 + jb$ 圆的交点上,距离 d 有无限多个数值。通常,我们希望匹配短截线尽可能靠近负载,以便提高匹配带宽,降低由于在短截线和负载间的传输线上可能发生的大的驻波比引起的损耗。

在这两个相交点,归一化导纳为

$$y_1 = 1.00 + j1.47$$

$$y_2 = 1.00 - j1.47$$

所以,第一个调谐解需要一个电纳为 $-j1.47$ 的短截线。供给该电纳的短路短截线的长度可在 Smith 圆图上找到,过程是以 $y = \infty$ (短路点)为起始点,沿着圆图外缘($g = 0$)向着信号源方向旋转到 $-j1.47$ 点,则该短截线的长度是

$$\ell_1 = 0.095\lambda$$

同样,对于第二个解,所需短路^①短截线的长度为

^① 原文为开路,疑有误。——译者注

$$\ell_2 = 0.405\lambda$$

这就完成了调谐器的设计。

为了分析这两个设计的频率依赖性,我们需要知道负载阻抗与频率的关系。在2 GHz时,串联RC^①负载阻抗是 $Z_L = 60 - j80 \Omega$,所以 $R = 60 \Omega$ 和 $C = 0.995 \text{ pF}$ 。这两个调谐电路如图5.5(b)所示。图5.5(c)显示了对这两个解计算得到的反射系数的幅值。可见解1的带宽明显地好于解2,这是因为解1的 d 和 ℓ 都较短,因而降低了匹配受频率变化的影响。■

为了推导 d 和 ℓ 的公式,让我们把负载阻抗表示为 $Z_L = 1/Y_L = R_L + jX_L$ 。因此,从负载移到传输线长度 d 的阻抗 Z 为

$$Z = Z_0 \frac{(R_L + jX_L) + jZ_0 t}{Z_0 + j(R_L + jX_L)t} \quad (5.7)$$

式中, $t = \tan\beta d$ 。在该点的导纳为

$$Y = G + jB = \frac{1}{Z} .$$

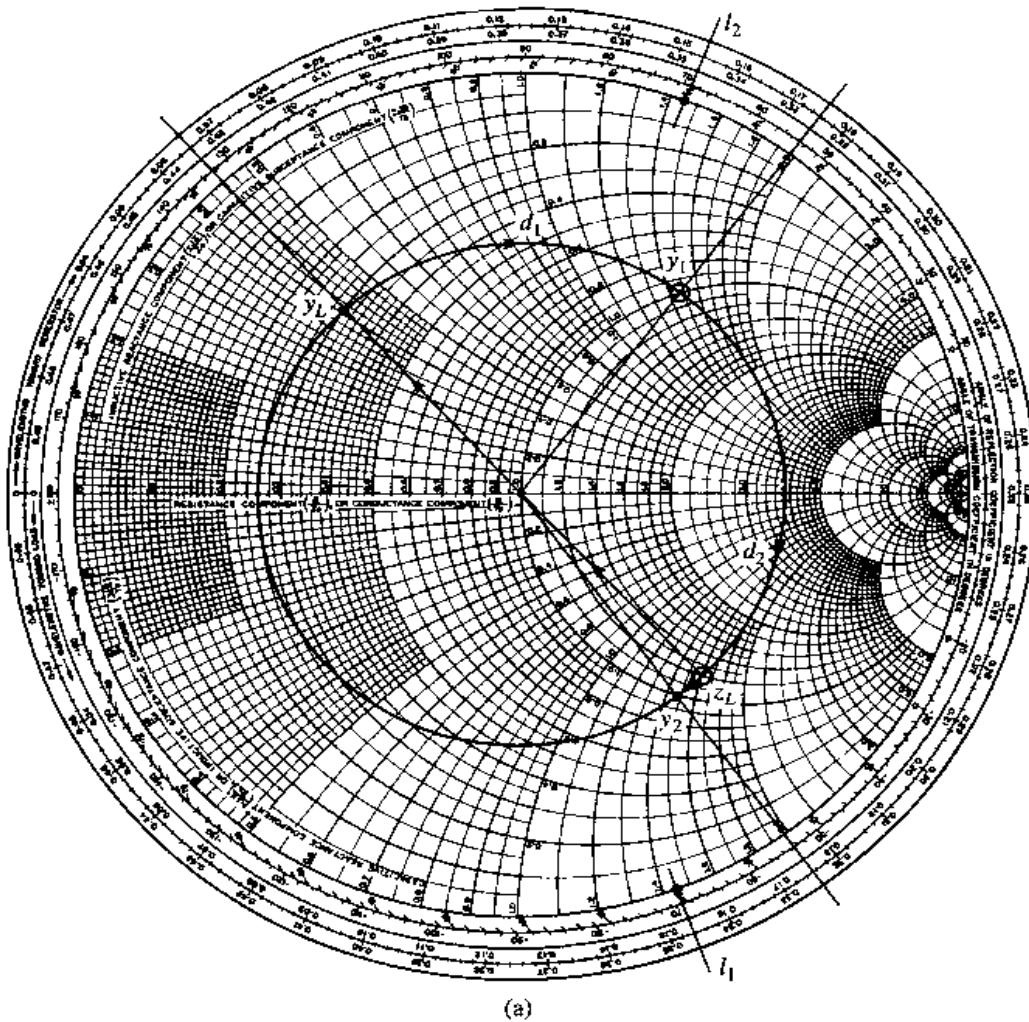


图5.5 例题5.2的解:(a)短截线调谐器的Smith圆图

^① 原文为 RL ,疑有误。——译者注

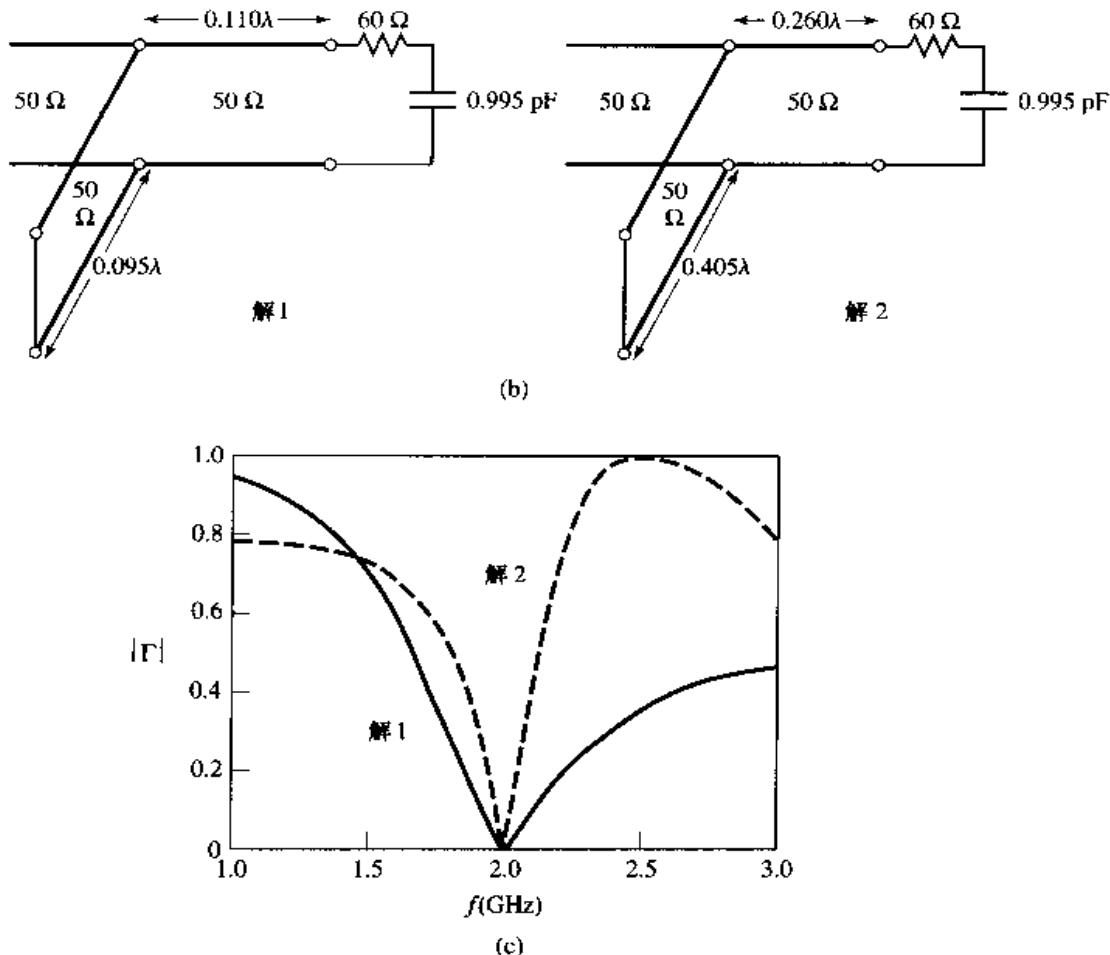


图 5.5(续) (b)两个短截线调谐电路的解;(c)对于(b)中的调谐电路,反射系数的幅值与频率的关系曲线

其中,

$$G = \frac{R_L(1+t^2)}{R_L^2 + (X_L + Z_0t)^2} \quad (5.8a)$$

$$B = \frac{R_L^2 t - (Z_0 - X_L t)(X_L + Z_0 t)}{Z_0 [R_L^2 + (X_L + Z_0 t)^2]} \quad (5.8b)$$

现在, d (意指 t)选择为使 $G = Y_0 = 1/Z_0$ 。由式(5.8a), 可导出 t 的二次方程为

$$Z_0(R_L - Z_0)t^2 - 2X_L Z_0 t + (R_L Z_0 - R_L^2 - X_L^2) = 0$$

对 t 求解得出

$$t = \frac{X_L \pm \sqrt{R_L[(Z_0 - R_L)^2 + X_L^2]/Z_0}}{R_L - Z_0}, \quad \text{对于 } R_L \neq Z_0 \quad (5.9)$$

若 $R_L = Z_0$, 则 $t = -X_L/2Z_0$ 。所以, 对 d 的两个主要解是

$$\frac{d}{\lambda} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \arctan t, & \text{对于 } t \geq 0 \\ \frac{1}{2\pi}(\pi + \arctan t), & \text{对于 } t < 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

为了求出所需短截线的长度,首先将 t 代入到式(5.8b)中求出电纳 B ,短截线的电纳 $B_s = -B$ 。然后,对于开路短截线,

$$\frac{\ell_o}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{B_s}{Y_0}\right) = \frac{-1}{2\pi} \arctan\left(\frac{B}{Y_0}\right) \quad (5.11a)$$

而对于短路短截线,

$$\frac{\ell_s}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \arctan\left(\frac{Y_0}{B_s}\right) = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{Y_0}{B}\right) \quad (5.11b)$$

若由式(5.11a)和式(5.11b)给出的长度是负值,则加上 $\lambda/2$ 后可得出正的结果。

5.2.2 串联短截线

串联短截线调谐电路如图 5.4(b)所示。我们先通过一个例子来说明 Smith 圆图解法,然后推导出 d 和 ℓ 的表示式。

例题 5.3 单短截线串联调谐

用一个串联开路短截线,匹配负载阻抗 $Z_L = 100 + j80$ 到 50Ω 的传输线。假定负载在 2 GHz 处匹配,负载是用一个电阻和电感串联而成的,画出反射系数的幅值在 1 GHz 至 3 GHz 的变化。

解:

第一步是在 Smith 圆图上画出归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1.6$,并画出 SWR 圆。对于串联短截线的设计,该圆图是一个阻抗圆图。注意,SWR 圆和 $1 + jx$ 圆相交在两个点,这两个点在图 5.6(a)中用 z_1 和 z_2 表示。从负载到短截线的最短距离 d_1 ,从 WTG 标尺读出是

$$d_1 = 0.328 - 0.208 = 0.120\lambda$$

而第二个距离是

$$d_2 = (0.5 - 0.208) + 0.172 = 0.463\lambda$$

和并联短截线情况一样,围绕 SWR 圆增加旋转圈数,可得出另外的解。但是,通常这些解实际上我们是不感兴趣的。

在两个相交点处的归一化阻抗是

$$z_1 = 1 - j1.33$$

$$z_2 = 1 + j1.33$$

所以,第一个解需要一个电抗为 $j1.33$ 的短截线。供给该电抗的开路短截线的长度可在 Smith 圆图上求出,以 $z = \infty$ (开路线)为起点,沿着圆图的外边界($r = 0$)向信号源方向移动到 $j1.33$ 点,得出短截线长度是

$$\ell_1 = 0.397\lambda$$

同样,对于第二个解,所需开路短截线的长度是

$$\ell_2 = 0.103\lambda$$

这就完成了调谐器的设计。

若在 2 GHz 处,一个由电阻和电感串联而成的负载为 $Z_L = 100 + j80 \Omega$,则 $R = 100 \Omega$ 和 $L = 6.37 \text{ nH}$ 。这两个匹配电路如图 5.6(b)所示。图 5.6(c)显示了对这两个解计算得到的反射系数幅值与频率的关系曲线。■

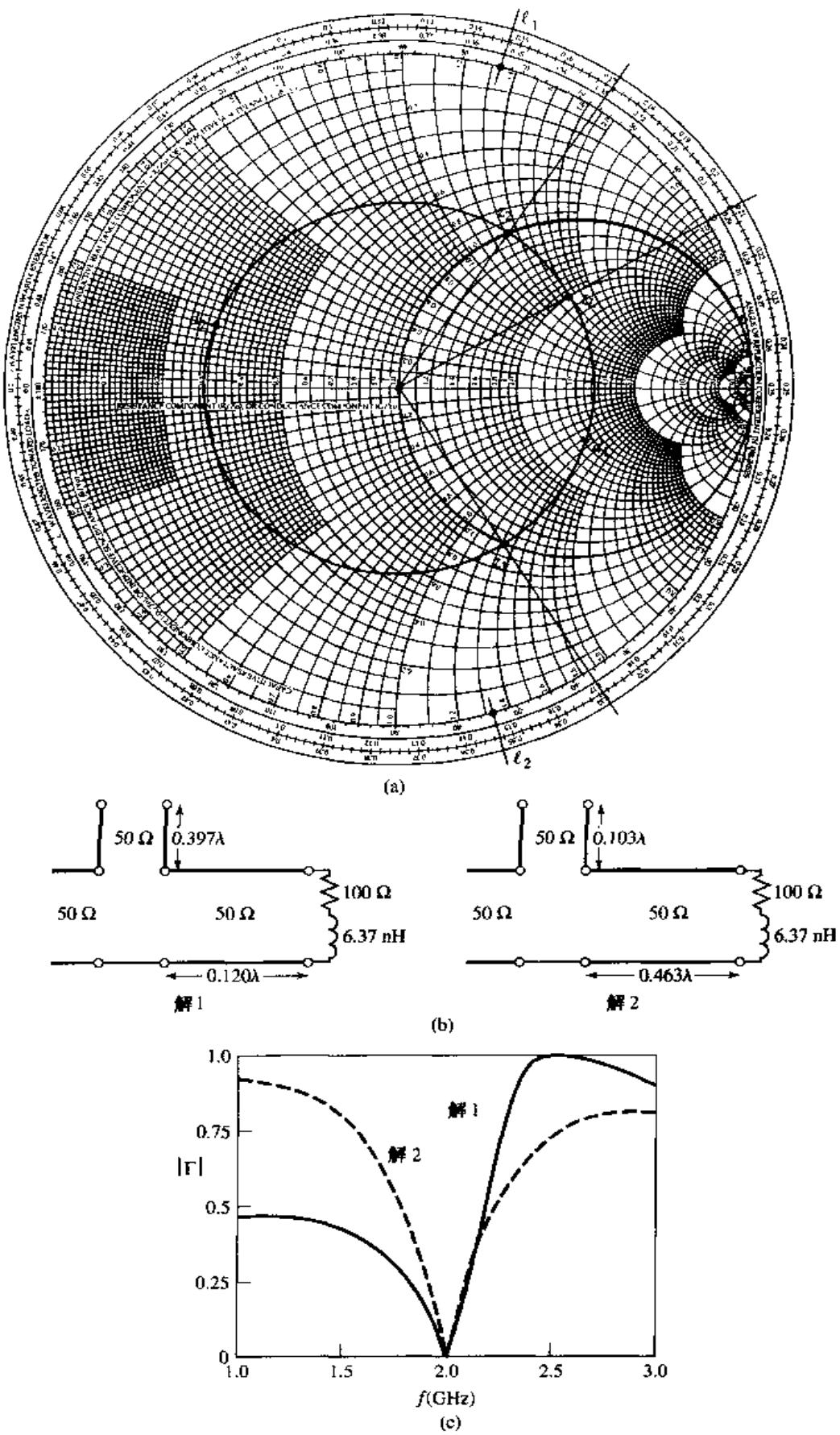


图 5.6 例题 5.3 的解:(a)串联短截线调谐器的 Smith 圆图;(b)两个串联短截线调谐电路的解;(c)调谐电路(b)的反射系数幅值与频率的关系曲线

为了推导对于串联短截线调谐器的 d 和 ℓ 公式, 让我们把负载导纳表示为 $Y_L = 1/Z_L = G_L + jB_L$ 。则从负载下移长度为 d 处的导纳 Y 是

$$Y = Y_0 \frac{(G_L + jB_L) + jtY_0}{Y_0 + jt(G_L + jB_L)} \quad (5.12)$$

式中, $t = \tan\beta d$, $Y_0 = 1/Z_0$ 。所以在这点的阻抗是

$$Z = R + jX = \frac{1}{Y}$$

其中,

$$R = \frac{G_L(1+t^2)}{G_L^2 + (B_L + Y_0t)^2} \quad (5.13a)$$

$$X = \frac{G_L^2 t - (Y_0 - tB_L)(B_L + tY_0)}{Y_0[G_L^2 + (B_L + Y_0t)^2]} \quad (5.13b)$$

现在, d (意指 t)选择为使 $R = Z_0 = 1/Y_0$ 。由式(5.13a)可得出 t 的二次方程为

$$Y_0(G_L - Y_0)t^2 - 2B_L Y_0 t + (G_L Y_0 - G_L^2 - B_L^2) = 0$$

解出 t 为

$$t = \frac{B_L \pm \sqrt{G_L[(Y_0 - G_L)^2 + B_L^2]/Y_0}}{G_L - Y_0}, \quad \text{对于 } G_L \neq Y_0 \quad (5.14)$$

若 $G_L = Y_0$, 则 $t = -B_L/2Y_0$ 。于是得到对于 d 的两个最主要的解是

$$d/\lambda = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \arctan t & \text{对于 } t \geq 0 \\ \frac{1}{2\pi}(\pi + \arctan t) & \text{对于 } t < 0 \end{cases} \quad (5.15)$$

所需短截线长度的确定过程是:首先将 t 代入到式(5.13b)中求出电抗 X , 该电抗是所需短截线电抗 X_s 的负值。所以,对于短路短截线有

$$\frac{\ell_s}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \arctan \left(\frac{X_s}{Z_0} \right) = \frac{-1}{2\pi} \arctan \left(\frac{X}{Z_0} \right) \quad (5.16a)$$

而对于开路短截线有

$$\frac{\ell_o}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \arctan \left(\frac{Z_0}{X_s} \right) = \frac{1}{2\pi} \arctan \left(\frac{Z_0}{X} \right) \quad (5.16b)$$

若式(5.16a)或式(5.16b)给出的长度是负值,则可在加上 $\lambda/2$ 后得到正值解。

5.3 双短截线调谐

前一节讨论的单短截线调谐器可以匹配任意负载阻抗(只要负载有非零实部)到传输线,但是需要改变负载和短截线之间的长度,这是很不方便的。它对固定的匹配电路可能不是问题,但是若希望有一个可调的调谐器,这或许会遇到些困难。在这种情况下,可采用两个在固定位置的双调谐短截线组成的双短截线调谐器。这种调谐器常常用同轴线制造,把可调短截线并联在主同轴线上。可是,我们将看到,双短截线调谐器不能匹配所有负载阻抗。

双短截线调谐器电路如图 5.7(a)所示,此处负载可以离第一个短截线任意距离。虽然这个电路更能代表实际情况,但是,其负载 Y_L 已转换到第一个短截线位置的图 5.7(b)所示的电路,这是较容易对付的,并且不失其普遍性。图 5.7 显示的短截线是并联短截线,通常在实际中比串联短截线更易实现。串联短截线在原则上也能应用,在任何一种情况下,短截线可以是开路线或是短路线。

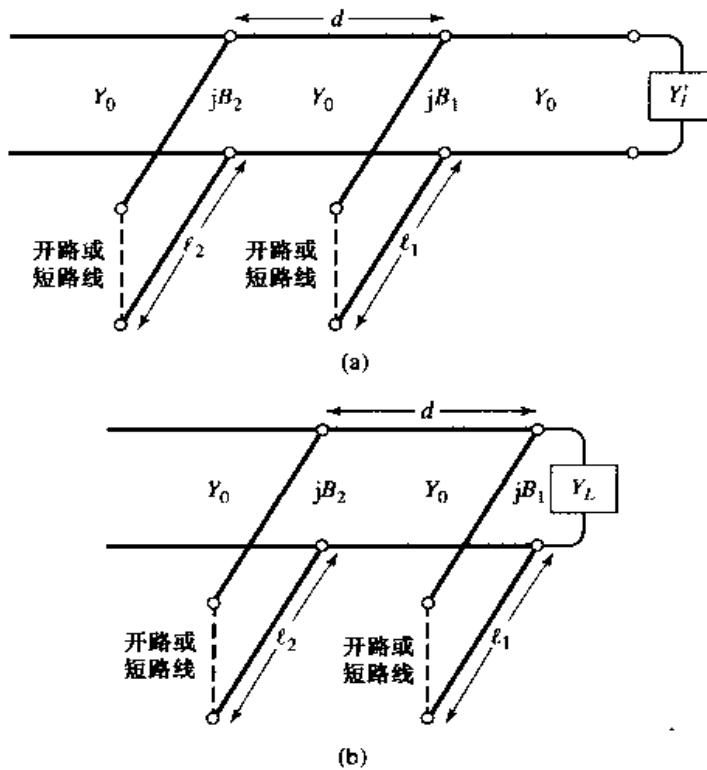


图 5.7 双短截线调谐:(a)负载距第一个短截线任意距离的原始电路;(b)负载在第一个短截线处的等效电路

5.3.1 Smith 圆图解法

图 5.8 所示的 Smith 圆图显示了双短截线调谐器的基本运作过程。和单短截线调谐器的情况一样,可能有两个解。第一个短截线的电纳 b_1 (或 b'_1 ,对于第二个解),把负载导纳移动到 y_1 (或 y'_1),该点位于旋转后的 $1+jb$ 圆上,旋转量是向着负载方向转的 d 波长数,此处 d 是两个短截线之间的电距离。然后,通过传输线的长度 d 向着信号源方向转换 y_1 (或 y'_1),使我们落在点 y_2 (或 y'_2),该点必定在 $1+jb$ 圆上。尔后,第二个短截线产生附加电纳 b_2 (或 b'_2),它将我们带到圆图的中心并完成匹配。

注意,在图 5.8 中,假如负载导纳 y_L 是在 $g_0 + jb$ 圆的阴影区的内部,没有短截线提供的电纳 b_1 值能将负载点带到与旋转后的 $1+jb$ 圆的交点。所以这个阴影区形成了一个负载导纳被禁用的区域,在这个区域内不能用这个特定的双短截线调谐器匹配。缩小被禁用区的简单方法是减小短截线之间的距离 d ,这会引起旋转后的 $1+jb$ 圆摆动到 $y = \infty$ 点的效果,而且,这两个分开的短截线实际制造上的要求是 d 必须保持足够大。另外,两个短截线的间距接近 0 或 $\lambda/2$ 时,将导致匹配网络对频率很灵敏。实际上,两个短截线的间距通常选为 $\lambda/8$ 或 $3\lambda/8$ 。若负载与第一个短截线之间的传输线长度可调,则负载导纳 y_L 总能移出这个被禁用区。

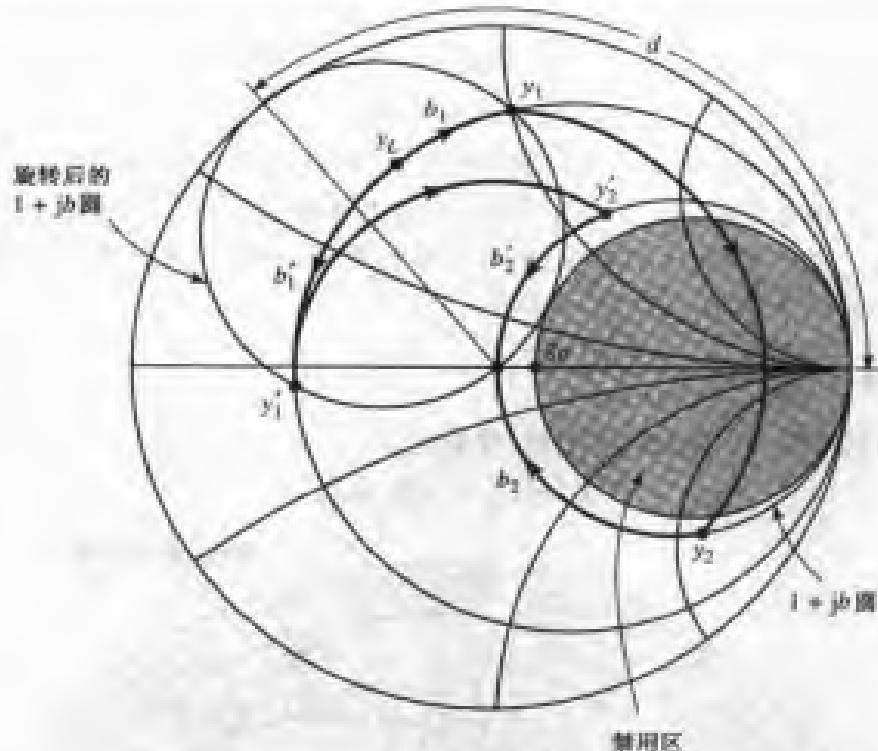


图 5.8 用于双短截线调谐器运作的 Smith 圆图

例题 5.4 双短截线调谐

设计一个双短截线并联调谐器, 用以匹配负载阻抗 $Z_L = 60 - j80 \Omega$ 到 50Ω 的传输线, 这两个短截线是相距 $\lambda/8$ 的开路短截线。假定负载是由电阻和电容串联而成的, 匹配频率是 2 GHz, 画出反射系数的幅值与频率从 1 GHz 到 3 GHz 的关系曲线。

解:

归一化负载导纳 $y_L = 0.3 + j0.4$, 画在图 5.9(a)所示的 Smith 圆图上。接着我们绘制旋转后的 $1 + jb$ 电导圆, 将 $g = 1$ 圆上的每一个点向负载方向移动 $\lambda/8$ 。然后我们找到第一个短截线的电纳, 这可以是下面两个可能值中的一个:

$$b_1 = 1.314$$

或

$$b'_1 = -0.114$$

现在我们通过 $\lambda/8$ 传输线段进行变换, 方法是沿着恒定半径(等 SWR)圆向信号源方向旋转 $\lambda/8$, 导致这两个解到下列点:

$$y_2 = 1 - j3.38$$

或

$$y'_2 = 1 + j1.38$$

于是, 第二个短截线的电纳应该是

$$b_2 = 3.38$$

或

$$b'_2 = -1.38$$

然后, 找出开路短截线的长度为

$$\ell_1 = 0.146\lambda, \quad \ell_2 = 0.204\lambda$$

或

$$\ell'_1 = 0.482\lambda, \quad \ell'_2 = 0.350\lambda$$

这就完全得到了对双短截线调谐器设计的两个解^①。

现在,若在 $f = 2 \text{ GHz}$ 时,电阻-电容负载为 $Z_L = 60 - j80 \Omega$,则 $R = 60 \Omega$ 和 $C = 0.995 \text{ pF}$ 。于是,这两个调谐电路就如图 5.9(b)所示,反射系数幅值与频率的关系曲线画在图 5.9(c)中。注意,第一个比第二个(基本的)解有较窄的带宽,这是因为对第一个解的两个短截线长度(接近 $\lambda/2$)长于第二个解的短截线^②。

5.3.2 解析解法

在图 5.7(b)中的第一个短截线的左侧,导纳是

$$Y_1 = G_L + j(B_L + B_1) \quad (5.17)$$

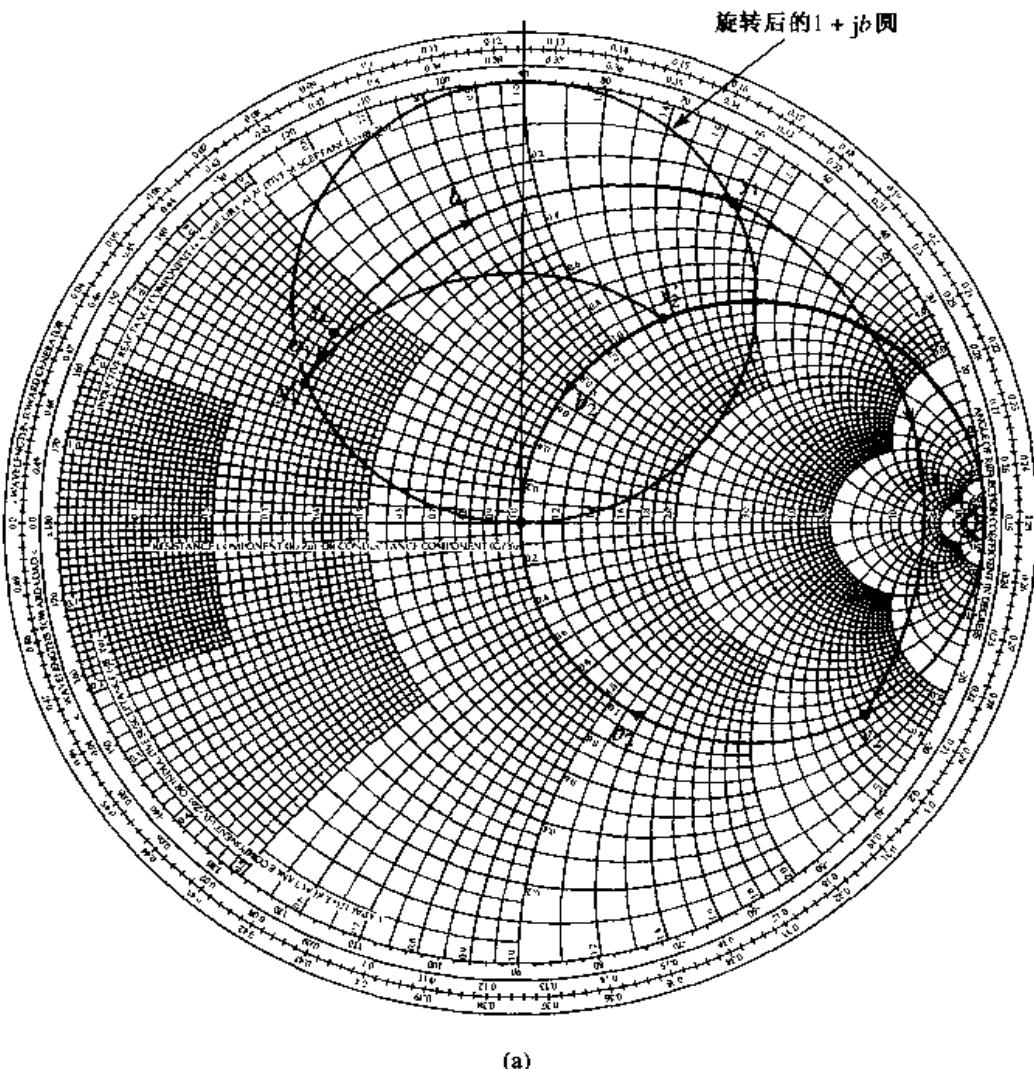


图 5.9 例题 5.4 的解:(a)双短截线调谐器的 Smith 圆图

^① 我计算的结果是 $\ell_2 = 0.204 \lambda$ 和 $\ell'_1 = 0.482\lambda$, 可能是原文将 ℓ_2 和 ℓ'_1 的两个值颠倒了。若真如此, 则图 5.9(b)也要做相应的修改。——译者注

^② 从计算的数据看,是第二个解的两个短截线长度接近 $\lambda/2$ 。——译者注

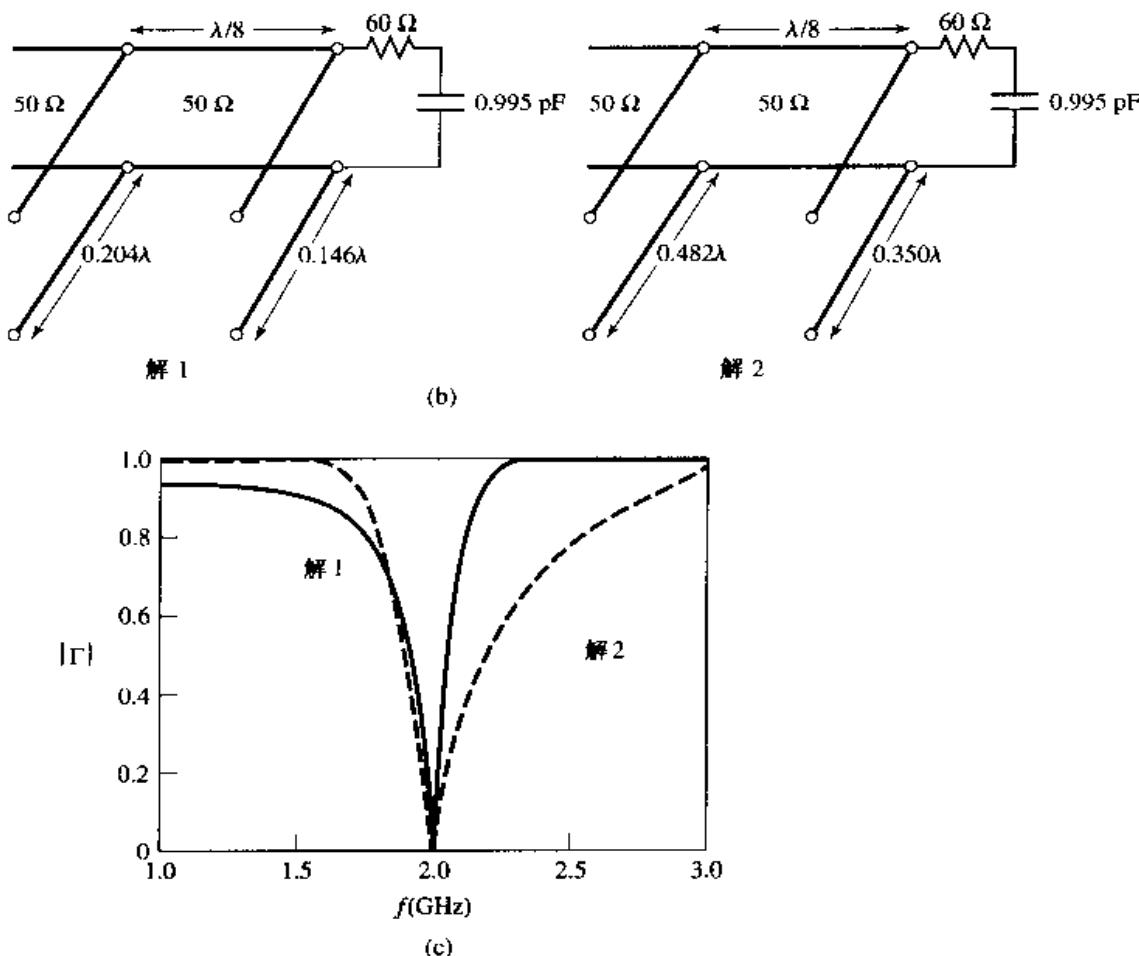


图 5.9(续) (b)两个双短截线调谐的解;(c)对于(b)中的调谐电路,反射系数的幅值随频率的变化

其中, $Y_L = G_L + jB_L$ 是负载导纳, B_1 是第一个短截线的电纳。经过长度为 d 的传输线的转换, 恰好落在第二个短截线的右侧, 导纳为

$$Y_2 = Y_0 \frac{G_L + j(B_L + B_1 + Y_0 t)}{Y_0 + jt(G_L + jB_L + jB_1)} \quad (5.18)$$

式中, $t = \tan\beta d$ 和 $Y_0 = 1/Z_0$ 。在该点, Y_2 的实部必须等于 Y_0 , 从而得出公式

$$G_L^2 - G_L Y_0 \frac{1+t^2}{t^2} + \frac{(Y_0 - B_L t - B_1 t)^2}{t^2} = 0 \quad (5.19)$$

对 G_L 求解得出

$$G_L = Y_0 \frac{1+t^2}{2t^2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4t^2(Y_0 - B_L t - B_1 t)^2}{Y_0^2(1+t^2)^2}} \right] \quad (5.20)$$

因为 G_L 是实数, 在平方根内的数必须是非负数, 所以

$$0 \leq \frac{4t^2(Y_0 - B_L t - B_1 t)^2}{Y_0^2(1+t^2)^2} \leq 1$$

这表明

$$0 \leq G_L \leq Y_0 \frac{1+t^2}{t^2} = \frac{Y_0}{\sin^2 \beta d} \quad (5.21)$$

由此给出了短截线间距为 d 时能够匹配的 G_L 范围。 d 被固定以后, 第一个短截线的电纳可从式(5.19)确定为

$$B_1 = -B_L + \frac{Y_0 \pm \sqrt{(1+t^2)G_L Y_0 - G_L^2 t^2}}{t} \quad (5.22)$$

因此, 第二个短截线的电纳可从式(5.18)的虚部的负值求出为

$$B_2 = \frac{\pm Y_0 \sqrt{Y_0 G_L (1+t^2) - G_L^2 t^2 + G_L Y_0}}{G_L t} \quad (5.23)$$

在式(5.22)和式(5.23)中的上下符号对应同样的解, 求得开路短截线的长度是

$$\frac{\ell_o}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{B}{Y_0}\right) \quad (5.24a)$$

而短路短截线的长度是

$$\frac{\ell_s}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \arctan\left(\frac{Y_0}{B}\right) \quad (5.24b)$$

其中 $B = B_1$ 或 B_2 。

5.4 四分之一波长变换器

正如在 2.5 节中讨论的那样, 四分之一波长变换器对于匹配实数负载阻抗到传输线, 是简单而有用的电路。四分之一波长变换器的其他特点是, 它能够以有规律的方式应用于有较宽带宽的多节变换器的设计。若只需要窄带匹配, 则单节变换器可以满足需要。但是, 正像我们在下几节将要看到的那样, 多节四分之一波长变换器的设计可在所希望的频带上同时达到最佳匹配特性。我们还将在第 8 章中看到, 这种网络与带通滤波器密切相关。

四分之一波长变换器的缺点是, 它只能匹配实数负载阻抗。但是, 通过在负载和变换器之间加一段合适长度的传输线, 或者一个合适的串联或并联电抗性短截线, 复数负载阻抗总能转换成实数阻抗。这些技术一般将变更等效负载的频率依赖性, 频率依赖性常有降低匹配带宽的效应。

在 2.5 节中, 我们已经从阻抗观点和多次反射的观点分析了四分之一波长变换器的作用。现在我们将重点放在变换器作为负载失配函数的带宽特性上。这里的讨论也可作为下一节讨论的更普遍情况的多节变换器的前奏。

单节四分之一波长匹配变换器的电路如图 5.10 所示。匹配段的特征阻抗是

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_L} \quad (5.25)$$

在设计频率 f_0 处, 匹配段的电长度是 $\lambda_0/4$, 但是在其他频率下电长度是不同的, 所以不再被完全匹配。我们现在推导失配与频率关系的近似表达式。

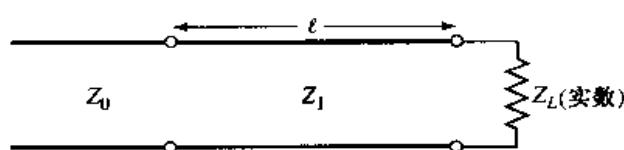


图 5.10 单节四分之一波长匹配变换器, 在设计频率 f_0 处有 $\ell = \lambda_0/4$

向匹配段看去的输入阻抗是

$$Z_{in} = Z_1 \frac{Z_L + jZ_1 t}{Z_1 + jZ_L t} \quad (5.26)$$

式中, $t = \tan \beta \ell = \tan \theta$, 在设计频率 f_0 处, $\beta \ell = \theta = \pi/2$ 。于是反射系数为

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{Z_1(Z_L - Z_0) + jt(Z_1^2 - Z_0 Z_L)}{Z_1(Z_L + Z_0) + jt(Z_1^2 + Z_0 Z_L)} \quad (5.27)$$

因为 $Z_1^2 = Z_0 Z_L$, 所以上式可简化为

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0 + j2t\sqrt{Z_0 Z_L}} \quad (5.28)$$

反射系数值是

$$\begin{aligned} |\Gamma| &= \frac{|Z_L - Z_0|}{[(Z_L + Z_0)^2 + 4t^2 Z_0 Z_L]^{1/2}} \\ &= \frac{1}{\{(Z_L + Z_0)^2 / (Z_L - Z_0)^2 + [4t^2 Z_0 Z_L / (Z_L - Z_0)^2]\}^{1/2}} \\ &= \frac{1}{\{1 + [4Z_0 Z_L / (Z_L - Z_0)^2] + [4Z_0 Z_L t^2 / (Z_L - Z_0)^2]\}^{1/2}} \\ &= \frac{1}{\{1 + [4Z_0 Z_L / (Z_L - Z_0)^2] \sec^2 \theta\}^{1/2}} \end{aligned} \quad (5.29)$$

因为 $1 + t^2 = 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ 。

现在, 若我们假定频率接近设计频率 f_0 , 则 $\ell \approx \lambda_0/4$ 和 $\theta \approx \pi/2$ 。于是 $\sec^2 \theta \gg 1$, 而式(5.29)简化为

$$|\Gamma| \approx \frac{|Z_L - Z_0|}{2\sqrt{Z_0 Z_L}} |\cos \theta|, \quad \theta \text{ 接近于 } \pi/2 \quad (5.30)$$

这个结果给出了四分之一波长变换器在接近设计频率处的近似失配性, 如图 5.11 所示。

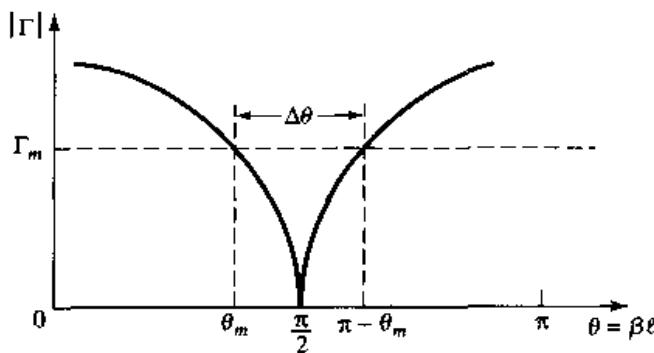


图 5.11 单节四分之一波长匹配变换器, 工作在设计频率附近的反射系数幅值的近似形态

若我们将最大可容忍的反射系数的幅值设置为 Γ_m , 则可定义匹配变换器的带宽为

$$\Delta\theta = 2\left(\frac{\pi}{2} - \theta_m\right) \quad (5.31)$$

因为式(5.29)的响应是关于 $\theta = \pi/2$ 对称的, 且在 $\Gamma = \Gamma_m$ 和 $\theta = \theta_m$ 处有 $\theta = \pi - \theta_m$ 。为了得出反

射系数的精确表示式,我们可以从式(5.29)解出 θ_m :

$$\frac{1}{\Gamma_m^2} = 1 + \left(\frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{Z_L - Z_0} \sec \theta_m \right)^2$$

或

$$\cos \theta_m = \frac{\Gamma_m}{\sqrt{1 - \Gamma_m^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \quad (5.32)$$

假定采用的是 TEM 传输线,则

$$\theta = \beta \ell = \frac{2\pi f}{v_p} \frac{v_p}{4f_0} = \frac{\pi f}{2f_0}$$

所以,在 $\theta = \theta_m$ 处,带宽低端的频率是

$$f_m = \frac{2\theta_m f_0}{\pi}$$

由式(5.32)可得到相对带宽为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{f_0} &= \frac{2(f_0 - f_m)}{f_0} = 2 - \frac{2f_m}{f_0} = 2 - \frac{4\theta_m}{\pi} \\ &= 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{\Gamma_m}{\sqrt{1 - \Gamma_m^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \right] \end{aligned} \quad (5.33)$$

相对带宽通常表示为百分数 $100\Delta f/f_0\%$ 。注意,当 Z_L 较接近 Z_0 时(小失配负载),变换器的带宽增加了。

上面的结果只对 TEM 传输线严格有效。当用非 TEM 传输线(诸如波导)时,传播常数不再是频率的线性函数,而且波阻抗也与频率有关。这些因素使得非 TEM 传输线的一般特性复杂了。但是,实际上转换器的带宽常常小到足以使这些复杂性对结果没有造成明显的影响。在上面的分析中,忽略的另一因素是,当传输线的尺寸有阶跃变化时,与该不连续性相联系的电抗的影响。这通常可对匹配段长度做小的调整来补偿该电抗的影响。

图 5.12 显示了各种失配负载的一组反射系数幅值与归一化频率的关系曲线,从中可以看出负载失配越小带宽就越宽的趋势。

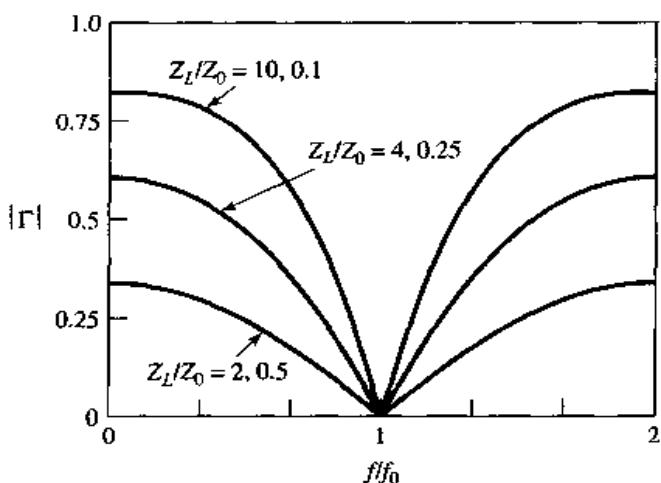


图 5.12 对于有各种失配负载的单节四分之一波长匹配变换器,反射系数幅值与频率的关系曲线

例题 5.5 四分之一波长变换器带宽

设计一个单节四分之一波长匹配变换器, 用于在 $f_0 = 3 \text{ GHz}$ 处匹配 10Ω 的负载到 50Ω 的传输线。确定 $\text{SWR} \leq 1.5$ 的相对带宽。

解:

由式(5.25)可得匹配段的特征阻抗为

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_L} = \sqrt{(50)(10)} = 22.36 \Omega$$

而且匹配段长度在 3 GHz 时是 $\lambda/4$, SWR 为 1.5 所对应的反射系数的幅值为

$$\Gamma_m = \frac{\text{SWR} - 1}{\text{SWR} + 1} = \frac{1.5 - 1}{1.5 + 1} = 0.2$$

由式(5.33)算得相对带宽为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{f_0} &= 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{\Gamma_m}{\sqrt{1 - \Gamma_m^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \right] \\ &= 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{0.2}{\sqrt{1 - (0.2)^2}} \frac{2\sqrt{(50)(10)}}{|10 - 50|} \right] \\ &= 0.29 \text{ 或 } 29\% \end{aligned}$$

5.5 小反射理论

四分之一波长变换器提供了任意实数负载阻抗与任意传输线阻抗相匹配的简单方法。实用上需要带宽大于单个四分之一波长节所能提供的带宽时, 可用多节变换器。此种变换器的设计是下两节讨论的主题, 但在介绍这些内容之前, 我们需要推导出由于从几个小的不连续点的局部反射造成的总反射的近似结果。这个题目通常称为小反射理论^[1]。

5.5.1 单节变换器

考虑如图 5.13 所示的单节变换器。我们将推导出总反射系数 Γ 的近似表示式。局部反射和传输系数是

$$\Gamma_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (5.34)$$

$$\Gamma_2 = -\Gamma_1 \quad (5.35)$$

$$\Gamma_3 = \frac{Z_L - Z_2}{Z_L + Z_2} \quad (5.36)$$

$$T_{21} = 1 + \Gamma_1 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (5.37)$$

$$T_{12} = 1 + \Gamma_2 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (5.38)$$

我们能够用 2.5 节讨论过的阻抗方法和多点反射方法计算由馈线看到的总反射系数 Γ 。就这里的意图而言, 宁愿采用后一种技术, 所以我们可以把总反射表示为无限多项的局部反射和传输系数的和, 如下式所示:

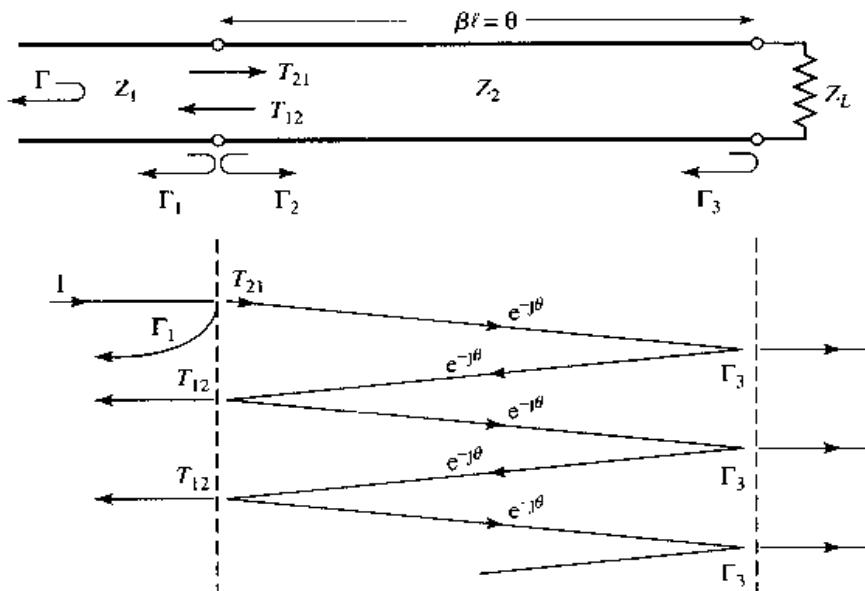


图 5.13 在单节四配变换器上的局部反射和传输

$$\begin{aligned}\Gamma &= \Gamma_1 + T_{12}T_{21}\Gamma_3e^{-2j\theta} + T_{12}T_{21}\Gamma_3^2\Gamma_2e^{-4j\theta} + \dots \\ &= \Gamma_1 + T_{12}T_{21}\Gamma_3e^{-2j\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_2^n \Gamma_3^n e^{-2jn\theta}\end{aligned}\quad (5.39)$$

使用几何级数

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad |x| < 1$$

式(5.39)能表示成更闭合的形式, 即

$$\Gamma = \Gamma_1 + \frac{T_{12}T_{21}\Gamma_3e^{-2j\theta}}{1 - \Gamma_2\Gamma_3e^{-2j\theta}} \quad (5.40)$$

我们将式(5.35)、式(5.37)和式(5.38)中的 $\Gamma_2 = -\Gamma_1$, $T_{21} = 1 + \Gamma_1$ 和 $T_{12} = 1 - \Gamma_1$ 代入式(5.40), 得到

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_3e^{-2j\theta}}{1 + \Gamma_1\Gamma_3e^{-2j\theta}} \quad (5.41)$$

现在, 若在阻抗 Z_1 和 Z_2 之间以及 Z_2 和 Z_L 之间的不连续很小, 则有 $|\Gamma_1\Gamma_3| \ll 1$, 所以我们可将式(5.41)近似表示为

$$\Gamma \approx \Gamma_1 + \Gamma_3e^{-2j\theta} \quad (5.42)$$

这个结果证明了直觉的想法: 总反射主要来自初始的 Z_1 和 Z_2 之间的不连续性的反射(Γ_1)以及第一个 Z_2 和 Z_L 之间的不连续性的反射($\Gamma_3e^{-2j\theta}$)。 $e^{-2j\theta}$ 项是因为输入波在传输线上前后行进时产生的相位延迟引起的。这种近似法的精度将在习题 5.14 中加以说明。

5.5.2 多节变换器

现在考虑图 5.14 所示的多节变换器。该变换器由 N 个等长(均衡的)传输线段组成。我们将推导总反射系数 Γ 的近似表示式。

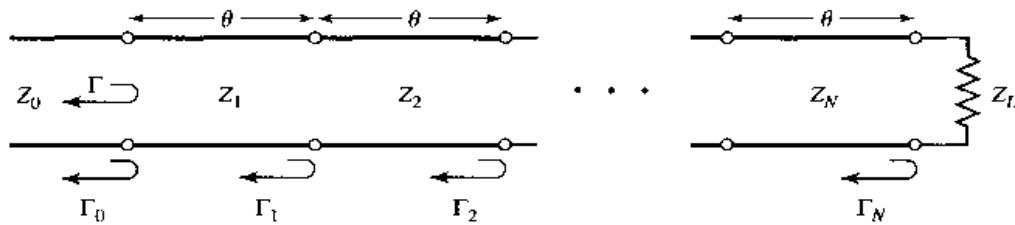


图 5.14 多节匹配变换器上的局部反射系数

局部反射系数可在每个连接处定义如下：

$$\Gamma_0 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (5.43a)$$

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} \quad (5.43b)$$

$$\Gamma_N = \frac{Z_L - Z_N}{Z_L + Z_N} \quad (5.43c)$$

我们还假定从变换器的这头到那头，所有的 Z_n 都是单调递增或递减的，而且 Z_L 是实数。这意味着所有 Γ_n 都是实数而且符号相同（若 $Z_L > Z_0$ ，则 $\Gamma_n > 0$ ；若 $Z_L < Z_0$ ，则 $\Gamma_n < 0$ ）。于是，使用前一节给出的结果，可知总反射系数可近似为

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 e^{-2j\theta} + \Gamma_1 e^{-4j\theta} + \cdots + \Gamma_N e^{-2jN\theta} \quad (5.44)$$

进一步假定该变换器可制成为对称的，因而有 $\Gamma_0 = \Gamma_N, \Gamma_1 = \Gamma_{N-1}, \Gamma_2 = \Gamma_{N-2}, \dots$ （注意，这并不意味着 Z_n 是对称的），于是式(5.44)可表示为

$$\Gamma(\theta) = e^{-jN\theta} \{ \Gamma_0 [e^{jN\theta} + e^{-jN\theta}] + \Gamma_1 [e^{j(N-2)\theta} + e^{-j(N-2)\theta}] + \cdots \} \quad (5.45)$$

若 N 是奇数，则其最后一项是 $\Gamma_{(N-1)/2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta})$ ；若 N 是偶数，则其最后一项是 $\Gamma_{N/2}$ 。因此，式(5.45)能看成是 θ 的有限项傅里叶余弦级数，该级数可写为

$$\begin{aligned} \Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} & \left[\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \cdots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta \right. \\ & \left. + \cdots + \frac{1}{2}\Gamma_{N/2} \right], \quad N \text{ 为偶数} \end{aligned} \quad (5.46a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} & [\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \cdots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta \\ & + \cdots + \Gamma_{(N-1)/2} \cos \theta], \quad N \text{ 为奇数} \end{aligned} \quad (5.46b)$$

这些结果的重要性在于，我们能通过恰当地选择 Γ_n 并用足够多的节数(N)，来综合处理任意所希望的作为频率(θ)的函数的反射系数响应。这显然是可实现的，若用了足够多的项，则傅里叶级数能近似为任意的平滑函数。在下两节中，我们将看到如何用这个理论去设计两种最通用的带通响应多节变换器：二项式(最平坦)响应和切比雪夫(等波纹)响应。

5.6 二项式多节匹配变换器

二项式匹配变换器的通带响应在给定节数的意义上说是最佳的，在接近设计频率处，响应会尽可能地平坦。所以这种响应又称为最平坦响应。这种类型响应的 N 节变换器是通过设置在中心频率 f_0 处， $|\Gamma(\theta)|$ 的前 $N-1$ 阶导数为零而设计的。该响应能够得到，假如我们令

$$\Gamma(\theta) = A(1 + e^{-2j\theta})^N \quad (5.47)$$

于是幅值 $|\Gamma(\theta)|$ 是

$$\begin{aligned} |\Gamma(\theta)| &= |A||e^{-j\theta}|^N |e^{j\theta} + e^{-j\theta}|^N \\ &= 2^N |A| |\cos \theta|^N \end{aligned} \quad (5.48)$$

注意, 当 $|\Gamma(\theta)| = 0$ 时, $\theta = \pi/2$ 且有 $(d^n |\Gamma(\theta)|)/d\theta^n = 0, \theta = \pi/2$, 其中 $n = 1, 2, \dots, N-1$ ($\theta = \pi/2$ 对应于中心频率 f_0), 这时有 $\ell = \lambda/4$ 和 $\theta = \beta\ell = \pi/2$ 。

令 $f \rightarrow 0$, 则我们就能够确定出常数 A 。因此有 $\theta = \beta\ell = 0$, 且式(5.47)可简化为

$$\Gamma(0) = 2^N A = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

因为对于 $f = 0$, 所有节的电长度都是零, 所以常数 A 可表示为

$$A = 2^{-N} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (5.49)$$

现在, 按照二项式将式(5.47)中的 $\Gamma(\theta)$ 展开为

$$\Gamma(\theta) = A(1 + e^{-2j\theta})^N = A \sum_{n=0}^N C_n^N e^{-2jn\theta} \quad (5.50)$$

式中,

$$C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!n!} \quad (5.51)$$

是二项式系数。注意, $C_n^N = C_{N-n}^N$, $C_0^N = 1$ 和 $C_1^N = N = C_{N-1}^N$ 。现在, 关键性的一步是按照式(5.50)给出的所希望的带通响应等于由式(5.44)给出的实际响应(近似地):

$$\Gamma(\theta) = A \sum_{n=0}^N C_n^N e^{-2jn\theta} = \Gamma_0 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} + \Gamma_2 e^{-4j\theta} + \dots + \Gamma_N e^{-2jN\theta}$$

这表明 Γ_n 必须选择为

$$\Gamma_n = AC_n^N \quad (5.52)$$

式中, A 由式(5.49)给出, C_n^N 是二项式系数。

此时, 特征阻抗 Z_n 能由式(5.43)求得, 但较简单的解可用下面的近似法^[1]获得。因为我们假定 Γ_n 较小, 所以可以写出

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n}$$

因为 $x \approx 2(x-1)/(x+1)$ 。于是, 使用式(5.52)和式(5.49)可给出

$$\ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n} \approx 2\Gamma_n = 2AC_n^N = 2(2^{-N}) \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} C_n^N \approx 2^{-N} C_n^N \ln \frac{Z_L}{Z_0} \quad (5.53)$$

用此式可求出 Z_{n+1} , 从 $n=0$ 开始。这种方法确保有自身一致性的优点, 即由式(5.53)计算得到的 Z_{N+1} 等于 Z_L , 而这正是它应该具有的优点。

包含有每节中的多次反射效应的精确结果, 可由每节中的传输线方程用数值求解得到特征阻抗^[2]。此种计算结果列在表 5.1 中, 该表给出了对于 $N=2, 3, 4, 5$ 和 6 节二项式匹配变换器的精确传输线阻抗(在不同的负载阻抗 Z_L 和馈线阻抗 Z_0 的比值下)。该表给出的结果只适用于

$Z_L/Z_0 > 1$; 若 $Z_L/Z_0 < 1$, 则这些结果应该用于 Z_0/Z_L , 但 Z_1 应在负载端开始。这是因为此解在 $Z_L/Z_0 = 1$ 附近是对称的; 同一个变换器能匹配 Z_L 到 Z_0 , 也能反过来, 用以匹配 Z_0 到 Z_L 。更大范围的表可在参考文献[2]中找到。

二项式变换器的带宽可求值如下。与在 5.4 节中一样, 令 Γ_m 是在通带内可容忍的反射系数最大值, 则由式(5.48)可得

$$\Gamma_m = 2^N |A| \cos^N \theta_m$$

式中, $\theta_m < \pi/2$ 是通带的低端, 如图 5.11 所示。所以

$$\theta_m = \arccos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma_m}{|A|} \right)^{1/N} \right] \quad (5.54)$$

使用式(5.33)可给出相对带宽为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{f_0} &= \frac{2(f_0 - f_m)}{f_0} = 2 - \frac{4\theta_m}{\pi} \\ &= 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma_m}{|A|} \right)^{1/N} \right] \end{aligned} \quad (5.55)$$

表 5.1 二项式变换器的设计

Z_L/Z_0	$N = 2$		$N = 3$			$N = 4$					
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0		
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000		
1.5	1.1067	1.3554	1.0520	1.2247	1.4259	1.0257	1.1351	1.3215	1.4624		
2.0	1.1892	1.6818	1.0907	1.4142	1.8337	1.0444	1.2421	1.6102	1.9150		
3.0	1.3161	2.2795	1.1479	1.7321	2.6135	1.0718	1.4105	2.1269	2.7990		
4.0	1.4142	2.8285	1.1907	2.0000	3.3594	1.0919	1.5442	2.5903	3.6633		
6.0	1.5651	3.8336	1.2544	2.4495	4.7832	1.1215	1.7553	3.4182	5.3500		
8.0	1.6818	4.7568	1.3022	2.8284	6.1434	1.1436	1.9232	4.1597	6.9955		
10.0	1.7783	5.6233	1.3409	3.1623	7.4577	1.1613	2.0651	4.8424	8.6110		
Z_L/Z_0	$N = 5$					$N = 6$					
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_5/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_5/Z_0	Z_6/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.0128	1.0790	1.2247	1.3902	1.4810	1.0064	1.0454	1.1496	1.3048	1.4349	1.4905
2.0	1.0220	1.1391	1.4142	1.7558	1.9569	1.0110	1.0790	1.2693	1.5757	1.8536	1.9782
3.0	1.0354	1.2300	1.7321	2.4390	2.8974	1.0176	1.1288	1.4599	2.0549	2.6577	2.9481
4.0	1.0452	1.2995	2.0000	3.0781	3.8270	1.0225	1.1661	1.6129	2.4800	3.4302	3.9120
6.0	1.0596	1.4055	2.4495	4.2689	5.6625	1.0296	1.2219	1.8573	3.2305	4.9104	5.8275
8.0	1.0703	1.4870	2.8284	5.3800	7.4745	1.0349	1.2640	2.0539	3.8950	6.3291	7.7302
10.0	1.0789	1.5541	3.1623	6.4346	9.2687	1.0392	1.2982	2.2215	4.5015	7.7030	9.6228

例题 5.6 二项式变换器的设计

设计一个 3 节二项式变换器, 用以匹配 50Ω 的负载到 100Ω 的传输线, 并计算 $\Gamma_m = 0.05$ 的带宽, 画出用于精确设计 1, 2, 3, 4 和 5 节变换器的反射系数的幅值与归一化频率的关系曲线。

解:

对于 $N = 3$, $Z_L = 50 \Omega$, $Z_0 = 100 \Omega$, 我们由式(5.49)和式(5.53)得到

$$A = 2^{-N} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \approx \frac{1}{2^{N+1}} \ln \frac{Z_L}{Z_0} = -0.0433$$

由式(5.55)求出带宽为

$$\begin{aligned}\frac{\Delta f}{f_0} &= 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma_m}{|A|} \right)^{1/N} \right] \\ &= 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{0.05}{0.0433} \right)^{1/3} \right] = 0.70 \text{ 或 } 70\%\end{aligned}$$

所需的二项式系数是

$$C_0^3 = \frac{3!}{3!0!} = 1$$

$$C_1^3 = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

$$C_2^3 = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

并且由式(5.53)给出所需的特征阻抗为

$$\begin{aligned}n = 0: \ln Z_1 &= \ln Z_0 + 2^{-N} C_0^3 \ln \frac{Z_L}{Z_0} \\ &= \ln 100 + 2^{-3}(1) \ln \frac{50}{100} = 4.518\end{aligned}$$

$$Z_1 = 91.7 \Omega$$

$$\begin{aligned}n = 1: \ln Z_2 &= \ln Z_1 + 2^{-N} C_1^3 \ln \frac{Z_L}{Z_0} \\ &= \ln 91.7 + 2^{-3}(3) \ln \frac{50}{100} = 4.26\end{aligned}$$

$$Z_2 = 70.7 \Omega$$

$$\begin{aligned}n = 2: \ln Z_3 &= \ln Z_2 + 2^{-N} C_2^3 \ln \frac{Z_L}{Z_0} \\ &= \ln 70.7 + 2^{-3}(3) \ln \frac{50}{100} = 4.00\end{aligned}$$

$$Z_3 = 54.5 \Omega$$

为了使用表 5.1 中的数据, 我们将源和负载阻抗倒过来, 并考虑 100Ω 负载到 50Ω 传输线的匹配问题。这时, $Z_L/Z_0 = 2.0$, 所以我们获得精确的特征阻抗 $Z_1 = 91.7 \Omega$, $Z_2 = 70.7 \Omega$ 和 $Z_3 = 54.5 \Omega$, 这个结果与近似求解的三个数据完全相同。图 5.15 显示了精确设计在 $N = 1, 2, 3, 4$ 和 5 节变换器时, 反射系数的幅值与频率的关系。由此可知, 用较多节数的变换器可得到较大的带宽。

5.7 切比雪夫多节匹配变换器

与二项式匹配变换器相比, 切比雪夫变换器是以通带内的波纹为代价而得到最佳带宽的。若能容忍这种通带特性的话, 对于给定的节数, 切比雪夫变换器的带宽将明显地好于二项式变换器的带宽。切比雪夫变换器是通过使 $\Gamma(\theta)$ 与切比雪夫多项式相等的方法设计的, 因为切比雪

夫多项式具有这类变换器所需的最佳特性。所以我们首先要讨论切比雪夫多项式的特性，然后用5.5节的小反射理论导出切比雪夫匹配变换器的设计程序。

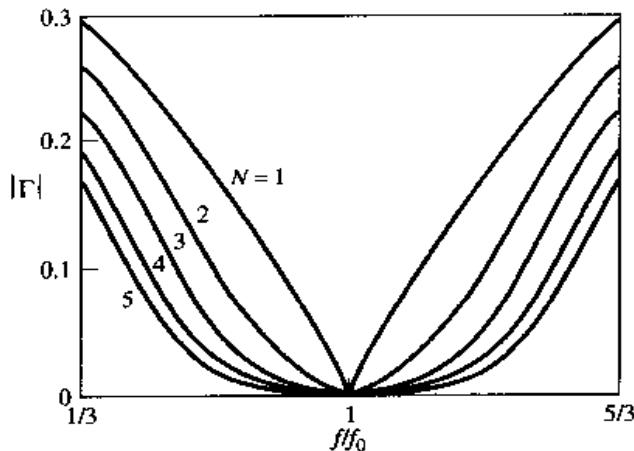


图 5.15 例题 5.6 中的多节二项式匹配变换器的反射系数的幅值与频率的关系， $Z_L = 50 \Omega$ 和 $Z_0 = 100 \Omega$

5.7.1 切比雪夫多项式

第 n 阶切比雪夫多项式是用 $T_n(x)$ 表示的 n 次多项式。前 4 阶切比雪夫多项式是

$$T_1(x) = x \quad (5.56a)$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1 \quad (5.56b)$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x \quad (5.56c)$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1 \quad (5.56d)$$

较高阶切比雪夫多项式可用下面的递归公式求出：

$$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x) \quad (5.57)$$

前 4 阶切比雪夫多项式绘制在图 5.16 中，从这些曲线可以看出切比雪夫多项式具有下列很有用的特性：

- 对于 $-1 \leq x \leq 1$, $|T_n(x)| \leq 1$ 。在这个范围内，切比雪夫多项式在 ± 1 之间振荡，这是等波纹特性，这个区域描绘出匹配变换器的通带。
- 对于 $|x| > 1$, $|T_n(x)| > 1$ 。这区域描绘出通带之外的频率范围。
- 对于 $|x| > 1$, $|T_n(x)|$ 随着 x 和 n 的增加而迅速增加。

现在令 $x = \cos\theta$, 其中 $|x| < 1$ 。则切比雪夫多项式可表示为

$$T_n(\cos\theta) = \cos n\theta$$

或者更一般地表示为

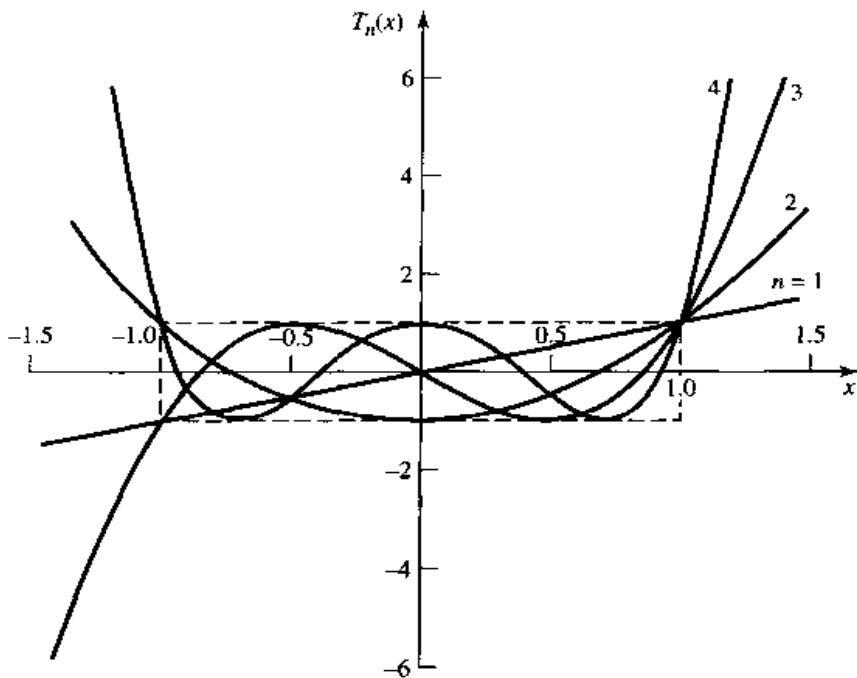
$$T_n(x) = \cos(n \arccos x), \quad |x| < 1 \quad (5.58a)$$

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x), \quad |x| < 1 \quad (5.58b)$$

我们希望在变换器的通带内等波纹，所以必须使 θ_m 与 $x = 1$ 对应，使 $\pi - \theta_m$ 与 $x = -1$ 对应，其中 θ_m 和 $\pi - \theta_m$ 是通带的低端和高端，如图 5.11 所示。这可通过将式(5.58a)中的 $\cos\theta$ 用 $\cos\theta/\cos\theta_m$ 替代来完成：

$$T_n\left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta_m}\right) = T_n(\sec\theta_m \cos\theta) = \cos n\left[\arccos\left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta_m}\right)\right] \quad (5.59)$$

则对于 $\theta_m < \theta < \pi - \theta_m$ 有 $|\sec\theta_m \cos\theta| \leq 1$ ，所以在同样的范围内有 $|T_n(\sec\theta_m \cos\theta)| \leq 1$ 。

图 5.16 前 4 阶切比雪夫多项式 $T_n(x)$

因为 $\cos^n \theta$ 可展开为 $\cos(n-2m)\theta$ 形式的多项和, 所以式(5.56)给出的切比雪夫多项式能改写为如下有用的形式:

$$T_1(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec \theta_m \cos \theta \quad (5.60a)$$

$$T_2(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec^2 \theta_m (1 + \cos 2\theta) - 1 \quad (5.60b)$$

$$T_3(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec^3 \theta_m (\cos 3\theta + 3 \cos \theta) - 3 \sec \theta_m \cos \theta \quad (5.60c)$$

$$\begin{aligned} T_4(\sec \theta_m \cos \theta) = & \sec^4 \theta_m (\cos 4\theta + 4 \cos 2\theta + 3) \\ & - 4 \sec^2 \theta_m (\cos 2\theta + 1) + 1 \end{aligned} \quad (5.60d)$$

上面的结果能用于高到 4 节的匹配变换器的设计, 并还将用在后几章的定向耦合器和滤波器的设计中。

5.7.2 切比雪夫变换器的设计

我们现在通过使 $\Gamma(\theta)$ 正比于 $T_N(\sec \theta_m \cos \theta)$ 来综合切比雪夫等波纹的通带, 此处 N 是变换器的节数。于是, 用式(5.46),

$$\begin{aligned} \Gamma(\theta) &= 2e^{-jN\theta} [\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \cdots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta + \cdots] \\ &= Ae^{-jN\theta} T_N(\sec \theta_m \cos \theta) \end{aligned} \quad (5.61)$$

式(5.61)所示级数中的最后一项在 N 为偶数时为 $(1/2)\Gamma_{N/2}$, 在 N 为奇数时为 $\Gamma_{(N-1)/2} \cos \theta$ 。和二项式变换器情况一样, 我们可通过令 $\theta = 0$ (对应零频率) 求出常数 A 。于是有

$$\Gamma(0) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = AT_N(\sec \theta_m)$$

所以, 我们有

$$A = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \frac{1}{T_N(\sec \theta_m)} \quad (5.62)$$

现在, 若在通带内的最大允许反射系数幅值是 Γ_m , 则由式(5.61)可得 $\Gamma_m = |A|$, 因为在通带内

$T_n(\sec \theta_m \cos \theta)$ 的最大值是 1。因此, 使用式(5.62)和 5.6 节中介绍的近似法, 可确定 θ_m 为

$$T_N(\sec \theta_m) = \frac{1}{\Gamma_m} \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| \approx \frac{1}{2\Gamma_m} \left| \ln \frac{Z_L}{Z_0} \right|$$

或使用式(5.58b)可得

$$\begin{aligned} \sec \theta_m &= \cosh \left[\frac{1}{N} \operatorname{arcosh} \left(\frac{1}{\Gamma_m} \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| \right) \right] \\ &\approx \cosh \left[\frac{1}{N} \operatorname{arcosh} \left(\left| \frac{\ln Z_L / Z_0}{2\Gamma_m} \right| \right) \right] \end{aligned} \quad (5.63)$$

一旦 θ_m 已知, 则相对带宽就可由式(5.33)算出如下:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4\theta_m}{\pi} \quad (5.64)$$

由式(5.61)可确定 Γ_n , 用式(5.60)的结果去展开 $T_N(\sec \theta_m \cos \theta)$, 并令同样的 $\cos(N-2n)\theta$ 项相等, 因此特征阻抗 Z_n 可由式(5.43)求得; 如同二项式变换器的情况一样, 用这种近似法能提高精度并达到自身的一致性:

$$\Gamma_n \approx \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n}$$

这个过程将在例题 5.7 中说明。

上面的结果是近似的, 因为它是以小反射理论为依据的, 但在设计具有任意纹波电平 Γ_m 的变换器时, 这种近似一般来说已足够。表 5.2 对于几个特定值 Γ_m , 以及 $N=2, 3$ 和 4 节, 给出了精确的结果^[2]。更大范围的表可在参考文献[2]中找到。

表 5.2 切比雪夫变换器设计

Z_L/Z_0	$N=2$				$N=3$					
	$\Gamma_m = 0.05$		$\Gamma_m = 0.20$		$\Gamma_m = 0.05$		$\Gamma_m = 0.20$			
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.1347	1.3219	1.2247	1.2247	1.1029	1.2247	1.3601	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.2193	1.6402	1.3161	1.5197	1.1475	1.4142	1.7429	1.2855	1.4142	1.5558
3.0	1.3494	2.2232	1.4565	2.0598	1.2171	1.7321	2.4649	1.3743	1.7321	2.1829
4.0	1.4500	2.7585	1.5651	2.5558	1.2662	2.0000	3.1591	1.4333	2.0000	2.7908
6.0	1.6047	3.7389	1.7321	3.4641	1.3383	2.4495	4.4833	1.5193	2.4495	3.9492
8.0	1.7244	4.6393	1.8612	4.2983	1.3944	2.8284	5.7372	1.5766	2.8284	5.0742
10.0	1.8233	5.4845	1.9680	5.0813	1.4385	3.1623	6.9517	1.6415	3.1623	6.0920
$N=4$										
Z_L/Z_0	$\Gamma_m = 0.05$				$\Gamma_m = 0.20$					
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0		
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000		
1.5	1.0892	1.1742	1.2775	1.3772	1.2247	1.2247	1.2247	1.2247		
2.0	1.1201	1.2979	1.5409	1.7855	1.2727	1.3634	1.4669	1.5715		
3.0	1.1586	1.4876	2.0167	2.5893	1.4879	1.5819	1.8965	2.0163		
4.0	1.1906	1.6414	2.4369	3.3597	1.3692	1.7490	2.2870	2.9214		
6.0	1.2290	1.8773	3.1961	4.8820	1.4415	2.0231	2.9657	4.1623		
8.0	1.2583	2.0657	3.8728	6.3578	1.4914	2.2428	3.5670	5.3641		
10.0	1.2832	2.2268	4.4907	7.7930	1.5163	2.4210	4.1305	6.5950		

例题 5.7 切比雪夫变换器设计

用上面的理论, 设计一个 3 节切比雪夫变换器, 用于匹配 100Ω 的负载到 50Ω 的传输线, $\Gamma_m = 0.05$, 画出用于精确设计 1, 2, 3 和 4 节的反射系数的幅值和归一化频率的关系曲线。

解:

将 $N = 3$ 代入式(5.61)得

$$\Gamma(\theta) = 2e^{-j3\theta} [\Gamma_0 \cos 3\theta + \Gamma_1 \cos \theta] = A e^{-j3\theta} T_3(\sec \theta_m \cos \theta)$$

然后, 由 $A = \Gamma_m = 0.05$ 和式(5.63)可得

$$\begin{aligned}\sec \theta_m &= \cosh \left[\frac{1}{N} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\ln Z_L/Z_0}{2\Gamma_m} \right) \right] \\ &= \cosh \left[\frac{1}{3} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\ln(100/50)}{2(0.05)} \right) \right] \\ &= 1.408\end{aligned}$$

所以 $\theta_m = 44.7^\circ$ 。

由式(5.60c)可得 T_3 为

$$2[\Gamma_0 \cos 3\theta + \Gamma_1 \cos \theta] = A \sec^3 \theta_m (\cos 3\theta + 3 \cos \theta) - 3A \sec \theta_m \cos \theta$$

使同样的 $\cos n\theta$ 项相等, 可得到如下结果:

$$\begin{aligned}\cos 3\theta: \quad 2\Gamma_0 &= A \sec^3 \theta_m \\ \Gamma_0 &= 0.0698 \\ \cos \theta: \quad 2\Gamma_1 &= 3A(\sec^3 \theta_m - \sec \theta_m) \\ \Gamma_1 &= 0.1037\end{aligned}$$

根据对称性, 我们有

$$\Gamma_3 = \Gamma_0 = 0.0698$$

和

$$\Gamma_2 = \Gamma_1 = 0.1037$$

而且, 特征阻抗是

$$\begin{aligned}n = 0: \quad \ln Z_1 &= \ln Z_0 + 2\Gamma_0 \\ &= \ln 50 + 2(0.0698) = 4.051 \\ Z_1 &= 57.5 \Omega \\ n = 1: \quad \ln Z_2 &= \ln Z_1 + 2\Gamma_1 \\ &= \ln 57.5 + 2(0.1037) = 4.259 \\ Z_2 &= 70.7 \Omega \\ n = 2: \quad \ln Z_3 &= \ln Z_2 + 2\Gamma_2 \\ &= \ln 70.7 + 2(0.1037) = 4.466 \\ Z_3 &= 87.0 \Omega\end{aligned}$$

这些值能与表 5.2 中的精确值 $Z_1 = 57.37 \Omega$, $Z_2 = 70.71 \Omega$ 和 $Z_3 = 87.15 \Omega$ 相比拟。由式(5.64)得到的带宽是

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4\theta_m}{\pi} = 2 - 4 \left(\frac{44.7^\circ}{180^\circ} \right) = 1.01$$

或 101%。这明显地大于例题 5.6 中对同样类型失配的二项式变换器的带宽(70%)。当然，权衡利弊，在切比雪夫变换器中有交替变换的非零波纹。

图 5.17 显示了表 5.2 中的精确设计的反射系数幅值与频率的关系曲线，其中 $N = 1, 2, 3$ 和 4 节。

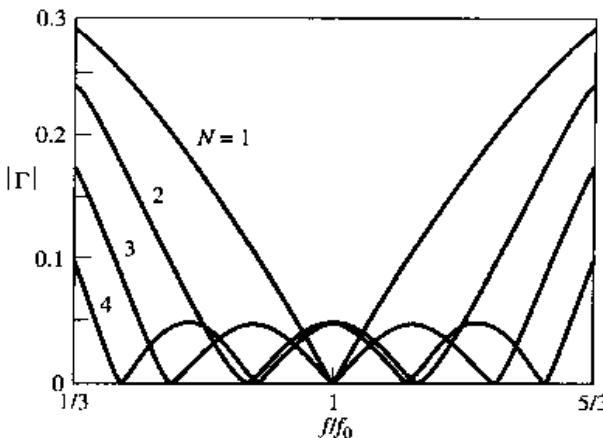


图 5.17 例题 5.7 中的多节匹配变换器的反射系数的幅值与频率的关系曲线

5.8 渐变传输线

在前面几节中，我们讨论了任意实数负载阻抗在所希望的带宽上，都可用多节匹配变换器匹配。当分立的节数 N 增加时，各节之间的特征阻抗的阶跃变化随之减小。所以，在无限多个节的极限情况下，我们能近似为一个连续渐变的传输线。当然，在实际情况下匹配变换器必须是有限长度的，通常只有少数几节长。但是可用连续渐变的传输线替代分立的节，如图 5.18(a) 所示。通过改变渐变的类型，我们就能得到不同的通带特性。

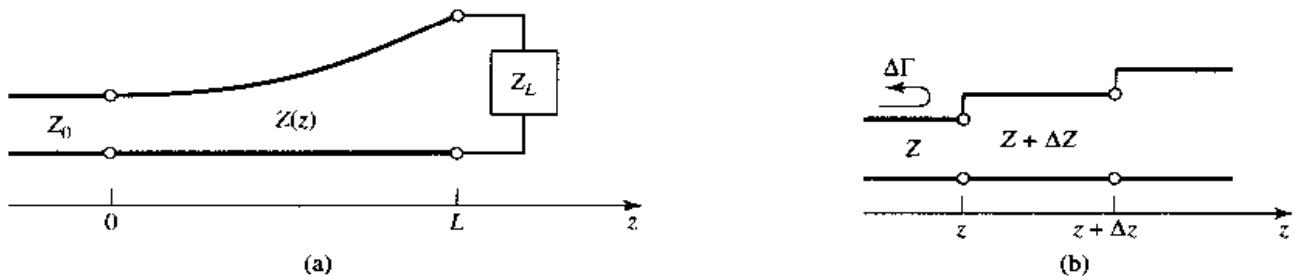


图 5.18 渐变传输线匹配节和渐变线的长度增量模型：(a) 渐变传输线匹配节；(b) 渐变线的阻抗阶跃增量改变模型

在这一节中，我们将推导以小反射理论为基础的近似理论，预示作为阻抗渐变器的函数 $Z(z)$ 的反射系数响应。然后我们将把这些结果应用于几种常见的渐变类型。

考虑图 5.18(a) 所示的连续渐变线，它由一系列长度为 $Δz$ 的增量节组成，随着增量节数的升高，从一节到另一节阻抗改变 $ΔZ(z)$ ，如图 5.18(b) 所示。于是，从 z 阶跃处产生的反射系数增量为

$$ΔΓ = \frac{(Z + ΔZ) - Z}{(Z + ΔZ) + Z} \approx \frac{ΔZ}{2Z} \quad (5.65)$$

在 $Δz \rightarrow 0$ 的极限情况下，我们得到准确的微分：

$$d\Gamma = \frac{dZ}{2Z} = \frac{1}{2} \frac{d(\ln Z/Z_0)}{dz} dz \quad (5.66)$$

因为

$$\frac{d(\ln f(z))}{dz} = \frac{1}{f} \frac{df(z)}{dz}$$

于是,用小反射理论,在 $z=0$ 处的总反射系数可用所有带有适当相移的局部反射求和得出:

$$\Gamma(\theta) = \frac{1}{2} \int_{z=0}^L e^{-2j\beta z} \frac{d}{dz} \ln\left(\frac{Z}{Z_0}\right) dz \quad (5.67)$$

其中 $\theta = 2\beta L$ 。所以,若 $Z(z)$ 是已知的,则 $\Gamma(\theta)$ 能作为频率的函数求出。换一种方法,若 $\Gamma(\theta)$ 是设定的,则原则上可找到 $Z(z)$,但这很困难,在实用中通常要加以避免;对于该主题的进一步讨论,读者可以参阅参考文献[1]~[4]。这里,我们将考虑三种特定的 $Z(z)$ 阻抗渐变器,并计算其响应。

5.8.1 指数渐变

首先考虑指数渐变线,其中

$$Z(z) = Z_0 e^{az}, \quad 0 < z < L \quad (5.68)$$

就如图 5.19(a) 所示的那样。就如所希望的那样,在 $z=0$ 处有 $Z(0)=Z_0$ 。在 $z=L$ 处,我们希望有 $Z(L)=Z_L=Z_0 e^{aL}$,因而求得常数 a 为

$$a = \frac{1}{L} \ln\left(\frac{Z_L}{Z_0}\right) \quad (5.69)$$

现在我们将式(5.68)和式(5.69)代入到式(5.67),求得 $\Gamma(\theta)$ 为

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{2} \int_0^L e^{-2j\beta z} \frac{d}{dz} (\ln e^{az}) dz \\ &= \frac{\ln Z_L/Z_0}{2L} \int_0^L e^{-2j\beta z} dz \\ &= \frac{\ln Z_L/Z_0}{2} e^{-j\beta L} \frac{\sin \beta L}{\beta L} \end{aligned} \quad (5.70)$$

注意,该推导假定渐变线的传播常数 β 不是 z 的函数,这个假定通常只适用于 TEM 线。

图 5.19(b) 是式(5.70)中的反射系数幅值的示意图;正如我们所预料的那样,可以看出,| Γ | 的峰值随着长度的增加而降低,而且为了减小在低频率处的失配,长度应该大于 $\lambda/2$ ($\beta L > \pi$)。

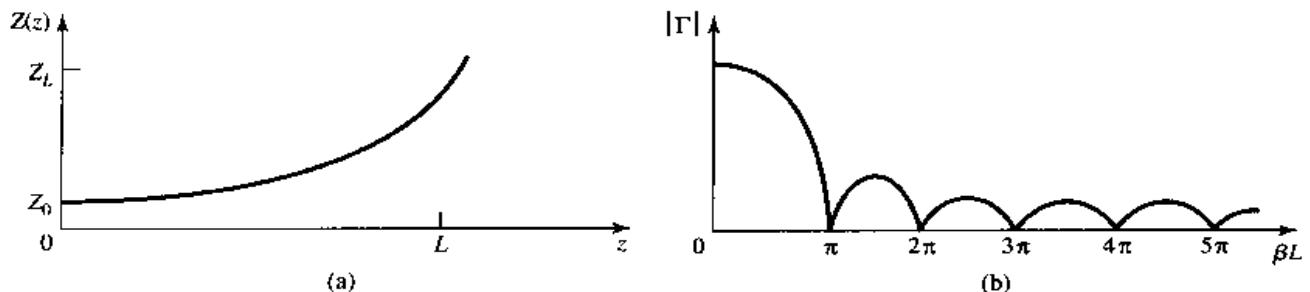


图 5.19 指数阻抗渐变的匹配节:(a)阻抗变化;(b)得出的反射系数幅值响应

5.8.2 三角形渐变

下面考虑有 $d(\ln Z/Z_0)/dz$ 的三角形渐变, 即

$$Z(z) = \begin{cases} Z_0 e^{2(z/L)^2 \ln Z_L/Z_0}, & 0 \leq z \leq L/2 \\ Z_0 e^{(4z/L - 2z^2/L^2 - 1) \ln Z_L/Z_0}, & L/2 \leq z \leq L \end{cases} \quad (5.71)$$

所以,

$$\frac{d(\ln Z/Z_0)}{dz} = \begin{cases} 4z/L^2 \ln Z_L/Z_0, & 0 \leq z \leq L/2 \\ (4/L - 4z/L^2) \ln Z_L/Z_0, & L/2 \leq z \leq L \end{cases} \quad (5.72)$$

$Z(z)$ 画在 5.20(a) 中。由式(5.67)计算 Γ 得到

$$\Gamma(\theta) = \frac{1}{2} e^{-j\beta L} \ln \left(\frac{Z_L}{Z_0} \right) \left[\frac{\sin(\beta L/2)}{\beta L/2} \right]^2 \quad (5.73)$$

该反射系数的幅值示意图如图 5.20(b) 所示。注意, 对于 $\beta L > 2\pi$, 三角形渐变的峰值低于相应指数情形的峰值, 但是, 三角形渐变的第一个零点发生在 $\beta L = 2\pi$ 处, 而指数渐变发生在 $\beta L = \pi$ 。

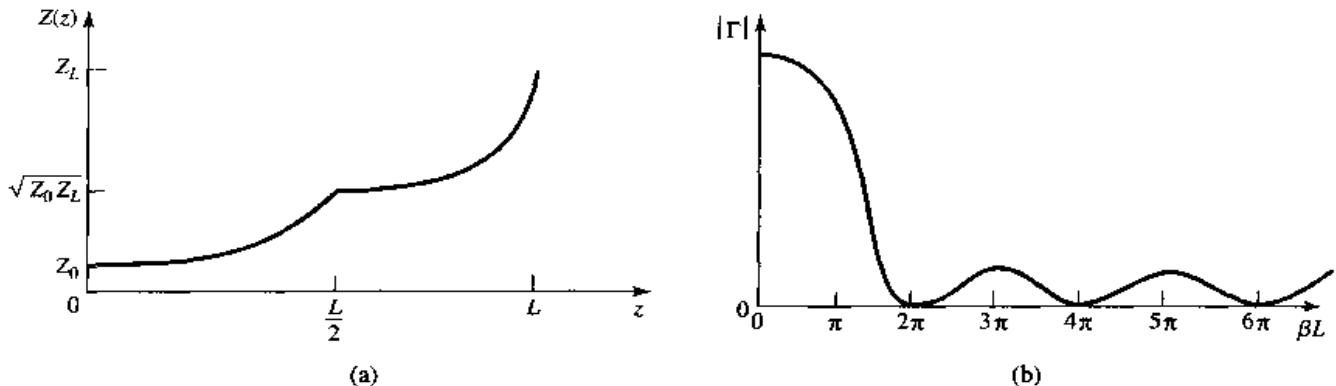


图 5.20 $d(\ln Z/Z_0)/dz$ 的三角形渐变的匹配节:(a)阻抗变化;(b)解出的反射系数幅值响应

5.8.3 Klopfenstein 渐变

考虑到选择一个阻抗匹配渐变有无数可能性这个事实, 我们不禁合乎逻辑地要问, 是否有一个设计是“最好的”。对于给定的渐变长度(大于某一临界值), 就反射系数在整个通带是最小的而言, Klopfenstein 阻抗渐变是最优的^{[4],[5]}。换一种说法, 在通带内限定了最大反射系数规格时, Klopfenstein 渐变可给出的匹配节最短。

Klopfenstein 渐变是从阶跃式切比雪夫变换器, 当其节数增加到无限大时推导出来的, 类似于天线阵列的泰勒分布理论。我们这里不介绍推导的细节, 详情可在参考文献[1]和[4]中找到; 下面只给出对于 Klopfenstein 渐变的必要结论。

Klopfenstein 渐变特征阻抗变化的自然对数为

$$\ln Z(z) = \frac{1}{2} \ln Z_0 Z_L + \frac{\Gamma_0}{\cosh A} A^2 \phi(2z/L - 1, A), \quad 0 \leq z \leq L \quad (5.74)$$

式中, 函数 $\phi(x, A)$ 定义为

$$\phi(x, A) = -\phi(-x, A) = \int_0^x \frac{I_1(A\sqrt{1-y^2})}{A\sqrt{1-y^2}} dy, \quad |x| \leq 1 \quad (5.75)$$

其中, $I_1(x)$ 是修正贝塞尔函数。该函数有下列特定值:

$$\begin{aligned}\phi(0, A) &= 0 \\ \phi(x, 0) &= \frac{x}{2} \\ \phi(1, A) &= \frac{\cosh A - 1}{A^2}\end{aligned}$$

但在其他情况下必须用数值计算。一种简单而有效的方法是利用参考文献[6]中结果。

最后得出的反射系数为

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 e^{-j\beta L} \frac{\cos \sqrt{(\beta L)^2 - A^2}}{\cosh A}, \quad \beta L > A \quad (5.76)$$

若 $\beta L < A$, 则式 $\cos \sqrt{(\beta L)^2 - A^2}$ 项变为式 $\sqrt{A^2 - (\beta L)^2}$ 。

在式(5.74)和式(5.76)中, Γ_0 是在零频率时的反射系数, 给出为

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{Z_L}{Z_0} \right) \quad (5.77)$$

通带定义为 $\beta L \geq A$, 所以在通带内最大波纹是

$$\Gamma_m = \frac{\Gamma_0}{\cosh A} \quad (5.78)$$

因为对于 $\beta L > A$, $\Gamma(\theta)$ 在 $\pm \Gamma_0 / \cosh A$ 之间振荡。

值得注意的是, 式(5.74)的阻抗渐变在 $z = 0$ 和 L 处(该渐变节的端点)是有阶跃的, 所以不会与源和负载阻抗平滑连接。典型的 Klopfenstein 阻抗渐变及其响应将在下面的例题中给出。

例题 5.8 渐变匹配节的设计

设计一个三角形渐变、指数渐变和 Klopfenstein 渐变(有 $\Gamma_m = 0.02$), 以匹配 50Ω 的负载到 100Ω 的传输线, 画出阻抗的变化并求出反射系数幅值与 βL 的关系曲线。

解:

三角形渐变:由式(5.71)求得阻抗变化为

$$Z(z) = Z_0 \begin{cases} e^{2(z/L)^2 \ln Z_L/Z_0}, & 0 \leq z \leq L/2 \\ e^{(4z/L - 2z^2/L^2 - 1) \ln Z_L/Z_0}, & L/2 \leq z \leq L \end{cases}$$

有 $Z_0 = 100 \Omega$ 和 $Z_L = 50 \Omega$ 。由式(5.73)求得反射系数响应是

$$|\Gamma(\theta)| = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{Z_L}{Z_0} \right) \left[\frac{\sin(\beta L/2)}{\beta L/2} \right]^2$$

指数渐变:由式(5.68)求得阻抗变化为

$$Z(z) = Z_0 e^{az}, \quad 0 < z < L$$

有 $a = (1/L) \ln Z_L/Z_0 = 0.693/L$ 。由式(5.70)求得反射系数响应是

$$|\Gamma(\theta)| = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{Z_L}{Z_0} \right) \frac{\sin \beta L}{\beta L}$$

Klopfenstein 渐变:由式(5.77)给出 Γ_0 为

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{Z_L}{Z_0} \right) = 0.346$$

并由式(5.78)给出 A 为

$$A = \operatorname{arccosh} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma_m} \right) = \operatorname{arccosh} \left(\frac{0.346}{0.02} \right) = 3.543$$

阻抗渐变必须用式(5.74)数值求解。反射系数幅值由式(5.76)给出为

$$|\Gamma(\theta)| = \Gamma_0 \frac{\cos \sqrt{(\beta L)^2 - A^2}}{\cosh A}$$

Klopfenstein 渐变的通带定义为 $\beta L > A = 3.543 = 1.13\pi$ 。

图 5.21(a,b) 显示了这三种渐变类型的阻抗变化与 z/L 的关系曲线, 以及计算得出的反射系数幅值与 βL 的关系曲线。我们看到, Klopfenstein 渐变在 $\beta L \geq 1.13\pi$ 时, 给出了所希望的响应 $|\Gamma| \leq \Gamma_m = 0.02$, 它低于三角形渐变和指数渐变的响应。还可看到, 像阶跃切比雪夫匹配变换器那样, Klopfenstein 渐变的响应在其通带内有等波纹瓣与频率。■

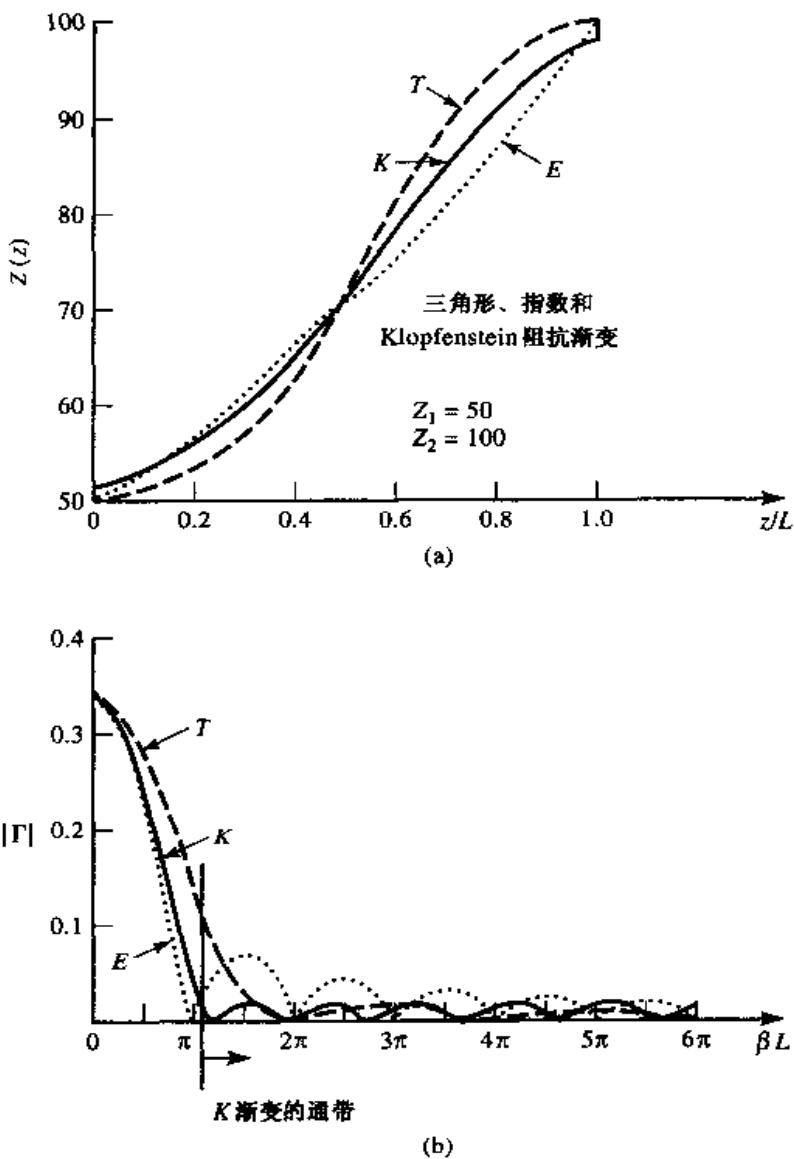


图 5.21 例题 5.8 的解:(a)三角形、指数和 Klopfenstein 渐变的阻抗变化;(b)对于(a)中的各种渐变, 得出的反射系数幅值与频率的关系曲线

5.9 Bode-Fano 约束条件

在这一章中,我们讨论了在单一频率上用于匹配任意负载的几种技术:用集总元件、可调短截线和单节四分之一波长变换器。随后,介绍了在不同的通带特性下获得较宽带宽的途径:多节匹配变换器和渐变传输线。现在转到制约阻抗匹配网络特性理论限制的某些定性讨论上,来结束阻抗匹配的研究。

讨论限定在图 5.1 所示的用于匹配任意复数负载的无耗网络,该网络通常用在非零带宽上。从最一般的观点看,有关这个问题我们可以提出下列问题:

- 可以在设定的带宽上达到完全匹配(零反射)吗?
- 若不能,我们将如何做? 在通带内最大容许反射系数 Γ_m 和带宽之间如何协调?
- 对于给定规格要求的网络,匹配如何综合?

这些问题可用 Bode-Fano 约束条件^{[7],[8]}回答,对某些标准类型的负载阻抗,它给出了用任意匹配网络获得的最小反射系数幅值的理论极限。所以 Bode-Fano 约束条件代表理想上可达到的最佳结果,虽然在实际中这只是近似的结果。然而,该最佳结果常常是重要的,因为它给了我们性能的上限并提供了一个可与实际设计比较的参照点。

图 5.22(a)显示了用于匹配并联 RC 负载阻抗的无耗网络,其 Bode-Fano 约束条件为

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma(\omega)|} d\omega \leq \frac{\pi}{RC} \quad (5.79)$$

其中, $\Gamma(\omega)$ 是向任意无耗网络看去的反射系数。这个结果的推导超出了本书的范围(感兴趣的读者可参阅参考文献[7]和[8]),我们的目的是讨论上述结果的应用。

假定我们希望综合一个匹配网络,它有如图 5.23(a)所示的反射系数响应。将其代入到式(5.79)可给出

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma|} d\omega = \int_{\Delta\omega} \ln \frac{1}{\Gamma_m} d\omega = \Delta\omega \ln \frac{1}{\Gamma_m} \leq \frac{\pi}{RC} \quad (5.80)$$

由此得出以下结论:

- 对于给定的负载(RC 乘积固定),只有以通带内有较高的反射系数(Δm)为代价,才能达到较宽的通带(Γ_m)。
- 通带内的反射系数 Γ_m 不能为零,除非 $\Delta\omega = 0$ 。所以只有在有限个频率上能达到完全匹配,如图 5.23(b)所示。
- 当 R 和/或 C 增加时,匹配质量($\Delta\omega$ 和/或 $1/\Gamma_m$)必须降低,所以高 Q 电路本质上比低 Q 电路更难于匹配。

因为 $\ln 1/|\Gamma|$ 与在匹配网络输入端的回波损耗(单位为 dB)成正比,所以式(5.79)能理解为:在回波损耗曲线与 $|\Gamma| = 1$ ($RL = 0$ dB)轴之间的面积小于或等于一个特定常数。所以,最优化意味着回波损耗曲线要做如下调整:使得在通带上 $|\Gamma| = \Gamma_m$,而在通带外 $|\Gamma| = 1$,如图 5.23(a)所示。按此,在通带之外在回波损耗曲线下的面积没有被浪费,再有 $|\Gamma| < \Gamma_m$ 的通带内的区域中没有损失。所以图 5.23(a)所示的矩形的响应是最佳响应,但是在实际上是不能实现的,因为此种响应的匹配网络需要无数个元件组成。然而它可用合理少的元件数来近似,如参考文献[8]所描述的。最后,注意到切比雪夫匹配变换器可以认为逼近式 5.23(a)的理想通带,只要使其响应的波纹等于 Γ_m 。图 5.22 列出了对其他类型 RC 和 RL 负载的 Bode-Fano 限制。

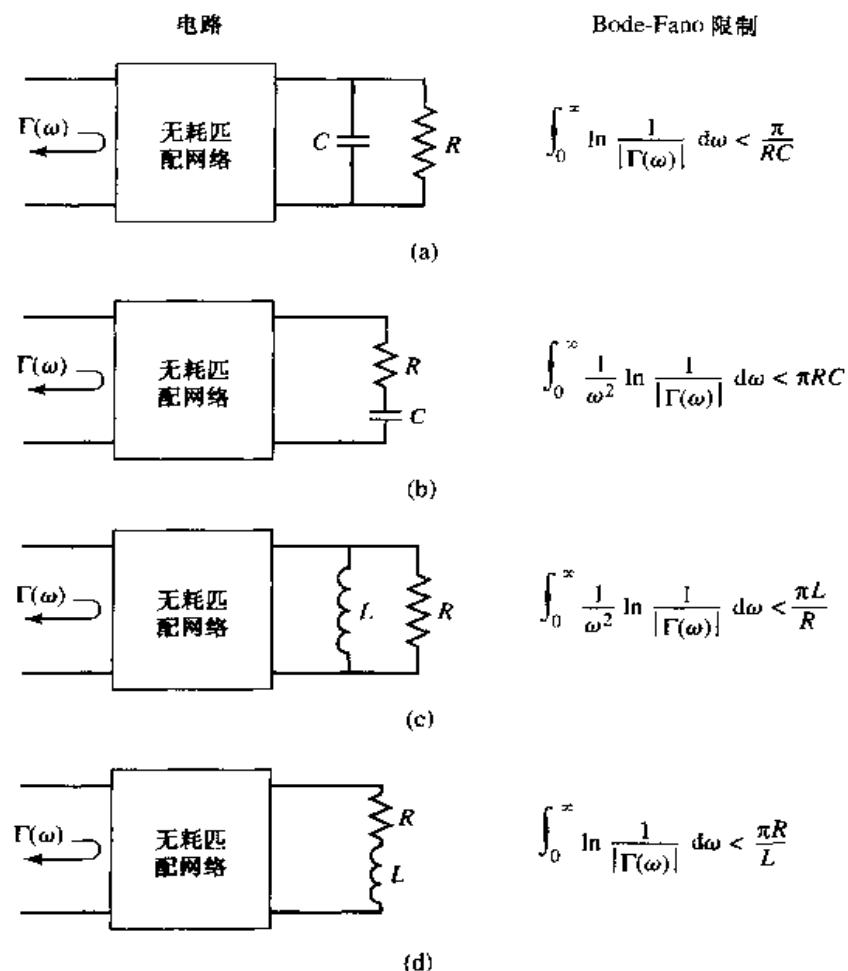


图 5.22 用无源和无耗网络匹配 RC 和 RL 负载的 Bode-Fano 限制 (ω_0 是匹配带宽的中心频率);(a) RC 并联;(b) RC 串联;(c) RL 并联;(d) RL 串联

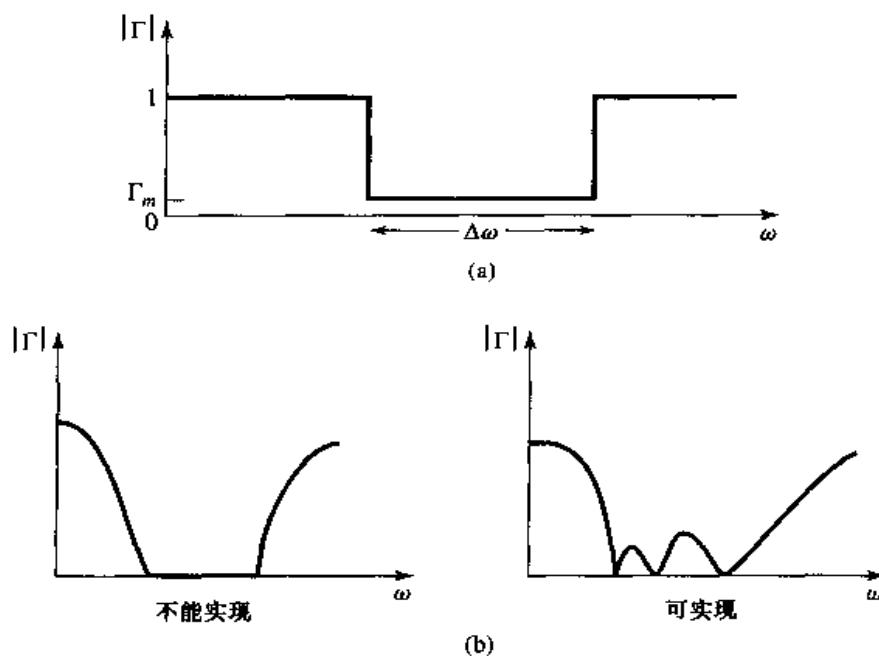


图 5.23 用图说明 Bode-Fano 约束条件;(a)可能的反射系数响应;(b)不能实现和可实现的反射系数响应

参考文献

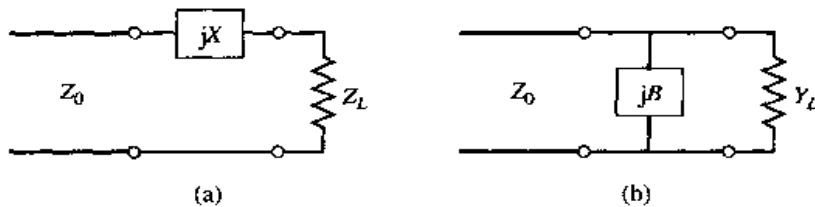
- [1] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [2] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House Books, Dedham, Mass. 1980.
- [3] P. Bhartia and I. J. Bahl, *Millimeter Wave Engineering and Applications*, Wiley Interscience, N.Y., 1984.
- [4] R. E. Collin, "The Optimum Tapered Transmission Line Matching Section," *Proc. IRE*, vol. 44, pp. 539-548, April 1956.
- [5] R. W. Klopfenstein, "A Transmission Line Taper of Improved Design," *Proc. IRE*, vol. 44, pp. 31-15, January 1956.
- [6] M. A. Grossberg, "Extremely Rapid Computation of the Klopfenstein Impedance Taper," *Proc. IEEE*, vol. 56, pp. 1629-1630, September 1968.
- [7] H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, Van Nostrand, N.Y., 1945.
- [8] R. M. Fano, "Theoretical Limitations on the Broad-Band Matching of Arbitrary Impedances," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 249, pp. 57-83, January 1950, and pp. 139-154, February 1950.

习题

5.1 设计无耗 L 节匹配网络, 它有下列归一化负载阻抗:

- (a) $z_L = 1.5 - j2.0$ (c) $z_L = 0.2 - j0.9$
 (b) $z_L = 0.5 + j0.3$ (d) $z_L = 2.0 - j0.3$

5.2 我们已经知道, 任意负载阻抗的匹配需要用至少有两个自由度的网络。确定用下面所示的两个单元件网络能匹配的负载阻抗/导纳类型。



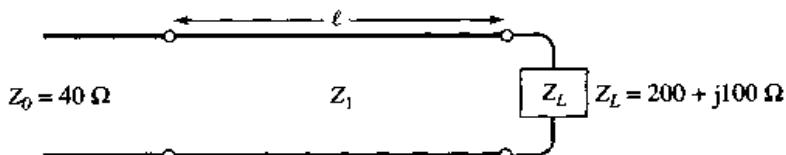
5.3 将负载阻抗 $Z_L = 100 + j80 \Omega$ 与 75Ω 的传输线匹配, 用单个并联短截线调谐器。求使用开路短截线的两个解。

5.4 用短路短截线重做习题 5.3。

5.5 用单个串联短截线调谐器将负载阻抗 $Z_L = 30 - j40 \Omega$ 与 50Ω 的传输线匹配。求使用开路短截线的两个解。

5.6 用短路短截线重做习题 5.5。

5.7 在如下所示的电路中, 用特征阻抗为 Z_1 、长度为 ℓ 的无耗传输线, 使负载阻抗 $Z_L = 200 + j100 \Omega$ 与 40Ω 的传输线匹配。求出 ℓ 和 Z_1 , 并确定出何种类型的负载阻抗通常能用于此种电路匹配。



5.8 一个开路调谐短截线是由衰减常数为 α 的有损耗传输线制成的, 用这个短截线能获得归一化电抗的最大值是多少? 用同样类型的传输线制成的短路短截线能获得归一化电抗的最大值是多少? 假定 $\alpha\ell$ 是小的。

- 5.9 用开路短截线设计一个间距为 $\lambda/8$ 的双短截线调谐器, 用以匹配负载导纳 $Y_L = (0.4 + j1.2) Y_0$ 。
- 5.10 用短路短截线和 $3\lambda/8$ 的间距, 重做习题 5.9。
- 5.11 推导出用于两个串联短截线、间隔距离为 d 的双短截线调谐器的设计公式, 假定负载阻抗 $Z_L = R_L + jX_L$ 。
- 5.12 考虑把负载 $Z_L = 200 \Omega$ 匹配到 100Ω 的传输线, 分别用短路短截线制成的单个并联短截线、单个串联短截线和双并联短截线进行匹配。哪个调谐器能给出最好的带宽? 通过计算全部 6 个解在 $1.1f_0$ 处的反射系数, 或者用 CAD 画出反射系数与频率的关系曲线, 证明你的回答是正确的, 此处 f_0 是匹配频率。
- 5.13 设计一个单节四分之一波长匹配变换器, 用于匹配 350Ω 负载到 100Ω 的传输线。对于 $SWR \leq 2$, 这个转换器的相对带宽是多少? 若设计频率是 4 GHz , 粗略画出实现这个匹配变换器的微带电路布局草图, 包括尺寸。假定基片厚度是 0.159 cm , 相对介电常数是 2.2。
- 5.14 考虑图 5.13 所示的四分之一波长变换器, 有 $Z_1 = 100 \Omega$, $Z_2 = 150 \Omega$ 和 $Z_L = 225 \Omega$ 。求解由式(5.42)给出的近似表达式计算的 $|\Gamma|$ 与精确的结果相比较的百分比误差(做最坏打算)。
- 5.15 一个波导负载, 其等效 TE_{10} 波阻抗为 377Ω , 必须在 10 GHz 时与空气填充矩形波导匹配, 用四分之一波长匹配变换器, 该匹配器是由介质填充的一段波导组成。求出所需的介电常数和匹配节的物理长度。应用这种技术对负载阻抗的限制是什么?
- 5.16 一个 4 节二项式匹配变换器, 用于匹配 12.5Ω 的负载到 50Ω 的传输线。中心频率是 1 GHz 。(a) 设计这个匹配变换器并计算 $\Gamma_m = 0.05$ 的带宽, 用 CAD 画出输入反射系数与频率的关系曲线。(b) 该电路在 FR4 基片上用微带线实现, 基片的 $\epsilon_r = 4.2$, $d = 0.158 \text{ cm}$, $\tan\delta = 0.02$, 铜导体厚为 0.5 mil 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。
- 5.17 对于归一化负载阻抗 $Z_L/Z_0 = 1.5$, 推导出 2 节二项式匹配变换器的准确特征阻抗, 并用表 5.1 检查你的结果。
- 5.18 对于 $\Gamma_m = 0.02$, 计算和画出对 $N = 1, 2$ 和 4 节二项式阻抗变换器, $Z_L/Z_0 = 1.5$ 到 6 下的百分带宽与 Z_L/Z_0 的关系曲线。
- 5.19 用式(5.56)和三角恒等式证明式(5.60)给出的结果。
- 5.20 设计一个 4 节切比雪夫匹配变换器, 以匹配 40Ω 的传输线到 60Ω 的负载, 在整个通带上最大允许 SWR 是 1.2。利用本书开发的与表格不同的近似理论, 求出带宽。用 CAD 画出输入反射系数与频率的关系曲线。
- 5.21 对于 $\Gamma_m = 0.05$ 和归一化负载阻抗 $Z_L/Z_0 = 1.5$, 推导出 2 节切比雪夫匹配变换器准确的特征阻抗, 并用表 5.2 检验你的结果。
- 5.22 负载 $Z_L/Z_0 = 1.5$ 匹配到馈线, 用多节变换器, 而且所希望的通带响应在 $0 \leq \theta \leq \pi$ 时是 $|\Gamma(\theta)| = A(0.1 + \cos^2 \theta)$ 。用多节变换器的近似理论, 设计一个 2 节变换器。
- 5.23 一个渐变匹配节有 $d(\ln Z/Z_0)/dz = A \sin \pi z/L$ 。求出常数 A , 以使 $Z(0) = Z_0$ 和 $Z(L) = Z_L$ 。计算 Γ 并画出 $|\Gamma|$ 与 βL 的关系曲线。
- 5.24 设计一个指数渐变匹配变换器, 用于匹配 100Ω 的负载到 50Ω 的传输线, 画出 $|\Gamma|$ 与 βL 的关系曲线, 并求出为了在 100% 带宽上获得 $|\Gamma| \leq 0.05$, 匹配节所需的长度(在中心频率处)。如用切比雪夫匹配变换器达到同样的性能, 则需要多少节?
- 5.25 一个工作在 3.1 GHz 至 10.6 GHz 的超宽带(UWB)无线电发射机, 驱动一个 RC 并联负载, 有 $R = 75 \Omega$ 和 $C = 0.6 \text{ pF}$ 。用一个最佳匹配网络能获得的最好回波损耗是多少?
- 5.26 考虑一个 RL 串联负载, 有 $R = 80 \Omega$ 和 $L = 5 \text{ nH}$ 。设计一个集总元件 L 节匹配网络, 用于在 2 GHz 处匹配这个负载到 50Ω 的传输线。确定 $|\Gamma| \leq \Gamma_m = 0.1$ 时的带宽, 对这个网络画出 $|\Gamma|$ 与频率的关系曲线。将这个结果和由 Bode-Fano 限制条件给出的这个负载的最大可能带宽进行比较[假定有像图 5.23(a)一样的矩形反射系数响应]。

第 6 章 微波谐振器

微波谐振器有多种应用,包括滤波器、振荡器、频率计和可调谐放大器。因为微波谐振器的作用与电路理论的集总元件谐振器很相似,所以我们首先回顾一下串联和并联 RLC 谐振电路的基本特性。然后我们讨论在微波频率下采用分布元件诸如传输线、矩形波导、圆柱波导和介质腔谐振器的实现。我们还将讨论用小孔和电流片激励谐振腔。

6.1 串联和并联谐振电路

接近谐振的微波谐振器常常用串联和并联 RLC 集总元件等效电路模拟,所以我们下面推导此类电路的一些基本性能。

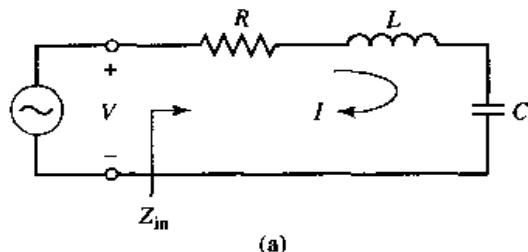
6.1.1 串联谐振电路

一个如图 6.1(a)所示的串联 RLC 谐振电路,输入阻抗是

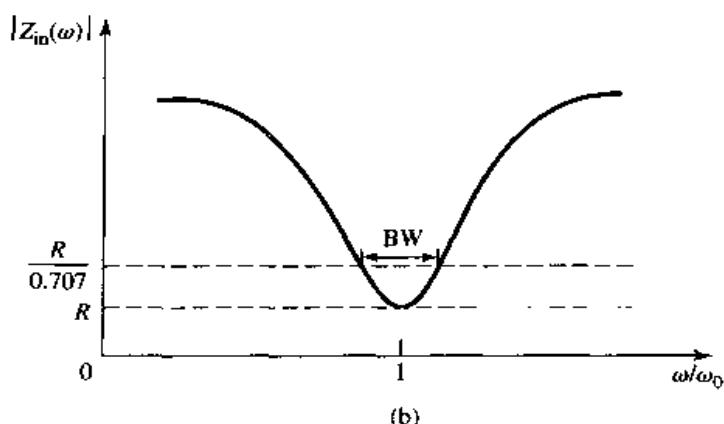
$$Z_{in} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \quad (6.1)$$

传送到谐振器的复数功率是

$$\begin{aligned} P_{in} &= \frac{1}{2}VI^* = \frac{1}{2}Z_{in}|I|^2 = \frac{1}{2}Z_{in}\left|\frac{V}{Z_{in}}\right|^2 \\ &= \frac{1}{2}|I|^2 \left(R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \right) \end{aligned} \quad (6.2)$$



(a)



(b)

图 6.1 串联 RLC 谐振器及其谐振曲线:(a)串联 RLC 电路;(b)输入阻抗幅值与频率的关系曲线

消耗在电阻 R 上的功率是

$$P_{\text{loss}} = \frac{1}{2} |I|^2 R \quad (6.3a)$$

存储在电感 L 中的平均磁能是

$$W_m = \frac{1}{4} |I|^2 L \quad (6.3b)$$

存储在电容 C 中的平均电能是

$$W_e = \frac{1}{4} |V_c|^2 C = \frac{1}{4} |I|^2 \frac{1}{\omega^2 C} \quad (6.3c)$$

式中, V_c 是跨接在电容上的电压。于是式(6.2)的复数功率能改写为

$$P_{\text{in}} = P_{\text{loss}} + 2j\omega(W_m - W_e) \quad (6.4)$$

而输入阻抗式(6.1)可改写为

$$Z_{\text{in}} = \frac{2P_{\text{in}}}{|I|^2} = \frac{P_{\text{loss}} + 2j\omega(W_m - W_e)}{\frac{1}{2}|I|^2} \quad (6.5)$$

当平均存储磁能和电能相等即 $W_m = W_e$ 时, 产生谐振。所以, 由式(6.5)和式(6.3a)得出在谐振时的输入阻抗为

$$Z_{\text{in}} = \frac{P_{\text{loss}}}{\frac{1}{2}|I|^2} = R$$

这是纯实数。利用式(6.3b,c), $W_m = W_e$ 意味着谐振频率 ω_0 应定义为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6.6)$$

谐振电路的另一个重要参量是它的 Q 或品质因数, 它定义为

$$\begin{aligned} Q &= \omega \frac{\text{(平均存储能量)}}{\text{(能量损耗/秒)}} \\ &= \omega \frac{W_m + W_e}{P_{\text{loss}}} \end{aligned} \quad (6.7)$$

所以 Q 是谐振电路损耗的量度——较低的损耗意味着较高的 Q 。对于图 6.1(a)所示的串联谐振电路, Q 可利用式(6.3)和在谐振时的 $W_m = W_e$, 从式(6.7)计算给出:

$$Q = \omega_0 \frac{2W_m}{P_{\text{loss}}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 R C} \quad (6.8)$$

该式表明当 R 减小时 Q 增加。

现在考虑在接近谐振频率时谐振器的输入阻抗特性^[1]。我们令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, 此处 $\Delta\omega$ 是小量, 则输入阻抗可由式(6.1)改写为

$$\begin{aligned} Z_{\text{in}} &= R + j\omega L \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right) \\ &= R + j\omega L \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2} \right) \end{aligned}$$

因为 $\omega_0^2 = 1/LC$ 。由于 $\Delta\omega$ 是小量, 这时 $\omega^2 - \omega_0^2 = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) = \Delta\omega(2\omega - \Delta\omega) \approx 2\omega\Delta\omega$, 于是

$$\begin{aligned} Z_{in} &\approx R + j2L\Delta\omega \\ &\approx R + j\frac{2RQ\Delta\omega}{\omega_0} \end{aligned} \quad (6.9)$$

这个形式对于确定分布元件谐振器的等效电路是有用的。

换言之,一个有损耗的谐振器能建模为无耗谐振器,它的谐振频率 ω_0 用复数有效谐振频率替代:

$$\omega_0 \leftarrow \omega_0 \left(1 + \frac{j}{2Q} \right) \quad (6.10)$$

这表明,无耗串联谐振器的输入阻抗可以由 $R = 0$ 时的式(6.9)给出:

$$Z_{in} = j2L(\omega - \omega_0)$$

然后,此式中的 ω_0 用式(6.10)给出的复频率替换,得出

$$\begin{aligned} Z_{in} &= j2L \left(\omega - \omega_0 - j\frac{\omega_0}{2Q} \right) \\ &= \frac{\omega_0 L}{Q} + j2L(\omega - \omega_0) = R + j2L\Delta\omega \end{aligned}$$

这是与式(6.9)完全相同的。这是一种有用的方法,因为大多数实际的谐振器的损耗都是很小的,开始用无耗情况的解,从而 Q 能用这种微扰法求出。然后,通过将式(6.10)中给出的复数谐振频率替代 ω_0 ,把损耗的影响加到输入阻抗上。

最后,考虑谐振器的半功率相对带宽。图 6.1(b)显示了输入阻抗幅值的变化与频率的关系。当频率使 $|Z_{in}|^2 = 2R^2$ 时,用式(6.2)得到的传送到电路的平均(实数)功率是在谐振时传送功率的一半。假如 BW 是相对带宽,则在频带高端 $\Delta\omega/\omega_0 = BW/2$,于是由式(6.9)有

$$|R + jRQ(BW)|^2 = 2R^2$$

或

$$BW = \frac{1}{Q} \quad (6.11)$$

6.1.2 并联谐振电路

图 6.2(a)所示的并联 RLC 谐振电路是串联 RLC 电路的双重身份,输入阻抗是

$$Z_{in} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1} \quad (6.12)$$

传送到谐振器的复数功率是

$$\begin{aligned} P_{in} &= \frac{1}{2}VI^* = \frac{1}{2}Z_{in}|I|^2 = \frac{1}{2}|V|^2 \frac{1}{Z_{in}^*} \\ &= \frac{1}{2}|V|^2 \left(\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L} - j\omega C \right) \end{aligned} \quad (6.13)$$

消耗在电阻 R 上的功率是

$$P_{loss} = \frac{1}{2} \frac{|V|^2}{R} \quad (6.14a)$$

存储在电容 C 中的平均电能是

$$W_e = \frac{1}{4}|V|^2 C \quad (6.14b)$$

存储在电感 L 中的平均磁能是

$$W_m = \frac{1}{4}|I_L|^2 L = \frac{1}{4}|V|^2 \frac{1}{\omega^2 L} \quad (6.14c)$$

式中 I_L 是流经电感的电流。于是复数功率式(6.13)能改写为

$$P_{in} = P_{loss} + 2j\omega(W_m - W_e) \quad (6.15)$$

它与式(6.4)相同。同样,输入阻抗能表示为

$$Z_{in} = \frac{2P_{in}}{|I|^2} = \frac{P_{loss} + 2j\omega(W_m - W_e)}{\frac{1}{2}|I|^2} \quad (6.16)$$

它与式(6.5)相同。

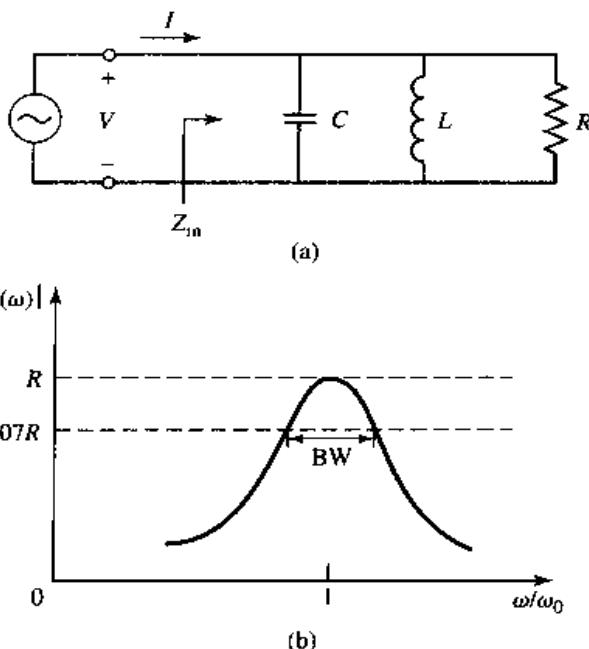


图 6.2 并联 RLC 谐振器及其响应:(a)并联 RLC 电路;(b)输入阻抗幅值与频率的关系曲线

和串联情况一样,当 $W_m = W_e$ 时发生谐振。因而从式(6.16)和式(6.14a)得到在谐振时的输入阻抗是

$$Z_{in} = \frac{P_{loss}}{\frac{1}{2}|I|^2} = R$$

这是纯实数阻抗。从式(6.14b,c)和 $W_m = W_e$ 推算出谐振频率 ω_0 应该定义为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6.17)$$

这也和串联谐振电路的情况相同。

将式(6.14)的结果代入到式(6.7)的定义中,得出并联谐振电路的 Q 可以表示为

$$Q = \omega_0 \frac{2W_m}{P_{loss}} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC \quad (6.18)$$

因为在谐振时, $W_m = W_e$ 。这个结果表明并联谐振电路的 Q 随着 R 增加而增加。

接近谐振时, 式(6.12)的输入阻抗能用下面的结果简化:

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x+\cdots$$

令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, 此处 $\Delta\omega$ 是小的, 式(6.12)能改写为^[1]

$$\begin{aligned} Z_{in} &\approx \left(\frac{1}{R} + \frac{1 - \Delta\omega/\omega_0}{j\omega_0 L} + j\omega_0 C + j\Delta\omega C \right)^{-1} \\ &\approx \left(\frac{1}{R} + j\frac{\Delta\omega}{\omega_0^2 L} + j\Delta\omega C \right)^{-1} \\ &\approx \left(\frac{1}{R} + 2j\Delta\omega C \right)^{-1} \\ &\approx \frac{R}{1 + 2j\Delta\omega RC} = \frac{R}{1 + 2jQ\Delta\omega/\omega_0} \end{aligned} \quad (6.19)$$

因为 $\omega_0^2 = 1/LC$ 。当 $R = \infty$ 时, 式(6.19)简化为

$$Z_{in} = \frac{1}{j2C(\omega - \omega_0)}$$

和串联谐振器的情况一样, 损耗的影响能通过用复数有效谐振频率替代这个表示式中的 ω_0 而被计算进去:

$$\omega_0 \leftarrow \omega_0 \left(1 + \frac{j}{2Q} \right) \quad (6.20)$$

图 6.2(b) 显示了输入阻抗幅值与频率的关系曲线。半功率带宽的边界发生在频率 ($\Delta\omega/\omega_0 = \text{BW}/2$) 处, 满足

$$|Z_{in}|^2 = \frac{R^2}{2}$$

此式从式(6.19)得出, 表明

$$\text{BW} = \frac{1}{Q} \quad (6.21)$$

与串联谐振的情况一样。

6.1.3 有载和无载 Q

在前一节定义的 Q 是谐振电路自身的特性, 不存在外电路引起的任何负载效应, 所以称为无载 Q 。然而, 实际上谐振电路一定要与其他电路耦合, 这些电路常有使总的 Q 下降的效应, 或称电路的有载 Q 值为 Q_L 。图 6.3 描绘了谐振器与外负载电阻 R_L 的耦合。若谐振器是一个串联 RLC 电路, 则这个负载电阻 R_L 与 R 串联相加, 所以在式(6.8)中的有效电阻是 $R + R_L$ 。若谐振器是一个并联 RLC 电路, 则负载电阻 R_L 与 R 并联组合, 所以在式(6.18)中的有效电阻是 $RR_L/(R + R_L)$ 。假如我们定义外部 Q 值 Q_e 为

$$Q_e = \begin{cases} \frac{\omega_0 L}{R_L}, & \text{对于串联电路} \\ \frac{R_L}{\omega_0 L}, & \text{对于并联电路} \end{cases} \quad (6.22)$$

于是有载 Q 可表示为

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q} \quad (6.23)$$

表 6.1 概括了串联和并联谐振电路的上面这些结果。



图 6.3 与外负载 R_L 相连接的谐振电路

表 6.1 串联和并联谐振器的结果一览表

量	串联谐振器	并联谐振器
输入阻抗/导纳	$Z_{in} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$ $\approx R + j\frac{2RQ\Delta\omega}{\omega_0}$	$Y_{in} = \frac{1}{R} + j\omega C - j\frac{1}{\omega L}$ $\approx \frac{1}{R} + j\frac{2Q\Delta\omega}{R\omega_0}$
功率损耗	$P_{loss} = \frac{1}{2} I ^2 R$	$P_{loss} = \frac{1}{2}\frac{ V ^2}{R}$
存储的磁能	$W_m = \frac{1}{4} I ^2 L$	$W_m = \frac{1}{4} V ^2 \frac{1}{\omega^2 L}$
存储的电能	$W_e = \frac{1}{4} I ^2 \frac{1}{\omega^2 C}$	$W_e = \frac{1}{4} V ^2 C$
谐振频率	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
无载 Q	$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 R C}$	$Q = \omega_0 R C = \frac{R}{\omega_0 L}$
外界 Q	$Q_e = \frac{\omega_0 L}{R_L}$	$Q_e = \frac{R_L}{\omega_0 L}$

6.2 传输线谐振器

正如我们已经看到的,理想的集总电路元件在微波频率是难以实现的,所以更普遍地采用分布元件。在这一节中,我们将分析用各种长度的传输线段和端接法(通常用开路或短路)形成的谐振器。因为我们对谐振器的 Q 感兴趣,所以必须考虑有耗传输线。

6.2.1 短路 $\lambda/2$ 传输线

考虑在一端短路、长度为 ℓ 的有耗传输线,如图 6.4 所示。该传输线有特征阻抗 Z_0 、传播常数 β 和衰减常数 α 。在频率 $\omega = \omega_0$ 处,传输线长度 $\ell = \lambda/2$,其中 $\lambda = 2\pi/\beta$ 。从式(2.91)得出输入阻抗是

$$Z_{in} = Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)\ell$$

用双曲正切恒等式,给出为

$$Z_{in} = Z_0 \frac{\tanh \alpha \ell + j \tan \beta \ell}{1 + j \tan \beta \ell \tanh \alpha \ell} \quad (6.24)$$

注意,若 $\alpha = 0$ (无耗),则 $Z_{in} = j Z_0 \tan \beta \ell$ 。

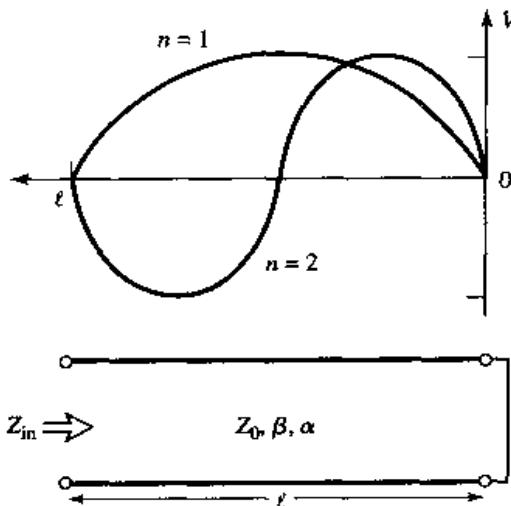


图 6.4 一端短路、长度为 ℓ 的有耗传输线以及 $n=1(\ell = \lambda/2)$ 和 $n=2(\ell = \lambda)$ 谐振器沿线的电压分布

实际上,多数传输线的损耗都很小,所以我们可假定 $\alpha \ell \ll 1$,以至于 $\tanh \alpha \ell \approx \alpha \ell$ 。现在,令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$,此处 $\Delta\omega$ 是小的,然后,假定是 TEM 传输线,

$$\beta \ell = \frac{\omega \ell}{v_p} = \frac{\omega_0 \ell}{v_p} + \frac{\Delta\omega \ell}{v_p}$$

式中, v_p 是传输线的相速度。因为,对于 $\omega = \omega_0$, $\ell = \lambda/2 = \pi v_p / \omega_0$, 我们有

$$\beta \ell = \pi + \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0}$$

于是

$$\tan \beta \ell = \tan \left(\pi + \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0} \right) = \tan \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0} \approx \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0}$$

将这个结果用到式(6.24)中可得出

$$Z_{in} \approx Z_0 \frac{\alpha \ell + j (\Delta\omega \pi / \omega_0)}{1 + j (\Delta\omega \pi / \omega_0) \alpha \ell} \approx Z_0 \left(\alpha \ell + j \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0} \right) \quad (6.25)$$

上式中有 $\Delta\omega \alpha \ell / \omega_0 \ll 1$ 。

式(6.25)的形式为

$$Z_{in} = R + 2jL\Delta\omega$$

这是串联 RLC 谐振电路的输入阻抗,正像式(6.9)给出的那样。然后,我们可将等效电路的电阻等同为

$$R = Z_0 \alpha \ell \quad (6.26a)$$

而等效电路的电感为

$$L = \frac{Z_0 \pi}{2\omega_0} \quad (6.26b)$$

由式(6.6)求出等效电路的电容为

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} \quad (6.26c)$$

所以图 6.4 的谐振器在 $\Delta\omega = 0$ ($\ell = \lambda/2$) 时谐振, 在这个频率上的输入阻抗是 $Z_{in} = R = Z_0 \alpha \ell$ 。谐振也发生在 $\ell = n\lambda/2$ 处, $n = 1, 2, 3, \dots$ 。对于 $n = 1$ 和 $n = 2$, 谐振模式的电压分布如图 6.4 所示。

由式(6.8)和式(6.26)求出谐振器的 Q 为

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\pi}{2\alpha\ell} = \frac{\beta}{2\alpha} \quad (6.27)$$

因为在第一个谐振点 $\beta\ell = \pi$ 。这个结果表明, 正像我们预计的那样, Q 随着传输线衰减的增加而降低。

例题 6.1 半波长同轴线谐振器的 Q

由一根铜同轴线制成的 $\lambda/2$ 谐振器, 其内导体半径为 1 mm, 外导体半径为 4 mm。若谐振频率是 5 GHz, 对空气填充的同轴线谐振器和聚四氟乙烯填充的同轴线谐振器的 Q 进行比较。

解:

我们必须首先计算同轴线的衰减, 这可用例题 2.6 或例题 2.7 的结果。由附录 F 可知, 铜的电导率 $\sigma = 5.813 \times 10^7$ S/m, 因此表面电阻是

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = 1.84 \times 10^{-2} \Omega$$

对于空气填充的同轴线, 由导体损耗引起的衰减是

$$\begin{aligned} \alpha_c &= \frac{R_s}{2\eta \ln b/a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \\ &= \frac{1.84 \times 10^{-2}}{2(377)\ln(0.004/0.001)} \left(\frac{1}{0.001} + \frac{1}{0.004} \right) = 0.022 \text{ Np/m} \end{aligned}$$

对于聚四氟乙烯, $\epsilon_r = 2.08$ 和 $\tan\delta = 0.0004$, 所以用聚四氟乙烯填充的同轴线, 由导体损耗引起的衰减是

$$\alpha_d = \frac{1.84 \times 10^{-2} \sqrt{2.08}}{2(377)\ln(0.004/0.001)} \left(\frac{1}{0.001} + \frac{1}{0.004} \right) = 0.032 \text{ Np/m}$$

空气填充的介质损耗是零, 但是聚四氟乙烯填充的同轴线的介质损耗是

$$\begin{aligned} \alpha_d &= k_0 \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{2} \tan\delta \\ &= \frac{(104.7)\sqrt{2.08}(0.0004)}{2} = 0.030 \text{ Np/m} \end{aligned}$$

最终, 由式(6.27)计算得到的 Q 是

$$Q_{air} = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{104.7}{2(0.022)} = 2380$$

$$Q_{Teflon} = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{104.7\sqrt{2.08}}{2(0.032 + 0.030)} = 1218$$

由此可见,空气填充的同轴线的 Q 几乎是聚四氟乙烯填充的同轴线的两倍。用镀银导体, Q 能进一步提高。■

6.2.2 短路 $\lambda/4$ 传输线

一个并联型谐振(电流谐振)能用 $\lambda/4$ 长度的短路传输线获得。长度为 ℓ 的短路传输线的输入阻抗是

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)\ell \\ &= Z_0 \frac{\tanh \alpha \ell + j \tan \beta \ell}{1 + j \tan \beta \ell \tanh \alpha \ell} \\ &= Z_0 \frac{1 - j \tanh \alpha \ell \cot \beta \ell}{\tanh \alpha \ell - j \cot \beta \ell} \end{aligned} \quad (6.28)$$

此处最终的结果是通过用 $-j \cot \beta \ell$ 乘以分子和分母获得的。现在假定在 $\omega = \omega_0$ 处 $\ell = \lambda/4$, 并令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, 于是, 对于 TEM 传输线有

$$\beta \ell = \frac{\omega_0 \ell}{v_p} + \frac{\Delta \omega \ell}{v_p} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi \Delta \omega}{2\omega_0}$$

所以

$$\cot \beta \ell = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi \Delta \omega}{2\omega_0} \right) = -\tan \frac{\pi \Delta \omega}{2\omega_0} \approx -\frac{\pi \Delta \omega}{2\omega_0}$$

还是和前面一样,对于小损耗, $\tanh \alpha \ell \approx \alpha \ell$ 。将这个结果用在式(6.28)中可得

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + j\alpha \ell \pi \Delta \omega / 2\omega_0}{\alpha \ell + j\pi \Delta \omega / 2\omega_0} \approx \frac{Z_0}{\alpha \ell + j\pi \Delta \omega / 2\omega_0} \quad (6.29)$$

因为 $\alpha \ell \pi \Delta \omega / 2\omega_0 \ll 1$ 。这个结果和 RLC 并联电路的阻抗有同样的形式,就像式(6.19)给出的一样:

$$Z_{in} = \frac{1}{(1/R) + 2j\Delta\omega C}$$

所以我们能让等效电路的电阻与 R 相等:

$$R = \frac{Z_0}{\alpha \ell} \quad (6.30a)$$

等效电路的电容为

$$C = \frac{\pi}{4\omega_0 Z_0} \quad (6.30b)$$

等效电路的电感为

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \quad (6.30c)$$

所以图 6.4 的谐振器对 $\ell = \lambda/4$ 有并联型谐振,在谐振处的输入阻抗为 $Z_{in} = R = Z_0/\alpha \ell$ 。由式(6.18)和式(6.30)得出该谐振器的 Q 是

$$Q = \omega_0 R C = \frac{\pi}{4\alpha \ell} = \frac{\beta}{2\alpha} \quad (6.31)$$

因为在谐振时 $\ell = \pi/2\beta$ 。

6.2.3 开路 $\lambda/2$ 传输线

通常用在微带电路的实际谐振器是由开路传输线段组成的,如图 6.5 所示。这种谐振器当长度是 $\lambda/2$ 或 $\lambda/2$ 的整倍数时,有并联谐振电路特性。

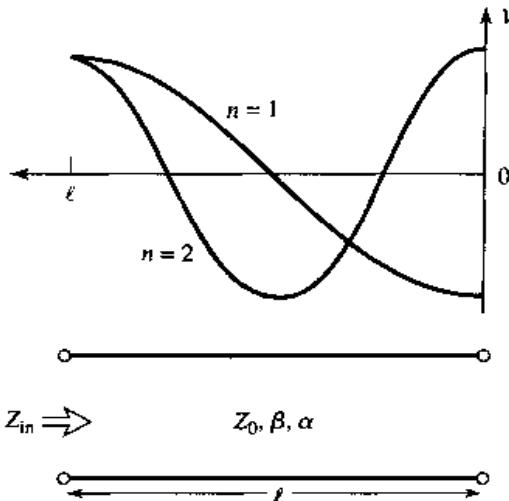


图 6.5 一个开路无耗传输线段以及 $n = 1(\ell = \lambda/2)$ 和 $n = 2(\ell = \lambda)$ 谐振器的电压分布

长度为 ℓ 的开路传输线的输入阻抗是

$$Z_{in} = Z_0 \coth(\alpha + j\beta)\ell = Z_0 \frac{1 + j \tan \beta \ell \tanh \alpha \ell}{\tanh \alpha \ell + j \tan \beta \ell} \quad (6.32)$$

像前面一样,假定在 $\omega = \omega_0$ 处 $\ell = \lambda/2$,并令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$,则有

$$\beta\ell = \pi + \frac{\pi \Delta\omega}{\omega_0}$$

所以

$$\tan \beta \ell = \tan \frac{\Delta\omega \pi}{\omega} \approx \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0}$$

且 $\tanh \alpha \ell \approx \alpha \ell$ 。将这个结果用在式(6.32)中可得

$$Z_{in} = \frac{Z_0}{\alpha \ell + j(\Delta\omega \pi / \omega_0)} \quad (6.33)$$

和式(6.19)给出的并联谐振电路的输入阻抗相比较,间接表明等效 RLC 电路的阻抗是

$$R = \frac{Z_0}{\alpha \ell} \quad (6.34a)$$

等效电路的电容是

$$C = \frac{\pi}{2\omega_0 Z_0} \quad (6.34b)$$

等效电路的电感是

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \quad (6.34c)$$

由式(6.18)和式(6.34)得出 Q 是

$$Q = \omega_0 RC = \frac{\pi}{2\alpha\ell} = \frac{\beta}{2\alpha} \quad (6.35)$$

因为在谐振时 $\ell = \pi/\beta$ 。

例题 6.2 半波长微带谐振器

考虑一个长度为 $\lambda/2$ 的 50Ω 开路微带线构成的微带谐振器。基片是聚四氟乙烯 ($\epsilon_r = 2.08$ 和 $\tan\delta = 0.0004$)，厚度是 0.159 cm ，导体是铜。计算在 5 GHz 谐振时，微带线的长度和谐振器的 Q 。忽略在微带线端口的杂散场。

解：

由式(3.197)算出，在这种基片上 50Ω 微带线的宽度是

$$W = 0.508 \text{ cm}$$

有效介电常数是

$$\epsilon_e = 1.80$$

然后，计算出谐振长度为

$$\ell = \frac{\lambda}{2} = \frac{v_p}{2f} = \frac{c}{2f\sqrt{\epsilon_e}} = \frac{3 \times 10^8}{2(5 \times 10^9)\sqrt{1.80}} = 2.24 \text{ cm}$$

传播常数是

$$\beta = \frac{2\pi f}{v_p} = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_e}}{c} = \frac{2\pi(5 \times 10^9) \sqrt{1.80}}{3 \times 10^8} = 151.0 \text{ rad/m}$$

由式(3.199)得出由导体损耗引起的衰减是

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W} = \frac{1.84 \times 10^{-2}}{50(0.00508)} = 0.0724 \text{ Np/m}$$

此处我们用到了例题 6.1 中的 R_s 。由式(3.198)得出由介质损耗引起的衰减是

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_e - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_e}(\epsilon_r - 1)} = \frac{(104.7)(2.08)(0.80)(0.0004)}{2\sqrt{1.80}(1.08)} = 0.024 \text{ Np/m}$$

然后，由式(6.35)计算出 Q 是

$$Q = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{151.0}{2(0.0724 + 0.024)} = 783$$

6.3 矩形波导谐振腔

谐振器也能由封闭的波导段构成，对此读者应该不会感到惊奇，因为波导也是传输线的一种类型。因为波导的开路端有辐射损耗，所以波导谐振器通常是两端短路，形成一个封闭的盒子或腔。电能和磁能存储在腔的内部，功率被消耗在腔的金属壁上以及填充腔体的电介质中。谐振腔能通过小孔或小探针或环耦合。

我们将首先推导一般的 TE 或 TM 谐振模式的谐振频率，然后推导 TE₁₀₁ 模的 Q 表示式。对于任意 TE 和 TM 模的 Q 的完整论述，可用同样的处理过程，但因为它长而复杂，此处不做介绍。

6.3.1 谐振频率

矩形腔的几何形状如图 6.6 所示, 它由两端($z = 0, d$)短路、长度为 d 的矩形波导段组成。我们首先在假定腔是无耗的情况下, 求出其谐振频率, 然后我们用在 2.7 节中提到的微扰法确定 Q 。我们从波动方程出发并用分离变量方法, 求解满足腔体边界条件的电场和磁场。但更为容易的是从 TE 和 TM 波导场出发来做, 因为这些模场已经满足在腔体侧壁($x = 0, a$ 和 $y = 0, b$)的边界条件。然后, 只需要把 $z = 0, d$ 处端壁上的边界条件 $E_x = E_y = 0$ 考虑进去就可以了。

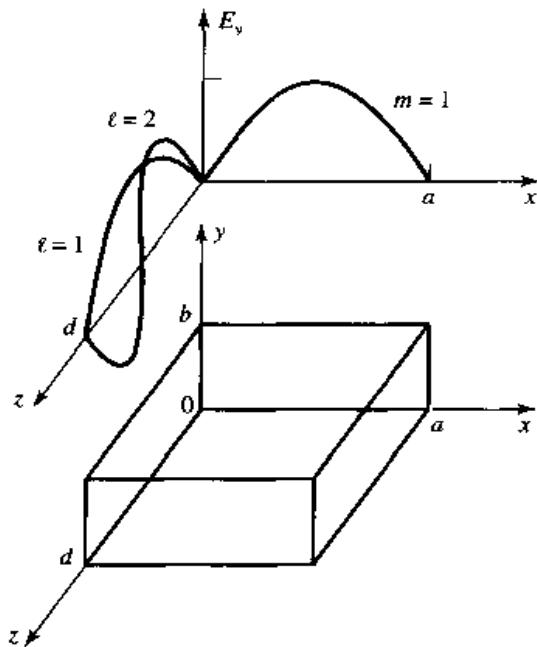


图 6.6 矩形谐振腔以及 TE_{101} 和 TE_{102} 谐振模式的电场分布

从表 3.2 得知矩形波导 TE_{mn} 或 TM_{mn} 模的横向电场(E_x, E_y)可表示为

$$\bar{E}_t(x, y, z) = \bar{e}(x, y)[A^+ e^{-j\beta_{mn}z} + A^- e^{j\beta_{mn}z}] \quad (6.36)$$

式中 $\bar{e}(x, y)$ 是这个模式的横向变化, A^+ 和 A^- 是前向行波和反向行波的任意振幅, 第 m, n 次 TE 或 TM 模的传播常数是

$$\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (6.37)$$

式中, $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$, ϵ 和 μ 是填充腔体材料的磁导率和介电常数。

应用在 $z = 0$ 处 $\bar{E}_t = 0$ 这个条件到式(6.36)中, 得出 $A^+ = -A^-$ (正像我们早该料到的, 从理想导体壁上的全反射)。于是条件 $\bar{E}_t = 0$ 在 $z = d$ 处可导出公式

$$\bar{E}_t(x, y, d) = -\bar{e}(x, y)A^+ 2j \sin \beta_{mn}d = 0$$

这只是非无效($A^+ \neq 0$)解, 所以产生在

$$\beta_{mn}d = \ell\pi, \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (6.38)$$

这意味着在谐振频率处, 腔的长度必须是半波导波长的整数倍。对于其他长度或者不是谐振频率的其他频率, 不可能存在有效解。所以矩形腔是以波导形式出现的短路 $\lambda/2$ 传输线谐振器。

矩形腔谐振波数定义为

$$k_{mn\ell} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d}\right)^2} \quad (6.39)$$

下面我们涉及到腔的 $\text{TE}_{mn\ell}$ 或 $\text{TM}_{mn\ell}$ 谐振模式, 此处下标 m, n, ℓ 分别是在 x, y, z 方向的驻波图形变化个数。 $\text{TE}_{mn\ell}$ 和 $\text{TM}_{mn\ell}$ 模的谐振频率为

$$f_{mn\ell} = \frac{ck_{mn\ell}}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d}\right)^2} \quad (6.40)$$

若 $b < a < d$, 则基本谐振模式(最低谐振频率) TE_{101} 模对应于长度为 $\lambda_g/2$ 的短路波导中的 TE_{10} 波导基模。TM 谐振基模是 TM_{110} 模。

6.3.2 $\text{TE}_{10\ell}$ 模的 Q 值

由表 3.2、式(6.36)和 $A^- = -A^+$ 可知, $\text{TE}_{10\ell}$ 谐振模式的总场可表示为

$$E_y = A^+ \sin \frac{\pi x}{a} [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] \quad (6.41a)$$

$$H_x = \frac{-A^+}{Z_{\text{TE}}} \sin \frac{\pi x}{a} [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] \quad (6.41b)$$

$$H_z = \frac{j\pi A^+}{k\eta a} \cos \frac{\pi x}{a} [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] \quad (6.41c)$$

令 $E_0 = -2jA^+$ 并使用式(6.38), 可使这些表示式简化为

$$E_y = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.42a)$$

$$H_x = \frac{-jE_0}{Z_{\text{TE}}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.42b)$$

$$H_z = \frac{j\pi E_0}{k\eta a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.42c)$$

这清楚地表明腔内的场是驻波形式的。我们现在通过求出存储的电能和磁能以及在导体壁和电介质中的功率损耗来计算这些模式的 Q 。

由式(1.84)得到存储的电能为

$$W_e = \frac{\epsilon}{4} \int_V E_y E_y^* dv = \frac{\epsilon abd}{16} E_0^2 \quad (6.43a)$$

同时由式(1.86)得到存储的磁能为

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{\mu}{4} \int_V (H_x H_x^* + H_z H_z^*) dv \\ &= \frac{\mu abd}{16} E_0^2 \left(\frac{1}{Z_{\text{TE}}^2} + \frac{\pi^2}{k^2 \eta^2 a^2} \right) \end{aligned} \quad (6.43b)$$

因为 $Z_{\text{TE}} = k\eta/\beta$ 和 $\beta = \beta_{10} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$, 所以在式(6.43b)的括号中的量可简化为

$$\left(\frac{1}{Z_{\text{TE}}^2} + \frac{\pi^2}{k^2 \eta^2 a^2} \right) = \frac{\beta^2 + (\pi/a)^2}{k^2 \eta^2} = \frac{1}{\eta^2} = \frac{\epsilon}{\mu}$$

这能看出 $W_e = W_m$ 。所以在谐振时, 存储的电能和磁能是相等的, 类似于 6.1 节中的 RLC 谐振电路。

对于小损耗,我们能用2.7节中的微扰法求出消耗在腔壁上的功率。所以,在导体壁上的功率损耗由式(1.131)给出为

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{\text{walls}} |H_t|^2 ds \quad (6.44)$$

式中 $R_s = \sqrt{\omega \mu_0 / 2\sigma}$ 是金属壁的表面电阻, H_t 是在壁表面的切向磁场。将式(6.42b,c)代入到式(6.44)中可得

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{R_s}{2} \left\{ 2 \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a |H_x(z=0)|^2 dx dy + 2 \int_{z=0}^d \int_{y=0}^b |H_z(x=0)|^2 dy dz \right. \\ &\quad \left. + 2 \int_{z=0}^d \int_{x=0}^a \left[|H_x(y=0)|^2 + |H_z(y=0)|^2 \right] dx dz \right\} \\ &= \frac{R_s E_0^2 \lambda^2}{8\eta^2} \left(\frac{\ell^2 ab}{d^2} + \frac{bd}{a^2} + \frac{\ell^2 a}{2d} + \frac{d}{2a} \right) \end{aligned} \quad (6.45)$$

此处,已经用到了腔的对称性,即把分别来自 $x=0, y=0$ 和 $z=0$ 壁上的贡献加倍,而计入了分别来自 $x=a, y=b, z=d$ 壁上的贡献。还用上了关系式 $k = 2\pi/\lambda$ 和 $Z_{TE} = k\eta/\beta = 2d\eta/\ell\lambda$ 。然后,由式(6.7)得出有耗导体壁但电介质是无耗的腔的 Q 值为

$$\begin{aligned} Q_c &= \frac{2\omega_0 W_e}{P_c} \\ &= \frac{k^3 ab d\eta}{4\pi^2 R_s} \frac{1}{[(\ell^2 ab/d^2) + (bd/a^2) + (\ell^2 a/2d) + (d/2a)]} \\ &= \frac{(kad)^3 b\eta}{2\pi^2 R_s} \frac{1}{(2\ell^2 a^3 b + 2bd^3 + \ell^2 a^3 d + ad^3)} \end{aligned} \quad (6.46)$$

我们现在计算在电介质中的功率损耗。正如在第1章中讨论过的,一个有耗电介质,其有效电导率 $\sigma = \omega'' = \omega_r \epsilon_0 \tan\delta$,其中 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_r \epsilon_0 (1 - j \tan\delta)$, $\tan\delta$ 是材料的损耗角正切。则在电介质中的功率损耗由式(1.92)给出为

$$P_d = \frac{1}{2} \int_V \bar{J} \cdot \bar{E}^* dv = \frac{\omega \epsilon''}{2} \int_V |\bar{E}|^2 dv = \frac{abd\omega \epsilon'' |E_0|^2}{8} \quad (6.47)$$

式中, \bar{E} 由式(6.42a)给出。而由式(6.7)给出的有耗电介质填充但理想导体壁的腔的 Q 值是

$$Q_d = \frac{2\omega W_e}{P_d} = \frac{\epsilon'}{\epsilon''} = \frac{1}{\tan\delta} \quad (6.48)$$

这个结果的简化是由于在式(6.43a)对 W_e 的积分中消去了在式(6.47)中对 P_d 的相同积分。所以这个结果可应用于任意谐振腔模式的 Q_d 。当壁上损耗和电介质损耗都存在时,总功率损耗是 $P_c + P_d$,所以式(6.7)给出的总 Q 为

$$Q = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \right)^{-1} \quad (6.49)$$

例题 6.3 设计一个矩形波导腔

一个矩形波导腔由一段铜制 WR-187 H 波段波导制成,有 $a = 4.755$ cm 和 $b = 2.215$ cm,腔用聚乙烯($\epsilon_r = 2.25$, $\tan\delta = 0.0004$)填充。若谐振产生在 $f = 5$ GHz 处,求出所需长度 d 和 $\ell = 1$ 和 $\ell = 2$ 谐振模式引起的 Q 。

解：

波数 k 是

$$k = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} = 157.08 \text{ m}^{-1}$$

由式(6.40)得出的谐振时所需长度 d (当 $m=1, n=0$ 时)为

$$d = \frac{\ell\pi}{\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}}$$

$$\ell = 1, \quad d = \frac{\pi}{\sqrt{(157.08)^2 - (\pi/0.04755)^2}} = 2.20 \text{ cm}$$

$$\ell = 2, \quad d = 2(2.20) = 4.40 \text{ cm}$$

从例题 6.1 得知, 在 5 GHz 时铜的表面电阻为 $R_s = 1.84 \times 10^{-2} \Omega$ 。本征阻抗是

$$\eta = \frac{377}{\sqrt{\epsilon_r}} = 251.3 \Omega$$

然而, 由式(6.46)得出的只由导体损耗引起的 Q 是

$$\ell = 1, \quad Q_c = 8403$$

$$\ell = 2, \quad Q_c = 11898$$

由式(6.48)得出的仅由电介质损耗引起的 Q ($\ell=1$ 和 $\ell=2$)是

$$Q_d = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{0.0004} = 2500$$

所以, 由式(6.49)得出的总 Q 是

$$\ell = 1, \quad Q = \left(\frac{1}{8403} + \frac{1}{2500} \right)^{-1} = 1927$$

$$\ell = 2, \quad Q = \left(\frac{1}{11898} + \frac{1}{2500} \right)^{-1} = 3065$$

注意, 电介质损耗对 Q 有决定性的影响, 所以用空气填充的腔能得到较高的 Q 。这个结果能与例题 6.1 和例题 6.2 的结果进行比较, 它们都是在同样的频率上使用相似类型的材料。 ■

6.4 圆波导腔

与矩形腔相似, 一个圆柱形腔谐振器可以用一段两端短路的圆波导构成。因为圆波导基模是 TE_{111} 模, 所以圆柱腔基模为 TE_{111} 模。我们将推导 $TE_{nm\ell}$ 和 $TM_{nm\ell}$ 圆柱腔模的谐振频率以及 $TE_{nm\ell}$ 模的 Q 表示式。

圆柱腔通常用做微波频率计。该腔用一个可移动顶壁制成, 可以机械调谐谐振频率, 腔体通过小孔弱耦合到波导。在使用中, 当腔调谐到系统的工作频率时, 功率被腔吸收, 在系统另一处用功率计监视该吸收现象。调谐度表盘通常直接用频率校准。图 6.7 显示了它的原型。因为频率分辨率是由谐振器的 Q 决定的, 通常用 TE_{011} 模做频率计, 因为它的 Q 远高于圆柱腔的基模 Q , 这也是弱耦合到腔的原因。



图 6.7 W 波段波导频率计的图片。圆形旋转器用以改变圆形谐振器的长度，标尺可以读出频率。承蒙 Millitech Corporation, Northampton, Mass 提供照片

6.4.1 谐振频率

圆柱腔的几何形状如图 6.8 所示。和矩形腔一样，从满足圆波导壁要求的边界条件的圆波导模式开始求解是简单的。由表 3.5 得知，圆波导 TE_{nm} 或 TM_{nm} 模的横向电场 (E_ρ, E_ϕ) 可表示为

$$E_r(\rho, \phi, z) = \bar{e}(\rho, \phi)[A^+ e^{-j\beta_{nm}z} + A^- e^{j\beta_{nm}z}] \quad (6.50)$$

式中 $\bar{e}(\rho, \phi)$ 代表这个模的横向变化，而 A^+ 和 A^- 是前向和反向行波的振幅。由式(3.126)得出 TE_{nm} 模的传播常数是

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\rho'_{nm}}{a}\right)^2} \quad (6.51a)$$

由式(3.139)得出 TM_{nm} 模的传播常数是

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\rho_{nm}}{a}\right)^2} \quad (6.51b)$$

式中 $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon_0}$

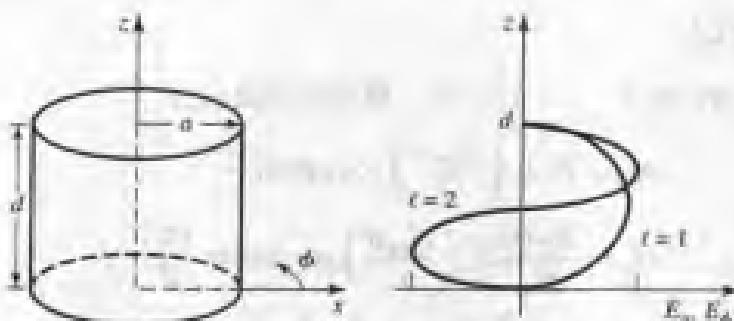


图 6.8 圆柱谐振腔及 $l=1$ 或 $l=2$ 谐振模式的电场分布

现在，为了在 $z=0, d$ 处有 $\bar{E}_r = 0$ ，我们必须有 $A^+ = -A^-$ 和

$$A^+ \sin \beta_{nm} d = 0$$

或

$$\beta_{nm} d = \ell \pi, \quad \ell = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6.52)$$

这意味着波导的长度必须是半个波导波长的整数倍。所以 TE_{nm} 模的谐振频率是

$$f_{nm\ell} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d}\right)^2} \quad (6.53a)$$

$\text{TM}_{nm\ell}$ 模的谐振频率是

$$f_{nm\ell} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d}\right)^2} \quad (6.53b)$$

最后, TE 的基模是 TE_{111} 模, 而 TM 的基模是 TM_{110} 模。图 6.9 显示了圆柱腔较低次谐振模式的模式图(mode chart)。此图对于设计圆柱谐振腔是很有用的, 它可表明对于给定腔的尺寸, 在给定频率下能激励什么模式。

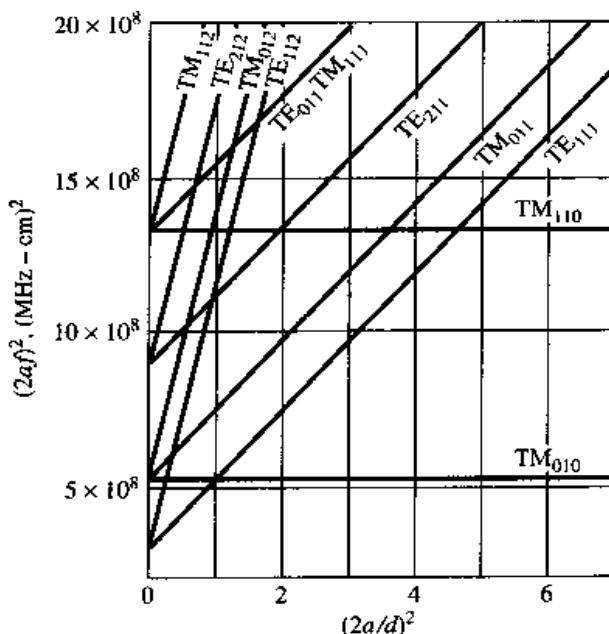


图 6.9 圆柱腔的谐振模式图。采用的数据来自 R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering* (New York: McGraw-Hill, 1966)。经许可使用

6.4.2 $\text{TE}_{nm\ell}$ 模的 Q

根据表 3.5、式(6.50)和 $A^+ = -A^-$, $\text{TE}_{nm\ell}$ 模的场可表示为

$$H_z = H_0 J_n \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \cos n\phi \sin \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.54a)$$

$$H_\rho = \frac{\beta a H_0}{p'_{nm}} J'_n \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \cos n\phi \cos \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.54b)$$

$$H_\phi = \frac{-\beta a^2 n H_0}{(p'_{nm})^2 \rho} J_n \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \sin n\phi \cos \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.54c)$$

$$E_\rho = \frac{jk\eta a^2 n H_0}{(p'_{nm})^2 \rho} J_n \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \sin n\phi \sin \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.54d)$$

$$E_\phi = \frac{jk\eta a H_0}{p'_{nm}} J'_n \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \cos n\phi \sin \frac{\ell\pi z}{d} \quad (6.54e)$$

$$E_z = 0 \quad (6.54f)$$

式中, $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$, $H_0 = -2jA^+$ 。

因为时间平均存储电能和磁能是相等的,所以总存储能量是

$$\begin{aligned} W = 2W_e &= \frac{\epsilon}{2} \int_{z=0}^d \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^a (|E_\rho|^2 + |E_\phi|^2) \rho d\rho d\phi dz \\ &= \frac{\epsilon k^2 \eta^2 a^2 \pi d H_0^2}{4(p'_{nm})^2} \int_{\rho=0}^a \left[J_n'^2 \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) + \left(\frac{na}{p'_{nm}\rho} \right)^2 J_n^2 \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \right] \rho d\rho \\ &= \frac{\epsilon k^2 \eta^2 a^4 H_0^2 \pi d}{8(p'_{nm})^2} \left[1 - \left(\frac{n}{p'_{nm}} \right)^2 \right] J_n^2(p'_{nm}) \end{aligned} \quad (6.55)$$

此处用了附录 C.17 中的积分恒等式。在导体壁上的功率损耗是

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{R_s}{2} \int_S |\bar{H}_{tan}|^2 ds \\ &= \frac{R_s}{2} \left\{ \int_{z=0}^d \int_{\phi=0}^{2\pi} [|H_\phi(\rho=a)|^2 + |H_z(\rho=a)|^2] a d\phi dz \right. \\ &\quad \left. + 2 \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^a [|H_\rho(z=0)|^2 + |H_\phi(z=0)|^2] \rho d\rho d\phi \right\} \\ &= \frac{R_s}{2} \pi H_0^2 J_n^2(p'_{nm}) \left\{ \frac{da}{2} \left[1 + \left(\frac{\beta an}{(p'_{nm})^2} \right)^2 \right] + \left(\frac{\beta a^2}{p'_{nm}} \right)^2 \left(1 - \frac{n^2}{(p'_{nm})^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (6.56)$$

然后,由式(6.8)算出非理想导体壁而电介质无损耗的腔的 Q 是

$$Q_c = \frac{\omega_0 W}{P_c} = \frac{(ka)^3 \eta ad}{4(p'_{nm})^2 R_s} \frac{1 - \left(\frac{n}{p'_{nm}} \right)^2}{\left\{ \frac{ad}{2} \left[1 + \left(\frac{\beta an}{(p'_{nm})^2} \right)^2 \right] + \left(\frac{\beta a^2}{p'_{nm}} \right)^2 \left(1 - \frac{n^2}{(p'_{nm})^2} \right) \right\}} \quad (6.57)$$

由式(6.52)和式(6.51)我们知道,对于有固定尺寸的腔, $\beta = \ell\pi/d$ 和 $(ka)^2$ 是不随频率变化的常数。所以 Q_c 的频率相关性是由 k/R_s 给出的,它按照 $1/\sqrt{f}$ 变化。式(6.57)给出了对于给定谐振模式和腔的形状(固定 n, m, ℓ 和 a/d)的 Q_c 变化。

图 6.10 显示了圆柱腔的各种谐振模式由导体损耗引起的归一化 Q 。可见 TE_{011} 模的 Q 明显地高于较低阶模 TE_{111} 、 TM_{010} 或 TM_{111} 的 Q 。

为了计算由电介质损耗引起的 Q ,我们必须计算在电介质中的功率耗散。所以

$$\begin{aligned} P_d &= \frac{1}{2} \int_V \bar{J} \cdot \bar{E}^* dv = \frac{\omega \epsilon''}{2} \int_V [|E_\rho|^2 + |E_\phi|^2] dv \\ &= \frac{\omega \epsilon'' k^2 \eta^2 a^2 H_0^2 \pi d}{4(p'_{nm})^2} \int_{\rho=0}^a \left[\left(\frac{na}{p'_{nm}\rho} \right)^2 J_n^2 \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) + J_n'^2 \left(\frac{p'_{nm}\rho}{a} \right) \right] \rho d\rho \\ &= \frac{\omega \epsilon'' k^2 \eta^2 a^4 H_0^2}{8(p'_{nm})^2} \left[1 - \left(\frac{n}{p'_{nm}} \right)^2 \right] J_n^2(p'_{nm}) \end{aligned} \quad (6.58)$$

此外,式(6.8)给出 Q 为

$$Q_d = \frac{\omega W}{P_d} = \frac{\epsilon}{\epsilon''} = \frac{1}{\tan \delta} \quad (6.59)$$

式中, $\tan\delta$ 是电介质的损耗角正切。这与式(6.48)得到的矩形腔 Q_d 的结果是一样的。当导体和电介质损耗都存在时,由式(6.49)可得出腔体的总 Q 。

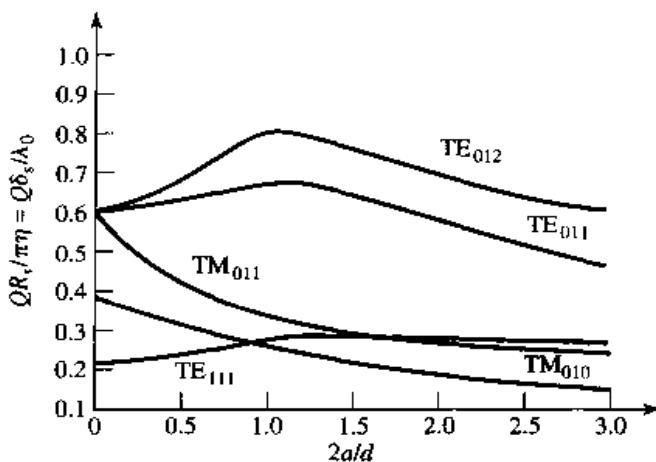


图 6.10 圆柱腔各种模式的归一化 Q (空气填充)。采用的数据来自 R.E.Collin, *Foundations for Microwave Engineering* (New York: McGraw-Hill, 1966)。经许可使用

例题 6.4 圆谐振腔的设计

一个圆谐振腔,其 $d = 2a$,设计在 5.0 GHz 谐振,用 TE_{011} 模。若腔是由铜制成的,用聚四氟乙烯填充($\epsilon_r = 2.08, \tan\delta = 0.0004$),求腔的尺寸和 Q 。

解:

$$k = \frac{2\pi f_{011} \sqrt{\epsilon_r}}{c} = \frac{2\pi (5 \times 10^9) \sqrt{2.08}}{3 \times 10^8} = 151.0 \text{ m}^{-1}$$

由式(6.53a)得出 TE_{011} 模的谐振频率是

$$f_{011} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{p'_{01}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2}$$

用 $P'_{01} \approx 3.832$ 。又因为 $d = 2a$,

$$\frac{2\pi f_{011} \sqrt{\epsilon_r}}{c} = k = \sqrt{\left(\frac{p'_{01}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2}$$

对 a 求解可得

$$a = \frac{\sqrt{(P'_{01})^2 + (\pi/2)^2}}{k} = \frac{\sqrt{(3.832)^2 + (\pi/2)^2}}{151.0} = 2.74 \text{ cm}$$

则 $d = 5.48 \text{ cm}$ 。

在 5 GHz 时,铜的表面电阻 $R_s = 0.0184 \Omega$ 。用 $n = 0, m = \ell = 1$ 和 $d = 2a$ 从式(6.57)得出由导体损耗引起的 Q 是

$$Q_c = \frac{(ka)^3 \eta ad}{4(p'_{01})^2 R_s [ad/2 + (\beta a^2 / p'_{01})^2]} = \frac{ka\eta}{2R_s} = 29390$$

为了简化这个表示式,这里用了式(6.51a)。由式(6.59)得出由介质损耗引起的 Q 是

$$Q_d = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{0.0004} = 2500$$

所以腔的总 Q 是

$$Q = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \right)^{-1} = 2300$$

这个结果能与例题 6.3 中的矩形腔情况相比较, 对于 TE_{011} 模 $Q = 1927$, 对于 TE_{022} 模 $Q = 2065$ 。若腔是由空气填充的, 则 Q 能提高到 42 400。 ■

6.5 介质谐振腔

一个低损耗、高介电常数材料制成的小圆盘或者立方体也能用做微波谐振器。这种介质谐振腔在原理上与前面讨论过的矩形或者圆柱腔相似。高介电常数谐振器保证大部分场都在电介质内, 不像金属腔那样有一些场从介质谐振器的边上或两端辐射或泄漏。通常这种谐振器与等效的金属腔相比, 成本低、尺寸和重量都较小, 并能很容易地与微波集成电路组合, 与平面传输线耦合。通常用介电常数 $10 \leq \epsilon_r \leq 100$ 的材料, 典型的例子是用钛酸钡和二氧化钛。导体损耗是不在意的, 但介质损耗一般随着介电常数的提高而加大; Q 能高达几千。在谐振器上面用一个高度可调金属板机械调谐谐振频率。因为具有这些希望有的特性, 所以介质谐振腔已成为集成微波滤波器和振荡器的关键性器件。

下面我们将介绍圆柱形介质谐振腔 TE_{011} 模谐振频率的近似分析; 在实际中, 这个模是最常用的模式并与圆形金属腔的 TE_{011} 模类似。

6.5.1 TE_{011} 模的谐振频率

圆柱形介质谐振腔的几何形状如图 6.11 所示。 TE_{011} 模的基本工作原理可以解释如下。介质谐振腔可考虑为一小段两端开路的长度为 L 的介质波导。这个波导的最低次 TE 模是 TE_{01} 模, 而圆金属波导是双重 TM_{01} 模。因为谐振器的高介电常数, 在谐振频率处沿着 z 轴传播发生在介质的内部, 但是, 在介质周围的空气区域内场被截止(渐近于零), 所以场 H_z 的样子很像图 6.12 给出的示意图。较高阶的谐振模式在谐振器内部 z 方向有更多的变化。因为对于 TE_{011} 模, 谐振长度 L 小于 $\lambda_g/2$ (此处 λ_g 是介质波导 TE_{01} 模的波导波长), 符号 $\delta = 2L/\lambda_g < 1$ 表示谐振模式的 z 向变化。所以谐振器的等效电路类似一段两端都是纯电抗性负载的传输线。

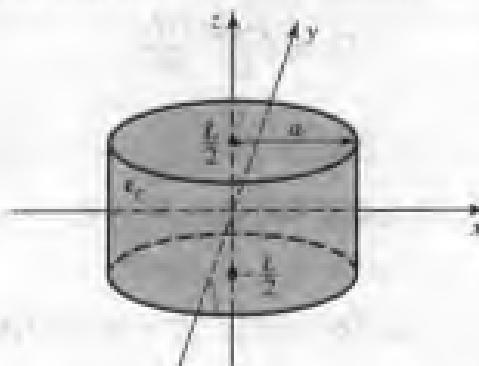


图 6.11 圆柱形介质谐振腔的几何形状

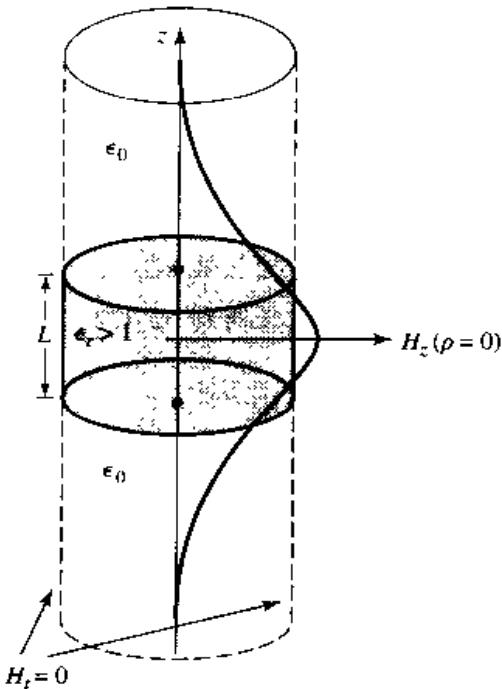


图 6.12 磁壁边界条件的近似和圆柱形介质谐振腔的第一个模式的 H_z 沿 z 的分布曲线(对于 $\rho = 0$)

我们的分析采用参考文献[2]的方法,这包含有假定磁壁边界条件能在 $\rho = a$ 处使用。这种近似的根据是在高介电常数区域中的波入射到空气填充区域时的反射系数近似为 +1:

$$\Gamma = \frac{\eta_0 - \eta}{\eta_0 + \eta} = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \rightarrow 1, \quad \epsilon_r \rightarrow \infty$$

该反射系数与在磁壁或者理想开路线时获得的结果是一样的。

我们首先求解在 $\rho = a$ 处满足磁壁边界条件的介质波导 TE₀₁ 模的场。对于 TE 模, $E_z = 0$ 而 H_z 必须满足波动方程

$$(\nabla^2 + k^2)H_z = 0 \quad (6.60)$$

式中,

$$k = \begin{cases} \sqrt{\epsilon_r}k_0, & |z| < L/2 \\ k_0, & |z| > L/2 \end{cases} \quad (6.61)$$

因为 $\partial/\partial \phi = 0$,由式(3.110)给出的横向场如下:

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu_0}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \quad (6.62a)$$

$$H_\rho = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \quad (6.62b)$$

式中, $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ 。因为 H_z 在 $\rho = 0$ 处必须是有限的,所以在 $\rho = a$ (磁壁)处为零,从而我们有

$$H_z = H_0 J_0(k_c \rho) e^{\pm j\beta z} \quad (6.63)$$

式中, $k_c = p_{01}/a$ 和 $J_0(p_{01}) = 0$ ($p_{01} = 2.405$),所以由式(6.62)得出横向场是

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu_0 H_0}{k_c} J'_0(k_c \rho) e^{\pm j\beta z} \quad (6.64a)$$

$$H_\rho = \frac{\mp j\beta H_0}{k_c} J'_0(k_c \rho) e^{\pm j\beta z} \quad (6.64b)$$

现在, 在 $|z| < L/2$ 的介质区域, 传播常数是实数:

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_c^2} = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - \left(\frac{p_{0l}}{a}\right)^2} \quad (6.65a)$$

而波阻抗定义为

$$Z_d = \frac{E_\phi}{H_\rho} = \frac{\omega \mu_0}{\beta} \quad (6.65b)$$

在 $|z| > L/2$ 的空气区域, 传播常数将是虚数, 所以写成如下形式是方便的:

$$\alpha = \sqrt{k_c^2 - k_0^2} = \sqrt{\left(\frac{p_{0l}}{a}\right)^2 - k_0^2} \quad (6.66a)$$

在空气区域, 波阻抗定义为

$$Z_a = \frac{j\omega \mu_0}{\alpha} \quad (6.66b)$$

可以看出这是虚数。

由于对称性, 对于最低阶模式, H_z 和 E_ϕ 场分布是 $z=0$ 的偶函数。所以在 $|z| < L/2$ 的区域, TE_{01δ} 模的横向场可表示为

$$E_\phi = A J'_0(k_c \rho) \cos \beta z \quad (6.67a)$$

$$H_\rho = \frac{-jA}{Z_d} J'_0(k_c \rho) \sin \beta z \quad (6.67b)$$

对于 $|z| > L/2$ 为

$$E_\phi = B J'_0(k_c \rho) e^{-\alpha|z|} \quad (6.68a)$$

$$H_\rho = \frac{\pm B}{Z_a} J'_0(k_c \rho) e^{-\alpha|z|} \quad (6.68b)$$

此处 A 和 B 是未知的振幅系数。在式(6.68b)中, \pm 号分别用于 $z > L/2$ 或 $z < -L/2$ 。

在 $z = L/2$ 或 ($z = -L/2$) 处, 与之相配的切向场导出下列方程:

$$A \cos \frac{\beta L}{2} = B e^{-\alpha L/2} \quad (6.69a)$$

$$\frac{-jA}{Z_d} \sin \frac{\beta L}{2} = \frac{B}{Z_a} e^{-\alpha L/2} \quad (6.69b)$$

可把这两个式子化简成单个超越方程:

$$-j Z_a \sin \frac{\beta L}{2} = Z_d \cos \frac{\beta L}{2}$$

利用式(6.65b)和式(6.66b), 能使这个方程表示为

$$\tan \frac{\beta L}{2} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (6.70)$$

其中 β 由式(6.65a)给出, α 由式(6.66a)给出。这个方程可用数值求解法解出 k_0 , 然后求出谐振频率。

这个解是比较粗略的, 因为它忽略了在谐振器边上的杂散场, 只提供了 10% 量级的精度(对

于多数实际应用,该精度不够),但是它给出了介质谐振器的基本特性的描述。更精确的解法可在参考文献[3]中找到。

谐振器的 Q 可通过确定存储能量(介质圆柱体的内部和外部)和消耗在介质中以及可能的辐射损耗的功率进行计算。假如辐射损耗是小的,则 Q 能够近似为 $1/\tan\delta$,这与金属腔谐振器相同。

例题 6.5 介质谐振器的谐振频率和 Q

求出介质谐振器 $\text{TE}_{01\delta}$ 模的谐振频率和近似 Q ,该谐振器是由二氧化钛($\epsilon_r = 95$ 和 $\tan\delta = 0.001$)制成的,谐振器的尺寸是 $a = 0.413 \text{ cm}$ 和 $L = 0.8255 \text{ cm}$ 。

解:

式(6.70)的超越方程必须用式(6.65a)和式(6.66a)给出的 β 和 α 值对 k_0 数值求解,所以

$$\tan \frac{\beta L}{2} = \frac{\alpha}{\beta}$$

此处

$$\alpha = \sqrt{(2.405/a)^2 - k_0^2}$$

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - (2.405/a)^2}$$

和

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c}$$

因为 α 和 β 都必须是实数,所以可能的频率范围是从 f_1 到 f_2 ,其中

$$f_1 = \frac{ck_0}{2\pi} = \frac{c(2.405)}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}a} = 2.853 \text{ GHz}$$

$$f_2 = \frac{ck_0}{2\pi} = \frac{c(2.405)}{2\pi a} = 27.804 \text{ GHz}$$

用区间半分法(见第3章中的“感兴趣点:求根算法”)去找上面方程的根,给出谐振频率约为 3.152 GHz,这与来自参考文献[2]的测量值 3.4 GHz 相比,误差为 10%。由介质损耗引起的近似 Q 值是

$$Q_d = \frac{1}{\tan \delta} = 1000$$

6.6 谐振腔的激励

我们现在讨论前面几节的谐振器如何与外电路耦合。通常,所用方法要根据所考虑的谐振器的类型来定。图 6.13 显示了各种谐振器采用的一些耦合技术。在这一节中,我们将讨论一些较通用的耦合技术的作用原理,特别是缝隙耦合和小孔耦合。首先我们阐明临界耦合的概念,在这种情况下谐振器可用集总元件谐振电路与馈线匹配。

6.6.1 临界耦合

为了实现在谐振器和馈线之间的最大功率传递,谐振器在谐振频率处,必须与馈线匹配,于是称此谐振器临界耦合到馈线。我们首先通过图 6.14 所示的串联谐振电路来说明临界耦合的概念。

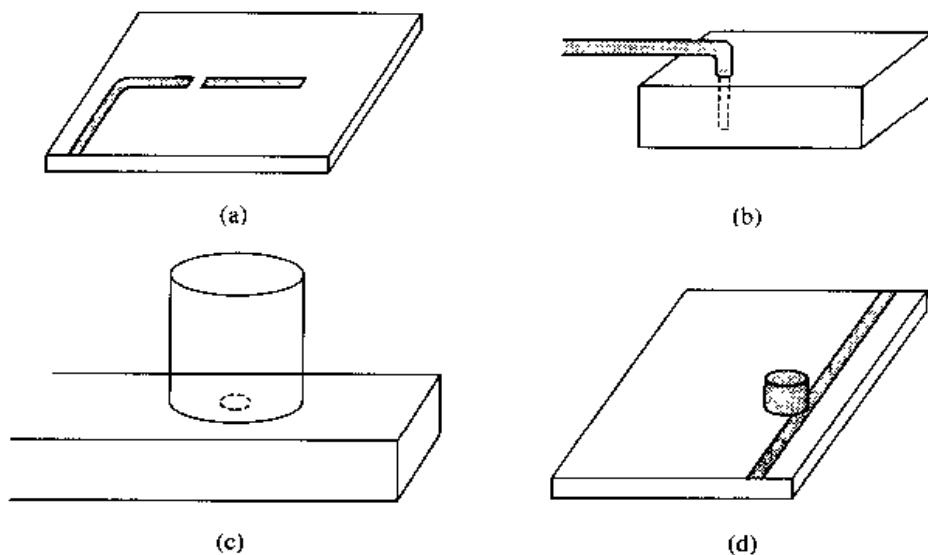


图 6.13 微波谐振器的耦合:(a)微带传输线谐振器缝隙耦合到微带馈线;(b)用同轴探针馈送到矩形腔谐振器;(c)圆柱腔谐振器小孔耦合到矩形波导;(d)介质谐振器耦合到微带馈线

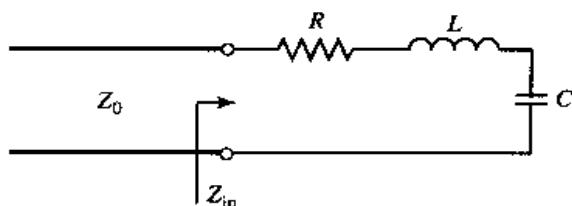


图 6.14 串联谐振电路耦合到馈线

由式(6.9)得出图 6.14 所示串联谐振电路在接近谐振时的输入阻抗是

$$Z_{in} = R + j \frac{2RQ\Delta\omega}{\omega_0} \quad (6.71)$$

由式(6.8)得知无载 Q 是

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (6.72)$$

在谐振时 $\Delta\omega = 0$, 所以式(6.71)的输入阻抗 $Z_{in} = R$ 。为了使谐振器与传输线匹配, 必须有

$$R = Z_0 \quad (6.73)$$

而无载 Q 是

$$Q = \frac{\omega_0 L}{Z_0} \quad (6.74)$$

由式(6.22)得出外界 Q 是

$$Q_e = \frac{\omega_0 L}{Z_0} = Q \quad (6.75)$$

由此看到外界 Q 和无载 Q 在临界耦合条件下是相等的。

通常定义耦合系数 g 为

$$g = \frac{Q}{Q_e} \quad (6.76)$$

它能应用于串联($g = Z_0/R$)和并联($g = R/Z_0$)谐振电路。因此,可区分为三种情况:

1. $g < 1$, 这种情况称谐振器欠耦合到馈线。
2. $g = 1$, 这种情况称谐振器临界耦合到馈线。
3. $g > 1$, 这种情况称谐振器过耦合到馈线。

图 6.15 显示了对于式(6.71)给出的对应上述情况的各种 R 值,串联谐振电路(输入)阻抗轨迹的 Smith 圆图。

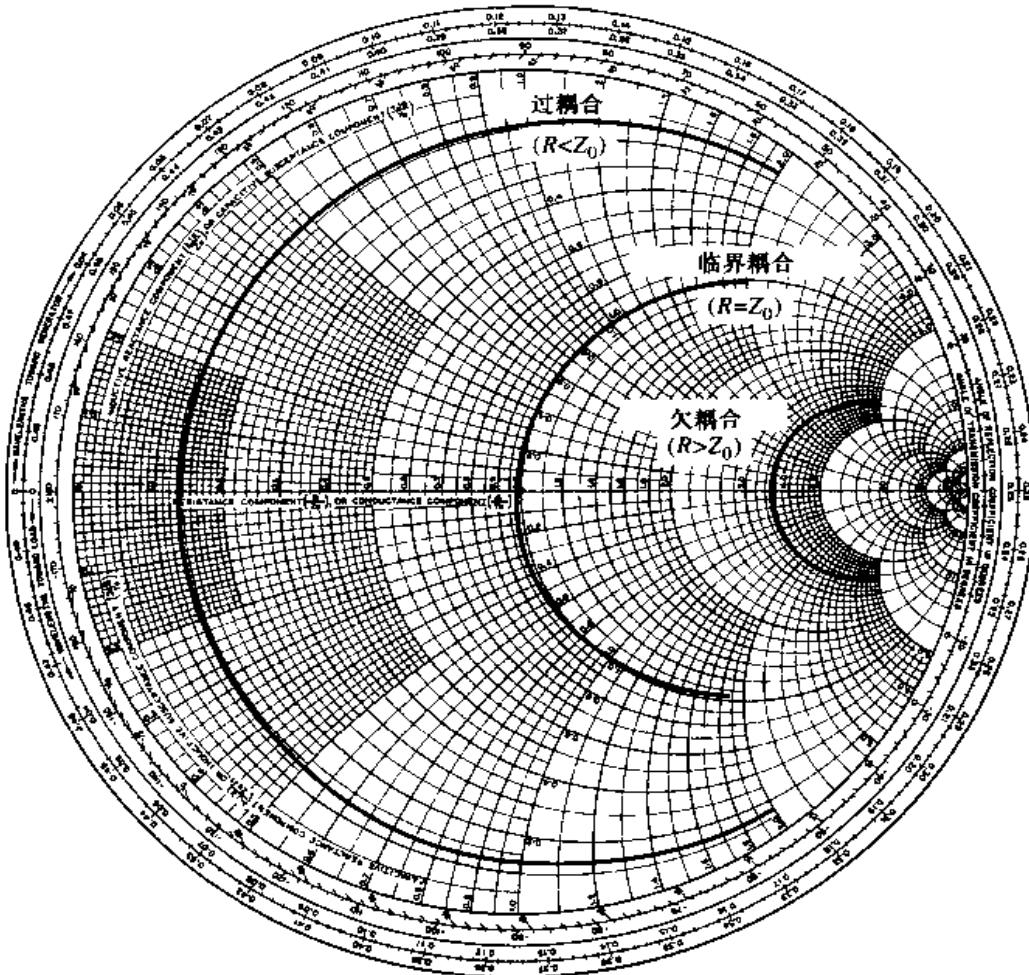


图 6.15 耦合到串联 RLC 电路的 Smith 圆图表示

6.6.2 缝隙耦合微带谐振器

下面我们考虑 $\lambda/2$ 开路微带谐振器耦合到微带馈线,如图 6.13(a)所示。在微带中的缝隙能近似为一个串联电容,所以这种谐振器和馈线构成的等效电路如图 6.16 所示。由馈线看到的归一化输入阻抗是

$$z = \frac{Z}{Z_0} = -j \frac{[1/\omega C + Z_0 \cot \beta \ell]}{Z_0} = -j \left(\frac{\tan \beta \ell + b_c}{b_c \tan \beta \ell} \right) \quad (6.77)$$

其中, $b_c = Z_0 \omega C$ 是耦合电容 C 的归一化电纳。当 $z = 0$ 时,或当

$$\tan \beta \ell + b_c = 0 \quad (6.78)$$

时,发生谐振。这个超越方程的解法示意在图 6.17 中。

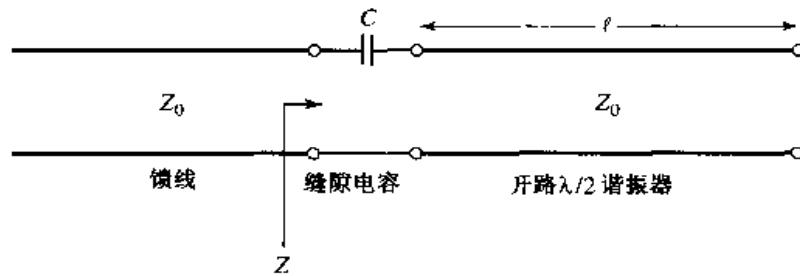


图 6.16 图 6.13(a)所示缝隙耦合微带谐振器的等效电路

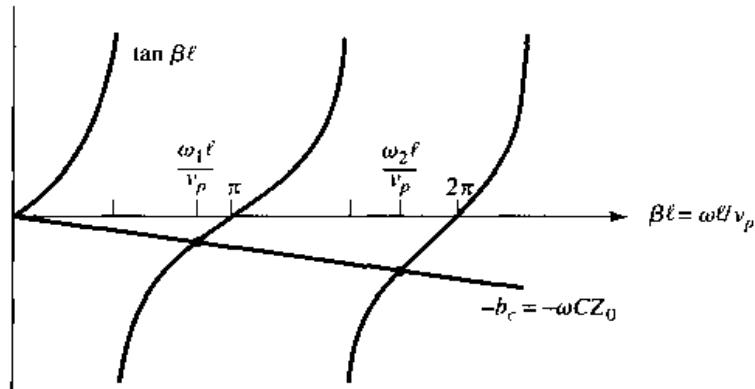


图 6.17 对于缝隙耦合微带谐振器的谐振频率, 使用式(6.78)的求解

实际上, $b_c \ll 1$, 所以第一个谐振频率 ω_1 很靠近 $\beta\ell = \pi$ (无载谐振器的第一个谐振频率)的频率, 在这种情况下馈线到谐振器的耦合使得谐振器的谐振频率降低。

我们现在希望简化有关串联 RLC 等效电路谐振器激励点阻抗式(6.77)。这可通过在谐振频率 ω_1 附近用泰勒级数将 $z(\omega)$ 展开来完成, 并假定 b_c 是小的, 所以

$$z(\omega) = z(\omega_1) + (\omega - \omega_1) \frac{dz(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega_1} + \dots \quad (6.79)$$

由式(6.77)和式(6.78)可知 $z(\omega_1) = 0$ 。于是,

$$\frac{dz}{d\omega} \Big|_{\omega_1} = \frac{-j \sec^2 \beta\ell}{b_c \tan \beta\ell} \frac{d(\beta\ell)}{d\omega} = \frac{j(1 + b_c^2)}{b_c^2 v_p} \frac{\ell}{v_p} \approx \frac{j}{b_c^2} \frac{\ell}{v_p} \approx \frac{j\pi}{\omega_1 b_c^2}$$

因为 $b_c \ll 1$ 和 $\ell \approx \pi v_p / \omega_1$, 其中 v_p 是传输线(假定是 TEM 传输线)的相速度, 则归一化阻抗可表示为

$$z(\omega) = \frac{j\pi(\omega - \omega_1)}{\omega_1 b_c^2} \quad (6.80)$$

至此, 我们忽略了损耗, 但是对于高 Q 腔损耗可以通过用式(6.10)中的复数谐振频率 $\omega_1(1 + j/2Q)$ 替代谐振频率 ω_1 而包括在内。将这个步骤用到式(6.80), 可得缝隙耦合有耗谐振器的输入阻抗为

$$z(\omega) = \frac{\pi}{2Qb_c^2} + j \frac{\pi(\omega - \omega_1)}{\omega_1 b_c^2} \quad (6.81)$$

注意, 一个无耦合 $\lambda/2$ 开路传输线谐振器, 看起来像是接近谐振下的 RLC 并联电路, 但现在的情况是电容耦合 $\lambda/2$ 谐振器, 看来像是接近谐振下的 RLC 串联电路。这是因为一个串联耦合电容有使谐振器激励点的阻抗倒相的效应(见 8.5 节中关于阻抗倒相器的讨论)。

所以,在谐振时输入电阻 $R = Z_0 \pi / 2Q b_c^2$ 。对于临界耦合必须有 $R = Z_0$, 或者

$$b_c = \sqrt{\frac{\pi}{2Q}} \quad (6.82)$$

式(6.76)的耦合系数是

$$g = \frac{Z_0}{R} = \frac{2Qb_c^2}{\pi} \quad (6.83)$$

若 $b_c < \sqrt{\pi/2Q}$, 则 $g < 1$, 谐振器是欠耦合; 若 $b_c > \sqrt{\pi/2Q}$, 则 $g > 1$ 谐振器是过耦合。

例题 6.6 缝隙耦合微带谐振器的设计

一个谐振器由一段开路 50Ω 微带线制成, 缝隙耦合到 50Ω 的馈线, 如图 6.13(a)所示。谐振器在接近谐振时的长度为 2.175 cm , 有效介电常数是 1.9 , 衰减是 0.01 dB/cm 。求临界耦合时所需耦合电容的值, 并导出谐振频率,

解:

第一个谐振频率将发生在谐振器的长度 $\ell = \lambda_g/2$ 附近。所以忽略边缘场, 近似谐振频率是

$$f_0 = \frac{v_p}{\lambda_g} = \frac{c}{2\ell\sqrt{\epsilon_e}} = \frac{3 \times 10^8}{2(0.02175)\sqrt{1.9}} = 5.00 \text{ GHz}$$

这不包含耦合电容的影响。然后, 由式(6.35)求出谐振器的 Q 为

$$Q = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{\pi}{\lambda_g \alpha} = \frac{\pi}{2\ell\alpha} = \frac{\pi(8.7 \text{ dB/Np})}{2(0.02175 \text{ m})(1 \text{ dB/m})} = 628$$

由式(6.82)求出归一化耦合电容的电纳为

$$b_c = \sqrt{\frac{\pi}{2Q}} = \sqrt{\frac{\pi}{2(628)}} = 0.05$$

所以耦合电容的数值为

$$C = \frac{b_c}{\omega Z_0} = \frac{0.05}{2\pi(5 \times 10^9)(50)} = 0.032 \text{ pF}$$

这应该是谐振器到 50Ω 馈线的临界耦合时的答案。

现在 C 已确定, 精确的谐振频率能通过解式(6.78)给出的超越方程求出。因为我们从图 6.17 的几何求解已经知道, 实际的谐振频率略低于无载谐振频率 5.0 GHz , 对几个临近的频率计算式(6.78)是件容易的事, 求出值约为 4.918 GHz , 约低于无载谐振频率 1.6% 。图 6.18 显示了缝隙耦合谐振器对于分别导致谐振器的欠耦合、临界耦合和过耦合电容值的输入阻抗的 Smith 圆图。

6.6.3 小孔耦合空腔谐振器

作为谐振器激励的最后一个例子, 我们将考虑如图 6.19 所示的小孔耦合波导腔。正像在 4.8 节讨论过的那样, 在横壁上的一个小孔相当于一个并联电感的作用。若我们考虑腔的第一个谐振模式, 当腔长 $\ell = \lambda_g/2$ 时产生, 则腔可以考虑为在一端短路的传输线谐振器。小孔耦合腔能用图 6.20 所示的等效电路来模拟。这个电路基本上是图 6.16 所示缝隙耦合微带谐振器的等效电路的另一种表示, 所以我们可以用同样的方法近似求解。

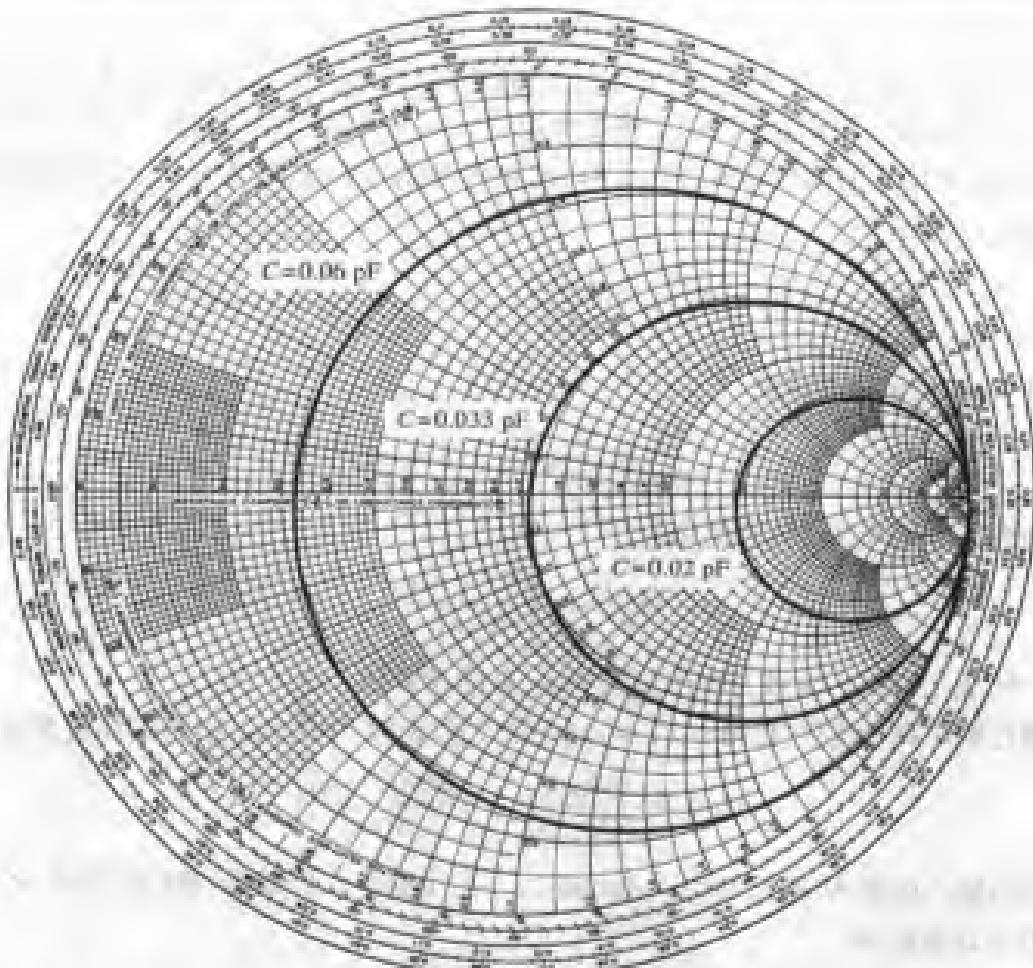


图 6.18 例题 6.6 中的缝隙耦合微带谐振器对各种耦合电容值的输入阻抗与频率关系的 Smith 圆图

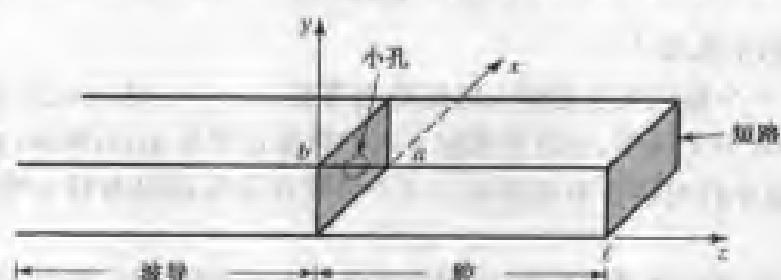


图 6.19 矩形波导小孔耦合到矩形腔

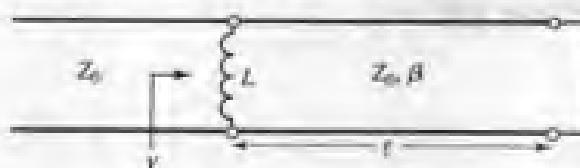


图 6.20 小孔耦合腔的等效电路

通过馈线看到的归一化输入导纳是

$$y = Z_0 Y = -j \left(\frac{Z_0}{X_L} + \cot \beta \ell \right) = -j \left(\frac{\tan \beta \ell + x_L}{x_L \tan \beta \ell} \right) \quad (6.84)$$

其中, $x_L = \omega L / Z_0$ 是小孔的归一化电抗。当式(6.84)的分子变为零时, 或是当

$$\tan \beta \ell + x_L = 0 \quad (6.85)$$

时,发生并联(电流)谐振。这个式子在形式上与缝隙耦合微带谐振器情况的式(6.78)相似。实际上, $x_L \ll 1$,所以第一个谐振频率 ω_1 将是靠近 $\beta\ell = \pi$ 的谐振频率,类似于图6.17所示的解。

用和前面一节给出的同样步骤,式(6.84)的输入导纳可在谐振频率 ω_1 附近用泰勒级数展开,假定 $x_L \ll 1$,得到

$$y(\omega) = y(\omega_1) + (\omega - \omega_1) \frac{dy(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega_1} + \dots \approx \frac{j\ell}{x_L^2} (\omega - \omega_1) \frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_1} \quad (6.86)$$

因为 $y(\omega_1) = 0$ 。对于矩形波导,

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \sqrt{k_0^2 - k_c^2} = \frac{k_0}{\beta c}$$

式中 c 是光速。于是式(6.86)可简化为

$$y(\omega) = \frac{j\pi k_0(\omega - \omega_1)}{\beta^2 c x_L^2} \quad (6.87)$$

在式(6.87)中, k_0 、 β 和 x_L 应该是在谐振频率 ω_1 处的计算值。

现在通过假定高 Q 腔并且用 $\omega_1(1 + j/2Q)$ 替代式(6.87)中的 ω_1 ,以将损耗包含进去,得到

$$y(\omega) \approx \frac{\pi k_0 \omega_1}{2Q\beta^2 c x_L^2} + j \frac{\pi k_0(\omega - \omega_1)}{\beta^2 c x_L^2} \quad (6.88)$$

在谐振时输入电阻为 $R = 2Q\beta^2 c x_L^2 Z_0 / \pi k_0 \omega_1$ 。为了获得临界耦合,我们必须有 $R = Z_0$,于是给出所需的小孔电抗为

$$X_L = Z_0 \sqrt{\frac{\pi k_0 \omega_1}{2Q\beta^2 c}} \quad (6.89)$$

从 X_L 可求出所需的小孔尺寸。

小孔耦合腔的下一个模式发生在输入阻抗变为零或 $Y \rightarrow \infty$ 时。从式(6.84)看到,它发生在使 $\tan \beta \ell = 0$ 或 $\beta \ell = \pi$ 时的频率,在这种情况下腔的精确长度是 $\lambda_g/2$,所以,存在小孔的平面上的横向电场是零,而且小孔对耦合不起作用。这个模式在实际中没有什么意义,这是耦合太弱的缘故。

腔形谐振器通过电流探针或环激励,可用模式分析方法进行分析,类似于4.7节和4.8节讨论的方法。然而,这个步骤是复杂的,完整的模式展开式需要有无旋(零旋度)场分量。感兴趣的读者可参阅参考文献[1]和参考文献[4]。

6.7 腔的微扰

在实际应用中,空腔谐振器常常通过使它的形状产生小的改变或者引入介质或金属材料的小片进行调整。例如,空腔的谐振频率容易用进入腔体的小螺杆(介质或金属)或者用可移动壁改变腔的体积进行调谐。另一个应用是把一个小的介质样品引入腔中,通过测量谐振频率的偏离来定出介电常数。

在某些情况下,这种微扰对腔特性的影响能够精确地计算,但是通常情况必须进行近似。一种有用的技术是微扰法,它是假定有一个小的形状变化或填充材料微扰腔的真实场与无微扰

腔的场区别不大。所以,这种技术在概念上与2.7节介绍的对于处理良导体的损耗时(假定用良导体与用理想导体制成的器件的场之间差别很微小)所用的微扰法相似。

在这一节中,我们将推导当空腔被填充空腔材料的小的改变或者腔的形状的小的改变微扰时,谐振频率改变的近似表示式。

6.7.1 材料微扰

图6.21显示了填充腔材料的部分或全部的介电常数或磁导率的改变($\Delta\epsilon$ 或 $\Delta\mu$)使腔受到的扰动。若 \bar{E}_0, \bar{H}_0 是原始腔的场,而 \bar{E}, \bar{H} 是被微扰腔的场,则对这两种情况麦克斯韦旋度方程可表示为

$$\nabla \times \bar{E}_0 = -j\omega_0\mu\bar{H}_0 \quad (6.90a)$$

$$\nabla \times \bar{H}_0 = j\omega_0\epsilon\bar{E}_0 \quad (6.90b)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega(\mu + \Delta\mu)\bar{H} \quad (6.91a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega(\epsilon + \Delta\epsilon)\bar{E} \quad (6.91b)$$

式中, ω_0 是原始腔的谐振频率,而 ω 是被微扰腔的谐振频率。

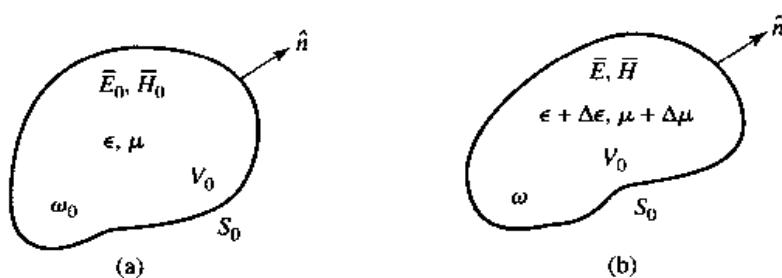


图6.21 被腔内材料的介电常数或磁导率改变所微扰的谐振腔:(a)原始腔;(b)被微扰腔

现在用 \bar{H} 乘以式(6.90a)的共轭,用 \bar{E}_0^* 乘以式(6.91b),得到

$$\bar{H} \cdot \nabla \times \bar{E}_0^* = j\omega_0\mu\bar{H} \cdot \bar{H}_0^*$$

$$\bar{E}_0^* \cdot \nabla \times \bar{H} = j\omega(\epsilon + \Delta\epsilon)\bar{E}_0^* \cdot \bar{E}$$

这两个方程相减,并使用矢量恒等式(B.8)即 $\nabla \cdot (\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{B} \cdot \nabla \times \bar{A} - \bar{A} \cdot \nabla \times \bar{B}$,可得

$$\nabla \cdot (\bar{E}_0^* \times \bar{H}) = j\omega_0\mu\bar{H} \cdot \bar{H}_0^* - j\omega(\epsilon + \Delta\epsilon)\bar{E}_0^* \cdot \bar{E} \quad (6.92a)$$

同样,我们用 \bar{E} 乘以式(6.90b)的共轭,用 \bar{H}_0^* 乘以式(6.91a),得到

$$\bar{E} \cdot \nabla \times \bar{H}_0^* = -j\omega_0\epsilon\bar{E}_0^* \cdot \bar{E}$$

$$\bar{H}_0^* \cdot \nabla \times \bar{E} = -j\omega(\mu + \Delta\mu)\bar{H}_0^* \cdot \bar{H}$$

这两个方程相减,并使用矢量恒等式(B.8),可得

$$\nabla \cdot (\bar{E} \times \bar{H}_0^*) = -j\omega(\mu + \Delta\mu)\bar{H}_0^* \cdot \bar{H} + j\omega_0\epsilon\bar{E}_0^* \cdot \bar{E} \quad (6.92b)$$

现在,将式(6.92a)和式(6.92b)相加,对体积 V_0 积分,并用散度定理,得到

$$\begin{aligned} \int_{V_0} \nabla \cdot (\bar{E}_0^* \times \bar{H} + \bar{E} \times \bar{H}_0^*) dV &= \oint_{S_0} (\bar{E}_0^* \times \bar{H} + \bar{E} \times \bar{H}_0^*) \cdot d\bar{s} = 0 \\ &= j \int_{V_0} \{[\omega_0\epsilon - \omega(\epsilon + \Delta\epsilon)]\bar{E}_0^* \cdot \bar{E} + [\omega_0\mu - \omega(\mu + \Delta\mu)]\bar{H}_0^* \cdot \bar{H}\} dV \end{aligned} \quad (6.93)$$

其中,因为 $\hat{a} \times \hat{E} = 0$,所以在 S_0 上面积分是零。重写给出

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{- \int_{V_0} (\Delta\epsilon \hat{E} \cdot \hat{E}_0^* + \Delta\mu \hat{H} \cdot \hat{H}_0^*) dv}{\int_{V_0} (\epsilon \hat{E} \cdot \hat{E}_0^* + \mu \hat{H} \cdot \hat{H}_0^*) dv} \quad (6.94)$$

这是一个由于材料微扰引起的谐振频率改变的精确公式,但不方便使用,因为我们通常不知道 \hat{E} 和 \hat{H} 在微扰后腔中的精确场。但是若我们假定 $\Delta\epsilon$ 和 $\Delta\mu$ 很小,则能用原始场 \hat{E}_0, \hat{H}_0 来近似微扰后的场 \hat{E}, \hat{H} ,并把式(6.94)的分母中的 ω 用 ω_0 代替,得出谐振频率的相对改变为

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \approx \frac{- \int_{V_0} (\Delta\epsilon |\hat{E}_0|^2 + \Delta\mu |\hat{H}_0|^2) dv}{\int_{V_0} (\epsilon |\hat{E}_0|^2 + \mu |\hat{H}_0|^2) dv} \quad (6.95)$$

这个结果说明在腔中任意点的 ϵ 和 μ 的提高将降低谐振频率。读者可能已经注意到,在式(6.95)中这些项与在原始和微扰后的腔中存储的电能和磁能有关,所以谐振频率的降低与被微扰腔的储能提高有关。

例题 6.7 矩形腔的材料微扰

一个工作在 TE_{101} 模式的矩形腔被插入到腔底部的介质薄片所扰动,如图 6.22 所示。用式(6.95)推导的结果推导谐振频率改变的表示式。

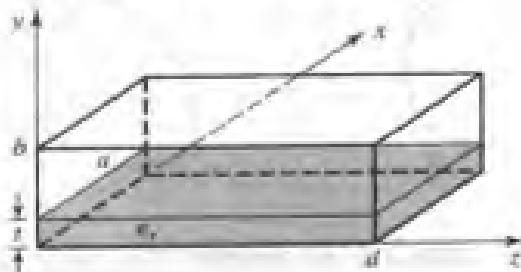


图 6.22 受介质薄片微扰的谐振腔

解:

由式(6.42a~c)可知,无微扰的 TE_{101} 腔模的场能表示为

$$E_x = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d}$$

$$H_z = \frac{-jA}{Z_{TE}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi z}{d}$$

$$H_x = \frac{j\pi A}{k\eta a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d}$$

在式(6.95)的分子中,对于 $0 \leq y \leq t$, $\Delta\epsilon = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0$,而在别处为零。积分可计算为

$$\begin{aligned} \int_V (\Delta\epsilon |\hat{E}_0|^2 + \Delta\mu |\hat{H}_0|^2) dv &= (\epsilon_r - 1)\epsilon_0 \int_{x=0}^a \int_{y=0}^t \int_{z=0}^d |E_x|^2 dz dy dx \\ &= \frac{(\epsilon_r - 1)\epsilon_0 A^2 a t d}{4} \end{aligned}$$

式(6.95)的分子正比于在无微扰腔中的总能量,它用式(6.43)计算,所以

$$\int_V (\epsilon |\hat{E}_0|^2 + \mu |\hat{H}_0|^2) dv = \frac{abde_0}{2} A^2$$

然后,式(6.95)给出谐振频率的相对改变(降低)为

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{-(\epsilon_r - 1)t}{2b}$$

■

6.7.2 形状微扰

可考虑通过改变腔的尺寸或者插入一个可调螺丝使腔的形状改变,对于小的变化也能用微扰技术处理。图 6.23 描述了任意有形状微扰的腔;我们将推导谐振频率变化的表示式。

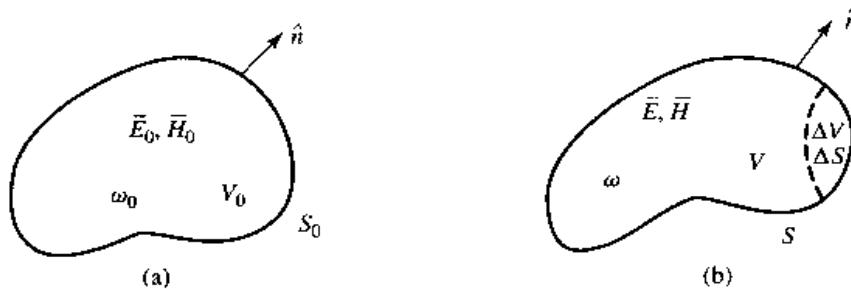


图 6.23 用形状改变微扰的谐振腔;(a)原始腔;(b)被微扰腔

和材料微扰一样,令 $\bar{E}_0, \bar{H}_0, \omega_0$ 是原始腔的场和频率,并令 E, \bar{H}, ω 是被微扰腔的场和频率。所以,对这两种情况,麦克斯韦旋度方程可表示为

$$\nabla \times \bar{E}_0 = -j\omega_0 \mu \bar{H}_0 \quad (6.96a)$$

$$\nabla \times \bar{H}_0 = j\omega_0 \epsilon \bar{E}_0 \quad (6.96b)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \mu \bar{H} \quad (6.97a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega \epsilon \bar{E} \quad (6.97b)$$

现在用 \bar{H} 乘以式(6.96a)的共轭,用 \bar{E}_0^* 乘以式(6.97b),得到

$$\bar{H} \cdot \nabla \times \bar{E}_0^* = j\omega_0 \mu \bar{H} \cdot \bar{H}_0^*$$

$$\bar{E}_0^* \cdot \nabla \times \bar{H} = j\omega \epsilon \bar{E}_0^* \cdot \bar{E}$$

这两个方程相减,并使用矢量恒等式(B.8),给出

$$\nabla \cdot (\bar{E}_0^* \times \bar{H}) = j\omega_0 \mu \bar{H} \cdot \bar{H}_0^* - j\omega \epsilon \bar{E}_0^* \cdot \bar{E} \quad (6.98a)$$

同样,我们用 \bar{E} 乘以式(6.96b)的共轭,用 \bar{E}_0^* 乘以式(6.97a),得到

$$\bar{E} \cdot \nabla \times \bar{H}_0^* = -j\omega_0 \epsilon \bar{E} \cdot \bar{E}_0^*$$

$$\bar{H}_0^* \cdot \nabla \times \bar{E} = -j\omega \mu \bar{H}_0^* \cdot \bar{H}$$

两式相减,并使用矢量恒等式(B.8),给出

$$\nabla \cdot (\bar{E} \times \bar{H}_0^*) = -j\omega \mu \bar{H}_0^* \cdot \bar{H} + j\omega_0 \epsilon \bar{E} \cdot \bar{E}_0^* \quad (6.98b)$$

现在,将式(6.98a)和式(6.98b)相加,在体积 V 上积分,用散度定理,得出

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot (\bar{E} \times \bar{H}_0^* + \bar{E}_0^* \times \bar{H}) dv &= \oint_S (\bar{E} \times \bar{H}_0^* + \bar{E}_0^* \times \bar{H}) \cdot d\bar{s} \\ &= \oint_S \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s} = -j(\omega - \omega_0) \int_V (\epsilon \bar{E} \cdot \bar{E}_0^* + \mu \bar{H} \cdot \bar{H}_0^*) dv \end{aligned} \quad (6.99)$$

因为在 S 上 $\hat{n} \times \bar{E} = 0$ 。

因为被微扰表面 $S = S_0 - \Delta S$,所以我们能表示为

$$\oint_S \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s} = \oint_{S_0} \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s} - \oint_{\Delta S} \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s} = - \oint_{\Delta S} \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s}$$

因为在 S_0 面上, $\hat{n} \times \bar{E}_0 = 0$, 用式(6.99)求出

$$\omega - \omega_0 = \frac{-j \oint_{\Delta S} \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s}}{\int_V (\epsilon \bar{E} \cdot \bar{E}_0^* + \mu \bar{H} \cdot \bar{H}_0^*) dv} \quad (6.100)$$

这是一个新的谐振频率的精确表示式,但是可用性差,因为我们通常不知道最初的 \bar{E}, \bar{H} ,或 ω 。若我们假定 ΔS 是小的,并且用无微扰值 \bar{E}_0, \bar{H}_0 近似 \bar{E}, \bar{H} ,则式(6.100)的分子能简化为

$$\oint_{\Delta S} \bar{E}_0^* \times \bar{H} \cdot d\bar{s} \approx \oint_{\Delta S} \bar{E}_0^* \times \bar{H}_0 \cdot d\bar{s} = -j\omega_0 \int_{\Delta V} (\epsilon |\bar{E}_0|^2 - \mu |\bar{H}_0|^2) dv \quad (6.101)$$

此处,最后的恒等式来自功率守恒,如同从式(1.87)的共轭并令 σ, \bar{J}_s 和 \bar{M}_s 为零导出。用式(6.100)的解,可得出谐振频率相对变化的表示式为

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \approx \frac{\int_{V_0} (\mu |\bar{H}_0|^2 - \epsilon |\bar{E}_0|^2) dv}{\int_{V_0} (\mu |\bar{H}_0|^2 + \epsilon |\bar{E}_0|^2) dv} \quad (6.102)$$

此处,我们也假定了式(6.100)的分母代表总的存储在被微扰腔的能量近似等于未被微扰腔的能量。

式(6.102)的储能形式为

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta W_m - \Delta W_e}{W_m + W_e} \quad (6.103)$$

其中, ΔW_m 和 ΔW_e 分别是形状微扰后存储磁能和电能的改变,而 $W_m + W_e$ 是腔中的总储能。结果表明谐振频率可能增加或降低,具体取决于微扰位于何处以及腔的体积是增大还是减小。

例题 6.8 矩形腔的形状微扰

一个半径为 r_0 的细螺杆,竖立在 TE_{101} 模工作的矩形腔顶壁中心,其伸长距离为 ℓ ,如图 6.24 所示。若该腔是由空气填充的,利用式(6.102)推导出相对于无微扰腔的谐振频率改变的表示式。

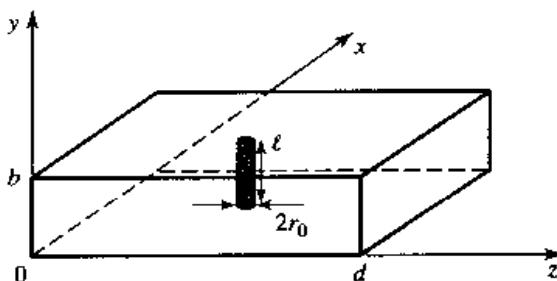


图 6.24 在顶壁中心的调谐螺杆对矩形腔的微扰

解:

由式(6.42a~c)得出无微扰 TE_{101} 腔场表示式为

$$E_y = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d}$$

$$H_x = \frac{-jA}{Z_{TE}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi z}{d}$$

$$H_z = \frac{j\pi A}{k\eta a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d}$$

现在,若螺杆是细的,我们可假定场在螺杆的横截面上是常量,而且可用在 $x = a/2, z = d/2$ 处的场表示:

$$E_y \left(x = \frac{a}{2}, y, z = \frac{d}{2} \right) = A$$

$$H_x \left(x = \frac{a}{2}, y, z = \frac{d}{2} \right) = 0$$

$$H_z \left(x = \frac{a}{2}, y, z = \frac{d}{2} \right) = 0$$

于是,式(6.102)的分子可计算如下:

$$\int_{\Delta V} (\mu |\bar{H}_0|^2 - \epsilon |\bar{E}_0|^2) dv = -\epsilon_0 \int_{\Delta V} A^2 dv = -\epsilon_0 A^2 \Delta V$$

此处 $\Delta V = \pi \ell r_0^2$ 是螺杆的体积。由式(6.43)得出式(6.102)的分母是

$$\int_{V_0} (\mu |\bar{H}_0|^2 + \epsilon |\bar{E}_0|^2) dv = \frac{abd \epsilon_0 A^2}{2} = \frac{V_0 \epsilon_0 A^2}{2}$$

其中 $V_0 = abd$ 是无微扰腔的体积。则由式(6.102)可得

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{-2\ell \pi r_0^2}{abd} = \frac{-2 \Delta V}{V_0}$$

该式表示谐振频率变低。

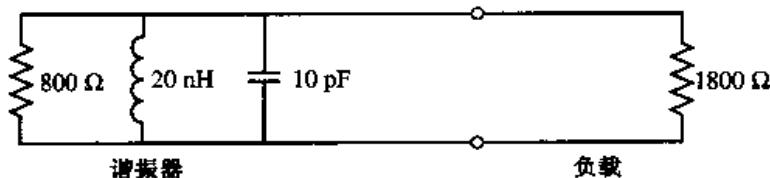
■

参考文献

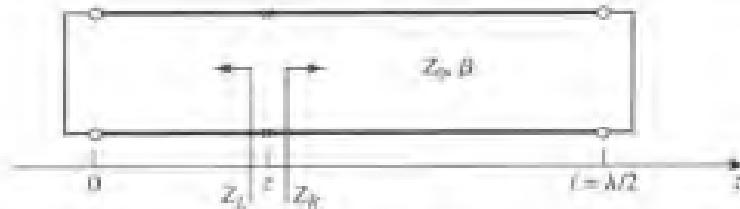
- [1] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [2] S. B. Cohn, "Microwave Bandpass Filters Containing High-*Q* Dielectric Resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-16, pp. 218-227, April 1968.
- [3] M. W. Pospieszalski, "Cylindrical Dielectric Resonators and Their Applications in TEM Line Microwave Circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-27, pp. 233-238, March 1979.
- [4] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, McGraw-Hill, N.Y., 1960.

习题

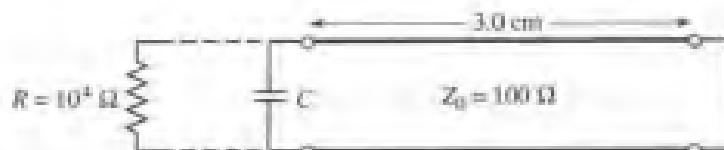
- 6.1 考虑下图所示的有载并联 *RLC* 谐振电路。计算其谐振频率、无载 *Q* 和有载 *Q*。



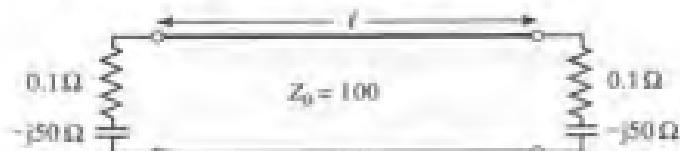
- 6.2 推导长度为 1λ 的短路传输线构成的传输线谐振器 *Q* 的表示式。
- 6.3 一个传输线谐振器由长度为 $\lambda/4$ 的开路传输线制成。求该传输线的 *Q*, 假定传输线的复传播常数是 $\alpha + j\beta$ 。
- 6.4 考虑下图所示的谐振器, 它由两端短路的长度为 $\lambda/2$ 的无耗传输线组成。在线上任意点 z , 计算向左或向右看的阻抗 Z_L 和 Z_R , 并证明 $Z_L = Z_R$ (这个条件适用于任意无耗谐振器, 并且是在 3.9 节讨论过的横向谐振方法的基础)。



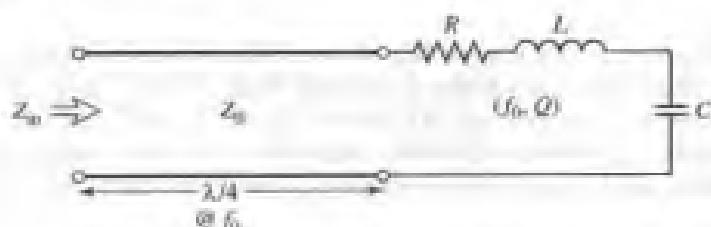
- 6.5 一个谐振器由一端短路另一端接电容、长度为 3.0 cm 的 100Ω 空气填充的同轴线构成, 如下图所示。
(a) 确定为达到在 6.0 GHz 最低谐振模式的电容值; (b) 现在假定损耗是由与电容并联的 $10\,000 \Omega$ 电阻引入的, 计算 Q 。



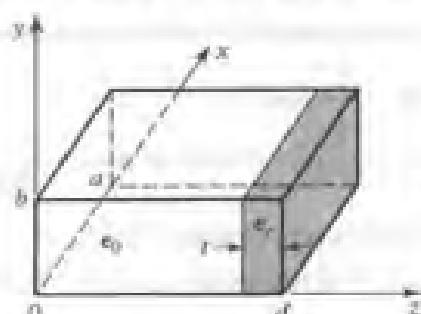
- 6.6 一个传输线谐振器是由长度为 l 、特征阻抗为 $Z_0 = 100 \Omega$ 的传输线制成的。若传输线两端的负载如下图所示, 求对于第一个谐振模式的 ℓ/λ 和这个谐振器的 Q 。



- 6.7 写出短路 $\lambda/2$ 同轴线谐振器 E 和 H 的表示式, 并证明时间平均的电和磁储能是相等的。
6.8 在谐振频率下, 串联 RLC 谐振电路与长度为 $\lambda/4$ 的传输线相连。证明在谐振点附近的输入阻抗特性与并联 RLC 电路的一样。



- 6.9 空气填充的棱铜矩形波导腔尺寸为 $a = 4 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $d = 5 \text{ cm}$ 。求 TE_{10} 和 TE_{02} 模的谐振频率和 Q 。
6.10 推导矩形腔 TM_{01} 模的 Q , 假定是有耗导体壁和无耗介质。
6.11 考虑下图所示部分填充介质的矩形腔谐振器, 通过用 TE_{01} 波导模式写出在空气和介质填充区域的场, 并使其满足在 $z = 0$, $d - z$ 和 d 处的边界条件, 推导出基模谐振频率的超越方程。

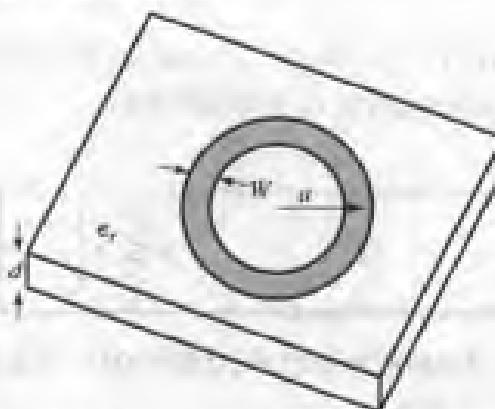


- 6.12 通过全分离变量求解 E_z (对 TM 模) 和 H_z (对 TE 模) 的波动方程, 并使其遵守腔的恰当的边界条件 [假定解的形式是 $X(x)Y(y)Z(z)$] 来确定矩形腔的谐振频率。
6.13 求出圆柱腔 TM_{11} 谐振模的 Q , 假定导体和介质都是有耗的。

- 6.14 设计一个工作在 TE_{11} 模，在 6 GHz 频率处有最大 Q 的圆柱谐振器腔。该腔是镀金和用介质材料 ($\epsilon_r = 1.5, \tan\delta = 0.0005$) 填充的。求腔的尺寸并解出 Q 。

- 6.15 一个空气填充矩形谐振腔，前三个谐振模式在频率 5.2 GHz、6.5 GHz 和 7.2 GHz 处。求该腔的尺寸。

- 6.16 一个微带圆环谐振器如下图所示。若微带线的有效介电常数是 ϵ_r ，找出第一个谐振频率的公式，并对这种谐振器的耦合方法提出建议。



- 6.17 一个圆形微带圆贴片谐振器如下图所示。用在 $\rho = a$ 处 $H_\phi = 0$ 的磁壁近似法，求解对这种结构 TM_{10} 模式的波动方程。假定边缘场可忽略，证明基模的谐振频率是

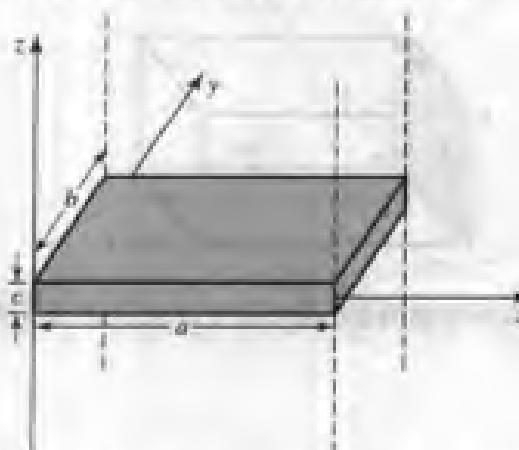
$$f_{100} = \frac{1.841c}{2\pi a \sqrt{\epsilon_r}}$$



- 6.18 计算圆柱介质谐振器的谐振频率，该谐振器有 $\epsilon_r = 36.2, 2a = 7.99 \text{ mm}$ 和 $L = 2.14 \text{ mm}$ 。

- 6.19 扩展 6.5 节的分析，导出圆柱介质谐振器下一个谐振模式 (H_z 是 z 的奇函数) 的超越方程。

- 6.20 考虑下图所示的矩形介质谐振器，假定腔的边界周围的磁壁边界条件和在 $\pm z$ 方向离开介质处认为消逝场，类似于 6.5 节的分析。推导出谐振频率的超越方程。

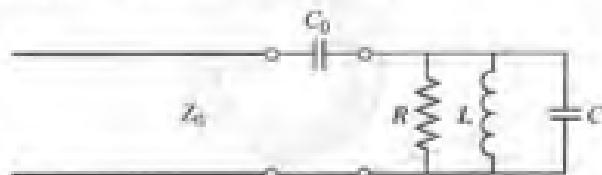


- 6.21 能用于毫米波频率的高 Q 谐振器是 Fabry-Perot 谐振腔，它是由两个平行金属板(见下图)组成的，一个平面波在法线方向入射，当两平板间的距离等于 $\lambda/2$ 的整数倍时，两板之间建立谐振。(a)推导出平板间距为 d 、模式数为 l 的 Fabry-Perot 谐振腔的谐振频率表示式。(b)假定平板电导率为 σ ，推导出该谐振

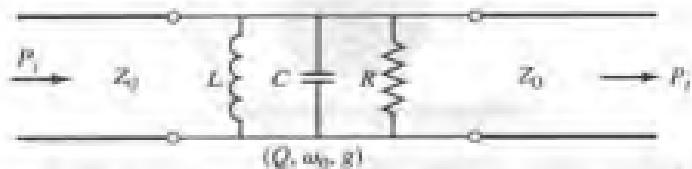
腔的 Q 表示式。(c)用这些结果求出 Fabry-Pérot 谐振腔的谐振频率和 Q 。谐振器的 $d = 4.0$ cm, 用铜板, 模式数 $\ell = 25$ 。



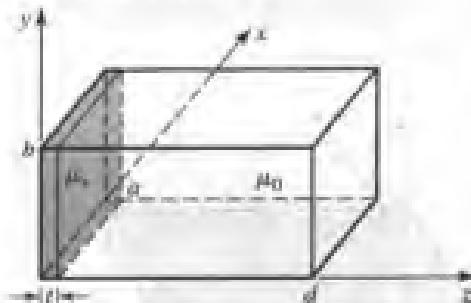
- 6.22 一个并联 RLC 电路, $R = 1000 \Omega$, $L = 1.26 \text{ nH}$, $C = 0.804 \text{ pF}$, 用串联电容 C_0 耦合到 50Ω 的传输线, 如下图所示。定出与传输线临界耦合时的 C_0 值和谐振频率。



- 6.23 一个小孔耦合矩形波导腔, 谐振频率为 9.0 GHz , Q 是 11 000。若波导尺寸 $a = 2.5 \text{ cm}$, $b = 1.25 \text{ cm}$, 求临界耦合时所需小孔的归一化电抗。
- 6.24 在频率 8.220 GHz 和 8.245 GHz 处, 被某一谐振器吸收的功率恰好是在谐振时谐振器吸收的功率的一半。若在谐振时反射系数是 0.33, 求该谐振器的谐振频率、耦合系数、有载 Q 和无载 Q 。对串联和并联谐振器分别完成这些计算。
- 6.25 一个二端口传输谐振器, 其等效电路如下图所示。若 ω_0 和 Q 是无载谐振器的谐振频率和 Q , g 是对每一边传输线的耦合系数, 推导出传输功率与输入功率之比 P_t/P_i 的表示式, 并画出在谐振点 P_t/P_i 与 g 关系的示意图。



- 6.26 一个薄的磁性介质片贴在靠近矩形腔的 $z = 0$ 处, 如下图所示。假如腔工作在 TE_{10} 模, 推导出由于该磁性介质引起的谐振频率改变的微扰表示式。



- 6.27 推导出例题 6.8 中螺杆调谐矩形腔的谐振频率改变的表示式, 假定螺杆位于 $x = a/2, z = 0$ 处, 此处 H_z 最大而 H_x 最小。

第7章 功率分配器和定向耦合器

功率分配器(简称功分器)和定向耦合器是无源微波器件,用于功率分配或功率组合,如图 7.1 所示。在功率分配中,一个输入信号被耦合器分成两个(或多个)较小的功率信号。耦合器可以是如图所示的有耗或无耗三端口器件,或者是四端口器件。三端口网络采用 T 型结和其他功分器形式,而四端口网络采用定向耦合器和混合网络形式。功分器经常是等分(3 dB)形式,但也有不相等的功分比。定向耦合器可以设计为任意功率分配比,而混合结一般是等功率分配。混合结在输出端口之间有 90°(正交)或 180°(魔 T)相移。

在 20 世纪 40 年代,MIT 辐射实验室(Radiation Laboratory)发明和塑造了种类繁多的波导型耦合器和功分器。它们包括 E 和 H 平面波导 T 型结、倍兹孔耦合器、多孔定向耦合器、Schwinger 耦合器、波导魔 T 和使用同轴探针的各种类型的耦合器。在 20 世纪 50 年代中期到 60 年代,又发明了多种采用带状线或微带技术的耦合器。平面型传输线应用的增加,也导致了新型耦合器和功分器的开发,诸如 Wilkinson 分配器、分支线混合网络和耦合线定向耦合器。

我们先讨论三端口和四端口网络的一些通用特性,然后对一些常用类型的分配器、耦合器和混合网络进行分析和设计。

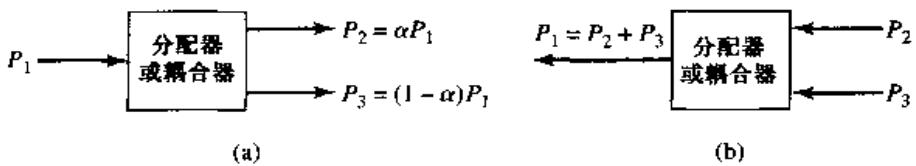


图 7.1 功率分配和组合:(a)功率分配;(b)功率组合

7.1 分配器和耦合器的基本特性

在这一节中,我们将采用4.3节介绍的散射矩阵理论推导出三端口和四端口网络的基本特性。我们还将定义隔离度、耦合度和方向性这些术语,它们都是表征耦合器和混合网络的有用的量。

7.1.1 三端口网络(T型结)

功分器最简单的类型是 T 型结, 它是有一个输入和两个输出^①的三端口网络。任意三端口网络的散射矩阵有九个独立的矩阵元:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

若该器件是无源的，而且不包含各向异性材料，则它必定是互易的，因而其 $[S]$ 矩阵必定是对称的($S_{ij} = S_{ji}$)。通常，为了避免功率损耗，我们希望结是无耗的且所有端口都是匹配的。然而，容易证明，构建这种所有端口都匹配的三端口无耗互易网络是不可能的。

① 原书为“两个输入和一个输出”，疑有误。——译者注

若所有端口是匹配的,则有 $S_{ii} = 0$,并且若网络是互易的,则散射矩阵式(7.1)可简化为

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & 0 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

现在,若网络也是无耗的,则能量守恒式(4.53)要求散射矩阵是幺正的,这会导出下列条件^{[1],[2]}:

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (7.3a)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad (7.3b)$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad (7.3c)$$

$$S_{13}^* S_{23} = 0 \quad (7.3d)$$

$$S_{23}^* S_{12} = 0 \quad (7.3e)$$

$$S_{12}^* S_{13} = 0 \quad (7.3f)$$

式(7.3d~f)表明(S_{12}, S_{13}, S_{23})这三个参量中至少两个必须为零。但该条件总是和式(7.3a~c)中的一个相矛盾,表明该三端口网络不能是无耗的、互易的和全部端口匹配的。假如这三个条件中任意一个条件放宽了,则这种器件在实际上是可以实现的。

若三端口网络是非互易的,则有 $S_{ij} \neq S_{ji}$,同时可满足在全部端口输入匹配和能量守恒的条件。这种器件称为环形器(circulator)^[1],通常用各向异性材料诸如铁氧体来达到非互易的特性。我们将在第9章中对环形器进行更详细的讨论,此处只是证明任何匹配、无耗三端口网络必定是非互易的,环形器就是一例。匹配的三端口网络的[S]矩阵有下列形式:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & 0 & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

另外,若网络是无耗的,则[S]矩阵必定是幺正的,这蕴含着下列条件:

$$S_{31}^* S_{32} = 0 \quad (7.5a)$$

$$S_{21}^* S_{23} = 0 \quad (7.5b)$$

$$S_{12}^* S_{13} = 0 \quad (7.5c)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (7.5d)$$

$$|S_{21}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad (7.5e)$$

$$|S_{31}|^2 + |S_{32}|^2 = 1 \quad (7.5f)$$

这些方程能用下面两种方法之一来满足。即

$$S_{12} = S_{23} = S_{31} = 0, \quad |S_{21}| = |S_{32}| = |S_{13}| = 1 \quad (7.6a)$$

或

$$S_{21} = S_{32} = S_{13} = 0, \quad |S_{12}| = |S_{23}| = |S_{31}| = 1 \quad (7.6b)$$

上述结果表明对于 $i \neq j$ 有 $S_{ij} \neq S_{ji}$,这意味着该器件必定是非互易的。式(7.6)的两个解的[S]矩阵如图7.2所示,图中对这两种可能类型的环形器用共同的图形符号表示,两者的差别仅在各端口间功率流的方向上。所以,解式(7.6a)对应的环形器,只允许功率流从端口1到端口2,或从端口2到端口3,或从端口3到端口1,而解式(7.6b)对应的环形器,有相反的功率流方向。

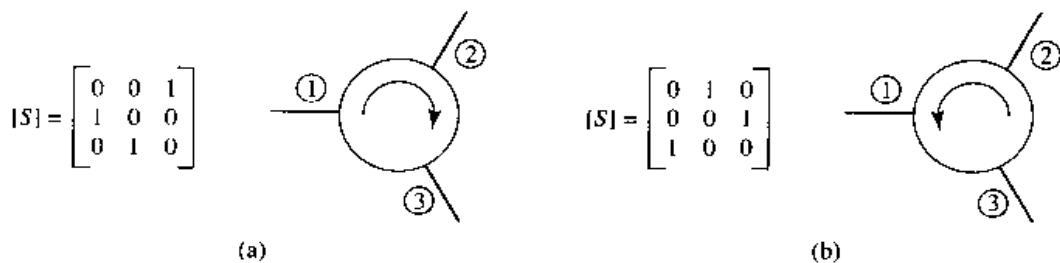


图 7.2 两种类型的环形器及其 [S] 矩阵(这些端口的相位参考点是任意的):(a)顺时针环形器;(b)逆时针环形器

换一种选择,若无耗互易三端口网络只有两个端口是匹配的^[1],则实际上就可以实现。假定端口 1 和端口 2 是匹配端口,则 [S] 矩阵能表示为

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & 0 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

因为是无耗的，所以下面的么正条件必定满足：

$$S_{13}^* S_{23} = 0 \quad (7.8a)$$

$$S_{12}^* S_{13} + S_{23}^* S_{33} = 0 \quad (7.8b)$$

$$S_{23}^* S_{12} + S_{33}^* S_{13} = 0 \quad (7.8c)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (7.8d)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad (7.8e)$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 = 1 \quad (7.8f)$$

式(7.8d~e)表明 $|S_{13}| = |S_{23}|$,结果使式(7.8a)得出 $S_{13} = S_{23} = 0$ 。则 $|S_{12}| = |S_{33}| = 1$ 。该网络的散射矩阵和对应的信号流图如图 7.3 所示,由此看出该网络实际上由两个分开的器件组成,一个是一个匹配的二端口传输线,另一个是完全失配的一端口网络。

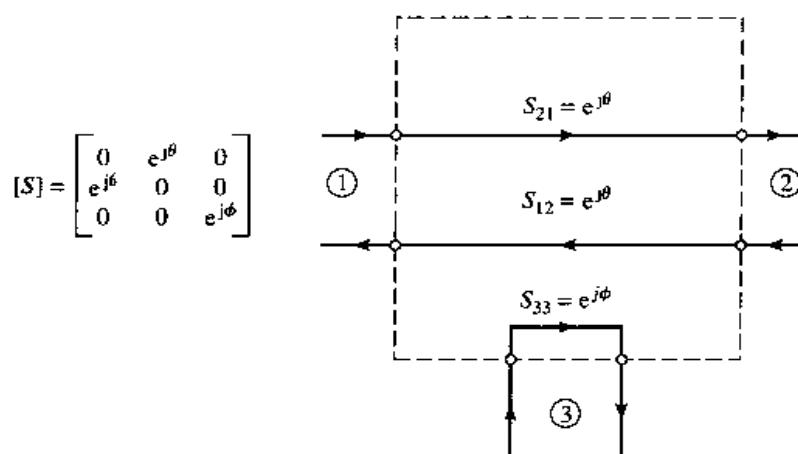


图 7.3 在端口 1 和端口 2 匹配的互易、无耗三端口网络

最后,假定允许三端口网络有损耗,则该网络是互易的,且全部端口是匹配的。这是电阻性功分器的情形,我们将在 7.2 节讨论。此外,有耗三端口网络能做到在输出端口间是隔离的(例如 $S_{23} = S_{32} = 0$)。

7.1.2 四端口网络(定向耦合器)

所有端口都匹配的互易四端口网络的 $[S]$ 矩阵有下列形式:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

若网络是无耗的,则从幺正性或能量守恒条件可得出 10 个方程^{[1],[2]}。现在,让矩阵中的第 1 行和第 2 行相乘,第 4 行和第 3 行相乘:

$$S_{13}^* S_{23} + S_{14}^* S_{24} = 0 \quad (7.10a)$$

$$S_{14}^* S_{13} + S_{24}^* S_{23} = 0 \quad (7.10b)$$

现在,用 S_{24}^* 乘以式(7.10a),用 S_{13}^* 乘以式(7.10b),并将两者的结果相减,得到

$$S_{14}^* (|S_{13}|^2 - |S_{24}|^2) = 0 \quad (7.11)$$

同样,让第 1 行和第 3 行相乘,第 4 行和第 2 行相乘,可得

$$S_{12}^* S_{23} + S_{14}^* S_{34} = 0 \quad (7.12a)$$

$$S_{14}^* S_{12} + S_{24}^* S_{34} = 0 \quad (7.12b)$$

现在,用 S_{12} 乘以式(7.12a),用 S_{34} 乘以式(7.12b),并将两者的结果相减,得到

$$S_{23} (|S_{12}|^2 - |S_{34}|^2) = 0 \quad (7.13)$$

满足式(7.11)和式(7.13)的一种途径是,令 $S_{14} = S_{23} = 0$,结果成为定向耦合器。然后,使式(7.9)给出的幺正矩阵 $[S]$ 的各行自乘,可以得出下列方程:

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (7.14a)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \quad (7.14b)$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{34}|^2 = 1 \quad (7.14c)$$

$$|S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 = 1 \quad (7.14d)$$

这意味着 $|S_{13}| = |S_{24}|$ [使用式(7.14a)和式(7.14b)] 和 $|S_{12}| = |S_{34}|$ [使用式(7.14b)和式(7.14d)式]。

通过选择四端口中的三个端口的相位参考点,能够做进一步的简化。所以,我们选择 $S_{12} = S_{34} = \alpha$, $S_{13} = \beta e^{j\theta}$ 和 $S_{24} = \beta e^{j\phi}$,此处 α 和 β 是实数, θ 和 ϕ 是待定的相位常数(它们之中仍有一个可自由选定)。第 2 行和第 3 行相乘可得

$$S_{12}^* S_{13} + S_{24}^* S_{34} = 0 \quad (7.15)$$

它给出待定的相位常数之间的关系式为

$$\theta + \phi = \pi \pm 2n\pi \quad (7.16)$$

若我们略去 2π 的整倍数,则在实际中通常有两种特定的选择:

- 对称耦合器: $\theta = \phi = \pi/2$ 。选择有振幅 β 的那些项的相位相等。则散射矩阵有下列形式:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & j\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & j\beta \\ j\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & j\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

2. 反对称耦合器: $\theta = 0, \phi = \pi$ 。选择有振幅 β 的那些项的相位相差 180° 。则散射矩阵有下列形式:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (7.18)$$

注意,这两个耦合器的差别只是在参考平面的选择上。此外,振幅 α 和 β 不是独立的,按照式(7.14a),要求有

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \quad (7.19)$$

所以除了相位参考点以外,一个理想的定向耦合器只有一个自由度。

满足式(7.11)和式(7.13)的另一种途径是,假定 $|S_{13}| = |S_{24}|$ 和 $|S_{12}| = |S_{34}|$ 。然而,若我们选择相位参考点,使 $S_{13} = S_{24} = \alpha$ 和 $S_{12} = S_{34} = j\beta$ [满足式(7.16)],则式(7.10a)给出 $\alpha(S_{23} + S_{14}^*) = 0$,式(7.12a)给出 $\beta(S_{14}^* - S_{23}) = 0$ 。这两个方程有两个可能解。第一个为 $S_{14} = S_{23} = 0$,这和上面的定向耦合器的解相同。另一个解产生在 $\alpha = \beta = 0$ 时,意味着 $S_{12} = S_{13} = S_{24} = S_{34} = 0$ 。这是两个去耦二端口网络的情况(端口 1 和端口 4 以及端口 2 和端口 3 之间),这是我们不感兴趣的,不再进一步讨论。所以我们得出这样的结论:任何互易、无耗、匹配的四端口网络是一个定向耦合器。

定向耦合器的基本运作能借助于图 7.4 进行说明,它给出了定向耦合器的两种常用的表示符号和端口定义。提供给端口 1 的功率耦合到端口 3(耦合端口),耦合因数 $|S_{13}|^2 = \beta^2$ 。而剩余的输入功率传送到端口 2(直通端口),其系数 $|S_{12}|^2 = \alpha^2 = 1 - \beta^2$ 。在理想的耦合器中,没有功率传送到端口 4(隔离端口)。

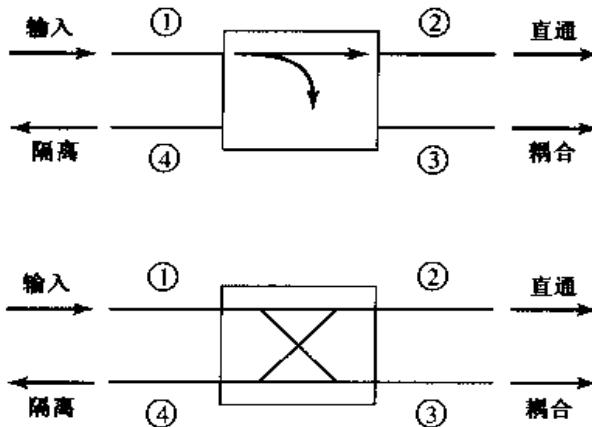


图 7.4 定向耦合器的两种常用表示符号和常规功率流向

通常用下面三个参量表征定向耦合器:

$$\text{耦合度 } C = 10 \lg \frac{P_1}{P_3} = -20 \lg \beta \text{ dB} \quad (7.20a)$$

$$\text{方向性 } D = 10 \lg \frac{P_3}{P_4} = 20 \lg \frac{\beta}{|S_{14}|} \text{ dB} \quad (7.20b)$$

$$\text{隔离度 } I = 10 \lg \frac{P_1}{P_4} = -20 \lg |S_{14}| \text{ dB} \quad (7.20c)$$

耦合因数代表耦合到输出端口的功率与输入功率的比值^①。方向性如同隔离度一样,是耦合器隔离前向波和反向波能力的量度。这些量之间的关系为

$$I = D + C \text{ dB} \quad (7.21)$$

理想的耦合器有无限大的方向性和隔离度($S_{14} = 0$),因而 α 和 β 可根据耦合因数 C 确定。

混合网络耦合器是定向耦合器的特殊情况,它的耦合因数是 3 dB,这意味着 $\alpha \approx \beta = 1/\sqrt{2}$ 。这里有两类混合网络。正交混合网络,当在端口 1 嵌入时在端口 2 和端口 3 之间有 90° 相移 ($\theta = \phi = \pi/2$),是一个对称的耦合器。它的 [S] 矩阵有下列形式:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & j & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

魔 T 混合网络或环形波导(rat-race)混合网络,当在端口 4 嵌入时,端口 2 和端口 3 之间有 180° 相差,是一个反对称耦合器的实例。它的 [S] 矩阵有下列形式:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

感兴趣点: 耦合器方向性的测量

定向耦合器的方向性是耦合器分离前向和反向波分量能力的量度。所以,在定向耦合器的应用中通常需要高的方向性(35 dB 或更大)。差的方向性将限制反射计的精度,甚至在直通传输线上存在小的失配时,也能引起耦合功率电平的改变。

耦合器的方向性通常不能直接测量,因为它含有一个低电平信号,这个信号能被在直通臂上的反射波耦合出的功率所掩盖。例如,假定耦合器有 $C = 20$ dB 和 $D = 35$ dB,接有一个负载,其回波损耗 $RL = 30$ dB,通过方向性通道的信号电平将低于输入功率 $D + C = 55$ dB,但是通过耦合臂的反射功率只低于输入功率 $RL + C = 50$ dB。

一种测量耦合器方向性的方法是用滑动匹配负载,测量步骤如下:首先,如左下图所示,将源和匹配负载与耦合器相连,测量耦合输出功率。若我们假定输入功率为 P_i ,则耦合输出功率将是 $P_c = C^2 P_i$,其中 $C = 10^{(-C \text{ dB})/20}$ 是耦合器用数值表示的电压耦合因数。现在将耦合器的位置倒向,如右下图所示,直通线终端接滑动负载。

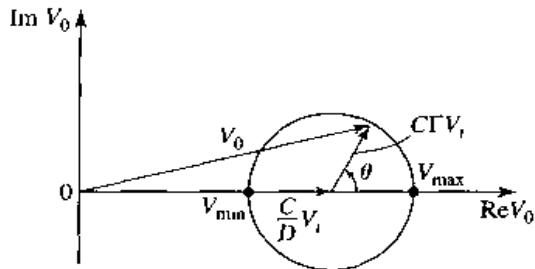


改变滑动负载的位置,从负载反射的信号引起可变的相移并耦合到输出端口,所以在输出端口的电压可表示为

$$V_0 = V_i \left(\frac{C}{D} + C|\Gamma|e^{-j\theta} \right)$$

^① 这是用数值表示的耦合因数。在原书中描述耦合程度的量有三个,即 coupling(耦合度)、coupling factor(耦合因数)和 coupling coefficient(耦合系数),在译文中尽量按作者的原文翻译。——译者注

式中 V_i 是输入电压, $D = 10^{(D \text{ dB})/20} \geq 1$ 是用数值表示的方向性, $|\Gamma|$ 是负载反射系数的幅值, θ 是定向信号和反射信号之间的通道长度差。移动滑动负载改变 θ , 所以这两个信号将组合形成一个圆的轨迹, 如下图所示。



给出的最小功率和最大功率为

$$P_{\min} = P_i \left(\frac{C}{D} - C|\Gamma| \right)^2, \quad P_{\max} = P_i \left(\frac{C}{D} + C|\Gamma| \right)^2$$

现在, 用这些功率来确定 M 和 m 如下:

$$M = \frac{P_c}{P_{\max}} = \left(\frac{D}{1 + |\Gamma|D} \right)^2, \quad m = \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \left(\frac{1 + |\Gamma|D}{1 - |\Gamma|D} \right)^2$$

通过在源和耦合器之间用一个可变衰减器, 可以精确地直接测量这些比值。然后可求出(数值的)方向性为

$$D = M \left(\frac{2m}{m+1} \right)$$

这种方法需要 $|\Gamma| < 1/D$, 在用 dB 表示时, 为 $RL > D$ 。

参考文献: M. Sucher and J. Fox, editors, *Handbook of Microwave Measurements*, third edition, volume II, Polytechnic Press, New York, 1963.

7.2 T型结功率分配器

T型结功率分配器是一个简单的三端口网络, 能用做功率分配或功率组合。实际上, 可用任意类型的传输线制作。图 7.5 给出了一些常用的波导型和微带或带状线型的 T型结。此处显示的结, 是不存在传输线损耗的无耗结。正像前一节讨论的那样, 这种结不能同时在全部端口匹配。下面我们将讨论这种结, 随后讨论能在全部端口匹配但不是无耗的电阻性分配器。

7.2.1 无耗分配器

图 7.5 所示的各个无耗 T型结全都能模型化成三条传输线的结, 如图 7.6 所示^[3]。通常, 在每个结的不连续性处伴随有杂散场或高阶模, 导致能用集总电纳 B 来估算的能量存储。为了使分配器与特征阻抗为 Z_0 的传输线匹配, 我们必须有

$$Y_{in} = jB + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{Z_0} \quad (7.24)$$

假定传输线是无耗的(或低损耗), 则特征阻抗是实数。若我们还假定 $B = 0$, 则式(7.24)简化为

$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{Z_0} \quad (7.25)$$

实际上,若 B 是不可忽略的,则常常将某种类型的电抗性调谐元件添加在分配器上,以便抵消这个电纳(至少能在一个窄的频率范围内)。

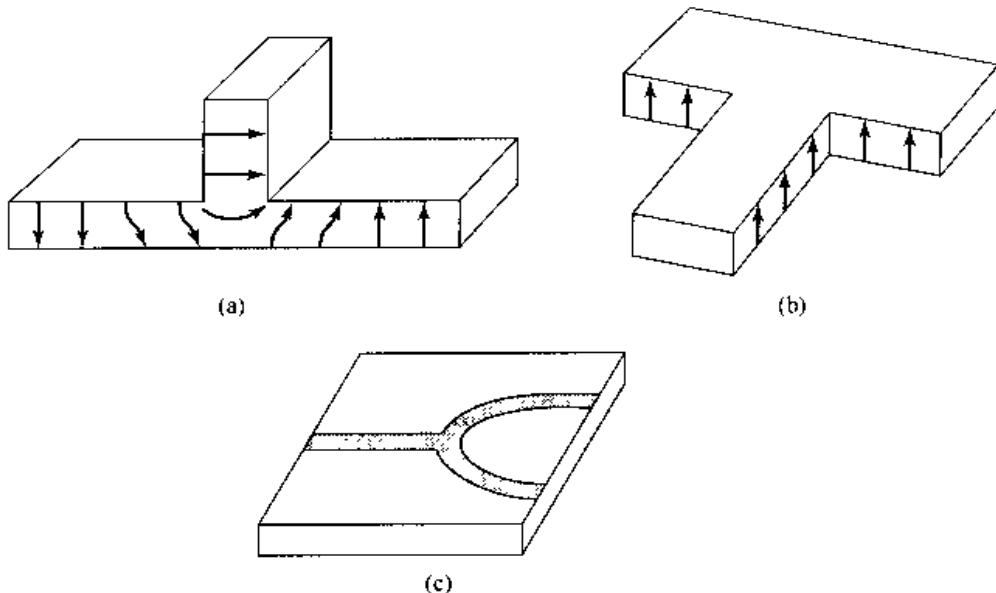


图 7.5 各种 T型结功率分配器:(a) E 平面波导 T型结;(b) H 平面波导 T型结;(c)微带 T型结

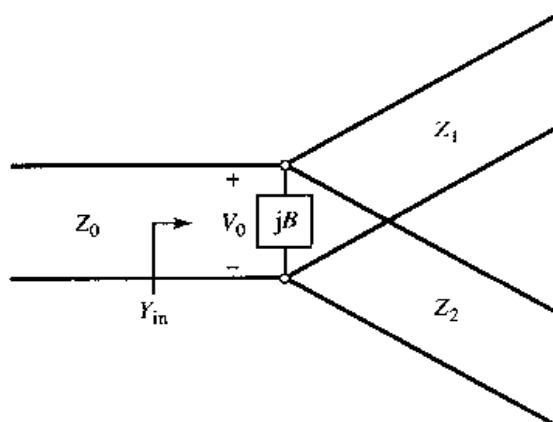


图 7.6 无耗 T型结的传输线模型

然后,可以选择输出传输线特征阻抗 Z_1 和 Z_2 ,以提供所需要的各种功率分配比。所以,对于 50Ω 的输入传输线,3 dB(等分)功率分配器能选用两个 100Ω 的输出传输线。如有必要,可用四分之一波长变换器将输出传输线的阻抗变换到所希望的值。若二输出传输线是匹配的,则输入传输线也将是匹配的。两个输出端口没有隔离,且从输出端口往里看是失配的。

例题 7.1 T型结功率分配器

考虑一个无耗 T型结功率分配器,其源阻抗为 50Ω 。求出使输入功率分配比为 2:1 的输出特征阻抗。计算从输出端往里看的反射系数。

解:

假定在结处电压是 V_0 ,如图 7.6 所示,输入到匹配的分配器的功率是

$$P_{in} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{Z_0}$$

而输出功率是

$$P_1 = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{Z_1} = \frac{1}{3} P_{in}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{Z_2} = \frac{2}{3} P_{in}$$

这些结果给出特征阻抗为

$$Z_1 = 3Z_0 = 150 \Omega$$

$$Z_2 = \frac{3Z_0}{2} = 75 \Omega$$

于是结的输入阻抗是

$$Z_{in} = 75 \parallel 150 = 50 \Omega$$

所以, 输入与 50Ω 的源是匹配的。

从 150Ω 输出传输线往里看, 我们看到阻抗为 $50 \parallel 75 = 30 \Omega$, 而在 75Ω 输出传输线看到阻抗为 $50 \parallel 150 = 37.5 \Omega$, 所以从这两个输出端口往里看的反射系数是

$$\Gamma_1 = \frac{30 - 150}{30 + 150} = -0.666$$

$$\Gamma_2 = \frac{37.5 - 75}{37.5 + 75} = -0.333$$

■

7.2.2 电阻性分配器

若三端口分配器包含有损耗元件, 则它可制成全部端口都匹配, 然而这两个输出端口可以不隔离^[3]。这种用集总电阻元件的分配器电路如图 7.7 所示。图中所表示的是等分(-3 dB)分配器, 但非等分功率分配比也是可能的。

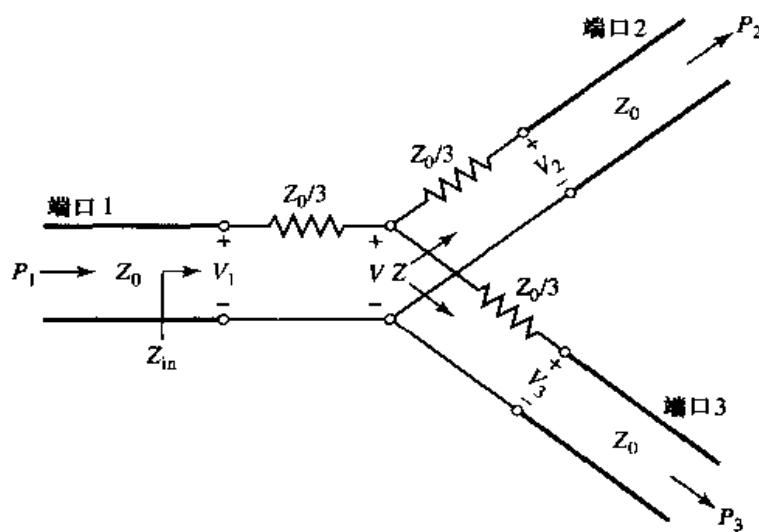


图 7.7 等分三端口电阻性功率分配器

图 7.7 所示的电阻性分配器容易用电路理论分析。假定所有端口都端接特征阻抗 Z_0 , 向着后接有输出线的 $Z_0/3$ 电阻看去的阻抗 Z 是

$$Z = \frac{Z_0}{3} + Z_0 = \frac{4Z_0}{3} \quad (7.26)$$

而分配器的输入阻抗是

$$Z_{in} = \frac{Z_0}{3} + \frac{2Z_0}{3} = Z_0 \quad (7.27)$$

这表明输入对馈线是匹配的。因为网络从全部三个端口看都是对称的，所以输出端也是匹配的。所以， $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0$ 。

假如在端口 1 的电压是 V_1 ，则通过分压后在结的中心处的电压 V 是

$$V = V_1 \frac{2Z_0/3}{Z_0/3 + 2Z_0/3} = \frac{2}{3}V_1 \quad (7.28)$$

再通过分压，输出电压是

$$V_2 = V_3 = V \frac{Z_0}{Z_0 + Z_0/3} = \frac{3}{4}V = \frac{1}{2}V_1 \quad (7.29)$$

于是， $S_{21} = S_{31} = S_{23} = 1/2$ ，这低于输入功率电平 -6 dB。这个网络是互易的，所以散射矩阵是对称的，可表示为

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

读者可以证明这不是幺正矩阵。

传送到分配器的输入功率是

$$P_{in} = \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{Z_0} \quad (7.31)$$

而输出功率是

$$P_2 = P_3 = \frac{1}{2} \frac{(1/2V_1)^2}{Z_0} = \frac{1}{8} \frac{V_1^2}{Z_0} = \frac{1}{4} P_{in} \quad (7.32)$$

这表示供给功率的一半消耗在电阻上。

7.3 Wilkinson 功率分配器

无耗 T 型结分配器有不能在全部端口匹配的缺点，另外是在输出端口之间没有任何隔离。电阻性分配器能在全部端口匹配，但不是无耗的，而且仍然达不到隔离。然而，从 7.1 节中的讨论我们知道，有耗三端口网络能制成全部端口匹配，并在输出端口之间有隔离。Wilkinson 功率分配器^[4]是这样一种网络：当输出端口都匹配时，它仍具有无耗的有用特性，它只是耗散了反射功率。

我们可制成任意功率分配比的 Wilkinson 功率分配器，但我们首先考虑等分(3 dB)情况。这种分配器常制成微带或带状线形式，如图 7.8(a)所示；图 7.8(b)给出了相应的传输线电路。我们可把这个电路化为两个较简单的电路(在输出端口用对称和反对称源驱动)来进行分析。这是偶-奇模分析技术^[5]，该技术对我们分析其他网络也是有用的。

7.3.1 偶-奇模分析

为简单起见，我们用特征阻抗 Z_0 归一化所有阻抗，重新画出图 7.8(b)所示的电路，并在输出端口接电压源，如图 7.9 所示。这个画出来的网络，在形式上是与横向中心平面对称的，两个归一化源电阻值是 2，并联组成的归一化电阻值为 1，代表匹配源的阻抗。四分之一波长线有归

一化特征阻抗 Z , 并联电阻有归一化值 r ; 我们将看到, 对于等分功率分配器的这些值, 正像图 7.8 给出的一样, 应该是 $Z = \sqrt{2}$ 和 $r = 2$ 。

现在我们来定义图 7.9 的电路激励的两个分离的模式: 偶模, $V_{g2} = V_{g3} = 2V_0$; 奇模, $V_{g2} = -V_{g3} = 2V_0$ 。然后这两个模叠加, 有效的激励是 $V_{g2} = 4V_0$, $V_{g3} = 0$, 由此可求出网络的 S 参量。现在分别处理这两个模式。

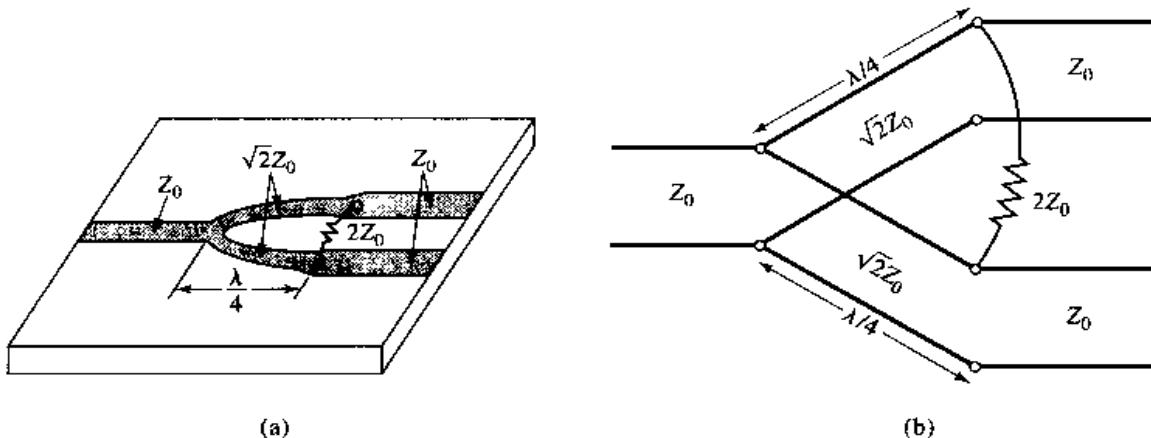


图 7.8 Wilkinson 功分器:(a)微带线形式的等分 Wilkinson 功分器;(b)等效传输线电路

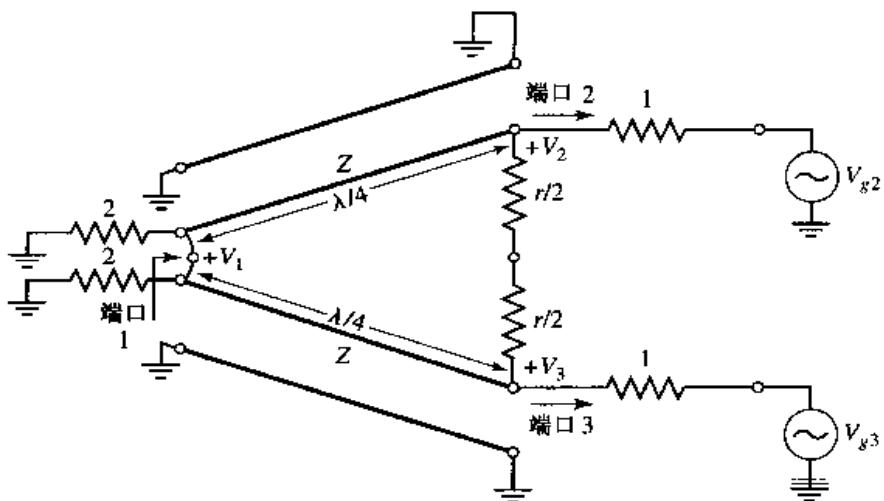


图 7.9 在归一化和对称形式下的 Wilkinson 功率分配器电路

偶模。对于偶模激励, $V_{g2} = V_{g3} = 2V_0$, 因此 $V_2 = V_3$, 没有电流流过 $r/2$ 电阻, 或者说在端口 1 的两个传输线输入之间短路。于是我们能把图 7.9 的网络在这些点上剖开获得如图 7.10(a)所示的网络($\lambda/4$ 线的接地侧未表示出)。则从端口 2 向里看阻抗为

$$Z_{in}^e = \frac{Z^2}{2} \quad (7.33)$$

因为传输线看来像一个四分之一波长变换器。这样, 若 $Z = \sqrt{2}$, 则对于偶模激励端口 2 是匹配的, 因为 $Z_{in}^e = 1$, 所以 $V_2^e = V_0$ 。在这种情况下, 因为 $r/2$ 电阻的一端开路, 所以是无用的。下一步, 从传输线方程求 V_1^e 。若令在端口 1 处 $x = 0$, 则在端口 2 处 $x = -\lambda/4$, 在传输线段上的电压可表示为

$$V(x) = V^+ (e^{-j\beta x} + \Gamma e^{j\beta x})$$

则

$$\begin{aligned} V_2^e &= V(-\lambda/4) = jV^+(1 - \Gamma) = V_0 \\ V_1^e &= V(0) = V^+(1 + \Gamma) = jV_0 \frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1} \end{aligned} \quad (7.34)$$

在端口 1, 向着归一化值为 2 的电阻看, 反射系数 Γ 是

$$\Gamma = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$$

和

$$V_1^e = -jV_0\sqrt{2} \quad (7.35)$$

奇模。对于奇模激励, $V_{g2} = -V_{g3} = 2V_0$, 因此 $V_2 = -V_3$, 沿着图 7.9 电路的中线是电压零点, 所以能把中心平面上的两个点接地, 将电路剖分为两部分, 给出如图 7.10(b) 所示的网络。从端口 2 向里看, 看到阻抗 $r/2$, 这是因为并联的传输线长度是 $\lambda/4$, 而且在端口 1 处短路, 因此在端口 2 看是开路。这样, 若我们选择 $r = 2$, 则对于奇模激励端口 2 是匹配的。则 $V_2^e = V_0$ 和 $V_1^e = 0$; 对于这种激励模式, 全部功率都传送到 $r/2$ 电阻上, 而没有功率进入端口 1。

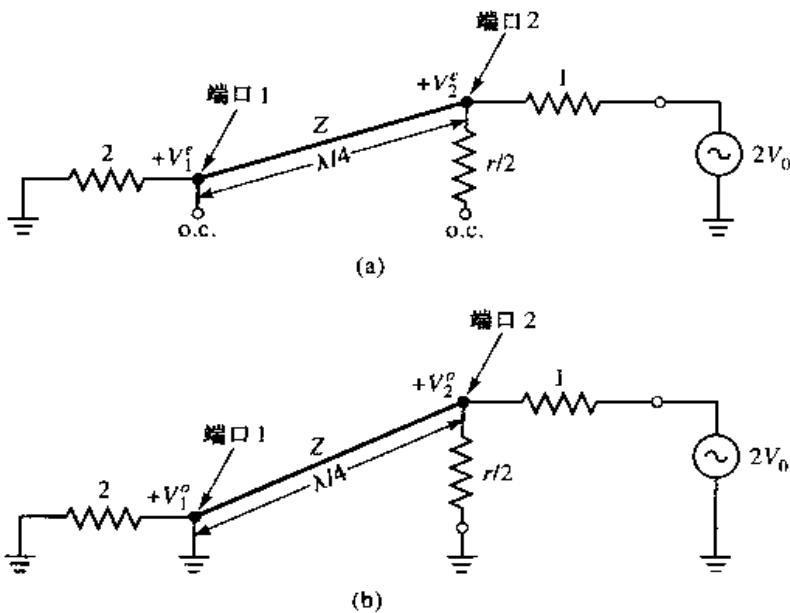


图 7.10 图 7.9 所示电路剖分为两部分:(a)偶模激励;(b)奇模激励

最后, 我们必须求出当端口 2 和端口 3 终端接匹配负载时, 在 Wilkinson 分配器的端口 1 处的输入阻抗。求解的电路如图 7.11(a) 所示, 可以看出它与偶模激励相似, 因为 $V_2 = V_3$, 所以没有电流流过归一化值为 2 的电阻, 因此它能被移走, 留下的是 7.11(b) 所示的电路。现在有两个端接有归一化值为 1 的负载电阻的四分之一波长变换器并联。则输入阻抗是

$$Z_{in} = \frac{1}{2}(\sqrt{2})^2 = 1 \quad (7.36)$$

总之, 对于 Wilkinson 分配器, 可以确立以下 S 参量:

$$S_{11} = 0$$

(在端口 1, $Z_{in} = 1$)

$$S_{22} = S_{33} = 0$$

(端口 2 和端口 3 匹配, 对于偶模和奇模)

$$S_{12} = S_{21} = \frac{V_1^r + V_1^o}{V_2^r + V_2^o} = -j/\sqrt{2} \quad (\text{对称, 由于互易性})$$

$$S_{13} = S_{31} = -j/\sqrt{2} \quad (\text{端口 2 和端口 3 对称})$$

$$S_{23} = S_{32} = 0 \quad (\text{由于在剖分下的短路或开路})$$

前面的 S_{12} 方程成立, 因为当终端接匹配负载时, 全部端口都是匹配的。注意, 当分配器在端口 1 驱动并且输出匹配时, 没有功率消耗在电阻上。所以, 当输出都匹配时, 分配器是无耗的; 只有从端口 2 或端口 3 反射的功率消耗在电阻上。因为 $S_{23} = S_{32} = 0$, 所以端口 2 和端口 3 是隔离的。

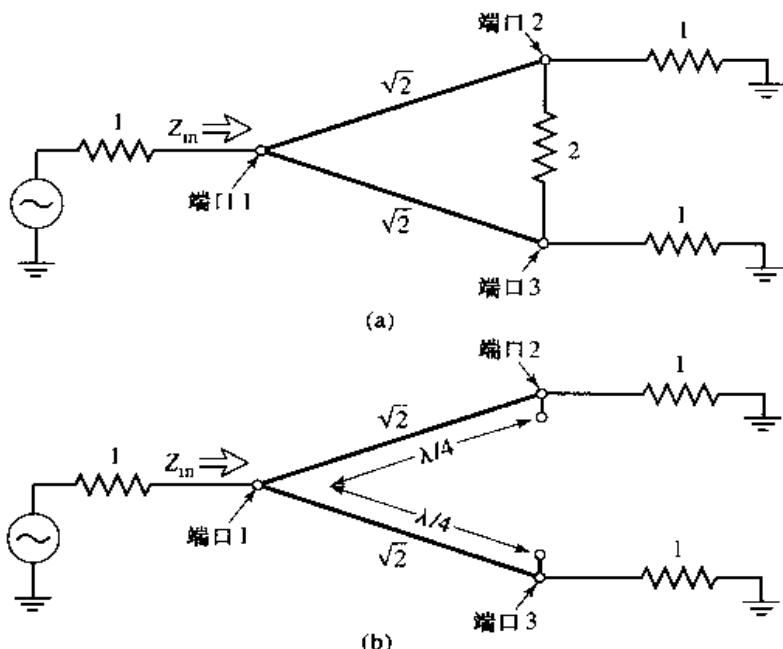


图 7.11 对 Wilkinson 分配器求找 S_{11} 的分析:(a)有终端的 Wilkinson 分配器;(b)(a)中电路的剖分

例题 7.2 Wilkinson 分配器的设计和特性

设计出系统阻抗为 50Ω 、工作在频率 f_0 处的等分 Wilkinson 功率分配器, 并画出回波损耗 (S_{11})、插入损耗 ($S_{21} = S_{31}$) 和隔离度 ($S_{23} = S_{32}$) 与频率的关系曲线 (从 $0.5 f_0$ 到 $1.5 f_0$)。

解:

由图 7.8 和上面的推导我们知道, 在分配器中四分之一波长传输线的特征阻抗应该是

$$Z = \sqrt{2}Z_0 = 70.7 \Omega$$

并联电阻的值是

$$R = 2Z_0 = 100 \Omega$$

在频率 f_0 处传输线的长度是 $\lambda/4$ 。用计算机辅助设计程序对这个微波电路进行分析后, 计算 S 参量的幅值并描绘在图 7.12 中。 ■

7.3.2 不等分功率分配和 N 路 Wilkinson 分配器

Wilkinson 类型的功率分配器也可以制成不等分功率分配, 其微带结构如图 7.13 所示。若端口 2 和端口 3 之间的功率比是 $K^2 = P_3/P_2$, 则应用下面的设计公式:

$$Z_{03} = Z_0 \sqrt{\frac{1+K^2}{K^3}} \quad (7.37a)$$

$$Z_{02} = K^2 Z_{03} = Z_0 \sqrt{K(1+K^2)} \quad (7.37b)$$

$$R = Z_0 \left(K + \frac{1}{K} \right) \quad (7.37c)$$

注意,当 $K=1$ 时,上面的结果化简为功率等分情况。还可看到输出线是与阻抗 $R_2 = Z_0 K$ 和 $R_3 = Z_0 / K$ 匹配的,而不与阻抗 Z_0 匹配。匹配变换器可以用来变换这些输出阻抗。

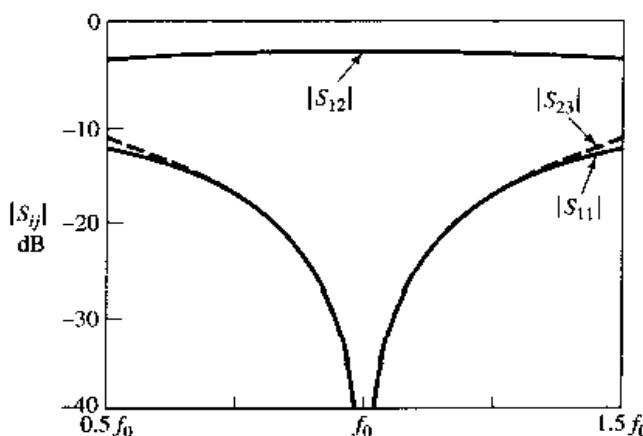


图 7.12 等分 Wilkinson 功率分配器的频率响应,端口 1 是输入,端口 2 和端口 3 是输出

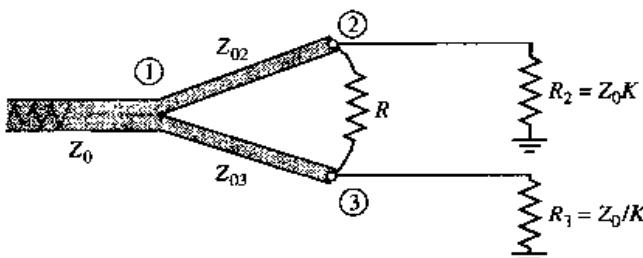


图 7.13 微带形式的不等分功率分配的 Wilkinson 功率分配器

Wilkinson 分配器也可以推广到 N 路功率分配器或合成器^[4],如图 7.14 所示。这个电路可以在所有端口上达到匹配,并且所有端口之间彼此隔离。然而,缺点是当 $N \geq 3$ 时,分配器需要电阻跨接。这使得用平面电路形式在制作上产生困难。为了提高带宽,Wilkinson 分配器也可采用阶梯式多节结构。一个 4 路 Wilkinson 分配器网络的照片如图 7.15 所示。

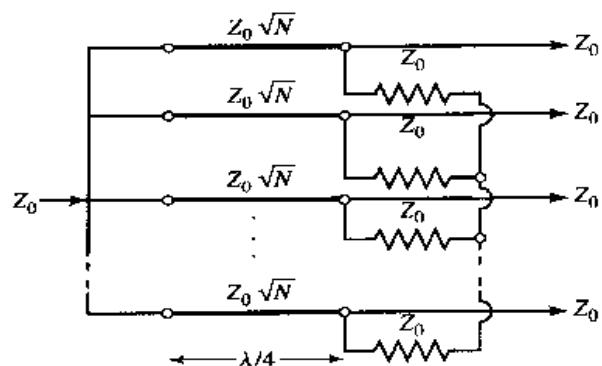


图 7.14 N 路等分的 Wilkinson 功率分配器

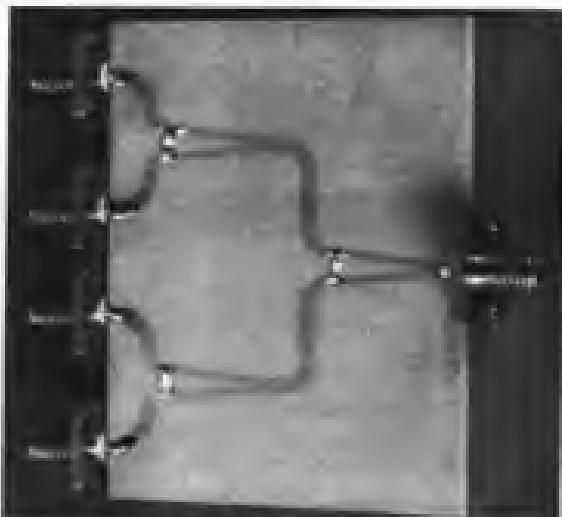


图 7.15 用 3 个微带 Wilkinson 功率分配器的 4 路功率分配器网络的照片。可看到隔离片状电阻。承蒙 M. D. Abouzahra, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, Mass 提供照片

7.4 波导定向耦合器

现在我们把注意力转到定向耦合器, 它是一个四端口器件, 具有在 7.1 节中讨论过的特性。为了回顾一下其基本工作过程, 考虑图 7.4 中定向耦合器的图示符号。在端口 1 的输入功率耦合到端口 2(直通端口)和端口 3(耦合端口), 但不到端口 4(隔离端口)。同样, 在端口 2 的输入功率将耦合到端口 1 和端口 4, 但不到端口 3。所以端口 1 和端口 4 是去耦合的, 端口 2 和端口 3 也是如此。从端口 1 到端口 3 功率耦合的百分数由 C 给出, 耦合系数按照式(7.20a)定义, 而从端口 1 到端口 4 功率的漏出量用 I 给出, 隔离度按照式(7.20c)定义。另一个可用以表征耦合器的量是方向性 $D = I - C$ (dB), 它是传送到耦合端口和隔离端口的功率比。理想的耦合器只用耦合因数表征, 因为隔离度和方向性都是无限大的。理想耦合器还是无耗的, 而且所有端口都是匹配的。

定向耦合器可以制成多种形式。我们将首先讨论波导耦合器, 随后讨论混合结。混合结是定向耦合器的一种特殊情况, 它的耦合因数是 3 dB(等分), 输出口之间的相位关系是 90°(正交混合网络)或 180°(魔 T 或环形波导混合网络)。然后我们将讨论耦合传输线形式的定向耦合器的实现。

7.4.1 倍兹孔定向耦合器

所有定向耦合器的定向特性都是通过用两个分开的波或波分量在耦合端口处相位相加, 并在隔离端口处相位相消而产生的。一种最简单的方法是信号通过在两个波导公共窄壁上的单个小孔从一个波导耦合到另一个波导。这种耦合器称为倍兹孔(Bethe hole)耦合器, 它的两种形式如图 7.16 所示。从 4.8 节的小孔耦合理论得知, 一个小孔能用由电和磁偶极矩组成的等效源替代^[6]。这个法向的电偶极矩和轴向的磁偶极矩在耦合波导中辐射有偶对称性质, 而横向磁偶极矩的辐射有奇对称性质。所以通过调整这两个等效源的相对振幅就能抵消在隔离端口方向上的辐射, 而增强耦合端口方向上的辐射。图 7.16 显示了能控制这些波的振幅的两种方法: 对于图 7.16(a)中所示的耦合器, 其两个波导是平行的, 耦合通过小孔离波导窄壁的距离 a 控制; 对于图 7.16(b)中所示的耦合器, 波的振幅是通过两个波导之间的角度 θ 控制的。

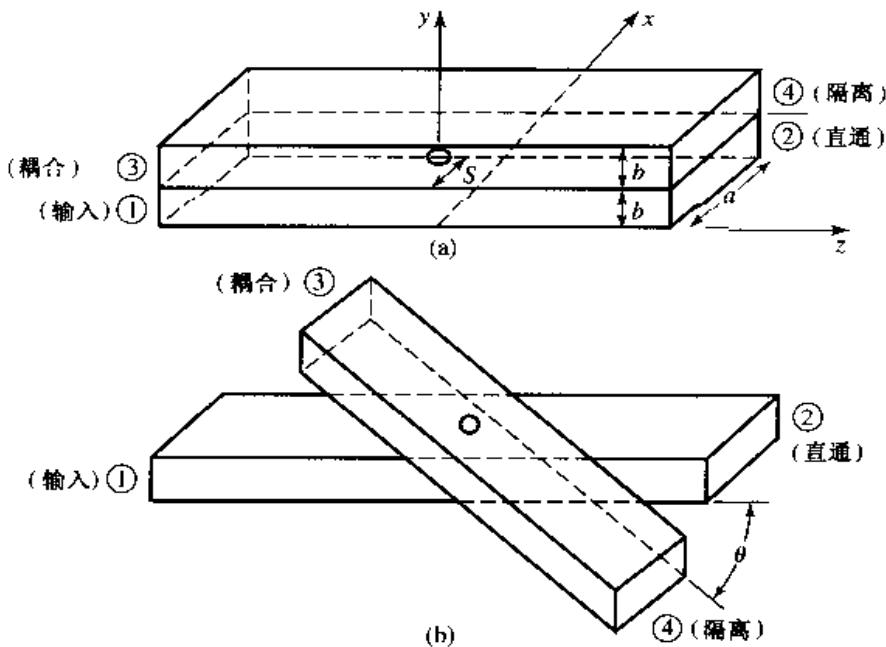


图 7.16 倍兹孔定向耦合器的两种类型:(a)平行波导;(b)斜交波导

首先考虑图 7.16(a)的结构,从端口 1 输入 TE_{10} 模。场可表示为

$$E_y = A \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (7.38a)$$

$$H_x = \frac{-A}{Z_{10}} \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (7.38b)$$

$$H_z = \frac{j\pi A}{\beta a Z_{10}} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (7.38c)$$

式中, $Z_{10} = K_0 \eta_0 / \beta$ 是 TE_{10} 模的波阻抗。此外,由式(4.124)和式(4.125)求出输入波在小孔所在处 $x = s, y = b, z = 0$ 产生的等效极化电流如下:

$$\bar{P}_e = \epsilon_0 \alpha_e \hat{y} A \sin \frac{\pi s}{a} \delta(x - s) \delta(y - b) \delta(z) \quad (7.39a)$$

$$\bar{P}_m = -\alpha_m A \left[\frac{-\hat{x}}{Z_{10}} \sin \frac{\pi s}{a} + \hat{z} \frac{j\pi}{\beta a Z_{10}} \cos \frac{\pi s}{a} \right] \delta(x - s) \delta(y - b) \delta(z) \quad (7.39b)$$

用式(4.128a,b)求出与 \bar{P}_e 和 \bar{P}_m 有关的电流 \bar{J} 和 \bar{M} ,然后用式(4.118)、式(4.120)、式(4.122)和式(4.123)给出在上面波导中的前向和反向行波的振幅为

$$\begin{aligned} A_{10}^+ &= \frac{-1}{P_{10}} \int_v \bar{E}_{10}^- \cdot \bar{J} dv + \frac{1}{P_{10}} \int_v \bar{H}_{10}^- \cdot \bar{M} dv \\ &= \frac{-j\omega A}{P_{10}} \left[\epsilon_0 \alpha_e \sin^2 \frac{\pi s}{a} - \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \left(\sin^2 \frac{\pi s}{a} + \frac{\pi^2}{\beta^2 a^2} \cos^2 \frac{\pi s}{a} \right) \right] \end{aligned} \quad (7.40a)$$

$$\begin{aligned} A_{10}^- &= \frac{-1}{P_{10}} \int_v \bar{E}_{10}^+ \cdot \bar{J} dv + \frac{1}{P_{10}} \int_v \bar{H}_{10}^+ \cdot \bar{M} dv \\ &= \frac{-j\omega A}{P_{10}} \left[\epsilon_0 \alpha_e \sin^2 \frac{\pi s}{a} + \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \left(\sin^2 \frac{\pi s}{a} - \frac{\pi^2}{\beta^2 a^2} \cos^2 \frac{\pi s}{a} \right) \right] \end{aligned} \quad (7.40b)$$

式中, $P_{10} = ab/Z_{10}$ 是功率归一化常数。注意,由式(7.40a,b)得出朝着端口 4 激励的波的振幅

(A_{10}^+)通常不同于朝着端口3激励的波的振幅(A_{10})，因为 $H_r^+ = -H_x^-$ ，所以我们能通过设置 $A_{10}^+ = 0$ 来消去传送到端口4的功率。若我们假定小孔是圆的，则表4.3给出的极化率为 $\alpha_e = 2r_0^3/3$ 和 $\alpha_m = 4r_0^3/3$ ，式中 r_0 是小孔的半径。于是由式(7.40a)我们获得下列条件：

$$\begin{aligned} \left(2\epsilon_0 - \frac{4\mu_0}{Z_{10}^2}\right) \sin^2 \frac{\pi s}{a} - \frac{4\pi^2 \mu_0}{\beta^2 a^2 Z_{10}^2} \cos^2 \frac{\pi s}{a} &= 0 \\ (k_0^2 - 2\beta^2) \sin^2 \frac{\pi s}{a} &= \frac{2\pi^2}{a^2} \cos^2 \frac{\pi s}{a} \\ \left(\frac{4\pi^2}{a^2} - k_0^2\right) \sin^2 \frac{\pi s}{a} &= \frac{2\pi^2}{a^2} \\ \sin \frac{\pi s}{a} &= \pi \sqrt{\frac{2}{4\pi^2 - k_0^2 a^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2(\lambda_0^2 - a^2)}} \end{aligned} \quad (7.41)$$

然后，给出耦合因数为

$$C = 20 \lg \left| \frac{A}{A_{10}^-} \right| \text{dB} \quad (7.42a)$$

方向性为

$$D = 20 \lg \left| \frac{A_{10}^-}{A_{10}^+} \right| \text{dB} \quad (7.42b)$$

所以，图7.16(a)所示的倍兹孔定向耦合器可以进行设计。首先用式(7.41)求出小孔的位置 s ，然后用式(7.42a)决定小孔的尺寸 r_0 ，可给出所需要的耦合因数。

对于图7.16(b)所示的斜交几何体，小孔中心位于 $s = a/2$ 处，斜交角 θ 可调整，使得在端口4相消。在这种情况下，法向电场不随 θ 改变，但是横向磁场分量随 $\cos\theta$ 而减小，所以我们用 $\alpha_m \cos\theta$ 替换前面推导中的 α_m 能估算这个斜交角。对于 $s = a/2$ ，式(7.40a,b)中波的振幅变为

$$A_{10}^+ = \frac{-j\omega A}{P_{10}} \left(\epsilon_0 \alpha_e - \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \cos\theta \right) \quad (7.43a)$$

$$A_{10}^- = \frac{-j\omega A}{P_{10}} \left(\epsilon_0 \alpha_e + \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \cos\theta \right) \quad (7.43b)$$

设 $A_{10}^+ = 0$ ，得出斜交角 θ 的条件是

$$2\epsilon_0 - \frac{4\mu_0}{Z_{10}^2} \cos\theta = 0$$

或

$$\cos\theta = \frac{k_0^2}{2\beta^2} \quad (7.44)$$

而耦合因数简化为

$$C = 20 \lg \left| \frac{A}{A_{10}^-} \right| = -20 \lg \frac{4k_0^2 r_0^3}{3ab\beta} \text{dB} \quad (7.45)$$

斜交倍兹孔耦合器的几何形状在制作和应用上是不方便的。还有，这两种耦合器的设计，只在设计频率处工作合适，偏离开这个频率，耦合度和方向性将降低，正如我们在下面的例子中将看到的那样。

例题 7.3 倍兹孔定向耦合器的设计和性能

用工作在 9 GHz 的 X 波段波导, 设计一个图 7.16(a) 所示的倍兹孔耦合器, 要求有 20 dB 的耦合度。计算和画出从 7 GHz 至 11 GHz 的耦合度和方向性。假定小孔是圆的。

解:

对于 9 GHz 的 X 波段波导, 我们有下列常数:

$$\begin{aligned}a &= 0.02286 \text{ m} \\b &= 0.01016 \text{ m} \\\lambda_0 &= 0.0333 \text{ m} \\k_0 &= 188.5 \text{ m}^{-1} \\\beta &= 129.0 \text{ m}^{-1} \\Z_{10} &= 550.9 \Omega \\P_{10} &= 4.22 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\Omega\end{aligned}$$

然后, 可用式(7.41)求出小孔的位置 s :

$$\begin{aligned}\sin \frac{\pi s}{a} &= \frac{\lambda_0}{\sqrt{2(\lambda_0^2 - a^2)}} = 0.972 \\s &= \frac{a}{\pi} \arcsin 0.972 = 0.424a = 9.69 \text{ mm}\end{aligned}$$

由于耦合度是 20 dB, 所以

$$C = 20 \text{ dB} = 20 \lg \left| \frac{A}{A_{10}^-} \right|$$

或

$$\left| \frac{A}{A_{10}^-} \right| = 10^{20/20} = 10$$

于是 $|A_{10}^-/A| = 1/10$ 。现在我们用式(7.40b)求 r_0 :

$$\left| \frac{A_{10}^-}{A} \right| = \frac{1}{10} = \frac{\omega}{P_{10}} \left[\left(\epsilon_0 \alpha_e + \frac{\mu_0 \alpha_m}{Z_{10}^2} \right) (0.944) - \frac{\pi^2 \mu_0 \alpha_m}{\beta^2 a^2 Z_{10}^2} (0.056) \right]$$

因为 $\alpha_e = 2r_0^3/3$ 和 $\alpha_m = 4r_0^3/3$, 我们得到

$$0.1 = 1.44 \times 10^6 r_0^3$$

或

$$r_0 = 4.15 \text{ mm}$$

这就完成了倍兹孔耦合器的设计。为了计算耦合度和方向性随频率变化的曲线, 我们用式(7.40a)和式(7.40b)给出的 A_{10}^- 和 A_{10}^+ 表示式, 计算式(7.42a)和式(7.42b)。在这些表示式中, 小孔位置和尺寸分别固定在 $s = 9.69 \text{ mm}$ 和 $r_0 = 4.15 \text{ mm}$, 而频率是变化的。为了计算出图 7.17 所示的数据, 用了一个短小的计算机程序。从图中看到, 在整个带宽内耦合度的变化小于 1 dB, 方向性在设计频率处很大 ($> 60 \text{ dB}$), 但是在带边下降到了 $15 \sim 20 \text{ dB}$ 。方向性随频率变化更为敏感, 因为它与两个波分量的相消有关。 ■

7.4.2 多孔耦合器的设计

从例题 7.3 看到, 单孔耦合器至少在方向性上有相对窄的带宽。但是, 若将耦合器设计成有

一系列耦合孔，则这个额外的自由度可以提高带宽。此种多孔波导耦合器的工作原理和设计，类似于多节匹配变换器。

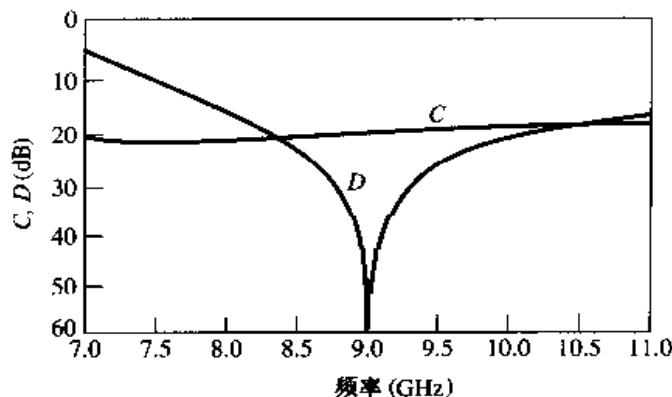


图 7.17 例题 7.3 中的倍兹孔定向耦合器的耦合度和方向性随频率变化的曲线

首先，我们考虑图 7.18 所示的双孔耦合器的工作。如图所示有公共宽壁的两个平行波导，当然，同样的结构也可制成微带或带状线形式。间距为 $\lambda_g/4$ 的两个小孔使这两个波导耦合。在端口 1 输入的波大部分传输到端口 2，但是有部分功率通过两个小孔耦合出去。若相位参考点设在第一个小孔处，则输入波在第二个小孔处的相位是 -90° 。每个小孔辐射进入上波导有前向波分量和反向波分量，在一般情况下前向波和反向波的振幅是不同的。在端口 3 的方向两个分量是同相的，因为这两个波到达第二个小孔时都行进了 $\lambda_g/4$ 。但是，在端口 4 得到的是相消波，因为来自第二个小孔的波比来自第一个小孔的波多行进了 $\lambda_g/2$ ，该相消对频率是敏感的，使得方向性成为频率的敏感函数。耦合度有较低的频率依赖性，因为从端口 1 到端口 3 的通道长度总是相同的。所以在多孔耦合器的设计中，我们综合的是方向性响应，因为它与耦合度响应不同，它是频率的函数。

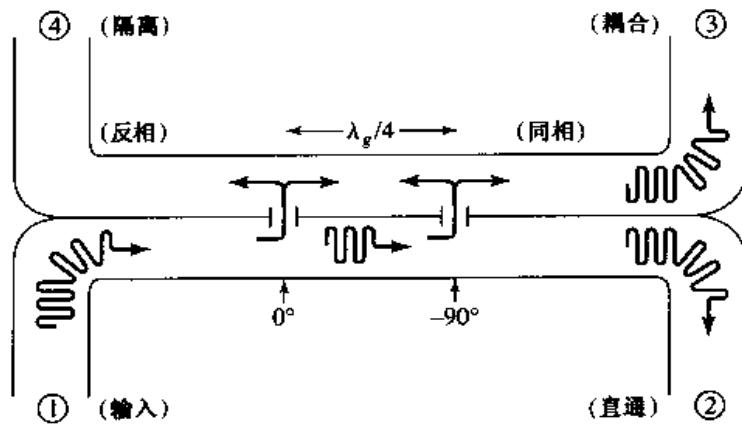
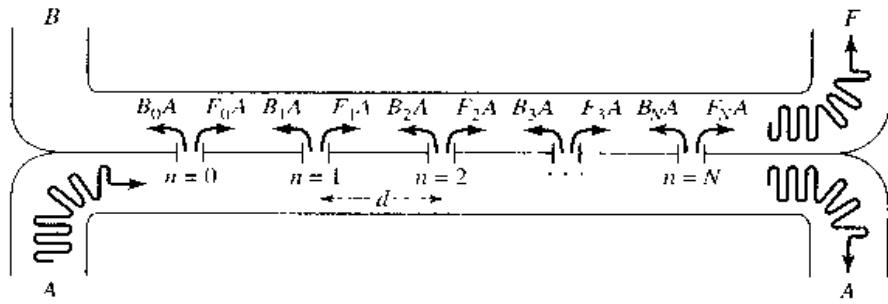


图 7.18 双孔定向耦合器的基本工作原理

我们现在考虑图 7.19 所示的普通多孔耦合器的情况，此处， $N + 1$ 个等间距的小孔使两个平行的波导耦合。在下波导的左边，输入波的振幅是 A ，对于小的耦合，下波导直通波的振幅几乎是相同的。例如，20 dB 耦合器，有功率耦合因数 $10^{-20/10} = 0.01$ ，所以经过波导 A 传输的功率是输入功率的 $1 - 0.01 = 0.99$ （1% 耦合到上波导）。电压（或场）在波导 A 中下降到 $\sqrt{0.99} = 0.995$ ，或者下降 0.5%。所以，假定在每个小孔处输入场的振幅相等是一个良好的近似。当然，从一个小孔到下一个孔相位是有变化的。

图 7.19 $N+1$ 个孔波导定向耦合器的几何形状

正像我们在前一节看到的倍兹孔耦合器那样,一个小孔通常激励起不同振幅的前向和反向行波。所以,令

F_n 代表第 n 个小孔的前向耦合系数。

B_n 代表第 n 个小孔的反向耦合系数。

于是,因为前向波的所有分量行进同样的通道长度,所以前向波的振幅可表示为

$$F = A e^{-j\beta N d} \sum_{n=0}^N F_n \quad (7.46)$$

而反向波的振幅是

$$B = A \sum_{n=0}^N B_n e^{-2j\beta n d} \quad (7.47)$$

这是因为第 n 个分量的通道长度是 $2\beta n d$ 。此处 d 是两个相邻小孔之间的间距。在式(7.46)和式(7.47)中相位参考点取在 $n=0$ 小孔处。

从式(7.20a)和式(7.20b)的定义能计算耦合度和方向性:

$$C = -20 \lg \left| \frac{F}{A} \right| = -20 \lg \left| \sum_{n=0}^N F_n \right| \text{dB} \quad (7.48)$$

$$D = -20 \lg \left| \frac{B}{F} \right| = -20 \lg \left| \frac{\sum_{n=0}^N B_n e^{-2j\beta n d}}{\sum_{n=0}^N F_n} \right| \quad (7.49)$$

$$= -C - 20 \lg \left| \sum_{n=0}^N B_n e^{-2j\beta n d} \right| \text{dB}$$

现在假定这些小孔是圆孔,相对于波导边有相同的位置 s , r_n 是第 n 个小孔的半径。由 4.8 节和前面一节我们知道,耦合系数正比于小孔的极化强度 α_r 和 α_m ,因此与 r_n^3 成比例,所以我们能表示为

$$F_n = K_f r_n^3 \quad (7.50a)$$

$$B_n = K_b r_n^3 \quad (7.50b)$$

式中, K_f 和 K_b 是分别是前向和反向耦合系数的常数,对所有小孔都是一样的,但是与频率有关。所以式(7.48)和式(7.49)简化为

$$C = -20 \lg |K_f| - 20 \lg \sum_{n=0}^N r_n^3 \text{ dB} \quad (7.51)$$

$$\begin{aligned} D &= -C - 20\lg |K_b| - 20\lg \left| \sum_{n=0}^N r_n^3 e^{-2j\beta nd} \right| \\ &= -C - 20\lg |K_b| - 20\lg S \text{ dB} \end{aligned} \quad (7.52)$$

在式(7.51)中,第二项是与频率无关的常数。第一项不受 $r_n s$ 选择的影响,而是一个随频率相对变化较慢的函数。类似地,在式(7.52)中,前两项是随频率变化较慢的函数,代表单个小孔的方向性,但是最后一项(S)由于在求和中相位相消,所以是频率的敏感函数。我们能选择 $r_n s$,对方向性综合出所希望的频率响应,而耦合度应该是相对不随频率变化的。

仔细观察式(7.52)中的最后一项,

$$S = \left| \sum_{n=0}^N r_n^3 e^{-2j\beta nd} \right| \quad (7.53)$$

在形式上它与 5.5 节得到的多节四分之一波长匹配变换器的表示式很相似。与那种情况一样,我们将开发耦合器的设计,对方向性给出二项式(最平坦)或切比雪夫(等波纹)响应。式(7.53)的另一种解释可认为学生熟悉基本天线理论,把它看做是有阵元权重 r_n^3 的 $N+1$ 列的天线阵的辐射方向图因子。在这种情况下,该辐射方向图也可用二项式或切比雪夫多项式综合。

二项式响应。和多节四分之一波长匹配变换器的情况一样,我们可以通过使耦合系数与二项式系数成比例的方法得到多孔耦合器的方向性的二项式(或最平坦)响应。这样,就有

$$r_n^3 = k C_n^N \quad (7.54)$$

式中, k 是待定常数, C_n^N 是式(5.51)给出的二项式系数。为了求出 k , 我们用式(7.51)计算耦合度, 给出

$$C = -20\lg |K_f| - 20\lg k - 20\lg \sum_{n=0}^N C_n^N \text{ dB} \quad (7.55)$$

因为我们已经知道 K_f , N 和 C , 因而就能解出 k , 然后由式(7.54)求出所需小孔的半径。间距 d 应该是在中心频率下的 $\lambda_g/4$ 。

切比雪夫响应。首先假定 N 是偶数(孔是奇数)且耦合器是对称的, 所以 $r_0 = r_N$, $r_1 = r_{N-1}$, 依次类推, 然后从式(7.53)我们能将 S 表示为

$$S = \left| \sum_{n=0}^N r_n^3 e^{-2jn\theta} \right| = 2 \sum_{n=0}^{N/2} r_n^3 \cos(N-2n)\theta$$

式中, $\theta = \beta d$ 。为了获得切比雪夫响应, 我们使其与 N 阶的切比雪夫多项式相等:

$$S = 2 \sum_{n=0}^{N/2} r_n^3 \cos(N-2n)\theta = k |T_N(\sec \theta_m \cos \theta)| \quad (7.56)$$

式中, k 和 θ_m 是待定常量。由式(7.53)和式(7.56)可知, 对于 $\theta = 0$, $S = \sum_{n=0}^N r_n^3 = k + T_N(\sec \theta_m) + \dots$ 将此结果用到式(7.51)中可得出耦合度为

$$\begin{aligned} C &= -20\lg |K_f| - 20\lg S \Big|_{\theta=0} \\ &= -20\lg |K_f| - 20\lg k - 20\lg |T_N(\sec \theta_m)| \text{ dB} \end{aligned} \quad (7.57)$$

由式(7.52)得出方向性是

$$\begin{aligned} D &= -C - 20 \lg |K_b| - 20 \lg S \\ &= 20 \lg \frac{K_f}{K_b} + 20 \lg \frac{T_N(\sec \theta_m)}{T_N(\sec \theta_m \cos \theta)} \text{ dB} \end{aligned} \quad (7.58)$$

$\lg(K_f/K_b)$ 项是频率的函数, 所以 D 将不会有精确的切比雪夫响应, 但通常误差很小。因为 $|T_N(\sec \theta_m)| \geq |T_N(\sec \theta_m \cos \theta)|$, 所以我们能假定 D 的最小值产生在当 $T_N(\sec \theta_m \cos \theta) = 1$ 时。所以, 假定 D_{\min} 指定为通带内方向性的最小值, 则 θ_m 能从下面的关系式中求出:

$$D_{\min} = 20 \lg T_N(\sec \theta_m) \text{ dB} \quad (7.59)$$

用另一种方法, 我们能设定带宽, 然后定出 θ_m 和 D_{\min} 。两种情况都能用式(7.57)求出 k , 用式(7.56)求出半径 r_n 。

若 N 是奇数(孔是偶数), 我们仍可用式(7.57)、式(7.58)和式(7.59)解出 C , D 和 D_{\min} , 但要用如下关系式替代式(7.56)来求出孔径半径:

$$S = 2 \sum_{n=0}^{(N-1)/2} r_n^3 \cos(N - 2n)\theta = k |T_N(\sec \theta_m \cos \theta)| \quad (7.60)$$

例题 7.4 多孔波导耦合器的设计

用 X 波段波导和位于 $s = a/4$ 处的圆形小孔, 设计一个 4 孔切比雪夫耦合器。中心频率是 9 GHz, 耦合度是 20 dB, 最小方向性是 40 dB, 画出耦合度和方向性响应, 从 7 GHz 至 11 GHz。

解:

在 9 GHz, 对于 X 波段波导, 我们有下列常数:

$$\begin{aligned} a &= 0.02286 \text{ m} \\ b &= 0.01016 \text{ m} \\ \lambda_0 &= 0.0333 \text{ m} \\ k_0 &= 188.5 \text{ m}^{-1} \\ \beta &= 129.0 \text{ m}^{-1} \\ Z_{10} &= 550.9 \Omega \\ P_{10} &= 4.22 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\Omega \end{aligned}$$

由式(7.40a)和式(7.40b), 对于在 $s = a/4$ 处的一个小孔, 我们有

$$|K_f| = \frac{2k_0}{3\eta_0 P_{10}} \left[\sin^2 \frac{\pi s}{a} - \frac{2\beta^2}{k_0^2} \left(\sin^2 \frac{\pi s}{a} + \frac{\pi^2}{\beta^2 a^2} \cos^2 \frac{\pi s}{a} \right) \right] = 3.953 \times 10^5$$

$$|K_b| = \frac{2k_0}{3\eta_0 P_{10}} \left[\sin^2 \frac{\pi s}{a} + \frac{2\beta^2}{k_0^2} \left(\sin^2 \frac{\pi s}{a} - \frac{\pi^2}{\beta^2 a^2} \cos^2 \frac{\pi s}{a} \right) \right] = 3.454 \times 10^5$$

对于 4 孔耦合器, $N = 3$, 所以式(7.59)给出

$$40 = 20 \lg T_3(\sec \theta_m) \text{ dB}$$

$$100 = T_3(\sec \theta_m) = \cosh(3 \operatorname{arcosh}(\sec \theta_m))$$

$$\sec \theta_m = 3.01$$

此处使用了式(5.58b)。所以在通带两边有 $\theta_m = 70.6^\circ$ 和 109.4° 。然后, 由式(7.51)我们能解出 k :

$$C = 20 = -20 \lg(3.953 \times 10^5) - 20 \lg k - 40 \text{ dB}$$

$$20 \lg k = -171.94$$

$$k = 2.53 \times 10^{-9}$$

最后,式(7.60)和来自式(5.60c)的对 T_3 的展开式,允许我们解出半径如下:

$$\begin{aligned} S &= 2[r_0^3 \cos 3\theta + r_1^3 \cos \theta] = k[\sec^3 \theta_m (\cos 3\theta + 3 \cos \theta) - 3 \sec \theta_m \cos \theta] \\ 2r_0^3 &= k \sec^3 \theta_m \Rightarrow r_0 = r_3 = 3.26 \text{ mm} \\ 2r_1^3 &= 3k(\sec^3 \theta_m - \sec \theta_m) \Rightarrow r_1 = r_2 = 4.51 \text{ mm} \end{aligned}$$

最后得到的耦合度和方向性画在图 7.20 中。注意,与例题 7.3 中的倍孔耦合器相比,方向性的带宽得到了提高。

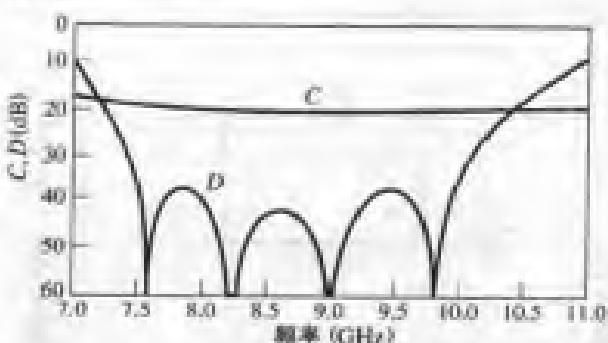


图 7.20 例题 7.4 中 4 孔耦合器的耦合度和方向性与频率的关系曲线

7.5 正交(90°)混合网络

正交混合网络是 3 dB 定向耦合器,其直通和耦合臂的输出之间有 90° 相位差。这种类型的混合网络通常做成微带线或带状线形式,如图 7.21 所示,也称为分支线混合网络(branch-line hybrid)。其他 3 dB 耦合器,诸如耦合线耦合器或 Lange 耦合器,也能用做正交耦合器,这些器件将在下一节讨论。此处我们将使用类似于 Wilkinson 功率分配器所用的偶-奇模分解技术来分析正交混合网络的工作过程。

参考图 7.21,分支线耦合器的基本运作如下:所有端口是匹配的,从端口 1 输入的功率对等地分配给端口 2 和端口 3,这两个输出端口之间有 90° 相移,没有功率耦合到端口 4(隔离端)。所以 [S] 矩阵有如下形式:

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (7.61)$$

注意,分支线混合网络有高度的对称性,任意端口都可作为输入端口,输出端口总是在与网络的输入端口相反的一侧,而隔离端是输入端口同侧的余下端口。对称性反映在散射矩阵中是每行可从第 1 行互换位置得到。

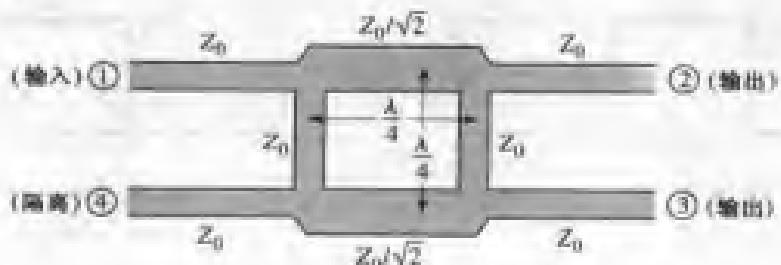


图 7.21 分支线耦合器的几何形状

7.5.1 偶-奇模分析

我们首先用归一化形式画出分支线耦合器的电路示意图,如图 7.22 所示。此处要了解到每条线代表一根传输线,线上表示的值是用 Z_0 归一化的特征阻抗,对每个传输线的公共接地没有表示。假定在端口 1 输入单位幅值($A_1 = 1$)的波。

现在,图 7.22 所示电路可分解为偶模激励和奇模激励的叠加⁵⁾,如图 7.23 所示。注意,重叠这两组激励的波可产生图 7.22 所示的原始激励的波,因为该电路是线性的,所以实际的响应(散射波)可从偶模和奇模激励响应之和获得。

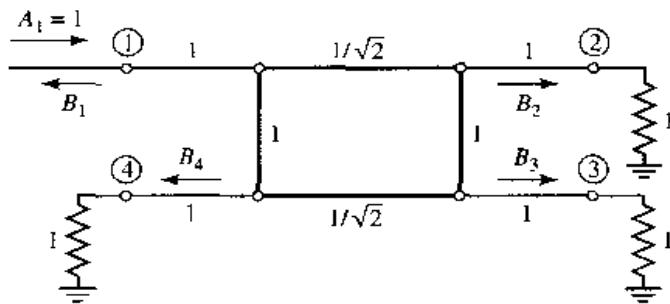


图 7.22 归一化形式的分支线混合耦合器电路

因为激励的对称性和反对称性,四端口网络能分解为一组两个无耦合的二端口网络,如图 7.23 所示。因为这两个端口的输入波振幅是 $\pm 1/2$,所以在分支线混合网络每个端口处的输出波的振幅可表示为

$$B_1 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (7.62a)$$

$$B_2 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o \quad (7.62b)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o \quad (7.62c)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (7.62d)$$

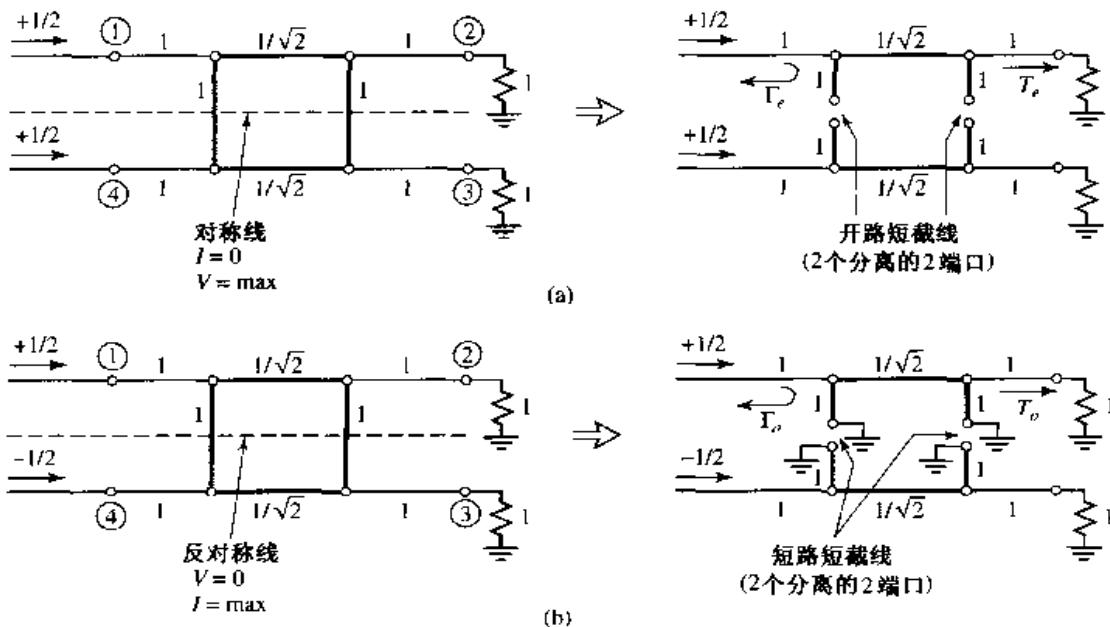


图 7.23 分支线耦合器分解为偶模和奇模:(a)偶模(e);(b)奇模(o)

式中, $\Gamma_{r,o}$ 和 $T_{r,o}$ 是图 7.23 所示二端口网络的偶模和奇模的反射系数和传输系数。首先考虑偶模二端口电路 Γ_r 和 T_r 的计算。这可通过将电路中的每个级联器件的 $ABCD$ 矩阵相乘来完成, 得出

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_r = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j & 1 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{并联数} \\ Y=j}} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & j/\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}}_{\substack{\lambda/4 \\ \text{传输线}}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j & 1 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{并联数} \\ Y=j}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix} \quad (7.63)$$

式中各个矩阵可以从表 4.1 中找到, 并联开路 $\lambda/8$ 短截线的导纳为 $Y = j \tan \beta \ell = j$ 。然后表 4.2 可将 $ABCD$ 参量(此处用定义 $Z_o = 1$)转换到与反射系数和传输系数等效的 S 参量。所以,

$$\Gamma_r = \frac{A + B - C - D}{A + B + C + D} = \frac{(-1 + j - j + 1)/\sqrt{2}}{(-1 + j + j - 1)/\sqrt{2}} = 0 \quad (7.64a)$$

$$T_r = \frac{2}{A + B + C + D} = \frac{2}{(-1 + j + j - 1)/\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}(1 + j) \quad (7.64b)$$

同样, 对于奇模我们得到

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \quad (7.65)$$

给出反射系数和传输系数为

$$\Gamma_o = 0 \quad (7.66a)$$

$$T_o = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - j) \quad (7.66b)$$

然后将式(7.64)和式(7.66)代入到式(7.62), 得到如下结果:

$$B_1 = 0 \quad (\text{端口 1 是匹配的}) \quad (7.67a)$$

$$B_2 = -\frac{j}{\sqrt{2}} \quad (\text{半功率, 从端口 1 到端口 2, } -90^\circ \text{ 相移}) \quad (7.67b)$$

$$B_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{半功率, 从端口 1 到端口 3, } -180^\circ \text{ 相移}) \quad (7.67c)$$

$$B_4 = 0 \quad (\text{无功率到端口 4}) \quad (7.67d)$$

这些结果与式(7.61)给出的 $[S]$ 矩阵的第 1 行和第 1 列是一致的; 剩下的矩阵元可通过互换位置找到。

事实上, 由于需要有四分之一波长, 分支线混合网络的带宽限制在 10% ~ 20%。但是和多节匹配变换器以及多孔定向耦合器一样, 通过使用多节级联, 分支线混合网络的带宽可提高十倍或者更多。此外, 这个基本设计可经修正后用于非等分功率分配和/或在输出端口有不同特征阻抗的情形。另一个实际问题是在分支线耦合器结点处的不连续性效应可能需要并联臂延长 10° ~ 20°。图 7.24 给出了正交混合网络的照片。



图 7.24 微带正交混合网络的照片。承蒙 M. D. Abousleman, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, Mass 提供照片

例题 7.5 正交混合网络的设计和特性

设计一个 50 Ω 的分支线正交混合结，画出从 $0.5f_0$ 到 $1.5f_0$ 的 S 参量的幅值变化，此处 f_0 是设计频率。

解：

经过前面的分析以后，正交混合网络的设计就轻而易举了。线长在设计频率上是 $\lambda/4$ ，分支线阻抗是

$$\frac{Z_0}{\sqrt{2}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35.4 \Omega$$

计算出的频率响应画在图 7.25 中。注意，我们在设计频率 f_0 处分别得到了在端口 2 和端口 3 中的完善 3 dB 功率分配，以及在端口 4 和端口 1 中的完善隔离和回波损耗。可是，在频率偏离 f_0 时，所有这些量都会迅速变坏。■

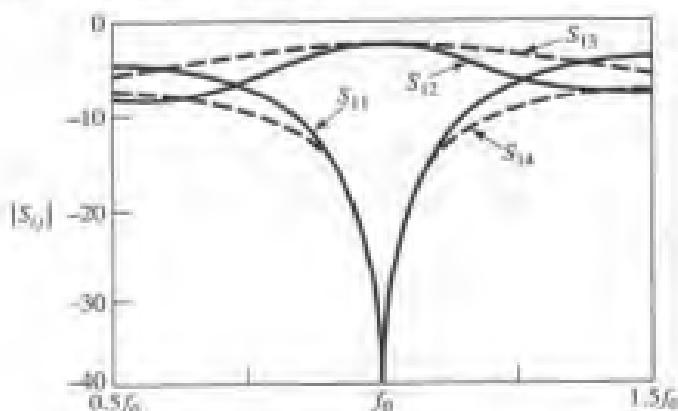


图 7.25 例题 7.5 中的分支线耦合器的 S 参量的幅值与频率的关系曲线

7.6 耦合线定向耦合器

当两个无屏蔽的传输线紧靠在一起时，由于各个传输线的电磁场的相互作用，在传输线之间可以有功率耦合。这种传输线称为耦合传输线，通常由靠得很近的三个导体组成，当然也可以使用更多的导体。图 7.26 显示了耦合传输线的几个例子。通常假定耦合传输线工作在 TEM 模，这对于带状线结构是严格正确的，而对于微带线结构是近似正确的。一般来说，如图 7.26 所示的那样，3 线传输线能提供两种性质不同的传播模式。这种特性可用于实现定向耦合器、混合网络和滤波器。

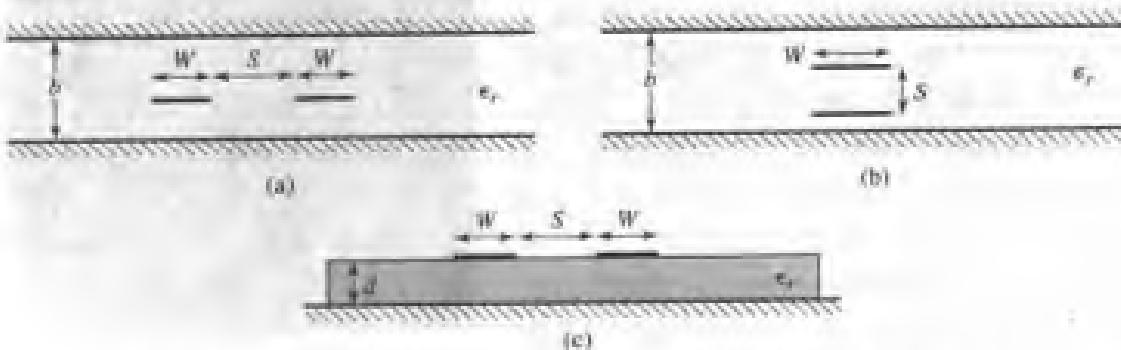


图 7.26 各种耦合传输线的几何形状：(a) 耦合带状线(平面或边耦合)；(b) 耦合带状线(分层或宽边耦合)；(c) 耦合微带线

我们首先讨论耦合线的理论并介绍耦合带状线和耦合微带线的某些设计数据。然后我们将分析单节定向耦合器的工作，并将这些结果扩展到多节耦合器的设计中。

7.6.1 耦合线理论

图 7.26 所示的耦合线或者任何其他 3 线传输线都能用图 7.27 所示的结构来代表。若我们假定传输的是 TEM 模，则耦合线的电特性可以完全由线之间的等效电容和在线上的传播速度来决定。正像在图 7.27 中画出的那样， C_{12} 代表两个条状导体之间的电容，而 C_{11} 和 C_{22} 代表每个条状导体和地之间的电容。若这些条状导体的尺寸和相对于接地导体的位置是相等的，则 $C_{11} = C_{22}$ 。注意，把第 3 个导体指定为“接地”，除了方便之外，并无特殊的关系，因为在许多应用中，该导体是带状线和微带电路的接地板。



图 7.27 3 线耦合传输线及其等效电容网络

现在，考虑耦合线的两种特殊激励类型：偶模，此时在两个带状导体上电流的幅值相等，方向相同；奇模，此时在带状导体上电流的振幅是相等的，但方向相反。这两种情况下电力线的示意图如图 7.28 所示。

对于偶模，电场关于中心线偶对称，在两根带状导体之间没有电流流过。这时导出的等效电路如图所示，其中 C_{12} 等效于开路。对于偶模，每根线到地产生的电容是

$$C_e = C_{11} = C_{22} \quad (7.68)$$

假如这两个带状导体在尺寸和位置上是相同的，则对于偶模的特征阻抗是

$$Z_{0e} = \sqrt{\frac{L}{C_e}} = \frac{\sqrt{LC_e}}{C_e} = \frac{1}{v_p C_e} \quad (7.69)$$

式中， v_p 是在线上传播的相速度。

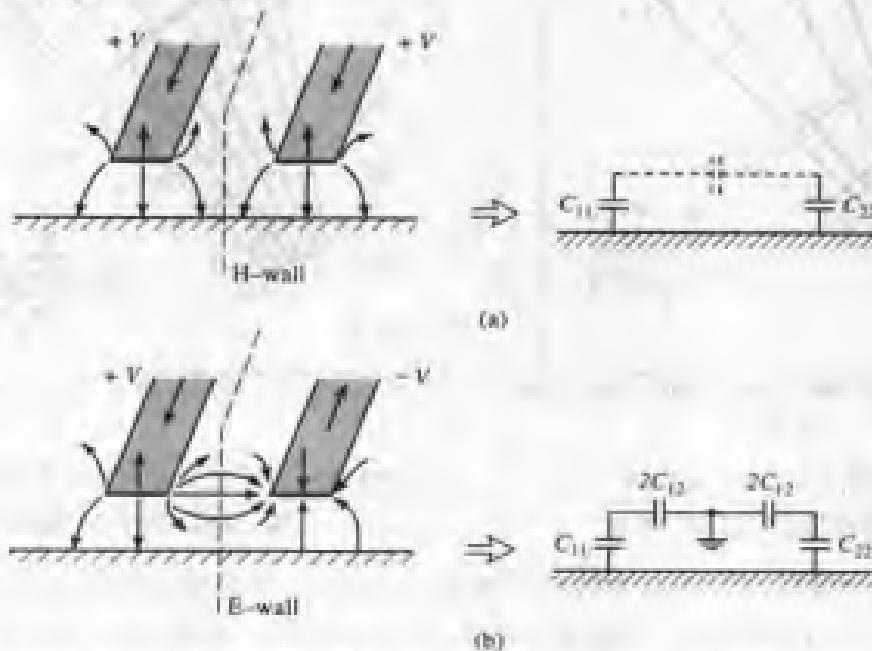


图 7.28 耦合线的偶模和奇模激励及其等效电容网络：(a) 偶模激励；(b) 奇模激励

对于奇模,电力线关于中心线奇对称,在两条带状导体之间存在零电压。我们可以将它想像为在 C_{12} 的中间有一个接地面,这导致了如图所示的等效电路。在这种情况下,每条带状线和地之间的等效电容是

$$C_o = C_{11} + 2C_{12} = C_{22} + 2C_{12} \quad (7.70)$$

对于奇模的特征阻抗是

$$Z_{0o} = \frac{1}{v_p C_o} \quad (7.71)$$

简言之,当耦合线工作在偶(奇)模时, Z_{0e} (Z_{0o}) 是带状导体相对于地的特征阻抗。耦合线的任何激励总可以看做是偶模和奇模的对应振幅的叠加。上述分析假定线是对称的,而且边缘电容对偶模和奇模是相同的。

假如耦合线传输的是纯 TEM 模,诸如同轴线、平行板或带状线,分析方法如保角映射^[7],可以计算线的单位长度的电容,然后决定偶模或奇模的特征阻抗。对于准 TEM 波传输线,诸如微带线,可以用数值求解得到这些结果,或用准静态近似方法^[8]。不管在哪种情况下,这些计算通常要比我们想像的复杂,所以我们将只介绍两个关于耦合线设计数据的例子。

对于图 7.26(a)所示的对称耦合带状线,可以利用图 7.29 中的设计图,对给定的一组特征阻抗 Z_{0e} 和 Z_{0o} ,以及介电常数,确定所需要的带的宽度和间距。该图适用于大多数实际应用中参数覆盖的范围,并可用于任意值的介电常数,因为带状线支持纯 TEM 模。

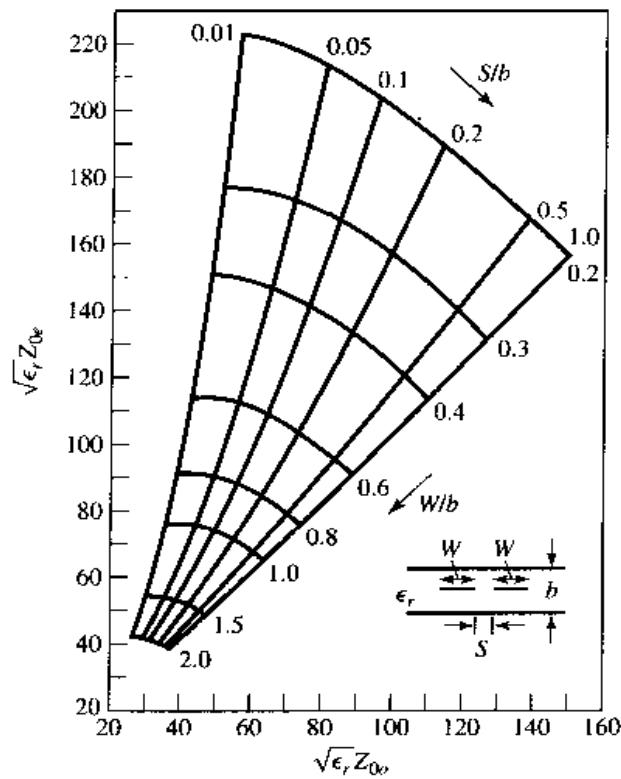


图 7.29 边缘耦合带状线的归一化偶-奇模特征阻抗设计数据

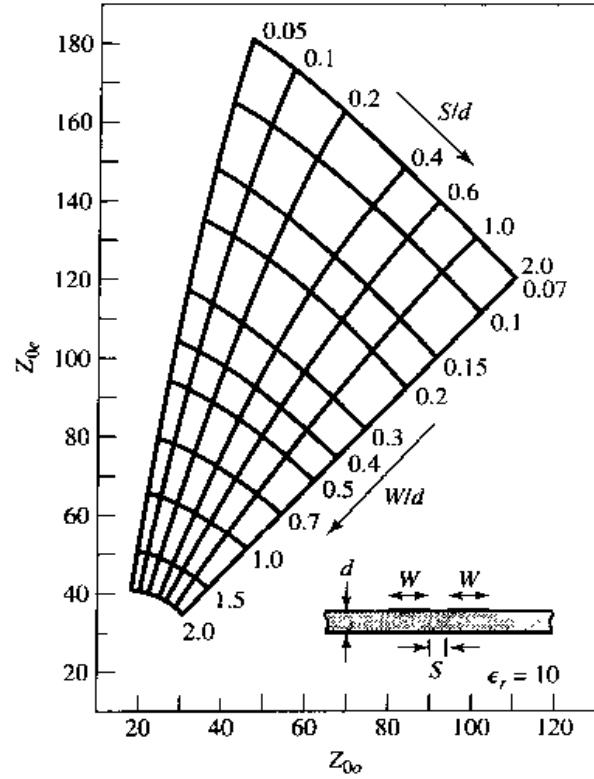


图 7.30 对于 $\epsilon_r = 10$ 的基片上的耦合微带线,偶模和奇模特征阻抗设计数据

对于微带线,其结果没有对介电常数进行定标,所以设计图必须对特定的介电常数做出。图 7.30 显示的是在 $\epsilon_r = 10$ 的基片上的耦合微带线的这种设计图。用耦合微带线的另一困难是,

这两个模式传播的相速度通常是不同的,因为两个工作模式在空气-介质界面附近有不同的场结构。这对耦合器的方向性有降低效应。

例题 7.6 单耦合线的阻抗

对于图 7.26(b)所示的宽边耦合带状线结构,假定 $W \gg S$ 和 $W \gg b$,因此可忽略边缘场,从而确定出偶模和奇模特征阻抗。

解:

我们首先求出等效网络电容 C_{11} 和 C_{12} (因为线是对称的,所以有 $C_{22} = C_{11}$)。宽度为 W 和间距为 d 的宽边平行传输线每单位长度的电容是

$$\bar{C} = \frac{\epsilon W}{d} \text{ Fd/m}$$

其中, ϵ 是基片的介电常数。该公式忽略了边缘场。

C_{11} 是由一条带到接地板形成的电容,所以每单位长度的电容是

$$\bar{C}_{11} = \frac{2\epsilon_r \epsilon_0 W}{b - s} \text{ Fd/m}$$

二条带之间单位长度的电容是

$$\bar{C}_{12} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 W}{S} \text{ Fd/m}$$

然后,由式(7.68)和式(7.70)求出偶模和奇模电容为

$$\bar{C}_e = \bar{C}_{11} = \frac{2\epsilon_r \epsilon_0 W}{b - S} \text{ Fd/m}$$

$$\bar{C}_o = \bar{C}_{11} + 2\bar{C}_{12} = 2\epsilon_r \epsilon_0 W \left(\frac{1}{b - S} + \frac{1}{S} \right) \text{ Fd/m}$$

在线上相速度是 $v_p = 1/\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0} = c/\sqrt{\epsilon_r}$, 所以特征阻抗为

$$Z_{0e} = \frac{1}{v_p \bar{C}_e} = \eta_0 \frac{b - S}{2W \sqrt{\epsilon_r}}$$

$$Z_{0o} = \frac{1}{v_p \bar{C}_o} = \eta_0 \frac{1}{2W \sqrt{\epsilon_r} [1/(b - S) + 1/S]}$$

■

7.6.2 耦合线耦合器的设计

用前面定义的偶模和奇模特征阻抗,我们可把偶-奇模分析应用于一段耦合线,并得出单节耦合线耦合器的设计公式。这种耦合线如图 7.31 所示。在这个四端口网络中,其中 3 个端口接有负载阻抗 Z_0 。端口 1 用 $2V_0$ 的电压源驱动,并有内阻为 Z_0 。我们将说明可以设计出具有任意耦合度的耦合器,输入(端口 1)是匹配的,而端口 4 是隔离的,端口 2 是直通端口,端口 3 是耦合端口。在图 7.31 中,接地导体被理解为对两个带状导体是共用的。

对于这个问题,我们将应用偶-奇模分析技术与线的输入阻抗相结合,而不用线的反射系数和传输系数。所以通过叠加,在图 7.31 中端口 1 的激励可以看做是图 7.32 中所示的偶模和奇模激励的和。由于对称性,对于偶模,我们可以认为 $I_1^o = I_3^o$, $I_4^o = I_2^o$, $V_1^o = V_3^o$ 和 $V_4^o = V_2^o$, 而对于奇模有 $I_1^q = -I_3^q$, $I_4^q = -I_2^q$, $V_1^q = -V_3^q$ 和 $V_4^q = -V_2^q$ 。

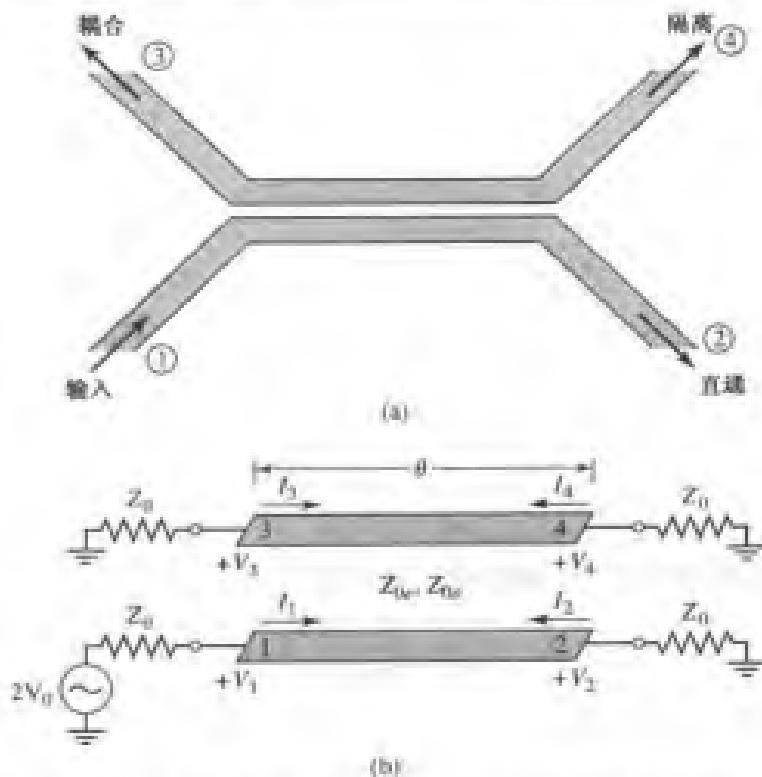


图 7.31 单节耦合线耦合器:(a)几何结构和端口命名;(b)示意性电路

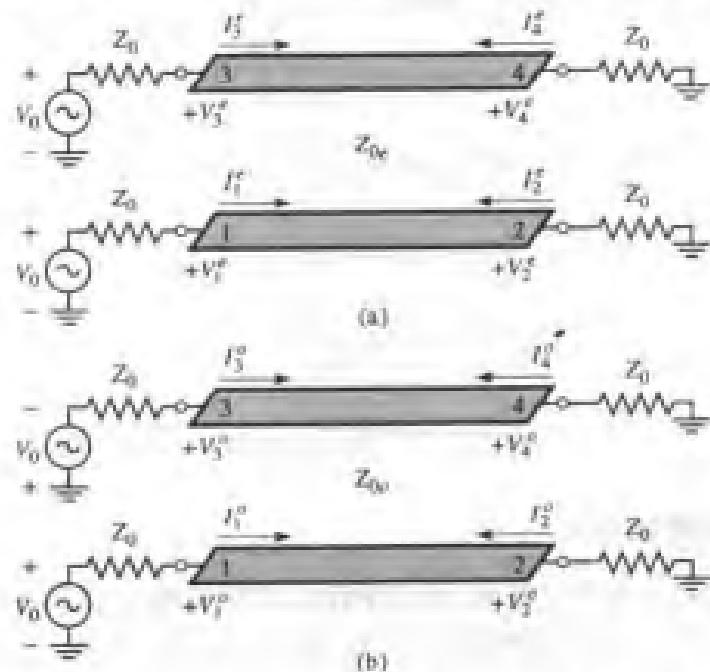


图 7.32 耦合线耦合器分解为偶模和奇模激励:(a)偶模;(b)奇模

因此,图 7.31 所示耦合器在端口 1 处的输入阻抗可以表示为

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_1^e + V_1^o}{I_1^e + I_1^o} \quad (7.72)$$

现在,若令在端口 1 处偶模的输入阻抗是 Z_{in}^e ,奇模的输入阻抗是 Z_{in}^o ,则有

$$Z_{in}^e = Z_{0e} \frac{Z_0 + jZ_{0e} \tan \theta}{Z_{0e} + jZ_0 \tan \theta} \quad (7.73a)$$

$$Z_{in}^o = Z_{0o} \frac{Z_0 + jZ_{0o} \tan \theta}{Z_{0o} + jZ_0 \tan \theta} \quad (7.73b)$$

因为对于每种模,此线都像是特征阻抗为 Z_{0e} 或 Z_{0o} 、终端有负载阻抗 Z_0 的传输线,所以通过分压可得

$$V_1^o = V_0 \frac{Z_{in}^o}{Z_{in}^o + Z_0} \quad (7.74a)$$

$$V_1^e = V_0 \frac{Z_{in}^e}{Z_{in}^e + Z_0} \quad (7.74b)$$

$$I_1^o = \frac{V_0}{Z_{in}^o + Z_0} \quad (7.75a)$$

$$I_1^e = \frac{V_0}{Z_{in}^e + Z_0} \quad (7.75b)$$

将这些结果应用到式(7.72)中可得

$$Z_{in} = \frac{Z_{in}^o(Z_{in}^e + Z_0) + Z_{in}^e(Z_{in}^o + Z_0)}{Z_{in}^e + Z_{in}^o + 2Z_0} = Z_0 + \frac{2(Z_{in}^o Z_{in}^e - Z_0^2)}{Z_{in}^e + Z_{in}^o + 2Z_0} \quad (7.76)$$

现在若令

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}} \quad (7.77)$$

则式(7.73a,b)可简化为

$$Z_{in}^e = Z_{0e} \frac{\sqrt{Z_{0o}} + j\sqrt{Z_{0e}} \tan \theta}{\sqrt{Z_{0e}} + j\sqrt{Z_{0o}} \tan \theta}$$

$$Z_{in}^o = Z_{0o} \frac{\sqrt{Z_{0e}} + j\sqrt{Z_{0o}} \tan \theta}{\sqrt{Z_{0o}} + j\sqrt{Z_{0e}} \tan \theta}$$

所以 $Z_{in}^e Z_{in}^o = Z_{0e} Z_{0o} = Z_0^2$ 且式(7.76)可简化为

$$Z_{in} = Z_0 \quad (7.78)$$

因此,只要满足式(7.77),则端口1(根据对称性,所有其他端口也一样)将是匹配的。

现在,若满足式(7.77),则 $Z_{in} = Z_0$,通过分压我们已有 $V_1 = V_0$ 。端口3处的电压是

$$V_3 = V_3^e + V_3^o = V_1^e - V_1^o = V_0 \left[\frac{Z_{in}^e}{Z_{in}^e + Z_0} - \frac{Z_{in}^o}{Z_{in}^o + Z_0} \right] \quad (7.79)$$

此处使用了式(7.74)。由式(7.73)和式(7.77)可得

$$\frac{Z_{in}^e}{Z_{in}^e + Z_0} = \frac{Z_0 + jZ_{0e} \tan \theta}{2Z_0 + j(Z_{0e} + Z_{0o}) \tan \theta}$$

$$\frac{Z_{in}^o}{Z_{in}^o + Z_0} = \frac{Z_0 + jZ_{0o} \tan \theta}{2Z_0 + j(Z_{0e} + Z_{0o}) \tan \theta}$$

所以式(7.79)简化为

$$V_3 = V_0 \frac{j(Z_{0e} - Z_{0o}) \tan \theta}{2Z_0 + j(Z_{0e} + Z_{0o}) \tan \theta} \quad (7.80)$$

现在定义 C 为

$$C = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \quad (7.81)$$

我们不久将看到这确实是频带中心处的电压耦合系数 V_3/V_0 。因此，

$$\sqrt{1 - C^2} = \frac{2Z_0}{Z_{0e} + Z_{0o}}$$

所以

$$V_3 = V_0 \frac{jC \tan \theta}{\sqrt{1 - C^2} + j \tan \theta} \quad (7.82)$$

同样，我们能证明

$$V_4 = V_4^e + V_4^o = V_2^e - V_2^o = 0 \quad (7.83)$$

和

$$V_2 = V_2^e + V_2^o = V_0 \frac{\sqrt{1 - C^2}}{\sqrt{1 - C^2} \cos \theta + j \sin \theta} \quad (7.84)$$

我们可用式(7.82)和式(7.84)画出耦合端口和直通端口电压与频率的关系曲线，如图 7.33 所示。在很低的频率处($\theta \ll \pi/2$)，实际上全部功率都传输到了直通端口 2，因而没有功率耦合到端口 3。当 $\theta = \pi/2$ 时，耦合到端口 3 有其第一个最大值，通常对应此工作点的耦合器具有小的尺寸和小的传输线损耗。另外，响应是周期的，在 $\theta = \pi/2, 3\pi/2, \dots$ 处， V_3 有最大值。

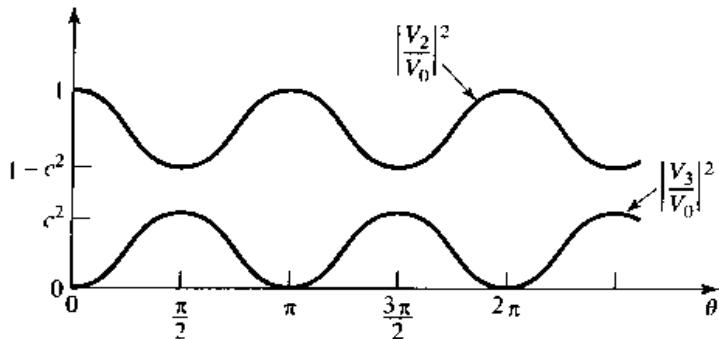


图 7.33 对于图 7.31 所示的耦合线耦合器，耦合和直通端口电压(平方)与频率的关系曲线

对于 $\theta = \pi/2$ ，耦合器的长度是 $\lambda/4$ ，且式(7.82)和式(7.84)可简化为

$$\frac{V_3}{V_0} = C \quad (7.85)$$

$$\frac{V_2}{V_0} = -j\sqrt{1 - C^2} \quad (7.86)$$

这表明在设计频率即 $\theta = \pi/2$ 处，电压耦合因数 $C < 1$ 。注意，这些结果满足功率守恒，因为 $P_{in} = (1/2)|V_0|^2/Z_0$ ，而输出功率 $P_2 = (1/2)|V_2|^2/Z_0 = (1/2)(1 - C^2)|V_0|^2/Z_0$ ， $P_3 = (1/2)|C|^2|V_0|^2/Z_0$ ， $P_4 = 0$ ，所以 $P_{in} = P_2 + P_3 + P_4$ 。还要注意到在两个输出端口电压之间有 90° 相移，所以这种耦合器可用做正交混合网络。只要满足式(7.77)，耦合器就将在输入端匹配，并且在任何频率处都完全隔离。

最后，若特征阻抗 Z_0 和电压耦合系数 C 是设定的，则可容易地由式(7.77)和式(7.81)推导出用于设计所需偶模和奇模特征阻抗的公式：

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} \quad (7.87a)$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}} \quad (7.87b)$$

在上面的分析中,已假定耦合线结构对偶模和奇模有同样的传播速度,所以该线对两种模式有同样的电长度。对于耦合微带线和其他非 TEM 传输线,通常不满足这个条件,耦合器将有较差的方向性。耦合微带线有不同的偶模和奇模的相速度,这个事实可以通过考察图 7.28 所示的电力线图做出直观解释。图中表示在空气区域偶模比奇模的边缘场少,所以它的有效介电常数应该是较高的,表示偶模有较小的相速度。为了使偶模和奇模的相速度相同,可采用耦合线补偿技术,包括使用介电涂覆层和各向异性基片。

这种类型的耦合器最适用于弱耦合情况,因为强耦合需要线靠得很近,这是不实际的,或者需要偶模和奇模特征阻抗合并,而这是无法实现的。

例题 7.7 单节耦合器的设计和特性

用有接地板的微带线,设计一个 20 dB 单节耦合线耦合器,线间距是 0.32 cm,介电常数为 2.2,特征阻抗为 50Ω ,中心频率为 3 GHz。画出频率范围 1~5 GHz 的耦合度和方向性。要包括损耗的影响,假定介电材料的损耗角正切是 0.05,铜导体的厚度是 2 密耳^①。

解:

电压耦合因数是 $C = 10^{-20/20} = 0.1$, 由式(7.87)可得偶模和奇模的特征阻抗为

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} = 55.28 \Omega$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}} = 45.23 \Omega$$

为了利用图 7.29,我们有

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_{0e} = 82.0$$

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_{0o} = 67.1$$

所以 $W/b = 0.809$ 和 $S/b = 0.306$ 。这给出了导体宽度 $W = 0.259$ cm 和导体间距 $S = 0.098$ cm (这个值是用商用 CAD 软件实际计算得到的)。

图 7.34 显示了耦合度和方向性对频率的计算结果,包括电介质和导体损耗的影响。损耗有降低方向性的效应,在没有损耗时,典型的方向性大于 70 dB。 ■

7.6.3 多节耦合线耦合器的设计

如图 7.33 所示,由于需要 $\lambda/4$ 长度,单节耦合线耦合器在带宽上是受限制的。与匹配变换器和波导耦合器的情况一样,采用多节结构可以使带宽增加。事实上,在多节耦合线耦合器和多节四分之一波长变换器^[9]之间有非常密切的关系。

由于其相位特性,多节耦合线耦合器通常是较好的,一般做成奇数个节,如图 7.35 所示。所以,我们假定 N 是奇数。我们还假定是弱耦合(耦合度 $C \geq 10$ dB),且在中心频率处每节的长度为 $\lambda/4(\theta = \pi/2)$ 。

^① 1 密耳 = 0.001 英寸, 1 英寸 = 25.4 cm。——译者注

对于 $C \ll 1$ 的单个耦合线段, 式(7.82)和式(7.84)简化为

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{jC \tan \theta}{\sqrt{1 - C^2 + j \tan \theta}} \approx \frac{jC \tan \theta}{1 + j \tan \theta} = jC \sin \theta e^{-j\theta} \quad (7.88a)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{1 - C^2}}{\sqrt{1 - C^2 \cos \theta + j \sin \theta}} \approx e^{-j\theta} \quad (7.88b)$$

于是对于 $\theta = \pi/2$, 我们有 $V_3/V_1 = C$ 和 $V_2/V_1 = -j$ 。这个近似等效于假定从一节到另一节没有功率损失的直通通道, 而且与多节波导耦合器的分析相似。对于较小的 C , 这是一个好的假设, 即使违背了功率守恒。

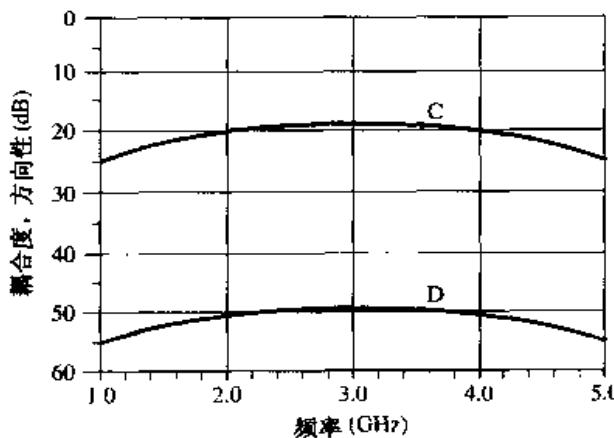


图 7.34 例题 7.7 中的单节耦合器的耦合度和方向性与频率的关系曲线

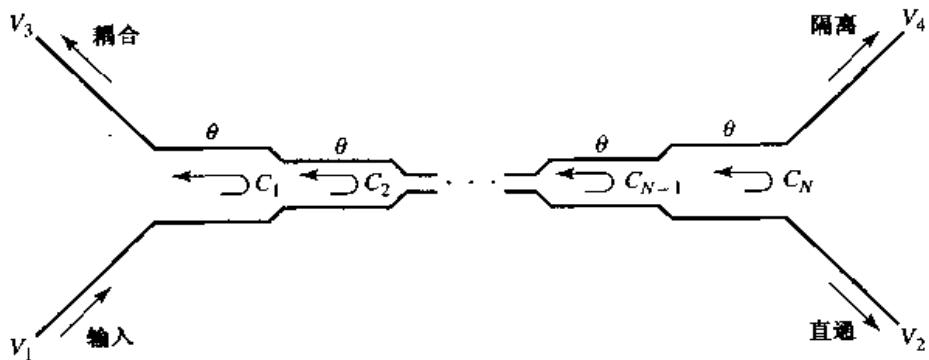


图 7.35 N 节耦合线耦合器

使用这些结果, 在图 7.35 中所示的级联耦合器的耦合端口(端口 3)的总电压可以表示为

$$V_3 = (jC_1 \sin \theta e^{-j\theta})V_1 + (jC_2 \sin \theta e^{-j\theta})V_1 e^{-2j\theta} + \cdots + (jC_N \sin \theta e^{-j\theta})V_1 e^{-2j(N-1)\theta} \quad (7.89)$$

其中, C_n 是第 n 节的电压耦合系数。若我们假定耦合器是对称的, 则有 $C_1 = C_N$, $C_2 = C_{N-1}$, 等等, 式(7.89)可简化为

$$\begin{aligned} V_3 &= jV_1 \sin \theta e^{-j\theta} [C_1(1 + e^{-2j(N-1)\theta}) + C_2(e^{-2j\theta} + e^{-2j(N-2)\theta}) + \cdots + C_M e^{-j(N-1)\theta}] \\ &= 2jV_1 \sin \theta e^{-jN\theta} \left[C_1 \cos(N-1)\theta + C_2 \cos(N-3)\theta + \cdots + \frac{1}{2}C_M \right] \end{aligned} \quad (7.90)$$

其中, $M = (N+1)/2$ 。

在中心频率处,我们定义电压耦合因数 C_0 为

$$C_0 = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|_{\theta=\pi/2} \quad (7.91)$$

式(7.90)是作为频率的函数的耦合度的傅里叶级数形式。因此,我们能通过选择耦合系数 C_n 来综合所希望的耦合度响应。注意,在这种情况下,我们综合的是耦合度响应;而在多孔波导耦合器情况下,我们综合的是方向性响应。这是因为多节耦合线耦合器的去耦合臂通道是在前进方向,所以与反方向的耦合臂通道相比极少随频率变化,这是与多孔波导耦合器不相同的情况。

这种形式的多节耦合器能达到十倍带宽,但是耦合电平很低。因为有较长的电长度,所以要求偶模和奇模相速度相等比单节耦合器更严格。对于这种耦合器,通常愿意用带状线作为媒质。失配的相速度以及结的不连续性、负载失配和制造公差都将降低耦合器的方向性。图 7.36 给出了耦合线耦合器的照片。



图 7.36 单节微带耦合线耦合器的照片。承蒙 M. D. Abousleman, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, Mass 提供照片

例题 7.8 多节耦合器的设计和特性

设计一个具有二项式(最平坦)响应的 3 节 20 dB 耦合器,系统阻抗为 50Ω ,中心频率为 3 GHz。画出从 1 GHz 到 5 GHz 的耦合度和方向性。

解:

对于最平坦响应的 3 节 ($N=3$) 耦合器,我们需要

$$\frac{d^n}{d\theta^n} C(\theta) \Big|_{\theta=\pi/2} = 0, \quad n = 1, 2$$

由式(7.90)可得

$$\begin{aligned} C &= \left| \frac{V_2}{V_1} \right| = 2 \sin \theta \left[C_1 \cos 2\theta + \frac{1}{2} C_2 \right] \\ &= C_1 (\sin 3\theta - \sin \theta) + C_2 \sin \theta \\ &= C_1 \sin 3\theta + (C_2 - C_1) \sin \theta \end{aligned}$$

所以

$$\frac{dC}{d\theta} = [3C_1 \cos 3\theta + (C_2 - C_1) \cos \theta] \Big|_{\pi/2} = 0$$

$$\frac{d^2C}{d\theta^2} = [-9C_1 \sin 3\theta - (C_2 - C_1) \sin \theta] \Big|_{\pi/2} = 10C_1 - C_2 = 0$$

现在,在波段中心处有 $\theta = \pi/2$ 和 $C_0 = 20$ dB, 所以 $C = 10^{-20/20} = 0.1 = C_2 - 2C_1$ 。解这两个关于 C_1 和 C_2 的方程可得

$$\begin{aligned} C_1 &= C_3 = 0.0125 \\ C_2 &= 0.125 \end{aligned}$$

然后由式(7.87)求得每节的偶模和奇模的特征阻抗为

$$Z_{0e}^1 = Z_{0o}^3 = 50\sqrt{\frac{1.0125}{0.9875}} = 50.63 \Omega$$

$$Z_{0o}^1 = Z_{0e}^3 = 50\sqrt{\frac{0.9875}{1.0125}} = 49.38 \Omega$$

$$Z_{0e}^2 = 50\sqrt{\frac{1.125}{0.875}} = 56.69 \Omega$$

$$Z_{0o}^2 = 50\sqrt{\frac{0.875}{1.125}} = 44.10 \Omega$$

该耦合器的耦合度和方向性如图 7.37 所示。

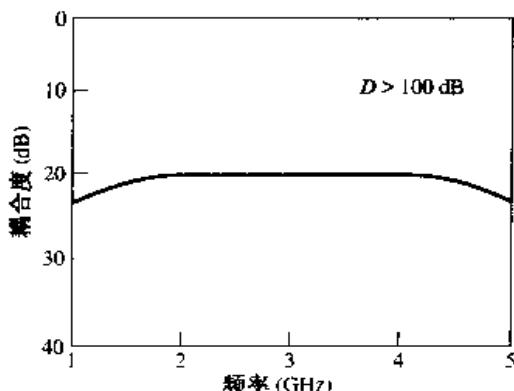


图 7.37 例题 7.8 中的 3 节二项式耦合器的耦合度与频率的关系曲线

7.7 Lange 耦合器

为了达到 3 dB 或者 6 dB 的耦合因数,普通的耦合线耦合器的耦合太松了。提高边缘耦合线之间耦合的一种方法是用几根彼此平行的线,以便线两边缘的杂散场对耦合有贡献。或许这种想法的最实际实施是图 7.38(a)所示的 Lange 耦合器^[10]。为了达到紧耦合,此处用了相互连接的 4 根耦合线。这种耦合器容易达到 3 dB 耦合比,并有一个倍频程或更宽的带宽。这种设计有助于补偿偶模和奇模相速的不相等,还提高了带宽。输出线(端口 2 和端口 3)之间有 90°相位差,所以 Lange 耦合器是正交混合网络的一种类型。Lange 耦合器的主要缺点大概是实用问题,因为这些线很窄,又紧靠在一起,必需的要横跨在线之间连接线的加工是困难的。这类耦合线的几何形状也称为交叉指型;这种结构也能用于滤波器电路。

展开型 Lange 耦合器^[11]如图 7.38(b)所示,其基本工作原理与原始的 Lange 耦合器一样,但

是更容易用等效电路模拟。其等效电路如图 7.39(a)所示,它由 4 导线耦合线结构组成。所有这些线都有同样的宽度和间距。若我们做一个合理的假设,即每根线只与最靠近的邻线耦合,而忽略远距离的耦合,则可等效为如图 7.39(b)所示的 2 导线耦合线电路。从而,若我们能推导出图 7.39(a)所示的 4 导线电路的偶模和奇模特征阻抗 Z_{od} 和 Z_{od} (用任意线对的偶模和奇模特征阻抗 Z_{od} 和 Z_{od} 来表示),则能应用 7.6 节中的耦合线耦合器的结果去分析 Lange 耦合器。

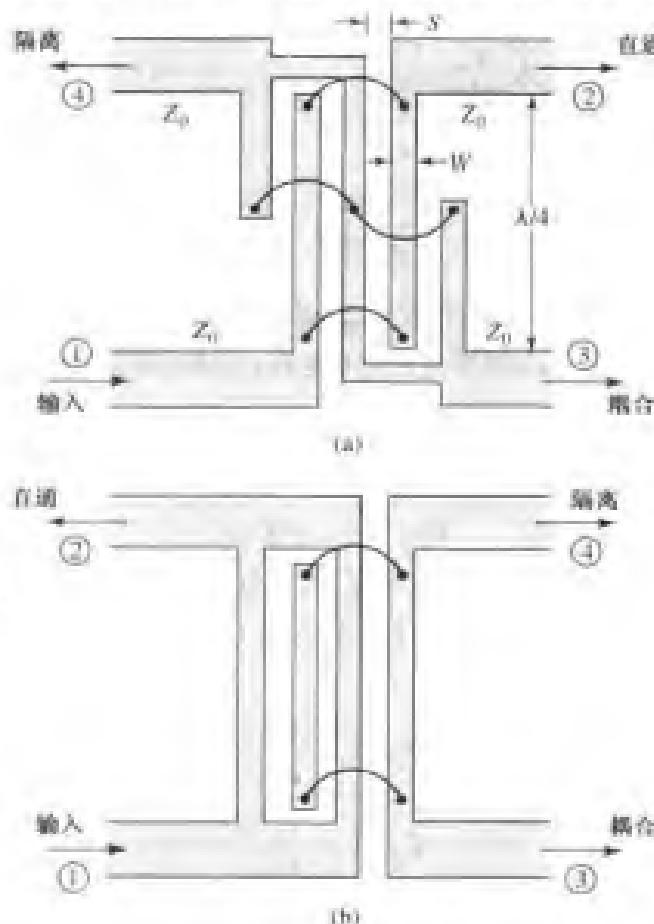


图 7.38 Lange 耦合器:(a)微带电路的设计;(b)展开型 Lange 耦合器

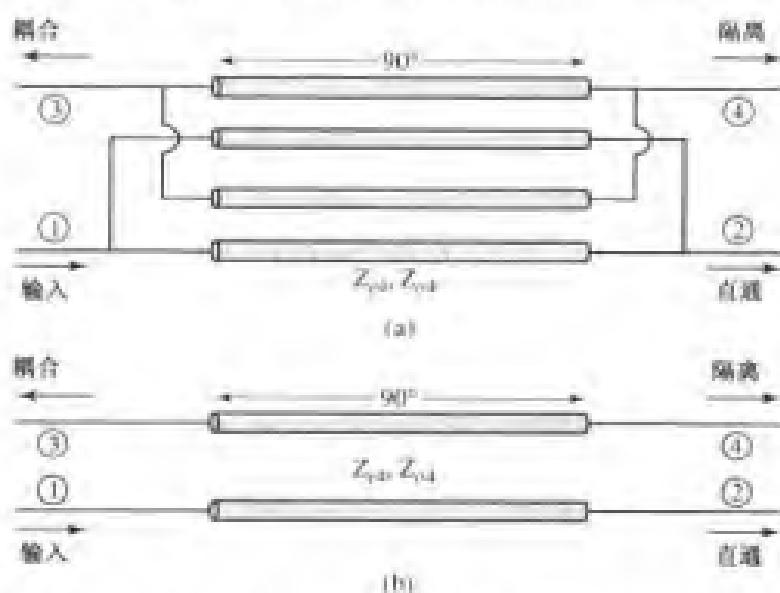


图 7.39 展开型 Lange 耦合器的等效电路:(a)4 线耦合线模型;(b)近似的 2 线耦合线模型

图 7.40(a)显示了图 7.39(a)中 4 线耦合线的导体之间的有效电容。与 7.6 节中的 2 线情况不一样,4 线到地的电容是不同的,具体取决于该线是在外侧(1 和 4)还是在内侧(2 和 3)。这些电容之间的近似关系给出为^[12]

$$C_{\text{in}} = C_{\text{ex}} - \frac{C_{\text{ex}} C_m}{C_{\text{ex}} + C_m} \quad (7.92)$$

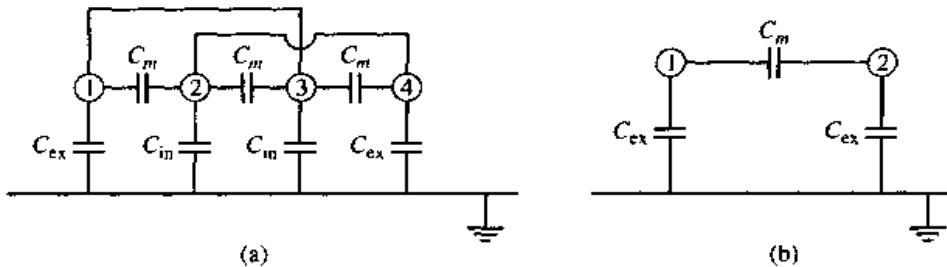


图 7.40 图 7.39 中展开型 Lange 耦合器等效电路的有效电容网络:(a)4 线模型的有效电容;(b)2 线模型的有效电容

对于偶模激励,图 7.40(a)中的所有 4 个导体是在同一电位上,所以 C_m 不起作用,且任意一根线到地的总电容是

$$C_{e4} = C_{\text{ex}} + C_{\text{in}} \quad (7.93a)$$

对于奇模激励,电壁有效地穿过每个 C_m 的中点,所以任意一根线到地的电容是

$$C_{o4} = C_{\text{ex}} + C_{\text{in}} + 6C_m \quad (7.93b)$$

于是偶模和奇模的特征阻抗是

$$Z_{e4} = \frac{1}{v_p C_{e4}} \quad (7.94a)$$

$$Z_{o4} = \frac{1}{v_p C_{o4}} \quad (7.94b)$$

其中, v_p 是线上传播的相速度。

现在考虑 4 线模型中相邻导体的任意一个分离对,其有效电容如图 7.40(b)所示。偶模和奇模电容是

$$C_e = C_{\text{ex}} \quad (7.95a)$$

$$C_o = C_{\text{ex}} + 2C_m \quad (7.95b)$$

使用式(7.95)求解 C_{ex} 和 C_m ,并代入到式(7.93),再借助于式(7.92),可求出用 2 线耦合线表示的 4 线传输线的偶模和奇模电容:

$$C_{e4} = \frac{C_e(3C_e + C_o)}{C_e + C_o} \quad (7.96a)$$

$$C_{o4} = \frac{C_o(3C_o + C_e)}{C_e + C_o} \quad (7.96b)$$

因为特征阻抗与电容的关系是 $Z_0 = 1/v_p C$,所以我们可改写式(7.96),以便给出由 2 导体线的特征阻抗表示的 Lange 耦合器偶模和奇模的特征阻抗,该 2 导体线等同于耦合器中的任意一个相邻线对:

$$Z_{e4} = \frac{Z_{0o} + Z_{0e}}{3Z_{0o} + Z_{0e}} Z_{0e} \quad (7.97a)$$

$$Z_{o4} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{3Z_{0e} + Z_{0o}} Z_{0o} \quad (7.97b)$$

其中, Z_{0e} , Z_{0o} 是 2 导体对的偶模和奇模的特征阻抗。

现在, 我们能应用 7.6 节的结果到图 7.39(b) 所示的耦合器中。由式(7.77)可得特征阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{Z_{e4} Z_{o4}} = \sqrt{\frac{Z_{0e} Z_{0o} (Z_{0o} + Z_{0e})^2}{(3Z_{0e} + Z_{0o})(3Z_{0e} + Z_{0o})}} \quad (7.98)$$

由式(7.81)可得电压耦合因数为

$$C = \frac{Z_{e4} - Z_{o4}}{Z_{e4} + Z_{o4}} = \frac{3(Z_{0e}^2 - Z_{0o}^2)}{3(Z_{0e}^2 + Z_{0o}^2) + 2Z_{0e} Z_{0o}} \quad (7.99)$$

此处用到了式(7.97)。反演这些结果, 以给出所希望的特征阻抗和耦合因数所必需的偶模和奇模特征阻抗, 这对于设计目的是有用的:

$$Z_{0e} = \frac{4C - 3 + \sqrt{9 - 8C^2}}{2C\sqrt{(1-C)/(1+C)}} Z_0 \quad (7.100a)$$

$$Z_{0o} = \frac{4C + 3 - \sqrt{9 - 8C^2}}{2C\sqrt{(1+C)/(1-C)}} Z_0 \quad (7.100b)$$

这些结果是近似的, 因为经过了简化, 包括将 2 线的特征阻抗应用到 4 线电路, 以及假定偶模和奇模相速相等。但在实际上, 通常这些结果所提供的精度已经足够了。若必要的话, 可以进行更完善的分析, 直接确定出 4 线电路的 Z_{e4} 和 Z_{o4} , 详见参考文献[13]。

7.8 180°混合网络

180°混合结是一种在两个输出端口之间有 180°相移的四端口网络。它也可以工作在同相输出。180°混合网络所用的符号如图 7.41 所示。施加到端口 1 的信号将在端口 2 和端口 3 被均匀分成两个同相分量, 而端口 4 将被隔离。若输入施加到端口 4, 则输入将在端口 2 和端口 3 等分成两个有 180°相位差的分量, 而端口 1 将被隔离。当作为合成器使用时, 输入信号施加在端口 2 和端口 3, 在端口 1 将形成输入信号的和, 而在端口 4 则形成输入信号的差。因此端口 1 称为和端口, 端口 4 称为差端口。所以理想的 3 dB 的 180°混合网络的散射矩阵有下列形式:

$$[S] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.101)$$

读者可以证明这个矩阵是幺正的和对称的。

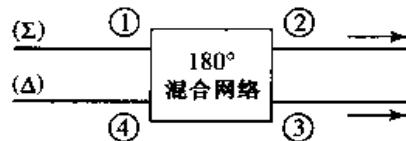


图 7.41 180°混合结的符号

180°混合网络可以制作成几种形式。图 7.42 和 7.43(a) 所示的环形混合网络或称环形波导 (rat-race) 容易制成平而(微带线或带状线)形式, 但也可以制成波导形式。另一类平而型 180°混

合网络使用渐变匹配线和耦合线,如图 7.43(b)所示。此外,还有另一种类型的混合网络是混合波导结或魔 T,如图 7.43(c)所示。我们将首先使用类似于分支线混合网络所用的偶-奇模分析法来分析环形混合网络,并使用类似的技术来分析渐变线混合网络。最后,我们将定性地讨论波导魔 T 的工作。



图 7.42 微带环形混合网络的照片。承蒙 M. D. Abousahra,
MIT Lincoln Laboratory, Lexington, Mass 提供照片

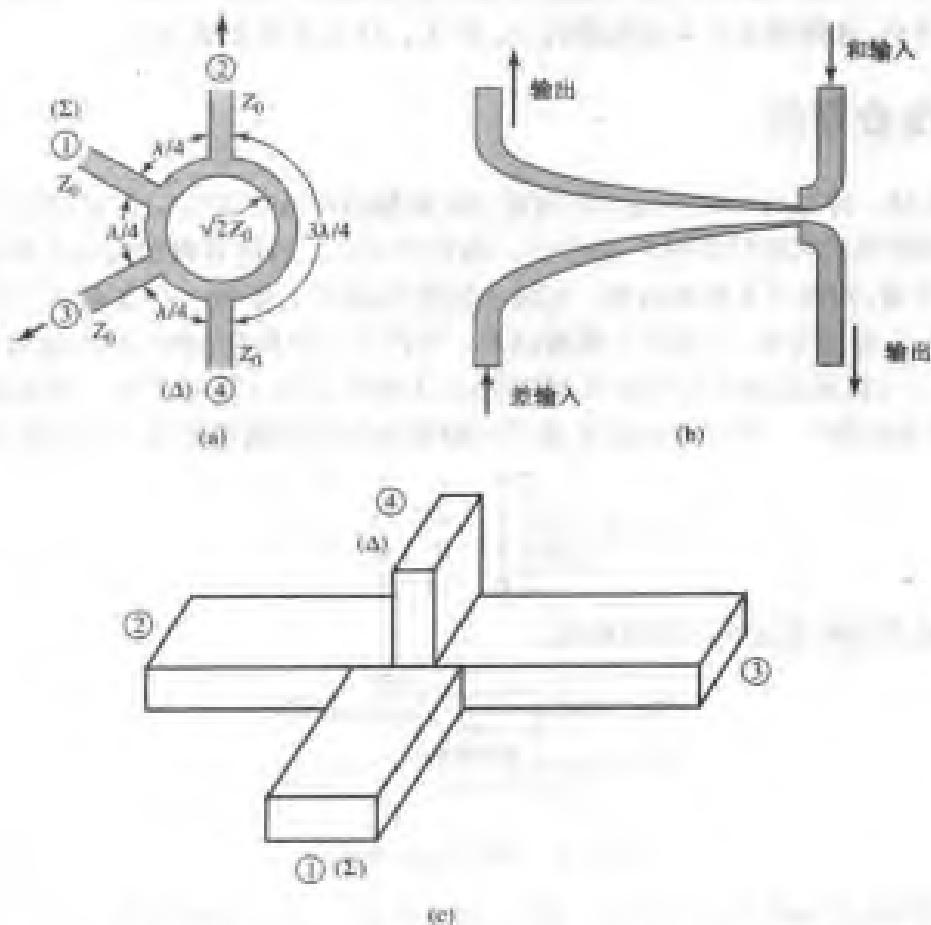


图 7.43 混合结:(a)微带或带状线形式的环形混合网络或环形
波导;(b)渐变耦合线混合网络;(c)波导混合结或魔 T

7.8.1 环形混合网络的偶-奇模分析

首先考虑一个单位振幅的波在图 7.43(a)所示的环形混合网络的端口 1(和端口)输入。在环形结中波将分成两个分量,同相到达端口 2 和端口 3,而在端口 4 相位相差 180° 。用偶-奇模分析技术⁵¹,我们能将这种情况分解为图 7.44 所示的两个较简单的电路和激励的叠加。最后,来自环形混合网络的散射波振幅是

$$B_1 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (7.102a)$$

$$B_2 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o \quad (7.102b)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (7.102c)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o \quad (7.102d)$$

我们能用图 7.44 中的偶模和奇模二端口电路的 $ABCD$ 矩阵计算图 7.44 定义的反射和传输系数。

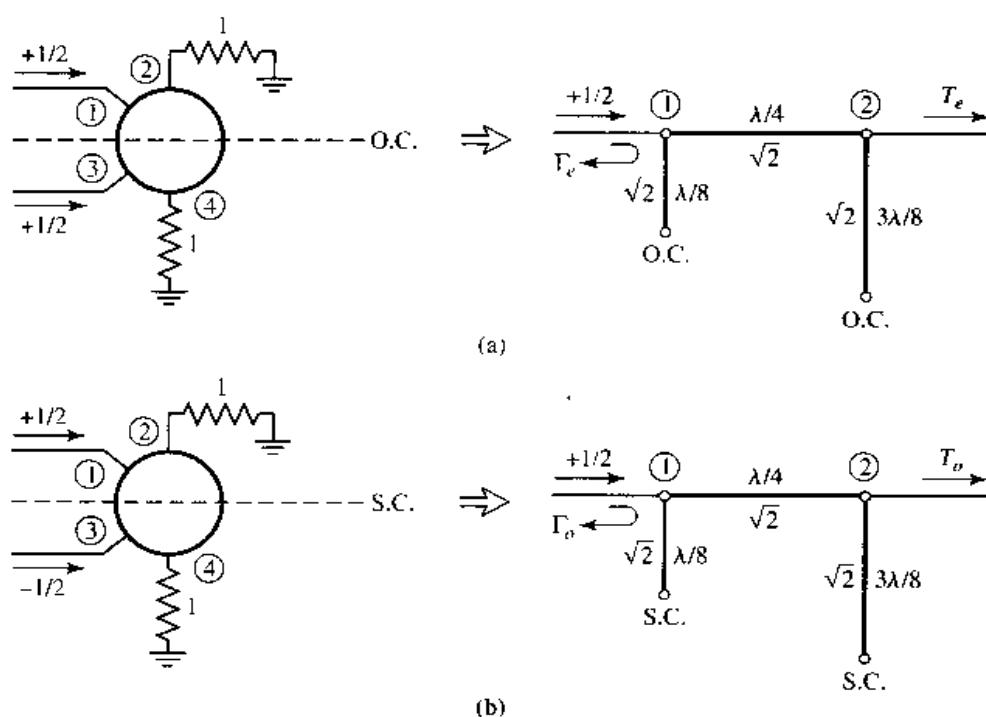


图 7.44 当端口 1 用单位振幅输入波激励时,环形混合网络分解为偶模和奇模:(a)偶模;(b)奇模
结果是

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \quad (7.103a)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_o = \begin{bmatrix} -1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (7.103b)$$

然后,利用表 4.2 我们有

$$\Gamma_e = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.104a)$$

$$T_e = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.104b)$$

$$\Gamma_o = \frac{j}{\sqrt{2}} \quad (7.104c)$$

$$T_o = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.104d)$$

将这些结果代入到式(7.102), 可得

$$B_1 = 0 \quad (7.105a)$$

$$B_2 = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.105b)$$

$$B_3 = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.105c)$$

$$B_4 = 0 \quad (7.105d)$$

这表明输入端是匹配的, 端口 4 是隔离的, 输入功率是等分的, 端口 2 和端口 3 之间是同相的。这些结果形成了在式(7.101)给出的散射矩阵中的第 1 行和第 1 列。

现在考虑单位振幅波在图 7.43(a)所示的环形混合网络的端口 4(差端口)输入。在环上, 这两个波分量同相到达端口 2 和端口 3, 在这两个端口之间净相位差为 180° 。这两个波分量在端口 1 的相位差为 180° 。这种情况可以分解为图 7.45 所示的两个较简单的电路和激励的叠加。而该散射波的振幅是

$$B_1 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o \quad (7.106a)$$

$$B_2 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (7.106b)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o \quad (7.106c)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (7.106d)$$

图 7.45 中偶模和奇模电路的 $ABCD$ 矩阵是

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} -1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (7.107a)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_o = \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \quad (7.107b)$$

然后, 从表 4.2 得到所需的反射和传输系数是

$$\Gamma_e = \frac{j}{\sqrt{2}} \quad (7.108a)$$

$$T_e = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.108b)$$

$$\Gamma_o = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.108c)$$

$$T_o = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.108d)$$

将这些结果代入到式(7.106), 可得

$$B_1 = 0 \quad (7.109a)$$

$$B_2 = \frac{j}{\sqrt{2}} \quad (7.109b)$$

$$B_3 = \frac{-j}{\sqrt{2}} \quad (7.109c)$$

$$B_4 = 0 \quad (7.109d)$$

这表明输入端口是匹配的, 端口1是隔离的, 输入功率等分到端口2和端口3有 180° 相位差。这些结果形成了式(7.101)所给出的散射矩阵的第4行和第4列。矩阵中的余下元可以由对称性得到。

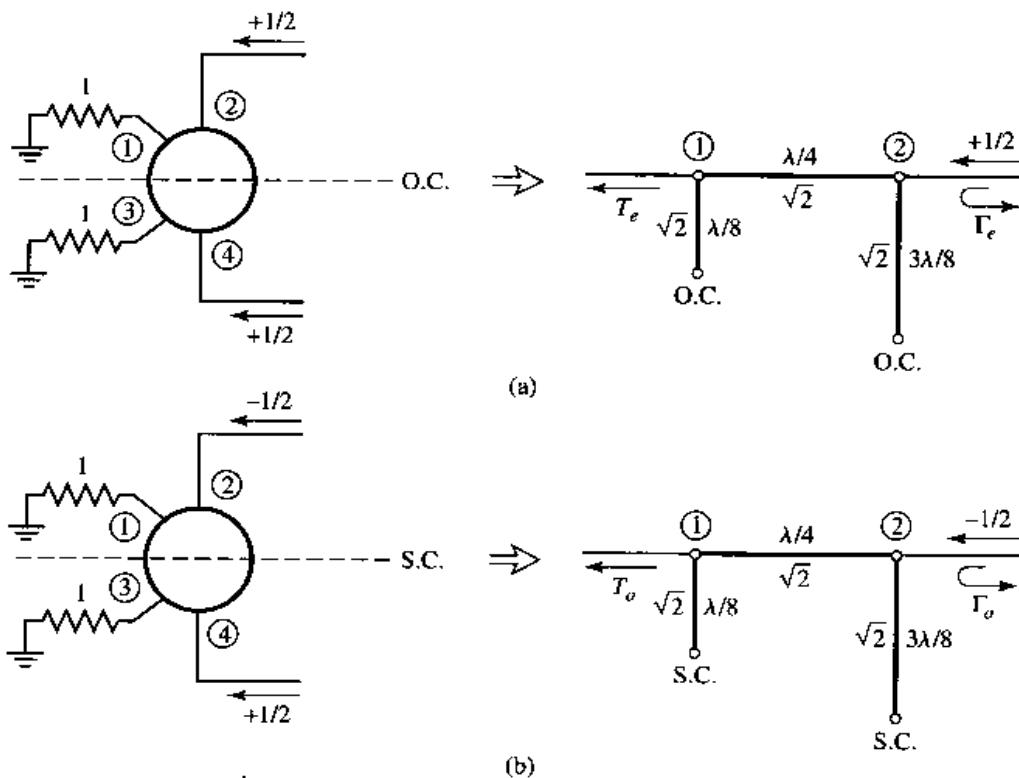


图 7.45 当端口4用单位振幅输入波激励时, 环形混合网络分解为偶模和奇模:(a)偶模;(b)奇模

环形混合网络的带宽受限于与环长度有关的频率, 但通常有 $20\% \sim 30\%$ 量级的带宽。可以通过添加节数或用在参考文献[14]中提出的对称环电路来增加带宽。

例题 7.9 环形混合网络的设计和特性

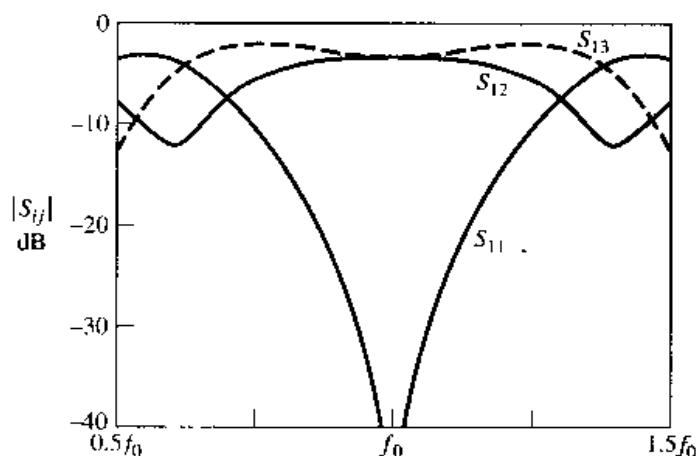
设计一个有着 50Ω 的系统阻抗的 180° 环形混合网络。画出从 $0.5f_0$ 到 $1.5f_0$ 的S参量(S_{11})的幅值, 其中 f_0 是设计频率。

解:

参考图 7.43(a), 环形传输线的特征阻抗是

$$\sqrt{2}Z_0 = 70.7\Omega$$

而馈线阻抗是 50Ω 。S参量幅值与频率的关系曲线如图 7.46 所示。

图 7.46 例题 7.9 中环形混合网络的 S 参量的幅值与频率的关系曲线

7.8.2 漐变耦合线混合网络偶-奇模分析

图 7.43(b)所示的渐变耦合线 180° 混合网络可提供任意功率分配比^[15], 并有十倍或更大的带宽。这种混合网络也称为非对称渐变耦合线耦合器。

这种耦合器的电路示意图描绘在图 7.47 中。用数字标记的端口与图 7.41 和图 7.43 中的 180° 混合网络的相应端口有相同的功能。耦合器由两根长度在 $0 < z < L$ 内且有着渐变特征阻抗的耦合线组成。在 $z = 0$ 时, 线之间的耦合很弱, 所以 $Z_{0e}(0) = Z_{0o}(0) = Z_0$, 而在 $z = L$ 处, 耦合使得 $Z_{0e}(L) = Z_0/k$ 和 $Z_{0o}(L) = kZ_0$, 其中 $0 \leq k \leq 1$ 是耦合因数, 该耦合因数可与电压耦合因数相联系。这样, 耦合线的偶模就把负载阻抗 Z_0/k (在 $z = L$ 处) 与 Z_0 匹配, 而奇模把负载阻抗 kZ_0 与 Z_0 匹配; 注意, 对所有 z , 有 $Z_{0e}(z)Z_{0o}(z) = Z_0^2$ 。通常采用 Klopfenstein 渐变线作为这些渐变匹配线。对于 $L < z < 2L$, 线是无耦合的, 两根线的特征阻抗均为 Z_0 ; 对于耦合线段的相位补偿, 这些线是需要的。每段的长度 $\theta = \beta L$ 必须相同, 且应是在所希望的带宽内提供良好阻抗匹配的电长度。

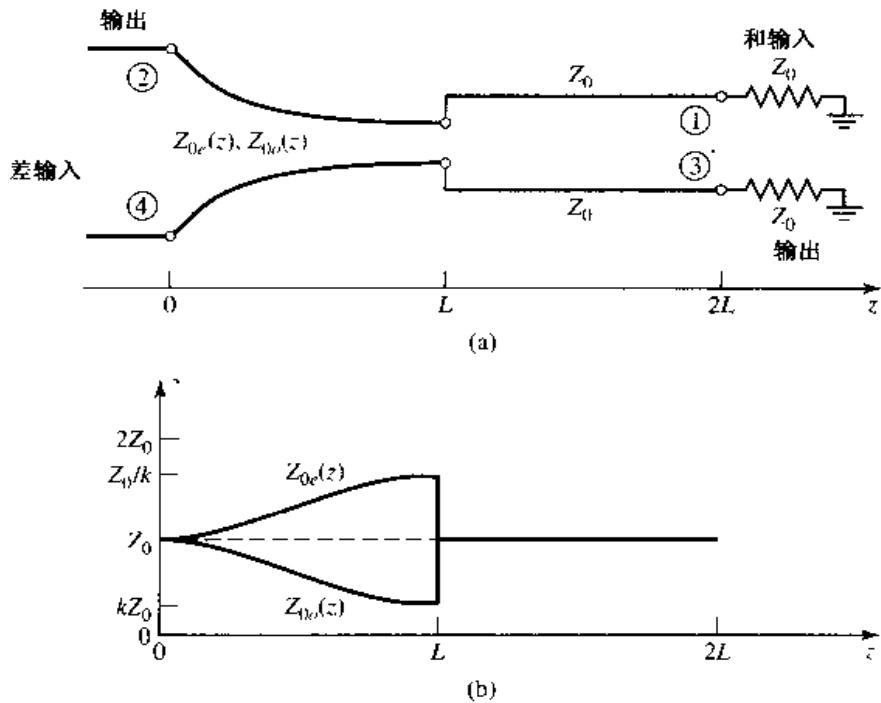


图 7.47 (a)渐变耦合线混合网络示意图;(b)特征阻抗的变化

首先,考虑施加到端口4(差输入端口)的振幅为 V_0 的输入电压波。该激励可概括为图7.48(a,b)所示的偶模激励和奇模激励的叠加。在耦合线和无耦合线的连接处($z=L$),渐变线的偶模和奇模的反射系数为

$$\Gamma_e' = \frac{Z_0 - Z_0/k}{Z_0 + Z_0/k} = \frac{k-1}{k+1} \quad (7.110a)$$

$$\Gamma_o' = \frac{Z_0 - kZ_0}{Z_0 + kZ_0} = \frac{1-k}{1+k} \quad (7.110b)$$

在 $z=0$ 处,这些反射系数变换为

$$\Gamma_e = \frac{k-1}{k+1} e^{-2j\theta} \quad (7.111a)$$

$$\Gamma_o = \frac{1-k}{1+k} e^{-2j\theta} \quad (7.111b)$$

因此,端口2和端口4的散射参量叠加后如下:

$$S_{44} = \frac{1}{2}(\Gamma_e + \Gamma_o) = 0 \quad (7.112a)$$

$$S_{24} = \frac{1}{2}(\Gamma_e - \Gamma_o) = \frac{k-1}{k+1} e^{-2j\theta} \quad (7.112b)$$

由于对称性,我们还有 $S_{22}=0$ 和 $S_{42}=S_{24}$ 。

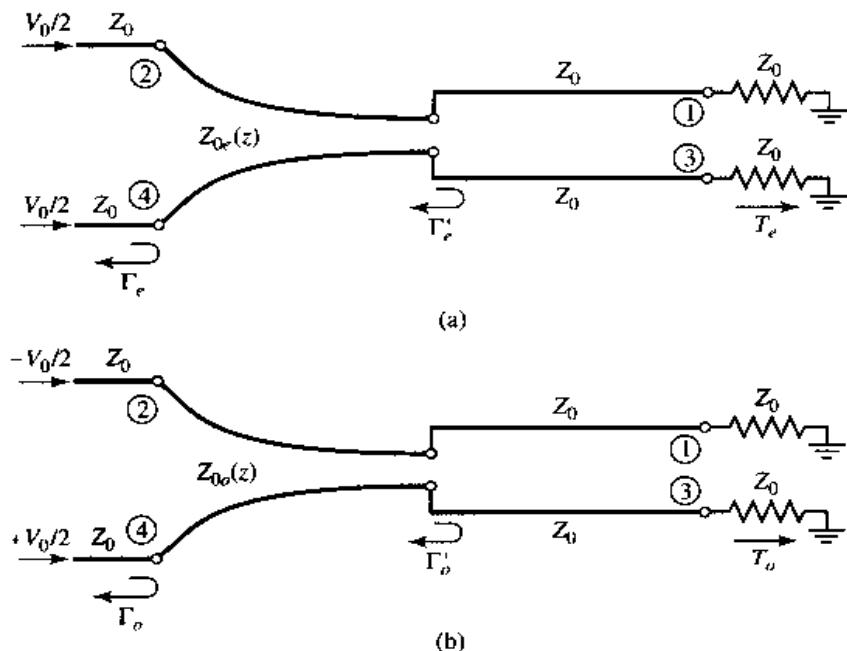


图7.48 渐变耦合线混合网络的激励:(a)偶模激励;(b)奇模激励

为了计算进入端口1和端口3的传输系数,我们用图7.49所示等效电路的 $ABCD$ 参量,此处渐变匹配段假定是理想的,并用变压器替代。传输线-变压器-传输线级联的 $ABCD$ 矩阵可以用这些元件的3个单独的 $ABCD$ 矩阵相乘求出,然而事实上传输线段只影响传输系数的相位,它比较容易计算出。对于偶模,变压器的 $ABCD$ 矩阵是

$$\begin{bmatrix} \sqrt{k} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{k} \end{bmatrix}$$

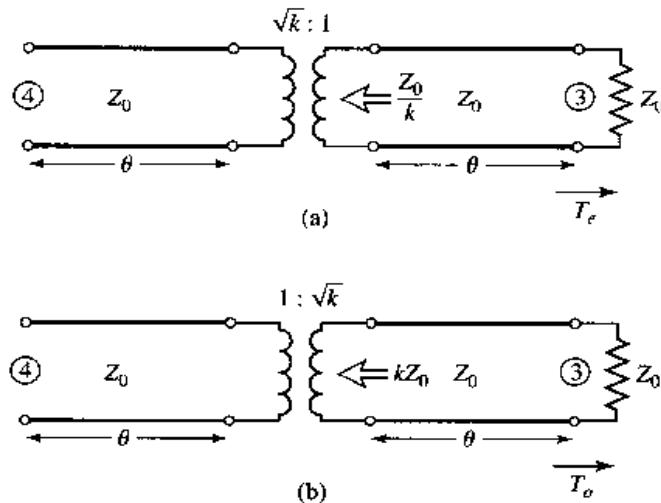


图 7.49 渐变耦合线混合网络的等效电路, 用于从端口 4 到端口 3 传输:(a)偶模情况;(b)奇模情况

对于奇模, 变压器的 $ABCD$ 矩阵是

$$\begin{bmatrix} 1/\sqrt{k} & 0 \\ 0 & \sqrt{k} \end{bmatrix}$$

从而偶模和奇模传输系数是

$$T_e = T_o = \frac{2\sqrt{k}}{k+1} e^{-2j\theta} \quad (7.113)$$

因为对这两种模式有 $T = 2/(A + B/Z_0 + CZ_0 + D) = 2\sqrt{k}/(k+1)$; 系数 $e^{-2j\theta}$ 考虑了两个传输线段的相位延迟。然后, 我们可以计算下列 S 参量:

$$S_{34} = \frac{1}{2}(T_e + T_o) = \frac{2\sqrt{k}}{k+1} e^{-2j\theta} \quad (7.114a)$$

$$S_{14} = \frac{1}{2}(T_e - T_o) = 0 \quad (7.114b)$$

于是, 从端口 4 到端口 3 的电压耦合因数是

$$\beta = |S_{34}| = \frac{2\sqrt{k}}{k+1}, \quad 0 < \beta < 1 \quad (7.115a)$$

而从端口 4 到端口 2 的电压耦合因数是

$$\alpha = |S_{24}| = -\frac{k-1}{k+1}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (7.115b)$$

功率守恒用下式证明:

$$|S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 = \alpha^2 + \beta^2 = 1$$

若我们现在在端口 1 和端口 3 施加偶模和奇模激励, 以便叠加得出在端口 1 的输入电压, 则能推导出其余的散射参量。用输入端口作为相位参考, 在端口 1 偶模和奇模反射系数为

$$\Gamma_e = \frac{1-k}{1+k} e^{-2j\theta} \quad (7.116a)$$

$$\Gamma_o = \frac{k-1}{k+1} e^{-2j\theta} \quad (7.116b)$$

然后,我们能计算下列 S 参量:

$$S_{11} = \frac{1}{2}(\Gamma_e + \Gamma_o) = 0 \quad (7.117a)$$

$$S_{31} = \frac{1}{2}(\Gamma_e - \Gamma_o) = \frac{1-k}{1+k} e^{-2j\theta} = \alpha e^{-2j\theta} \quad (7.117b)$$

根据对称性,我们还有 $S_{33} = 0$, $S_{13} = S_{31}$ 和 $S_{14} = S_{32}$, $S_{12} = S_{34}$ 。所以渐变耦合线 180°混合网络有下列散射矩阵:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \beta & \alpha & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 & 0 & \beta \\ 0 & -\alpha & \beta & 0 \end{bmatrix} e^{-2j\theta} \quad (7.118)$$

7.8.3 波导魔 T

图 7.43(c)所示的波导魔 T 与环形混合网络有相似的终端特性,而散射矩阵与式(7.101)的形式相似。这种结的严格分析极其复杂,以至于不能在此介绍,但我们能通过考虑在和、差端口激励的电力线,定性地解释它的工作原理。

首先考虑在端口 1 输入一个 TE_{10} 模,求出的 E_y 电力线描绘在图 7.50(a)中,它显示出对波导 4 是对称的。因为在波导 4 中 TE_{10} 模的电力线有偶对称性,因此在端口 1 和端口 4 之间没有耦合。但对端口 2 和端口 3 有相同的耦合,结果是同相、等功率分配。

对于从端口 4 输入 TE_{10} 模,电力线如图 7.50(b)所示。由于对称性(或互易性),端口 1 和端口 4 之间还是没有耦合。端口 2 和端口 3 受输入波等激励,但是有 180°相位差。

实际上,为了匹配,经常要采用调谐杆或模片,这些匹配元件必须对称地放置,以保持混合网络的正常工作。

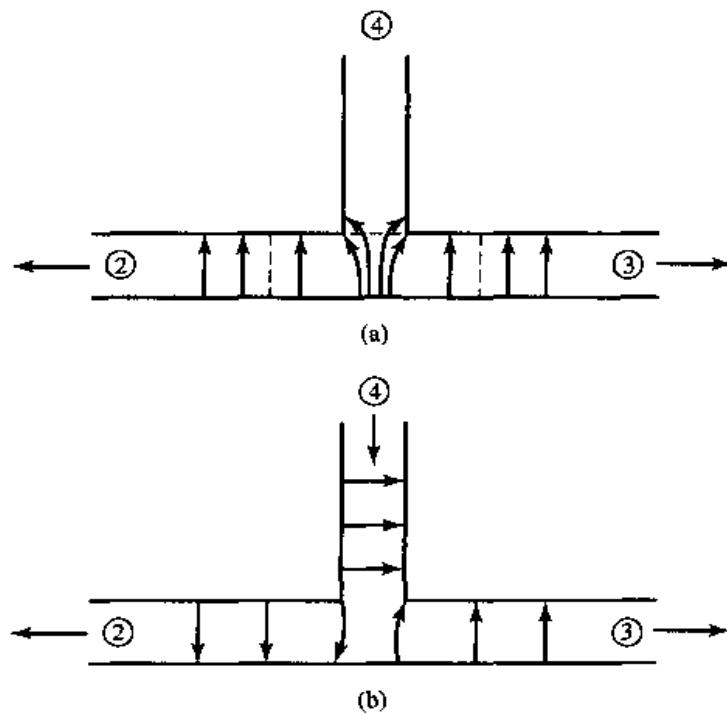


图 7.50 波导混合结的电力线:(a)在端口 1 输入波;(b)在端口 4 输入波

7.9 其他耦合器

尽管我们已经讨论了耦合器的一般特性,对几种最常用的耦合器给出了分析并推导出了设计数据,但还是有几种其他类型的耦合器我们没有详细地论述。在这一节中,我们将简要地描述其中几个。

Moreno 正交波导耦合器。这是一个波导定向耦合器,它由两个成直角的波导构成,通过在波导公共宽壁上的两个小孔提供耦合,如图 7.51 所示。经过合适的设计^[16],被这些孔激励的两个波分量能够在背向相消。为了使这两个波导的场紧密耦合,通常这些孔由互相垂直的狭缝构成。

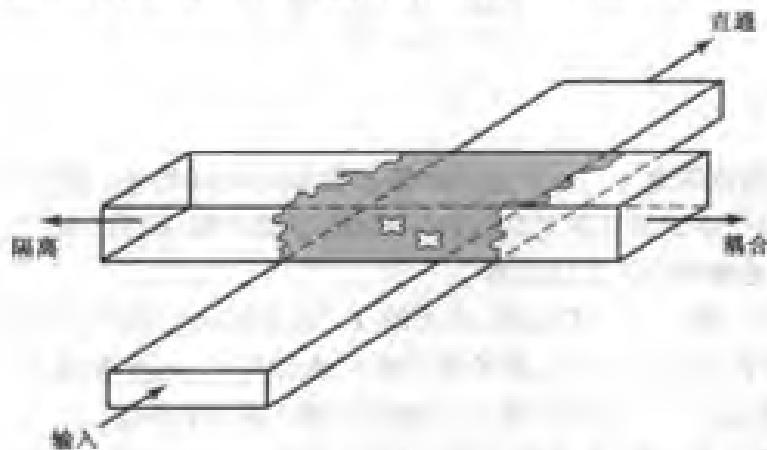


图 7.51 Moreno 正交波导耦合器

Schwinger 反相耦合器。该波导耦合器设计成使两个耦合孔对无耦合端口的通道长度是相同的,所以方向性基本上与频率无关。在隔离端口波相消,是通过在波导壁的中心线两侧安放这两个缝隙来完成的,如图 7.52 所示。在这两个缝隙上耦合出的磁偶极子有 180° 相位差。所以 $\lambda_g/4$ 的缝隙间距使其在耦合(向后)端口同相合成,但这种耦合对频率很灵敏。这与在 7.4 节中讨论过的多孔波导耦合器的情况相反。

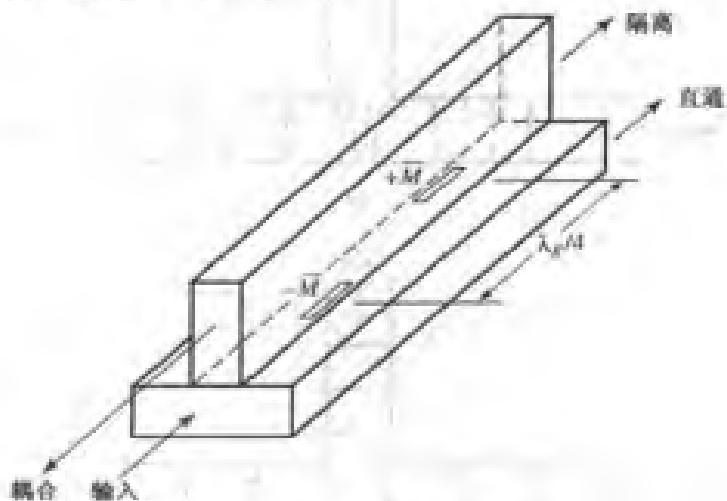


图 7.52 Schwiniger 反相耦合器

Riblet 短缝耦合器。图 7.53 所示的 Riblet 短缝耦合器由两个有公共侧壁的波导组成。耦合发生在公共壁被挖去的区域,在这个区域中,TE₀₀(偶模)和 TE₀₁(奇模)被激励,通过合适的设计

使得在隔离端口产生相消，在耦合端口相加。为了避免传播不希望有的 TE_{01} 模，通常需要缩短相互作用区域的波导宽度。与其他波导耦合器相比，这种耦合器通常可做得较小。

对称渐变耦合线耦合器。我们已经看到连续渐变传输线做成匹配变换器是多节匹配变换器的逻辑上的延伸。同样，多节耦合线耦合器也可以延伸成连续渐变线，从而得到一个具有良好带宽特性的耦合线耦合器。这种耦合器如图 7.54 所示。一般来说，为了提供合成的耦合和方向性响应，可调整导带的宽度和间距。这样做的一种方法是阶段段近似成连续渐变段的计算机最优化^[17]。这种耦合器在输出端之间有 90° 相移。

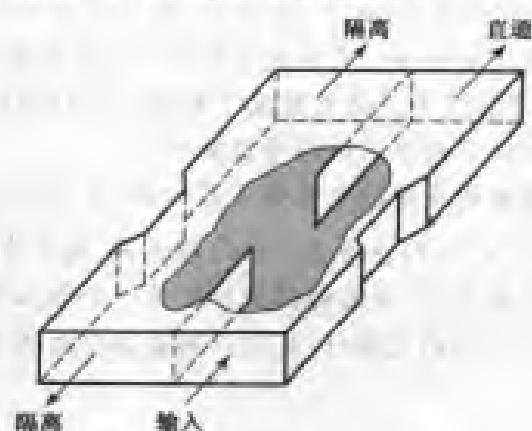


图 7.53 Riblet 短缝耦合器

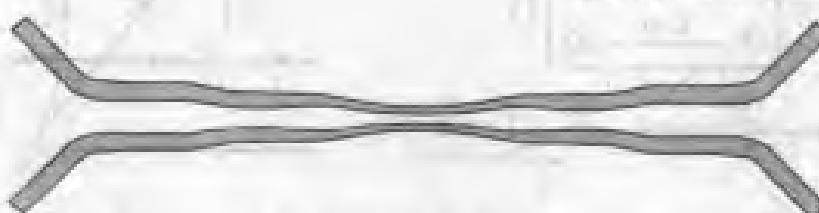


图 7.54 对称渐变耦合线耦合器

平面线上有孔的耦合器。上面提到的几种波导耦合器也可以用于平面线，诸如微带线、带状线、介质镜像线或者这些线的组合。图 7.55 显示了一些可能的方案。在原理上，这类耦合器的设计可以用小孔耦合理论和在本章中用到的分析技术进行设计。但是，通常平面线的场计算比矩形波导要复杂得多。

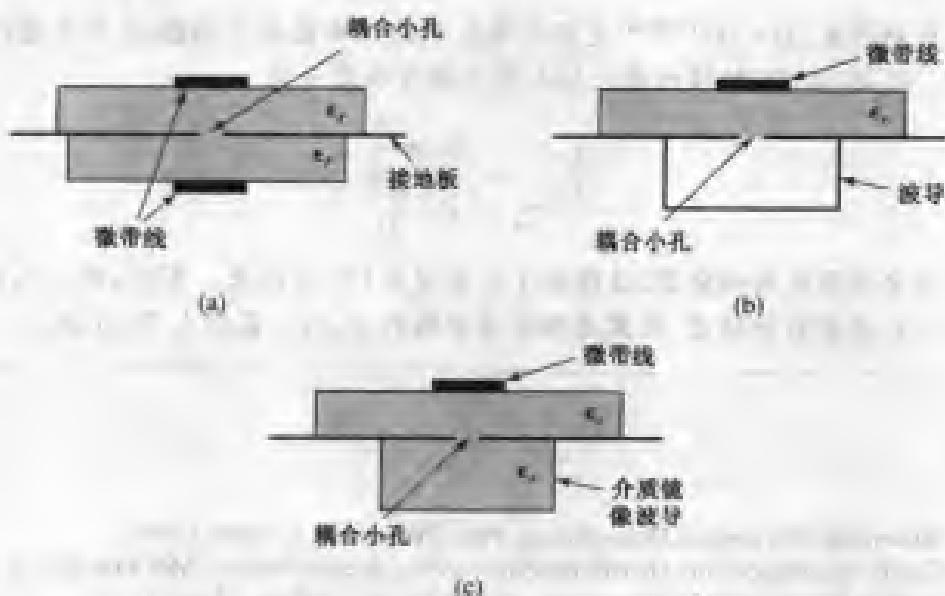
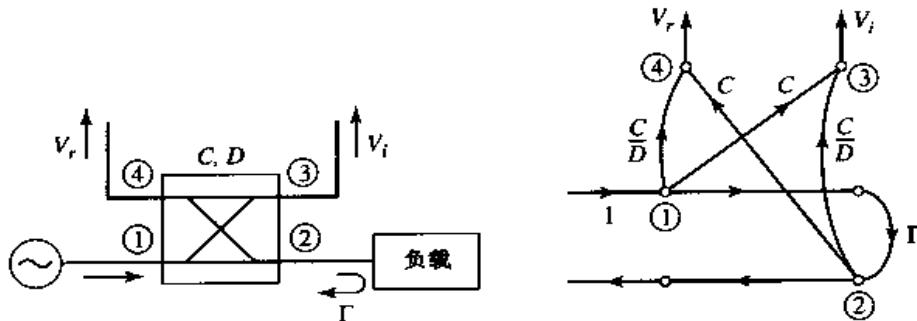


图 7.55 各种孔耦合平面线耦合器：(a)微带-微带耦合器；
(b)微带-波导耦合器；(c)微带-介质镜像线耦合器

感兴趣点: 反射计

反射计是指这样一个电路,该电路用一个定向耦合器来隔离和采集输入功率以及来自失配负载的反射功率。它构成了标量或矢量网络分析仪的核心,因为能用它测量一端口网络的反射系数,并在更为通用的配置下测量二端口网络的S参量。也能将它用做驻波比(SWR)测量仪,或在系统应用中用做功率监测仪。

基本的反射计电路如下图所示,它可用于测量未知负载的反射系数幅值。若设定一个有松散耦合($C \ll 1$)并恰当匹配的耦合器,因而有 $\sqrt{1 - C^2} \approx 1$,则该电路能用下图所示的信号流图表示。在使用时,该定向耦合器提供一个输入波的取样值 V_i 和反射波的取样值 V_r 。用一个经合适校准定标的比值计,就可以测量这些电压并给出用反射系数幅值或SWR表示的读数。



然而,实际的定向耦合器的方向性是有限值,这意味着入射功率和反射功率两者都对 V_i 和 V_r 有贡献,从而导致误差。若我们设定来自源的是单位振幅入射波,则观察信号流图可得出下面的 V_i 和 V_r 的表示式:

$$V_i = C + \frac{C}{D} \Gamma e^{j\theta}$$

$$V_r = \frac{C}{D} + C \Gamma e^{j\phi}$$

其中 Γ 是负载反射系数, $D = 10^{(D \text{ dB}/20)}$ 是用数值表示的耦合器的方向性, θ, ϕ 是通过该电路的未知相位时延差。因此, V_r/V_i 幅值的最大值和最小值可以表示为

$$\left| \frac{V_r}{V_i} \right|_{\max} = \frac{|\Gamma| \pm \frac{1}{D}}{1 \mp \frac{|\Gamma|}{D}}$$

对于有无限大方向性的耦合器,这得出了所希望的 $|\Gamma|$ 的结果。否则,会引入约 $\pm 1/D$ 的测量不确定性。所以要有好的精度,就需要耦合器有高的方向性,最好大于40 dB。

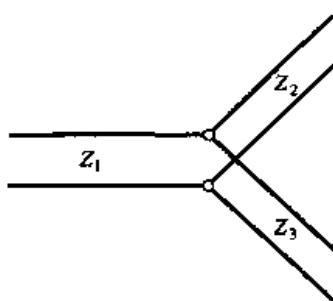
参考文献

- [1] A. E. Bailey, Ed., *Microwave Measurement*, Peter Peregrinus, London, 1985.
- [2] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [3] F. E. Gardiol, *Introduction to Microwaves*, Artech House, Dedham, Mass., 1984.
- [4] E. Wilkinson, "An N-Way Hybrid Power Divider," *IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-8, pp. 116-118, January 1960.
- [5] J. Reed and G. J. Wheeler, "A Method of Analysis of Symmetrical Four-Port Networks," *IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-4, pp. 246-252, October 1956.

- [6] C. G. Montgomery, R. H. Dicke, and E. M. Purcell, *Principles of Microwave Circuits*, MIT Radiation Laboratory Series, vol. 8, McGraw-Hill, N.Y., 1948.
- [7] H. Howe, *Stripline Circuit Design*, Artech House, Dedham, Mass., 1974.
- [8] K. C. Gupta, R. Garg, and I. J. Bahl, *Microstrip Lines and Slot Lines*, Artech House, Dedham, Mass., 1979.
- [9] L. Young, "The Analytical Equivalence of the TEM-Mode Directional Couplers and Transmission-Line Stepped Impedance Filters," *Proc. IEEE*, vol. 110, pp. 275-281, February 1963.
- [10] J. Lange, "Interdigitated Stripline Quadrature Hybrid," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-17, pp. 1150-1151, December 1969.
- [11] R. Waugh and D. LaCombe, "Unfolding the Lange Coupler," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-20, pp. 777-779, November 1972.
- [12] W. P. Ou, "Design Equations for an Interdigitated Directional Coupler," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-23, pp. 253-255, February 1973.
- [13] D. Paolino, "Design More Accurate Interdigitated Couplers," *Microwaves*, vol. 15, pp. 34-38, May 1976.
- [14] J. Hughes and K. Wilson, "High Power Multiple IMPATT Amplifiers," *Proc. European Microwave Conference*, pp. 118-122, 1974.
- [15] R. H. DuHamel and M. E. Armstrong, "The Tapered-Line Magic-T," *Abstracts of 15th Annual Symposium of the USAF Antenna Research and Development Program*, Monticello, Ill., October 12-14, 1965.
- [16] T. N. Anderson, "Directional Coupler Design Nomograms," *Microwave Journal*, vol. 2, pp. 34-38, May 1959.
- [17] D. W. Kammler, "The Design of Discrete N -Section and Continuously Tapered Symmetrical Microwave TEM Directional Couplers," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-17, pp. 577-590, August 1969.

习题

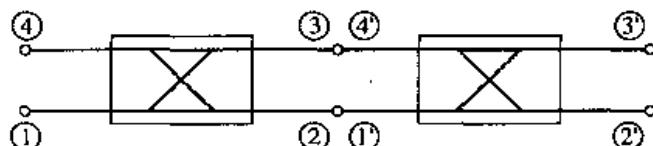
7.1 考虑有特征阻抗 Z_1 , Z_2 和 Z_3 的 3 线 T 型结, 如下图所示。证明向结看去所有 3 线都匹配是可能的。



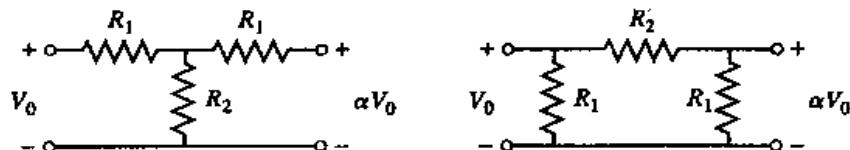
7.2 一个定向耦合器有如下散射矩阵。求方向性、耦合度、隔离度以及当其他端口都接匹配负载时入射端口的回波损耗。

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.05 \angle 30 & 0.96 \angle 0 & 0.1 \angle 90 & 0.05 \angle 90 \\ 0.96 \angle 0 & 0.05 \angle 30 & 0.05 \angle 90 & 0.1 \angle 90 \\ 0.1 \angle 90 & 0.05 \angle 90 & 0.04 \angle 30 & 0.96 \angle 0 \\ 0.05 \angle 90 & 0.1 \angle 90 & 0.96 \angle 0 & 0.05 \angle 30 \end{bmatrix}$$

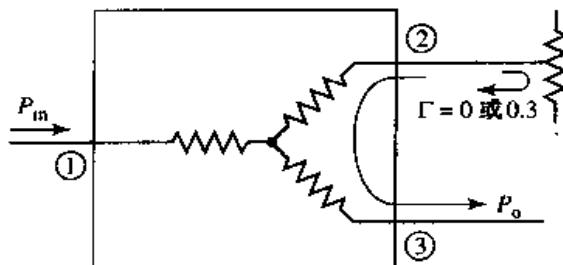
7.3 两个理想的 90°耦合器(有 $C = 8.34$ dB)按下图所示的方法连接。求在端口 2' 和端口 3' 处产生的相位和振幅(相对于端口 1)。



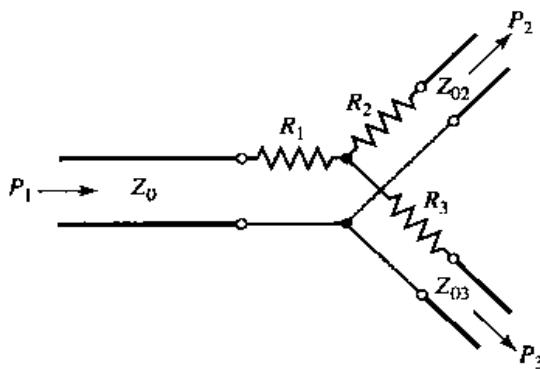
- 7.4 一个2 W的功率源接到了一个定向耦合器的输入端,该耦合器的 $C = 20 \text{ dB}$, $D = 25 \text{ dB}$, 插入损耗是 0.7 dB 。求在直通、耦合和隔离端口的输出功率(用 dBm 表示),假定所有端口是匹配的。
- 7.5 设计一个无耗 T 型结分配器,它有 30Ω 的源阻抗,功率分配比是 3:1。设计一个四分之一波长匹配变换器,把输出线的特征阻抗转换到 30Ω ,确定这些电路的 S 参量的幅值,使用 30Ω 的特征阻抗。
- 7.6 考虑如下图所示的 T 型和 π 型电阻性衰减器电路。假如输入和输出匹配到 Z_0 ,输出电压与输入电压的比是 α 。推导出每个电路的 R_1 和 R_2 的设计公式。若 $Z_0 = 50 \Omega$,计算每种类型衰减器的衰减值为 3 dB、10 dB 和 20 dB 时的 R_1 和 R_2 。



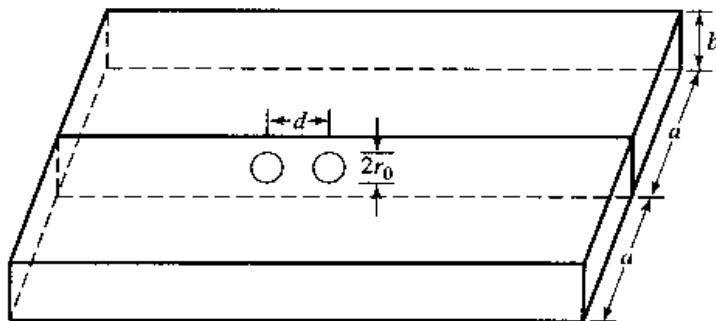
- 7.7 设计一个等功率分配的 3 端口电阻性分配器,系统阻抗是 100Ω ,如下图所示。假如端口 3 是匹配的,计算当端口 2 先是连接一个匹配负载,然后改接为 $\Gamma = 0.3$ 的失配负载时,端口 3 输出功率的改变(用 dB 表示)。



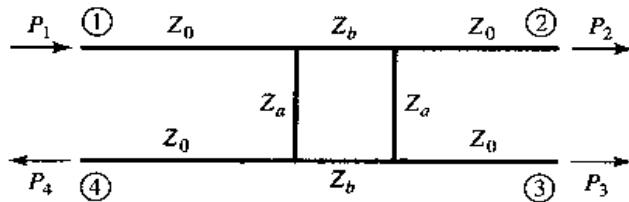
- 7.8 考虑如下图所示的通用的电阻性分配器。对于任意功率分配比 $\alpha = P_2/P_3$,推导出 R_1 , R_2 , R_3 和使得所用端口是匹配的输出特征阻抗 Z_{o2} , Z_{o3} 的表示式,假定源阻抗是 Z_0 。



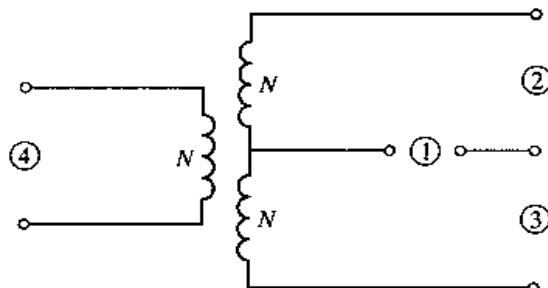
- 7.9 设计一个 Wilkinson 功率分配器,其功率分配比 $P_3/P_2 = 1/3$,源阻抗为 50Ω 。
- 7.10 对非等分 Wilkinson 分配器,推导出设计式(7.37a,b,c)。
- 7.11 对于图 7.16(a)所示的倍兹孔耦合器,推导出对 s 的设计,以便使端口 3 是隔离端口。
- 7.12 设计一个如图 7.16(a)所示的工作在 11 GHz、Ku 波段波导的倍兹孔耦合器,需要的耦合度是 20 dB。
- 7.13 设计一个如图 7.16(b)所示的工作在 17 GHz、Ku 波段波导的倍兹孔耦合器,需要的耦合度是 30 dB。
- 7.14 用 Ku 波段波导设计一个 5 孔定向耦合器,它有二项式方向性响应,中心频率是 17.5 GHz,所需耦合度是 20 dB。使用在波导宽壁的中心圆孔。
- 7.15 使用切比雪夫响应,重复习题 7.14 的设计,最小方向性为 30 dB。
- 7.16 开发用以设计两个波导组成的双孔定向耦合器的必需公式,孔径在公共窄壁上,如下图所示。



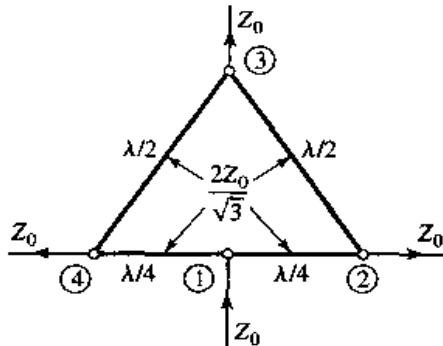
- 7.17 考虑下图所示的普通分支线耦合器，并联臂特征阻抗为 Z_a ，串联臂特征阻抗为 Z_b 。用偶-奇模分析，推导出有任意功分比 $\alpha = P_2/P_3$ 且输入端口(端口 1)匹配的正交混合耦合器的设计公式。假定所有臂长是 $\lambda/4$ 。通常端口 4 是否隔离?



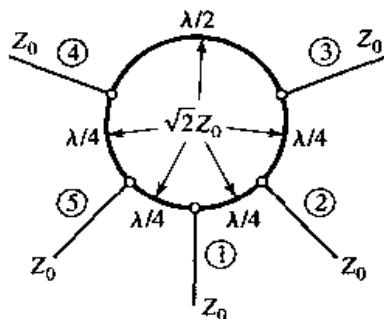
- 7.18 一个接地板间距为 0.32 cm 的边耦合带状线, 其介电常数为 2.2, 所需的偶模和奇模特征阻抗分别为 $Z_{0e} = 70 \Omega$ 和 $Z_{0o} = 40 \Omega$, 求必需的带状线的宽度和间距。
- 7.19 对于在 $\epsilon_r = 4.2$ 和 $d = 0.158$ cm 的 FR-4 基片上的耦合微带线, 微带线的宽度是 0.30 cm, 带间距是 0.1173 cm。求偶模和奇模的特征阻抗。
- 7.20 重做在 7.6 节中对单节耦合线耦合器的推导, 用反射系数和传输系数代替电压和电流。
- 7.21 设计一个单节耦合线耦合器, 耦合度为 19.1 dB, 系统阻抗为 60Ω , 中心频率为 8 GHz。假定该耦合器是用 $\epsilon_r = 2.2$ 和 $b = 0.32$ cm 的带状线(边耦合)制作的。求所需的带状线的宽度和间距。
- 7.22 对于耦合因数 5 dB, 重做习题 7.21。这是一个实用的设计吗?
- 7.23 推导式(7.83)和式(7.84)。
- 7.24 一个 20 dB 的 3 节耦合线耦合器要求有最平坦耦合度响应, 中心频率为 3 GHz, $Z_0 = 50 \Omega$ 。(a)设计该耦合器并求出每节的 Z_{0e} 和 Z_{0o} 。用 CAD 画出计算得到的从 1 GHz 到 5 GHz 的耦合度(用 dB 表示);(b)该耦合器用微带线实现在 FR4 基片上, 基片有 $\epsilon_r = 4.2$ 和 $d = 0.158$ cm, $\tan\delta = 0.02$, 铜导体厚 0.5 mil。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。
- 7.25 对于等波纹耦合响应的耦合器, 重做习题 7.24, 其中在通带范围内耦合度的波纹是 1 dB。
- 7.26 由式(7.98)和式(7.99)推导出 Lange 耦合器的 Z_{0e} 和 Z_{0o} 的设计式(7.100)。
- 7.27 设计一个工作在 5 GHz 的 3 dB Lange 耦合器, 假定该耦合器是使用微带线制作在 $\epsilon_r = 10$ 和 $d = 1.0$ mm 的氧化铝基片上的。计算出两根相邻线的 Z_{0e} 和 Z_{0o} , 并求出所需的线的间距和宽度。
- 7.28 考虑下图所示的四端口混合变压器, 确定该器件的散射矩阵, 并证明它在形式上与 180° 混合网络的散射矩阵是相似的。令端口特征阻抗为 $Z_{01} = Z_{04} = Z_0$; $Z_{02} = Z_{03} = 2Z_0$ (这种类型的变压器通常用于电话线路)。



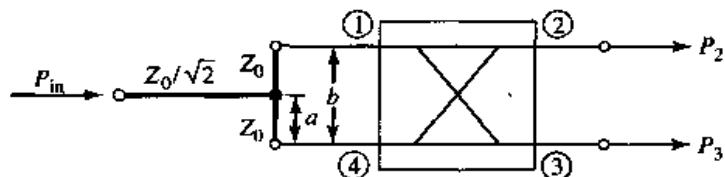
- 7.29 输入信号 V_1 施加到 180° 混合网络的和端口上, 而另一个信号 V_4 施加到差端口上, 求输出信号。
- 7.30 计算有 3 dB 耦合比和 50Ω 特征阻抗的渐变耦合线 180° 混合耦合器的偶模和奇模特征阻抗。
- 7.31 求出下图所示的四端口 Bagley 多边形功率分配器的 S 参量。



- 7.32 计算下图所示的对称混合网络的输出电压。假定端口 1 嵌入 140 V 的输入波, 并假定输出是匹配的。



- 7.33 用一个 90° 混合耦合器和一个 T型结制成的 Bailey 等分功分器如下图所示。功率分配比可通过调整沿着连接混合网络端口 1 和端口 4 的传输线长度 b 上的嵌入位置 a 来控制。一个阻抗为 $Z_0/\sqrt{2}$ 的四分之一波长变换器用以匹配这个器件的输入。(a) 对于 $b = \lambda/4$, 证明输出功率分配比由 $P_3/P_2 = \tan^2(\pi a/2b)$ 给出;(b) 用 $Z_0 = 50 \Omega$ 的分支线混合网络设计一个分配比为 $P_3/P_2 = 0.5$ 的功率分配器, 并画出计算得到的输入回波损耗和传输系数与频率的关系曲线。



第8章 微波滤波器

微波滤波器是一个二端口网络,它通过在滤波器通带频率内提供信号传输并在阻带内提供衰减的特性,用以控制微波系统中某处的频率响应。典型的频率响应包括低通、高通、带通和带阻特性。微波滤波器实际上已应用于任何类型的微波通信、雷达测试或测量系统中。

微波滤波器的理论和实践始于第二次世界大战前几年,开拓者有 Mason, Sykes, Darlington, Fano, Lawson 和 Richards。滤波器设计的镜像参量法是在 20 世纪 30 年代后期开发的,用于无线电和电话的低频滤波器中。在 20 世纪 50 年代初期,在斯坦福研究所由 G. Matthaei, L. Young, E. Jones, S. Cohn 和其他人组成的研究小组成为微波滤波器和耦合器开发的最活跃人物。滤波器和耦合器方面的多卷本手册是由这些工作得来的,并是留存下来的有价值的参考书^[1]。现今,大多数微波滤波器设计是用基于插入损耗法的复杂计算机辅助设计(CAD)软件包来进行的。使用分布元件的网络综合法的不断改进、低温超导的应用和在滤波器电路中使用有源器件,使得微波滤波器的设计至今仍是一个活跃的研究领域。

我们对滤波器理论和设计的讨论将从周期性结构的频率特性开始,这些周期结构是由电抗性元件周期加载的传输线或波导组成的。这些结构本身之所以受人关注,一方面是因为它们应用于慢波器件和行波放大器的设计中,另一方面是因为它们展现有基本的通带-阻带响应,由此导出了滤波器设计的镜像参量法。

使用镜像参量法(image parameter method)设计的滤波器,由较简单的二端口滤波器节的级联构成,以便提供所希望的截止频率和衰减特性,但不能提供在整个工作范围内频率响应的具体性质。所以用镜像参量法设计滤波器虽然程序是相对简单的,但是为了达到所希望的结果,常常必须迭代多次。

一种更现代的过程称为插入损耗法(insertion loss method),该方法采用网络综合技术设计出有完整的特定频率响应的滤波器。通过从使用阻抗和频率归一化的低通滤波器原型开始,该设计过程得到了简化。然后进行转换,以便将设计原型变换到所希望的频率范围和阻抗值上去。

镜像参量和插入损耗这两种滤波器的设计方法可给出集总元件电路。对于微波应用,这种设计通常必须变更到由传输线段组成的分布元件,理查德(Richard)变换和科洛达(Kuroda)恒等关系提供了这个手段。我们也将讨论使用阶跃阻抗和耦合线的传输线滤波器,对使用耦合谐振器的滤波器也会加以简单描述。

由于这些元件在实际系统中的重要性和各种各样的可能实现方法,因此微波滤波器这个主题所涉及的内容相当广泛。此处我们只给出基本原理的论述和一些较常见的滤波器的设计;对于更进一步的讨论,请读者参阅参考文献[1],[2],[3]和[4]。

8.1 周期结构

一个无限长的使用电抗性元件周期性加载的传输线或波导称为周期结构。正如图 8.1 所示,周期结构能制成与所用传输线性质有关的各种形式。通常,加载元件在传输线上会引起不连续性,但在任何情况下,它们都可以模拟为跨接在传输线上的集总电抗,如图 8.2 所示。周期

结构提供慢波传播(比无加载传输线的相速慢)并有与滤波器相似的通带和阻带特性。它们应用在行波管、微波激射器(maser)、相移器和天线中。

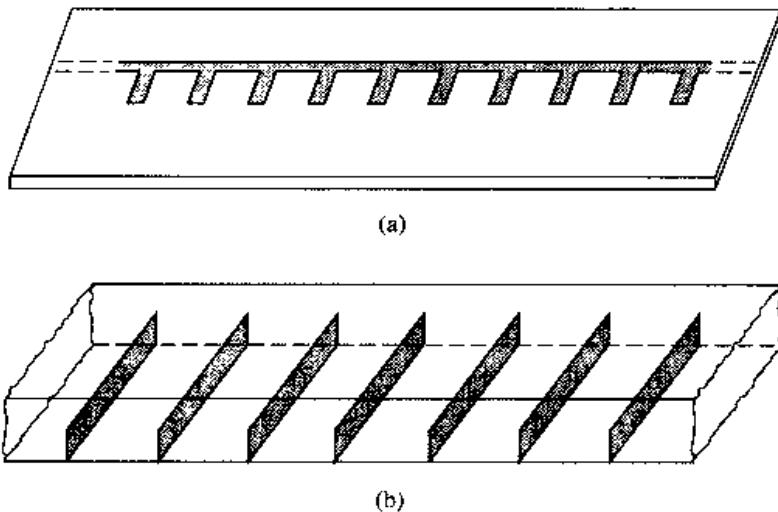


图 8.1 周期结构的实例:(a)在微带线上的周期短截线;(b)在波导中的周期模片

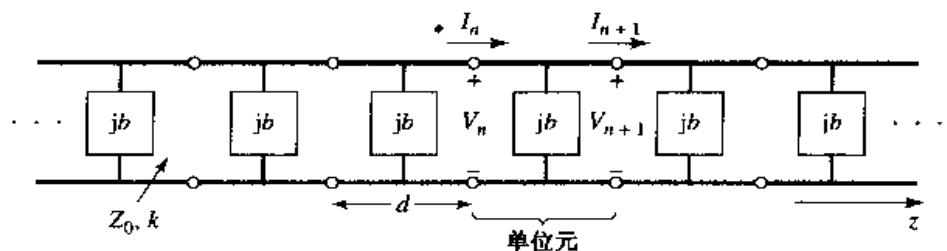


图 8.2 周期性加载传输线的等效电路,无加载线有特征阻抗 Z_0 和传输常数 k

8.1.1 无限长周期结构的分析

我们首先研究图 8.2 所示的无限长加载线的传播特性。线的每个单元包括一段长度为 d 的传输线和跨接在该线段中点的电纳,电纳 b 用特征阻抗 Z_0 归一化。若我们认为无限长线是用相同的二端口网络级联而成的,则我们能用 $ABCD$ 矩阵将第 n 个单位元两侧的电压和电流联系起来:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

式中, A, B, C 和 D 是长度为 $d/2$ 的传输线段、并联电纳 b 和另一个长度为 $d/2$ 的传输线段级联的矩阵参量。由表 4.1, 我们能得到该矩阵的归一化形式:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & j \sin \frac{\theta}{2} \\ j \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & j \sin \frac{\theta}{2} \\ j \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left(\cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \right) & j \left(\sin \theta + \frac{b}{2} \cos \theta - \frac{b}{2} \right) \\ j \left(\sin \theta + \frac{b}{2} \cos \theta + \frac{b}{2} \right) & \left(\cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.2)$$

式中, $\theta = kd$, k 是无加载传输线的传播常数。读者能证明正如互易网络所要求的那样, 有 $AD - BC = 1$ 。

对于 $+z$ 方向传播的波, 必须有

$$V(z) = V(0)e^{-\gamma z} \quad (8.3a)$$

$$I(z) = I(0)e^{-\gamma z} \quad (8.3b)$$

相位参考点在 $z = 0$ 处。因为结构是无限长的, 所以在第 n 个终端的电压和电流与在第 $n + 1$ 个终端的电压和电流的区别, 只是传播因数 $e^{-\gamma d}$ 。于是, 我们有

$$V_{n+1} = V_n e^{-\gamma d} \quad (8.4a)$$

$$I_{n+1} = I_n e^{-\gamma d} \quad (8.4b)$$

将该结果用在式(8.1)中, 可得出下列关系:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{n+1} e^{\gamma d} \\ I_{n+1} e^{\gamma d} \end{bmatrix}$$

或

$$\begin{bmatrix} A - e^{\gamma d} & B \\ C & D - e^{\gamma d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0 \quad (8.5)$$

对于非零解, 上面的矩阵行列式必须等于零:

$$AD + e^{2\gamma d} - (A + D)e^{\gamma d} - BC = 0 \quad (8.6)$$

或者, 因为 $AD - BC = 1$,

$$\begin{aligned} 1 + e^{2\gamma d} - (A + D)e^{\gamma d} &= 0 \\ e^{-\gamma d} + e^{\gamma d} &= A + D \\ \cosh \gamma d &= \frac{A + D}{2} = \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \end{aligned} \quad (8.7)$$

此处用了式(8.2)中的 A 和 D 值。现在假定 $\gamma = \alpha + j\beta$, 我们有

$$\cosh \gamma d = \cosh \alpha d \cos \beta d + j \sinh \alpha d \sin \beta d = \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \quad (8.8)$$

因为式(8.8)的右侧是纯实数, 所以我们必须有 $\alpha = 0$ 或 $\beta = 0$ 。

情况 1: $\alpha = 0, \beta \neq 0$ 。这种情况对应于在周期结构上传播的波无衰减, 并能定义该结构的通带。所以式(8.8)简化为

$$\cos \beta d = \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \quad (8.9a)$$

假如该式右侧的幅值小于或等于 1, 则能解出 β 。注意, 有无限多个 β 值能满足式(8.9a)。

情况 2: $\alpha \neq 0, \beta = 0, \pi$ 。在这种情况下波不能传播, 而是沿着线衰减。这种情况可定义结构的阻带。因为线是无耗的, 所以功率不是耗散在线上, 而是反射回线的输入端。式(8.8)的幅值简化为

$$\cosh \alpha d = \left| \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta \right| \geq 1 \quad (8.9b)$$

该方程只有一个解: $\alpha > 0$ 对应于正向行波; $\alpha < 0$ 对应于反向行波。若 $\cos \theta - (b/2) \sin \theta \leq -1$, 则式(8.9b)可以通过令式(8.8)中的 $\beta = \pi$ 而得到; 于是在线上的所有集总加载相距为 $\lambda/2$, 给出与 $\beta = 0$ 同样的输入阻抗。

因而,根据频率和归一化电纳值,周期加载线将显示为通带或阻带,所以可以认为是一种类型的滤波器。记录下式(8.3)和式(8.4)定义的电压和电流波是重要的,但只有在这些单位元的终端上测量才是有意义的,而不把电压和电流应用于单位元内部的点上。这些波与通过晶体周期性点阵传播的弹性波(布洛赫波,Bloch waves)相似。

除了在周期加载线上的波的传播常数外,我们对这种波的特征阻抗也是感兴趣的。我们可以定义在单位元终端的特征阻抗为

$$Z_B = Z_0 \frac{V_{n+1}}{I_{n+1}} \quad (8.10)$$

因为在上面的推导中 V_{n+1} 和 I_{n+1} 是归一化量,所以该阻抗也称为布洛赫阻抗。由式(8.5)我们有

$$(A - e^{\gamma d})V_{n+1} + BI_{n+1} = 0$$

所以式(8.10)给出

$$Z_B = \frac{-BZ_0}{A - e^{\gamma d}}$$

由式(8.6)解出用 A 和 D 表示的 $e^{\gamma d}$ 为

$$e^{\gamma d} = \frac{(A + D) \pm \sqrt{(A + D)^2 - 4}}{2}$$

所以布洛赫阻抗有两个解:

$$Z_B^\pm = \frac{-2BZ_0}{2A - A - D \mp \sqrt{(A + D)^2 - 4}} \quad (8.11)$$

对于对称的单位元(正如图 8.2 假定的那样),总有 $A = D$ 。在这种情况下,式(8.11)简化为

$$Z_B^\pm = \frac{\pm BZ_0}{\sqrt{A^2 - 1}} \quad (8.12)$$

该 \pm 解分别对应于正向和反向行波的特征阻抗。对于对称网络,除了符号以外,这些阻抗是相同的。对于反向行波则出现了负号,因为我们在图 8.2 中定义的 I_n 总是在正方向。

由式(8.2)我们看到 B 总是纯虚数。若 $\alpha = 0, \beta \neq 0$ (通带),则式(8.7)表明 $\cosh \gamma d = A \leq 1$ (对于对称网络)和式(8.12)表明 Z_B 是实数。若 $\alpha \neq 0, \beta = 0$ (阻带),则式(8.7)表明 $\cosh \gamma d = A \geq 1$ 和式(8.12)表明 Z_B 是虚数。这种情况与波导的波阻抗相似,即对传播模式是实数,对截止模或消逝模是虚数。

8.1.2 有负载的周期结构

下面考虑一头截断的周期结构,它端接一个负载阻抗 Z_L ,如图 8.3 所示。在任意单元的终端,入射和反射电压和电流可以表示为(假定工作在通带)

$$V_n = V_0^+ e^{-j\beta nd} + V_0^- e^{j\beta nd} \quad (8.13a)$$

$$I_n = I_0^+ e^{-j\beta nd} + I_0^- e^{j\beta nd} = \frac{V_0^+}{Z_B^+} e^{-j\beta nd} + \frac{V_0^-}{Z_B^-} e^{j\beta nd} \quad (8.13b)$$

此处我们已用 $j\beta nd$ 替代了式(8.3)中的 γz ,因为我们感兴趣的只是终端的量。

现在,定义在第 n 个单元的入射和反射电压为

$$V_n^+ = V_0^+ e^{-j\beta nd} \quad (8.14a)$$

$$V_n^- = V_0^- e^{j\beta n d} \quad (8.14b)$$

则式(8.13)能表示为

$$V_n = V_n^+ + V_n^- \quad (8.15a)$$

$$I_n = \frac{V_n^+}{Z_B^+} + \frac{V_n^-}{Z_B^-} \quad (8.15b)$$

在负载处,这里 $n = N$,我们有

$$V_N = V_N^+ + V_N^- = Z_L I_N = Z_L \left(\frac{V_N^+}{Z_B^+} + \frac{V_N^-}{Z_B^-} \right) \quad (8.16)$$

所以,可以求出负载处的反射系数为

$$\Gamma = \frac{V_N^-}{V_N^+} = -\frac{Z_L/Z_B^+ - 1}{Z_L/Z_B^- - 1} \quad (8.17)$$

若单元网络是对称的($A = D$),则 $Z_B^+ = -Z_B^- = Z_B$,从而式(8.17)可简化为我们熟悉的结果,即

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_B}{Z_L + Z_B} \quad (8.18)$$

所以为了避免接有负载的周期结构中存在反射,必须有 $Z_L = Z_B$,对于工作在通带的无耗结构 Z_B 是实数。若需要的话,四分之一波长阻抗变换器可以用在周期加载线和这个负载之间。

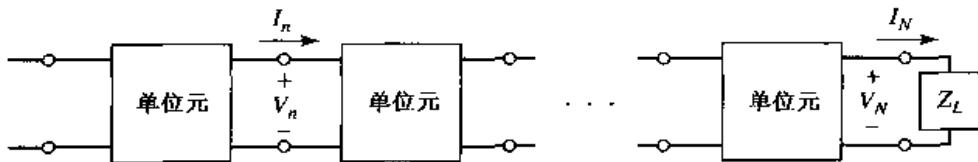


图 8.3 端接归一化负载阻抗 Z_L 的周期结构

8.1.3 $k\beta$ 图和波速

研究周期结构的通带和阻带特性时,画出传播常数 β 与无加载线的传播常数 k (或 ω)的关系曲线是有用的。这种曲线图称为 $k\beta$ 图或布里渊图(L. Brillouin,物理学家,其研究对象为波在晶体周期结构中的传播)。

$k\beta$ 图可由式(8.9a)画出,这是一般的周期结构的色散关系。实际上,我们能用 $k\beta$ 图研究很多类型的微波器件和传输系统的色散特性。例如,考虑波导模式的色散关系:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$$

或

$$k = \sqrt{\beta^2 + k_c^2} \quad (8.19)$$

式中 k_c 是该模式的截止波数, k 是真空波数, β 是该模式的传播常数。关系式(8.19)描绘在图 8.4 所示的 $k\beta$ 图中。对于 $k < k_c$ 的值, β 没有实数解,所以模式不能传播;对于 $k > k_c$,模式能传播,对于大的 β 值 k 接近 β (TEM 模传播)。

$k\beta$ 图对于解释与色散结构相关联的各种波速也是有用的。相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = c \frac{k}{\beta} \quad (8.20)$$

可以看出它等于 c (光速)乘以在 $k\beta$ 图上从原点到工作点的斜率。群速为

$$v_g = \frac{dc}{d\beta} = c \frac{dk}{d\beta} \quad (8.21)$$

它是 $k\beta$ 曲线上在工作点的斜率。所以参照图 8.4, 我们看出在截止处传播波导模式的相速无限大, 随着 k 增大而逼近于 c (从上面)。但在截止处群速是零, 并且随着 k 增加而逼近于 c (从下面)。下面我们用容性加载传输线的实际例子来结束对周期结构的讨论。

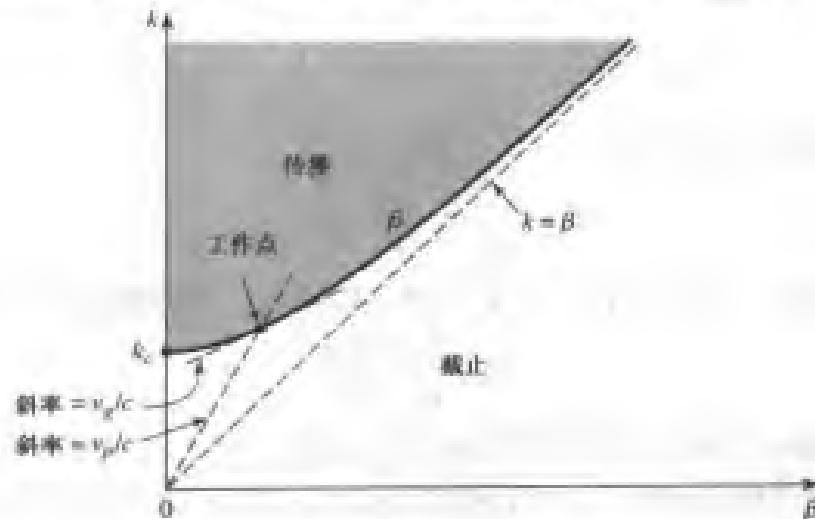


图 8.4 波导模的 $k\beta$ 图

例题 8.1 周期结构的分析

考虑一个周期电容性加载线, 如图 8.5 所示(此线可用如图 8.1 所示的电容性短截线来实现)。假定 $Z_0 = 50 \Omega$, $d = 1.0 \text{ cm}$ 和 $C_0 = 2.666 \text{ pF}$, 画出 $k\beta$ 示意图并计算 $f = 3.0 \text{ GHz}$ 时的传播常数、相速度和布洛赫阻抗。假定 $k = k_0$ 。

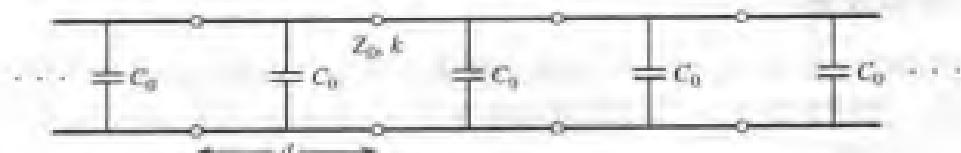


图 8.5 电容性加载线

解:

我们可将式(8.9a)的色散关系改写为

$$\cos \beta d = \cos k_0 d - \left(\frac{C_0 Z_0 c}{2d} \right) k_0 d \sin k_0 d$$

则有

$$\frac{C_0 Z_0 c}{2d} = \frac{(2.666 \times 10^{-12})(50)(3 \times 10^8)}{2(0.01)} = 2.0$$

所以我们有

$$\cos \beta d = \cos k_0 d - 2k_0 d \sin k_0 d$$

对此最直接了当的方法是数值求解, 上式的右侧从零开始设一组 $k_0 d$ 值。当右侧的幅值是 1 或小于 1 时, 存在一个通常并能解出 βd , 否则为一阻带。计算表明, 第一个通带存在于

$0 \leq k_0 d \leq 0.96$ 。直到 $k_0 d = \pi$, 使 $\sin k_0 d$ 项改变符号时, 才开始第二个通道。随着 $k_0 d$ 的增加, 可能出现无数个通带数, 但是它们变得更窄了, 图 8.6 显示了前两个通带的 k - β 图。

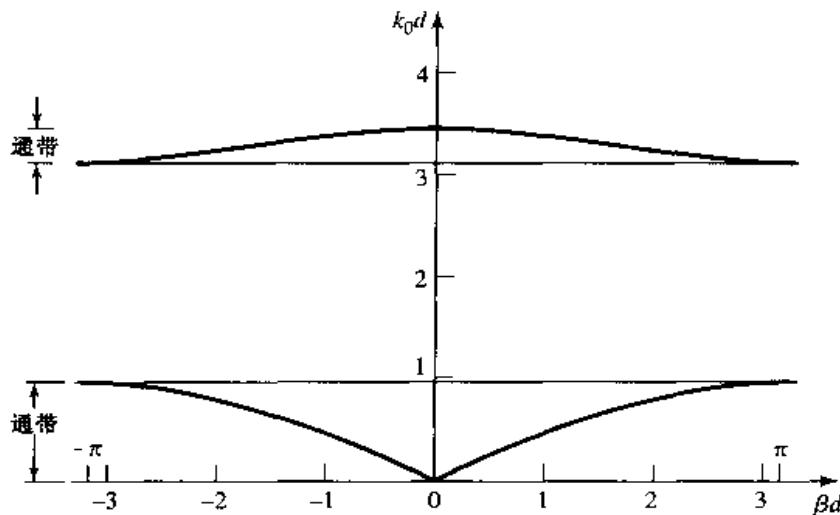


图 8.6 例题 8.1 的 k - β 图

在 3.0 GHz 时, 我们有

$$k_0 d = \frac{2\pi(3 \times 10^9)}{3 \times 10^8} (0.01) = 0.6283 = 36^\circ$$

所以 $\beta d = 1.5$ 和 $\beta = 150 \text{ rad/m}$ 。相速为

$$v_p = \frac{k_0 c}{\beta} = \frac{0.6283}{1.5} c = 0.42 c$$

它远小于光速, 表明这是一个慢波结构。我们用式(8.2)和式(8.12)计算布洛赫阻抗:

$$\frac{b}{2} = \frac{\omega C_0 Z_0}{2} = 1.256$$

$$\theta = k_0 d = 36^\circ$$

$$A = \cos \theta - \frac{b}{2} \sin \theta = 0.0707$$

$$B = j \left(\sin \theta + \frac{b}{2} \cos \theta - \frac{b}{2} \right) = j0.3479$$

所以

$$Z_B = \frac{B Z_0}{\sqrt{A^2 - 1}} = \frac{(j0.3479)(50)}{j\sqrt{1 - (0.0707)^2}} = 17.4 \Omega$$

8.2 用镜像参量法设计滤波器

滤波器设计的镜像参量法包含有级联二端口网络的通带和阻带特性的具体要求, 所以在概念上与 8.1 节分析的周期结构相似。这种方法是相对简单的, 但是在设计中有不能把任意频率响应都包括进去的缺点, 这与下一节将要讨论的插入损耗法是不同的。尽管如此, 镜像参量法对简单的滤波器是有用的, 它在无限长周期结构与实际滤波器设计之间建立了联系。镜像参量法也应用在固态行波放大器的设计中。

8.2.1 二端口网络的镜像阻抗和传递函数

我们首先定义任意互易二端口网络的镜像阻抗和电压传递函数。在用镜像参量法分析和设计滤波器时,需要用到这些结果。

考虑图 8.7 所示的任意二端口网络,该网络是由它的 $ABCD$ 参量设定的。注意,在端口 2,电流的参考方向是按 $ABCD$ 参量的约定来选择的。该网络的镜像阻抗 Z_{i1} 和 Z_{i2} 定义为

Z_{i1} = 当端口 2 端接 Z_{i2} 时,端口 1 的输入阻抗

Z_{i2} = 当端口 1 端接 Z_{i1} 时,端口 2 的输入阻抗

所以,当端接它们的镜像阻抗时,两个端口是匹配的。现在根据网络的 $ABCD$ 参量推导出镜像阻抗的表示式。

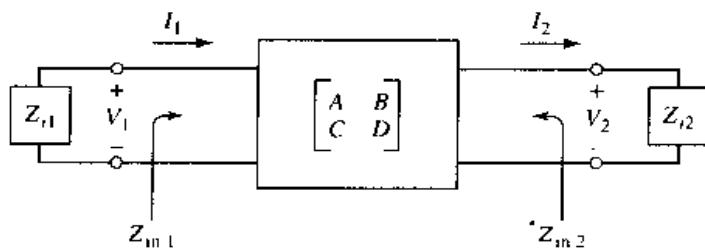


图 8.7 端接其镜像阻抗的二端口网络

端口电压和电流的关系为

$$V_1 = AV_2 + BI_2 \quad (8.22a)$$

$$I_1 = CV_2 + DI_2 \quad (8.22b)$$

在端口 2 端接阻抗 Z_{i2} 时,端口 1 的输入阻抗是

$$Z_{in1} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AV_2 + BI_2}{CV_2 + DI_2} = \frac{AZ_{i2} + B}{CZ_{i2} + D} \quad (8.23)$$

因为 $V_2 = Z_{i2}I_2$ 。

现在用 $ABCD$ 的逆矩阵,对式(8.22)求解 V_2 和 I_2 。因为网络是互易的,所以有 $AD - BC = 1$,从而得到

$$V_2 = DV_1 - BI_1 \quad (8.24a)$$

$$I_2 = -CV_1 + AI_1 \quad (8.24b)$$

然后,在端口 1 端接阻抗 Z_{i1} ,可求得在端口 2 的输入阻抗为

$$Z_{in2} = \frac{-V_2}{I_2} = -\frac{DV_1 - BI_1}{-CV_1 + AI_1} = \frac{DZ_{i1} + B}{CZ_{i1} + A} \quad (8.25)$$

因为 $V_1 = -Z_{i1}I_1$ (图 8.7 所示的电路)。

我们希望 $Z_{in1} = Z_{i1}$ 和 $Z_{in2} = Z_{i2}$,所以式(8.23)和式(8.25)给出镜像阻抗的两个方程:

$$Z_{i1}(CZ_{i2} + D) = AZ_{i2} + B \quad (8.26a)$$

$$Z_{i1}D - B = Z_{i2}(A - CZ_{i1}) \quad (8.26b)$$

对 Z_{i1} 和 Z_{i2} 求解得出

$$Z_{i1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} \quad (8.27a)$$

$$Z_{i2} = \sqrt{\frac{BD}{AC}} \quad (8.27b)$$

有 $Z_{i2} = DZ_{i1}/A$ 。若该网络是对称的，则有 $A = D$ 和 $Z_{i1} = Z_{i2}$ ，而这正是预计的结果。

现在考虑端接有镜像阻抗的二端口网络的电压传递函数。参考图 8.8 和式(8.24a)，在端口 2 的输出电压可以表示为

$$V_2 = DV_1 - BI_1 = \left(D - \frac{B}{Z_{i1}}\right)V_1 \quad (8.28)$$

(因为我们现在有 $V_1 = I_1 Z_{i1}$)，所以电压比是

$$\frac{V_2}{V_1} = D - \frac{B}{Z_{i1}} = D - B\sqrt{\frac{CD}{AB}} = \sqrt{\frac{D}{A}}(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}) \quad (8.29a)$$

同样，电流比是

$$\frac{I_2}{I_1} = -C\frac{V_1}{I_1} + A = -CZ_{i1} + A = \sqrt{\frac{A}{D}}(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}) \quad (8.29b)$$

系数 $\sqrt{D/A}$ 出现在式(8.29a)和式(8.29b)中的互易位置上，所以可以看做是变压器的匝数比。在不考虑这个系数的情况下，我们可以将该网络的传播因数定义为

$$e^{-\gamma} = \sqrt{AD} - \sqrt{BC} \quad (8.30)$$

像往常一样， $\gamma = \alpha + j\beta$ 。由于 $e^\gamma = 1/(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}) = (AD - BC)/(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}) = \sqrt{AD} + \sqrt{BC}$ 和 $\cosh \gamma = (e^\gamma + e^{-\gamma})/2$ ，我们还得到

$$\cosh \gamma = \sqrt{AD} \quad (8.31)$$

两种主要类型的二端口网络是 T 型网络和 π 型网络，它们都可以制成对称形式。表 8.1 列出了这两类网络的镜像阻抗、传播因数以及其他有用的参量。

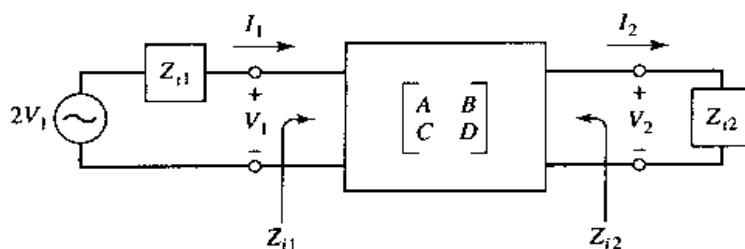


图 8.8 端接其镜像电阻并使用电压源驱动的二端口网络

8.2.2 定 k 式滤波器节

现在我们开发低通和高通滤波器节。首先考虑图 8.9 所示的 T 型网络；我们凭直觉得知，低通滤波器网络因为串联电感和并联电容能截断高频信号，而使低频信号通过。与表 8.1 给出的结果比较，我们有 $Z_1 = j\omega L$ 和 $Z_2 = 1/j\omega C$ ，所以镜像阻抗是

$$Z_{iT} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}} \quad (8.32)$$

若我们定义截止频率 ω_c 为

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad (8.33)$$

标称的特征阻抗 R_0 为

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = k \quad (8.34)$$

式中 k 是常数, 则式(8.32)可重新表示为

$$Z_{iT} = R_0 \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} \quad (8.35)$$

对于 $\omega = 0$, 有 $Z_{iT} = R_0$ 。

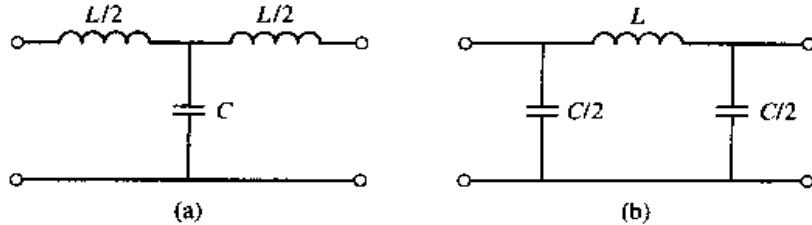


图 8.9 T型和π型低通定 k 式滤波器节:(a)T型结;(b)π型结

表 8.1 T型和π型网络的镜像参数

T型网络	π型网络
ABCD参数:	ABCD参数:
$A = 1 + Z_1/2Z_2$	$A = 1 + Z_1/2Z_2$
$B = Z_1 + Z_1^2/4Z_2$	$B = Z_1$
$C = 1/Z_2$	$C = 1/Z_2 + Z_1/4Z_2^2$
$D = 1 + Z_1/2Z_2$	$D = 1 + Z_1/2Z_2$
Z参数:	Y参数:
$Z_{11} = Z_{22} = Z_2 + Z_1/2$	$Y_{11} = Y_{22} = 1/Z_1 + 1/2Z_2$
$Z_{12} = Z_{21} = Z_2$	$Y_{12} = Y_{21} = 1/Z_1$
镜像阻抗:	镜像阻抗:
$Z_{iT} = \sqrt{Z_1 Z_2} \sqrt{1 + Z_1/4Z_2}$	$Z_{iT} = \sqrt{Z_1 Z_2} / \sqrt{1 + Z_1/4Z_2} = Z_1 Z_2 / Z_{iT}$
传播常数:	传播常数:
$e^{\gamma} = 1 + Z_1/2Z_2 + \sqrt{Z_1/Z_2 + Z_1^2/4Z_2^2}$	$e^{\gamma} = 1 + Z_1/2Z_2 + \sqrt{Z_1/Z_2 + Z_1^2/4Z_2^2}$

由表 8.1 得到传播因数是

$$e^{\gamma} = 1 - \frac{2\omega^2}{\omega_c^2} + \frac{2\omega}{\omega_c} \sqrt{\frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1} \quad (8.36)$$

现在考虑两个频率范围：

1. $\omega > \omega_c$: 这是滤波器节的通带。由式(8.35)看出 Z_{it} 是实数，由式(8.36)看出 γ 是虚数，因为 $\omega^2/\omega_c^2 - 1$ 是负数，且 $|e^\gamma| = 1$ ：

$$|e^\gamma|^2 = \left(1 - \frac{2\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2 + \frac{4\omega^2}{\omega_c^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right) = 1$$

2. $\omega > \omega_c$: 这是滤波器节的阻带。式(8.35)表明 Z_{it} 是虚数，而式(8.36)表明 e^γ 是实数，且 $-1 < e^\gamma < 0$ (正如看到的极点是 $\omega \rightarrow \omega_c$ 和 $\omega \rightarrow \infty$)。对于 $\omega \gg \omega_c$ ，衰减率是 40 dB/十倍频率。

典型的相位和衰减常数如图 8.10 所示。注意，接近截止频率时衰减 α 是零或相当小，但当 $\alpha \rightarrow \infty$ 时， $\omega \rightarrow \infty$ 。这种类型的滤波器称为定 k 式低通原型。只有两个参数可供选择(L 和 C)，它是由截止频率 ω_c 和在零频率时的镜像阻抗 R_0 决定的。

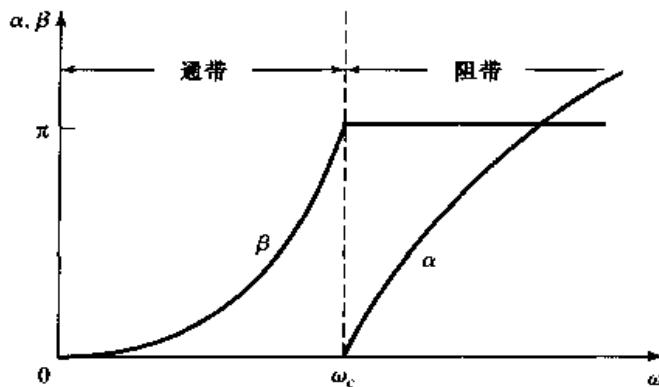


图 8.10 图 8.9 所示的低通定 k 式滤波器节的典型通带和阻带特性曲线

上面的结果只有在滤波器节两端都接镜像阻抗时才正确，这是这种设计的主要缺点，因为镜像阻抗是频率的函数，不大可能与给定的源和负载阻抗匹配。另外，在接近截止时，衰减较低的缺点可以用下面将要讨论的改进的 m 导出式节来改善。

图 8.9 所示的低通 π 型网络有 $Z_1 = j\omega L$ 和 $Z_2 = 1/j\omega C$ ，所以传播因数是和低通 T 型网络的传播因素相同的。截止频率 ω_c 和标称的特征阻抗 R_0 与式(8.33)和式(8.34)给出的 T 型网络的对应值相同。在 $\omega = 0$ 时，我们有 $Z_{it} = Z_{in} = R_0$ ，此处 Z_{in} 是低通 π 型网络的镜像阻抗，但是通常 Z_{it} 和 Z_{in} 在其他频率时是不相等的。

高通定 k 式节如图 8.11 所示。我们看到电感和电容的位置与低通原型互换了，它的设计公式容易被证明是

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (8.37)$$

$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad (8.38)$$

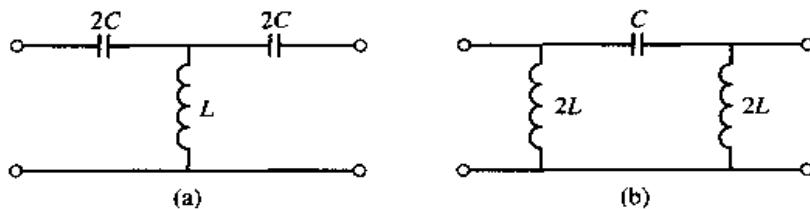


图 8.11 T型和 π 型高通定 k 式滤波器节：(a)T型结；(b) π 型结

8.2.3 m 导出式滤波器节

我们已经看到定 k 式滤波器节在过截止点后有相对低的衰减率及镜像阻抗不是常数的缺点。该 m 导出式节是为克服这些问题而设计的定 k 式节的修正形式。如图 8.12(a,b) 所示, 把定 k 式 T 型结中的 Z_1 和 Z_2 用 Z'_1 和 Z'_2 替换, 我们令

$$Z'_1 = mZ_1 \quad (8.39)$$

选择 Z'_2 , 使得到的 Z_{iT} 值与定 k 式节的相同。所以, 由表 8.1 得出

$$Z_{iT} = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} = \sqrt{Z'_1 Z'_2 + \frac{Z'_1^2}{4}} = \sqrt{m Z_1 Z'_2 + \frac{m^2 Z_1^2}{4}} \quad (8.40)$$

对 Z'_2 求解, 得出

$$Z'_2 = \frac{Z_2}{m} + \frac{Z_1}{4m} - \frac{mZ_1}{4} = \frac{Z_2}{m} + \frac{(1-m^2)}{4m} Z_1 \quad (8.41)$$

因为阻抗 Z_1 和 Z_2 代表电抗性元件, Z'_2 代表两个元件串联, 正如图 8.12(c) 所示。提示: $m=1$ 时, 会简化成原来的定 k 式节。

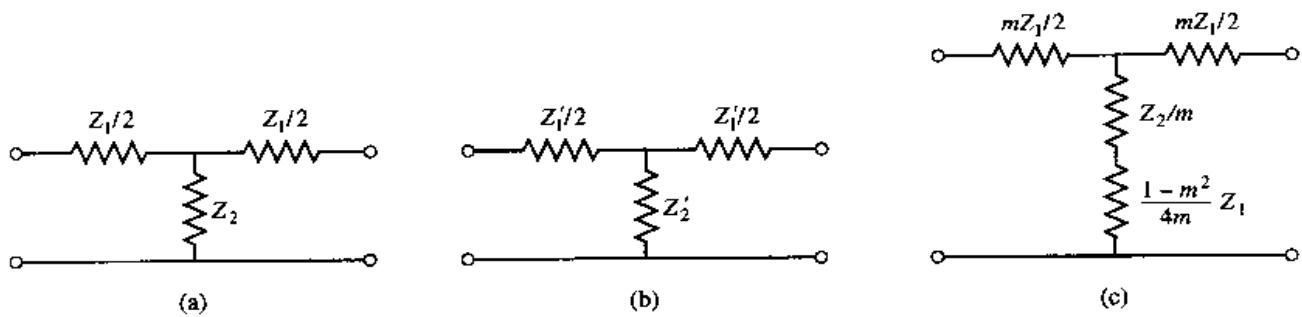


图 8.12 从定 k 式节发展而成的 m 导出式滤波器节:(a)定 k 式节;(b)普通的 m 导出式节;(c)最终的 m 导出式节

对于低通滤波器, 我们有 $Z_1 = j\omega L$ 和 $Z_2 = 1/j\omega C$, 则从式(8.39)和式(8.41)给出 m 导出式的元件为

$$Z'_1 = j\omega Lm \quad (8.42a)$$

$$Z'_2 = \frac{1}{j\omega Cm} + \frac{(1-m^2)}{4m} j\omega L \quad (8.42b)$$

这就得出了图 8.13 所示的电路。现在考虑 m 导出式节的传播因数。由表 8.1 得

$$e^Y = 1 + \frac{Z'_1}{2Z'_2} + \sqrt{\frac{Z'_1}{Z'_2} \left(1 + \frac{Z'_1}{4Z'_2} \right)} \quad (8.43)$$

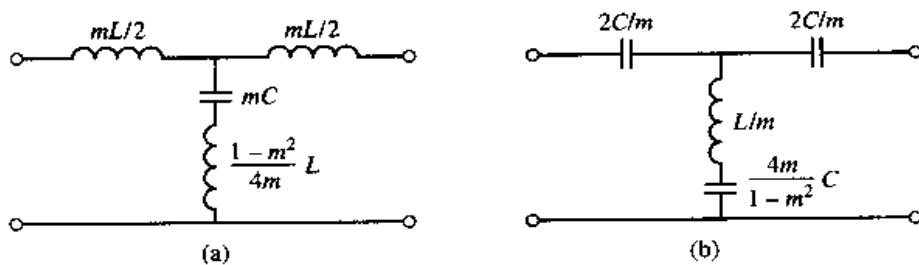


图 8.13 m 导出式滤波器节:(a)低通 T型结;(b)高通 T型结

对于低通 m 导出式滤波器,

$$\frac{Z'_1}{Z'_2} = \frac{j\omega Lm}{(1/j\omega Cm) + j\omega L(1-m^2)/4m} = \frac{-(2\omega m/\omega_c)^2}{1 - (1-m^2)(\omega/\omega_c)^2}$$

和前面一样,式中 $\omega_c = 2/\sqrt{LC}$, 所以

$$1 + \frac{Z'_1}{4Z'_2} = \frac{1 - (\omega/\omega_c)^2}{1 - (1-m^2)(\omega/\omega_c)^2}$$

若我们限制 $0 < m < 1$, 则这个结果表明 e^r 是实数, 且当 $\omega > \omega_c$ 时 $|e^r| > 1$ 。所以阻带在 $\omega = \omega_c$ 处开始, 这和定 k 式节一样。然而, 当 $\omega = \omega_\infty$ 时, 此处有

$$\omega_\infty = \frac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}} \quad (8.44)$$

上式中分母变为零时 e^r 变为无限大, 意思是无限大衰减。物理上说, 衰减特性曲线上的极点是由 T 型结并联臂中的 LC 并联谐振引起的, 这容易通过 LC 谐振电路的谐振频率等于 ω_∞ 来证明。注意到式(8.44)给出 $\omega_\infty > \omega_c$, 所以, 无限大衰减发生在截止频率 ω_c 之后, 如图 8.14 所示。极点的位置 ω_∞ 能用 m 值调节。

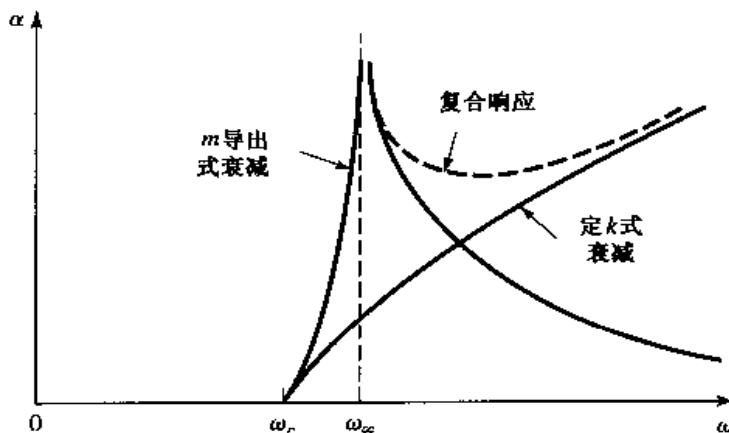


图 8.14 定 k 式、 m 导出式和复合滤波器的典型衰减响应

现在有很陡峭的截止响应, 但 m 导出式节存在的一个问题是在 $\omega > \omega_\infty$ 时衰减降低。通常希望当 $\omega \rightarrow \infty$ 时有无限大衰减, m 导出式节可以与定 k 式节级联, 给出复合式的衰减响应, 如图 8.14 所示。

设计出来的 m 导出式 T 型结的镜像阻抗与定 k 式节的相同(与 m 无关), 因而仍存在镜像阻抗不是常量的问题。但是 π 型等效的镜像阻抗是与 m 有关的, 该外加的自由度可用以设计最佳匹配节。

获得对应 π 型结的最简方法是将它考虑为无限个 m 导出式 T 型结级联中的一段, 如图 8.15(a,b)所示。然后用表 8.1 和式(8.35)求得这个网络的镜像阻抗为

$$Z_{i\pi} = \frac{Z'_1 Z'_2}{Z_{iT}} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1^2 (1-m^2)/4}{R_0 \sqrt{1 - (\omega/\omega_c)^2}} \quad (8.45)$$

现在 $Z_1 Z_2 = L/C = R_0^2$ 和 $Z_1^2 = -\omega^2 L^2 = -4R_0^2 (\omega/\omega_c)^2$, 所以式(8.45)简化为

$$Z_{i\pi} = \frac{1 - (1-m^2)(\omega/\omega_c)^2}{\sqrt{1 - (\omega/\omega_c)^2}} R_0 \quad (8.46)$$

因为这个阻抗是 m 的函数, 所以我们能通过选择 m 使在滤波器通带内 Z_{in} 的变化最小。图 8.16 显示了对于几种 m 值的频率变化, 通常在 $m = 0.6$ 时会给出最佳结果。

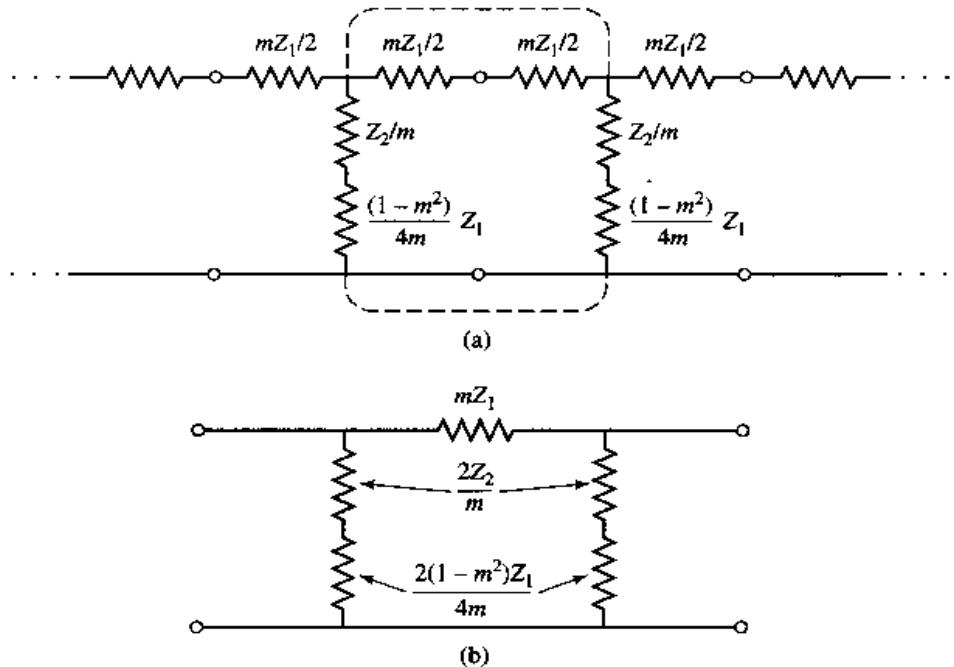


图 8.15 m 导出式 π 型结的开发:(a) m 导出式 T型结的无限级联;(b)抽出来的 π 型等效节

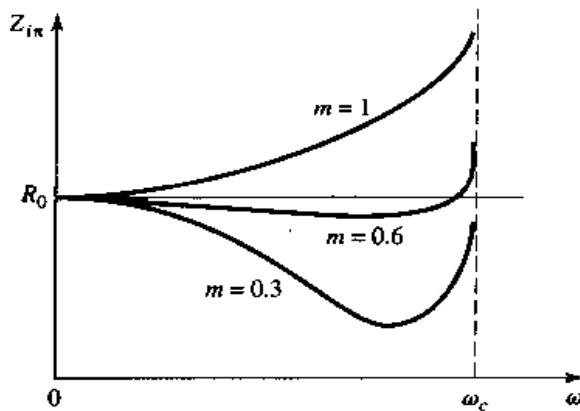


图 8.16 在各种 m 值下, 低通 m 导出式节的通带内的 Z_{in} 的变化

这种类型的 m 导出式节能用于滤波器的输入和输出, 提供接近常数的阻抗与 R_0 匹配。但是定 k 式和 m 导出式 T型结的镜像阻抗 Z_{iT} 和 Z_{in} 不相匹配, 这个问题可通过剖分 π 型结来克服, 如图 8.17 所示。该电路的镜像阻抗是 $Z_{i1} = Z_{iT}$ 和 $Z_{i2} = Z_{in}$, 可以通过求出它的 $ABCD$ 参量来证明:

$$A = 1 + \frac{Z'_1}{4Z'_2} \quad (8.47a)$$

$$B = \frac{Z'_1}{2} \quad (8.47b)$$

$$C = \frac{1}{2Z'_2} \quad (8.47c)$$

$$D = 1 \quad (8.47d)$$

然后将它们代入式(8.27),有

$$Z_{i1} = \sqrt{Z'_1 Z'_2 + \frac{Z_1'^2}{4}} = Z_{iT} \quad (8.48a)$$

$$Z_{i2} = \sqrt{\frac{Z'_1 Z'_2}{1 + Z'_1/4Z'_2}} = \frac{Z'_1 Z'_2}{Z_{iT}} = Z_{i\pi} \quad (8.48b)$$

其中,对 Z_{iT} 用到了式(8.40)。

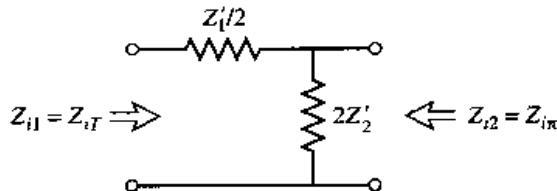


图 8.17 用以匹配 $Z_{i\pi}$ 到 Z_{iT} 的剖分 π 型

8.2.4 复合滤波器

通过将定 k 式、 m 导出式锐截止节和 m 导出式匹配节级联组合,我们能实现具有所希望的衰减和匹配特性的滤波器。这种设计类型称为复合滤波器(composite filter),如图 8.18 所示。用 $m < 0.6$ 的锐截止节,并在靠近截止频率处安放一个衰减极点,可提供出陡峭的衰减响应;定 k 式节在离截止更远的阻带上提供高衰减。在滤波器的两端的剖分 π 型结分别把标称源和负载阻抗 R_0 与定 k 式和 m 导出式内部镜像阻抗 Z_{iT} 匹配。表 8.2 归纳了关于低通和高通复合滤波器的设计公式。注意,一旦设定了截止频率和阻抗,就只留下一个自由度(锐截止节的 m 值)来控制滤波器的响应。下面用例题说明设计过程。

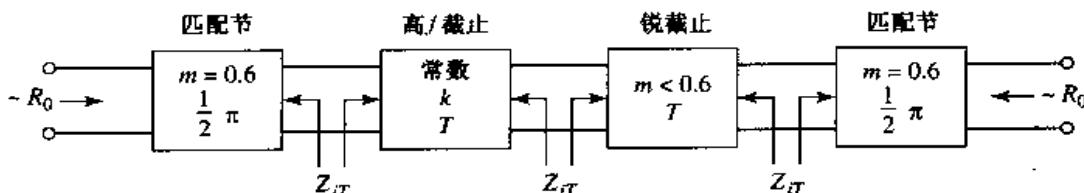


图 8.18 最终形成的 4 级复合滤波器

例题 8.2 低通复合滤波器设计

设计一个低通复合滤波器,使其具有截止频率 2 MHz 和阻抗 75 Ω。设置无限衰减极点在 2.05 MHz,并画出从 0 至 4 MHz 的频率响应。

解:

定 k 式节的所有元件值可以从表 8.2 找到:

$$L = \frac{2R_0}{\omega_c} = 11.94 \mu\text{H}, \quad C = \frac{2}{R_0 \omega_c} = 2.122 \text{ nF}$$

对于 m 导出式锐截止节,

$$m = \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_\infty}\right)^2} = 0.2195$$

$$\frac{mL}{2} = 1.310 \mu\text{H}$$

$$mC = 465.8 \text{ pF}$$

$$\frac{1-m^2}{4m} L = 12.94 \mu\text{H}$$

对于 $m = 0.6$ 匹配节,

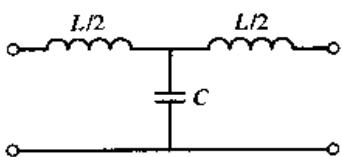
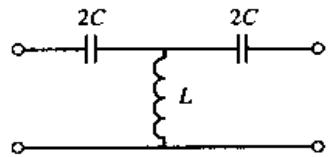
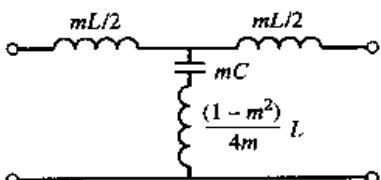
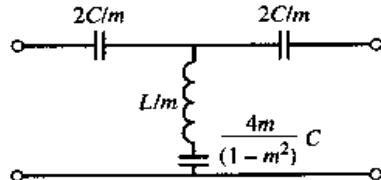
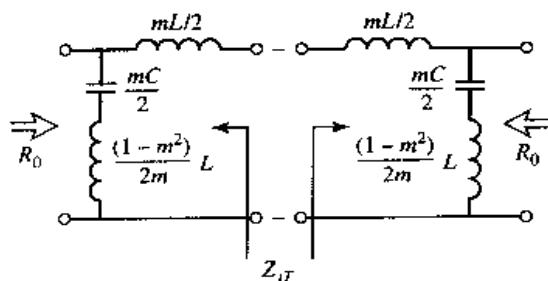
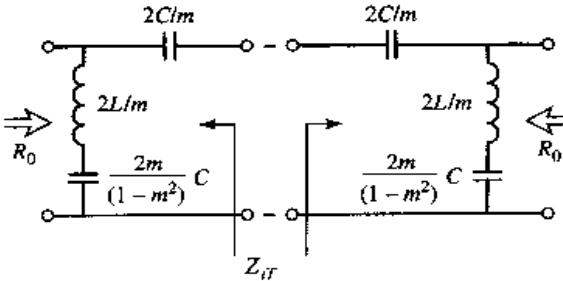
$$\frac{mL}{2} = 3.582 \mu\text{H}$$

$$\frac{mC}{2} = 636.5 \text{ pF}$$

$$\frac{1-m^2}{2m} L = 6.368 \mu\text{H}$$

该复合滤波器的电路图如图 8.19 所示。节之间的串联电感对可以合并。图 8.20 显示了 $|S_{12}|$ 的频率响应。注意, 在 $f = 2.05 \text{ MHz}$ 处的极陡的下陷是由 $m = 0.2195$ 节造成的, 在 2.50 MHz 的极点是由 $m = 0.6$ 匹配节造成的。

表 8.2 复合滤波器设计一览表

低通	高通
定 k 式 T 型节	定 k 式 T 型节
 $R_0 = \sqrt{L/C}$ $\omega_c = 2/\sqrt{LC}$	 $R_0 = \sqrt{L/C}$ $\omega_c = 1/2\sqrt{LC}$
m 导出式 T 型节	m 导出式 T 型节
 L, C 与定 k 式节相同 $m = \begin{cases} \sqrt{1 - (\omega_c/\omega_m)^2} & \text{锐截止} \\ 0.6 & \text{匹配下} \end{cases}$	 L, C 与定 k 式节相同 $m = \begin{cases} \sqrt{1 - (\omega_m/\omega_c)^2} & \text{锐截止} \\ 0.6 & \text{匹配下} \end{cases}$
部分的 π 匹配节	部分的 π 匹配节
	

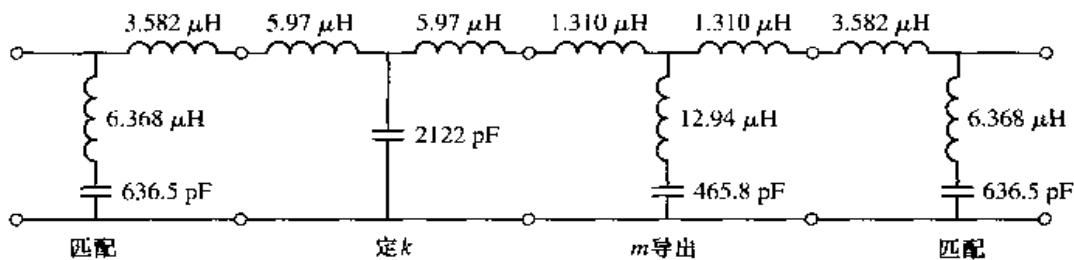


图 8.19 例题 8.2 中的低通复合滤波器

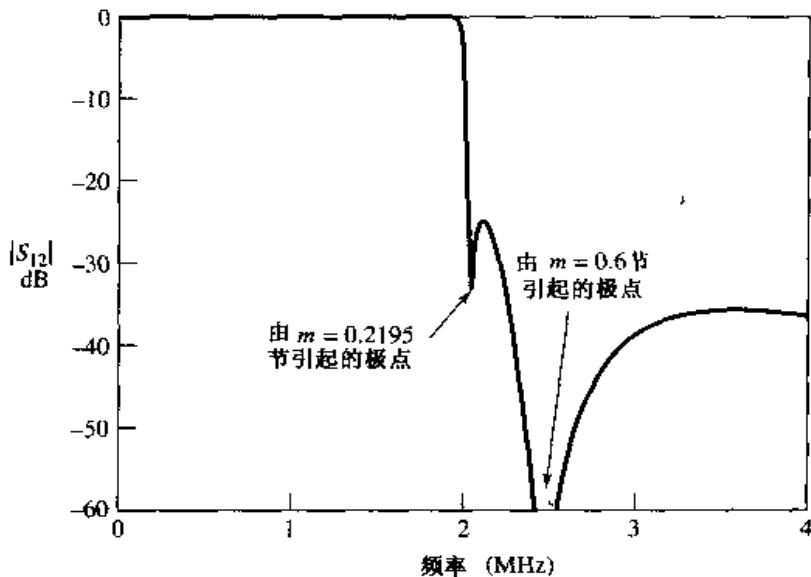


图 8.20 例题 8.2 中低通复合滤波器的频率响应

8.3 用插入损耗法设计滤波器

理想的滤波器在通带内插入损耗为零，在阻带内衰减为无限大，且在通带内是线性相位响应（为避免信号畸变）。当然，这种滤波器实际上是不存在的，所以必须综合考虑；这里展现了滤波器设计的技巧。

前一节的镜像参量法可给出可用的滤波器响应，但是若不能满足要求的话，就没有明确的途径来改进设计。然而，插入损耗法用一种系统的方法去综合所要求的响应，可以高度地控制整个通带和阻带内的振幅和相位特性。这种必要的设计权衡可以计算出迎合应用需要的最好结果。例如，若最小插入损耗是最重要的，则能使用二项式响应；而切比雪夫响应能满足锐截止的需要。若有可能牺牲衰减率的话，则能用线性相位滤波器设计法获得较好的相位响应。就一切情况而论，插入损耗法使滤波器性能提高的最为直接的方法是增加滤波器的阶数。下面讨论的滤波器原型，其滤波器的阶数等于电抗性元件的个数。

8.3.1 用功率损耗比表征

在插入损耗法中，滤波器响应是由它的插入损耗或功率损耗比（power loss ratio） P_{LR} 来定义的：

$$P_{LR} = \frac{\text{来自源的可用功率}}{\text{传送到负载的功率}} = \frac{P_{inc}}{P_{load}} = \frac{1}{1 - |\Gamma(\omega)|^2} \quad (8.49)$$

注意，若负载和源都是匹配的，则这个量是 $|S_{12}|^2$ 的倒数。用 dB 表示的插入损耗（IL）是

$$\text{IL} = 10 \lg P_{\text{LR}} \quad (8.50)$$

由 4.1 节我们知道 $|\Gamma(\omega)|^2$ 是 ω 的偶函数, 因此它可以表示为 ω^2 的多项式。所以我们可以表示为

$$|\Gamma(\omega)|^2 = \frac{M(\omega^2)}{M(\omega^2) + N(\omega^2)} \quad (8.51)$$

式中 M 和 N 是 ω^2 的实数多项式。将这个形式代入到式(8.49), 可得

$$P_{\text{LR}} = 1 + \frac{M(\omega^2)}{N(\omega^2)} \quad (8.52)$$

所以, 对于物理上可实现的滤波器, 它的功率损耗比必须取式(8.52)的形式。注意, 设定的功率损耗比同时制约着反射系数 $\Gamma(\omega)$ 。我们现在讨论一些实际的滤波器响应。

最平坦。该特性也称为二项式或巴特沃兹响应, 在给定的滤波器复杂性或阶数情况下, 它提供可能有的最平坦通带响应, 在这种意义上它是最佳的。对于低通滤波器, 它设定为

$$P_{\text{LR}} = 1 + k^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \quad (8.53)$$

式中, N 是滤波器的阶数, ω_c 是截止频率。通带从 $\omega = 0$ 延伸到 $\omega = \omega_c$ 。在带边, 功率损耗比为 $1 + k^2$ 。若像通常所做的那样, 选择该点为 -3 dB 点, 就有 $k = 1$, 自此以后, 我们将遵照此规定。对于 $\omega > \omega_c$, 衰减随着频率单调上升, 如图 8.21 所示。对于 $\omega \gg \omega_c$, $P_{\text{LR}} \approx k^2 (\omega/\omega_c)^{2N}$, 它表明插入损耗增加率是 $20N$ dB/十倍频程。像多节四分之一波长匹配变换器一样, 在 $\omega = 0$ 时式(8.53)的前 $(2N - 1)$ 阶导数都是零。

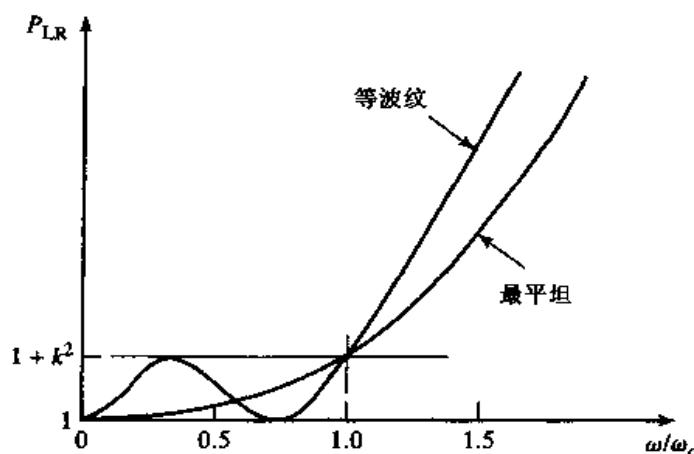


图 8.21 最大平坦和等波纹低通滤波器响应($N = 3$)

等波纹。若用切比雪夫多项式设定 N 阶低通滤波器的插入损耗响应为

$$P_{\text{LR}} = 1 + k^2 T_N^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad (8.54)$$

则会得到一个较陡的截止响应, 虽然通带响应具有幅值为 $1 + k^2$ 的波纹, 如图 8.21 所示。因为对于 $|x| \leq 1$, $T_N(x)$ 在 ± 1 之间振荡, 所以 k^2 决定通带波纹高度, 对于大的 x , $T_N(x) \approx \frac{1}{2}(2x)^N$, 所以对于 $\omega \gg \omega_c$, 插入损耗变为

$$P_{\text{LR}} \approx \frac{k^2}{4} \left(\frac{2\omega}{\omega_c} \right)^{2N}$$

其上升率也是 $20N \text{ dB/十倍频程}$ 。但在任意给定频率 $\omega \gg \omega_c$ 处, 对于切比雪夫情况, 插入损耗是 $(2^{2N})/4$, 大于二项式响应。

椭圆函数。最平坦和等波纹响应两者在阻带都有单调上升的衰减。在许多应用中, 需要设定一个最小阻带衰减, 以便在这种情况下能获得较好的截止陡度。此类滤波器称为椭圆函数滤波器^[3], 在通带以及阻带内都有等波纹响应, 如图 8.22 所示。我们能设定在通带中的最大衰减 A_{\max} , 也可设定在阻带中的最小衰减 A_{\min} 。椭圆函数滤波器难于进行综合, 这里不做进一步讨论, 感兴趣的读者可参阅参考文献[3]。

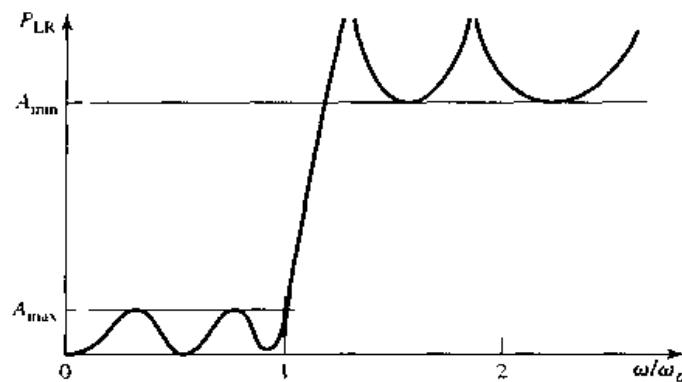


图 8.22 椭圆函数低通滤波器响应

线性相位。上面的滤波器设定振幅响应, 但在有些应用中(诸如通信中的多路滤波器), 为了避免信号干扰, 重要的是在通带中有线性相位响应。因为陡的截止响应通常是与好的相位响应不兼容的, 滤波器的相位响应必须仔细加以综合, 还常常伴随有差的衰减特性。线性相位特性可以用下面的相位响应来达到:

$$\phi(\omega) = A\omega \left[1 + p \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right] \quad (8.55)$$

式中 $\phi(\omega)$ 是滤波器电压传递函数的相位, p 是常数。相关的量是群时延(group delay), 它定义为

$$\tau_d = \frac{d\phi}{d\omega} = A \left[1 + p(2N+1) \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right] \quad (8.56)$$

此式表明线性相位滤波器的群时延是最平坦函数。

更一般的滤波器性能要求也可以获得, 但上面这几种是最为常见的。下面我们将讨论按阻抗和频率归一化的低通滤波器原型的设计。这种归一化简化了对任意频率、阻抗和类型(低通、高通、带通或带阻)滤波器的设计。然后, 低通原型再标度到所希望的频率和阻抗, 为了在微波频率实现它, 需要用分布电路元件替代集总元件。其设计过程如图 8.23 所示。

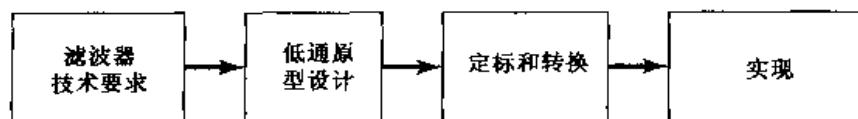


图 8.23 用插入损耗法设计滤波器的过程

8.3.2 最平坦低通滤波器原型

考虑图 8.24 所示的二元件低通滤波器原型, 我们将对最平坦响应推导出归一化元件 L 和 C

的值。我们假定源阻抗是 1Ω , 截止频率为 $\omega_c = 1$ 。当 N 等于 2 时, 由式(8.53)得出所希望的功率损耗比为

$$P_{LR} = 1 + \omega^4 \quad (8.57)$$

滤波器的输入阻抗为

$$Z_{in} = j\omega L + \frac{R(1 - j\omega RC)}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (8.58)$$

因为

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1}$$

所以功率损耗比能表示为

$$P_{LR} = \frac{1}{1 - |\Gamma|^2} = \frac{1}{1 - [(Z_{in} - 1)/(Z_{in} + 1)][(Z_{in}^* - 1)/(Z_{in}^* + 1)]} = \frac{|Z_{in} + 1|^2}{2(Z_{in} + Z_{in}^*)} \quad (8.59)$$

现在

$$Z_{in} + Z_{in}^* = \frac{2R}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

和

$$|Z_{in} + 1|^2 = \left(\frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + 1 \right)^2 + \left(\omega L - \frac{\omega C R^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right)^2$$

所以式(8.59)变为

$$\begin{aligned} P_{LR} &= \frac{1 + \omega^2 R^2 C^2}{4R} \left[\left(\frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + 1 \right)^2 + \left(\omega L - \frac{\omega C R^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{4R} (R^2 + 2R + 1 + R^2 \omega^2 C^2 + \omega^2 L^2 + \omega^4 L^2 C^2 R^2 - 2\omega^2 L C R^2) \\ &= 1 + \frac{1}{4R} [(1 - R)^2 + (R^2 C^2 + L^2 - 2LCR^2)\omega^2 + L^2 C^2 R^2 \omega^4] \end{aligned} \quad (8.60)$$

注意, 该表示式是 ω^2 的多项式, 与希望的响应式(8.57)进行比较可看出 $R = 1$, 因为对于 $\omega = 0$, 有 $P_{LR} = 1$ 。另外, ω^2 项的系数必须为零, 所以

$$C^2 + L^2 - 2LC = (C - L)^2 = 0$$

或者 $L = C$ 。而对于 ω^4 的系数是 1, 我们必须有

$$\frac{1}{4} L^2 C^2 = \frac{1}{4} L^4 = 1$$

或

$$L = C = \sqrt{2}$$

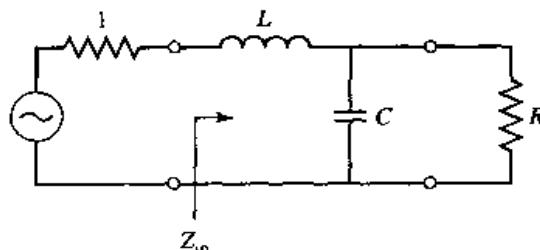


图 8.24 低通滤波器原型, $N = 2$

原则上,这个过程可以扩展到求出有 N 个元件数的滤波器的元件值。显然,对于较大的 N ,这是不实际的。然而,对于归一化低通设计,其源阻抗是 1Ω ,截止频率为 $\omega_c = 1$,图 8.25 所示的梯形电路的元件值已被制成表^[1]。表 8.3 给出了 $N = 1$ 至 10 的最平坦低通滤波器原型的这些元件值(注意, $N = 2$ 的元件值与上面的解析解相同)。这些数据可用于图 8.25 中的任意一种梯形电路,方法如下:对于有 N 个电抗性元件的滤波器,这些元件值已编号为从源阻抗 g_0 到负载阻抗 g_{N+1} 。这些元件在串联和并联之间交替出现,且 g_k 有下面的定义:

$$g_0 = \begin{cases} \text{源电阻[图 8.25(a)网络]} \\ \text{源电导[图 8.25(b)网络]} \end{cases}$$

$$g_k = \begin{cases} \text{串联电感器的电感} \\ \text{并联电容器的电容} \end{cases} \quad (k=1 \text{ 到 } N)$$

$$g_{N+1} = \begin{cases} \text{负载电阻}(g_N \text{ 是并联电容}) \\ \text{负载电导}(g_N \text{ 是串联电感}) \end{cases}$$

这样,图 8.25 所示的电路就可以认为是互为共生的电路形式,两者都能给出同样的响应。

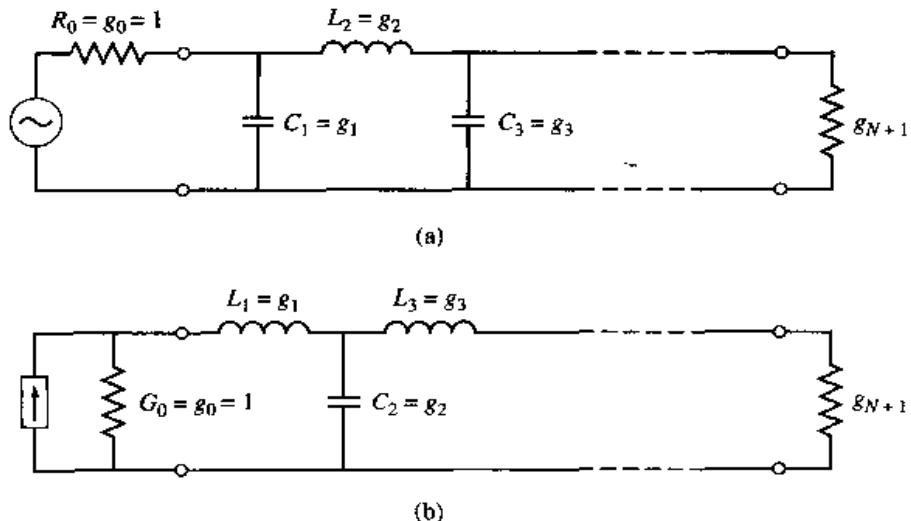


图 8.25 低通滤波器原型的梯形电路及其元件的定义:(a)用并联元件开始的原型;(b)用串联元件开始的原型

表 8.3 最平坦低通滤波器原型的元件值($g_0 = 1, \omega_c = 1, N = 1$ 至 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

来源:经许可复印自 G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980)。

最后,作为实际设计过程的一个问题,有必要确定其规模或滤波器的阶数,这通常由滤波器阻带某一频率处给定的插入损耗制约。图 8.26 显示了对各种 N 值的衰减特性与归一化频率的关系曲线。若需要有 $N > 10$ 的滤波器,则通常可设计成两个较低阶的滤波器级联,从而获得较好结果。

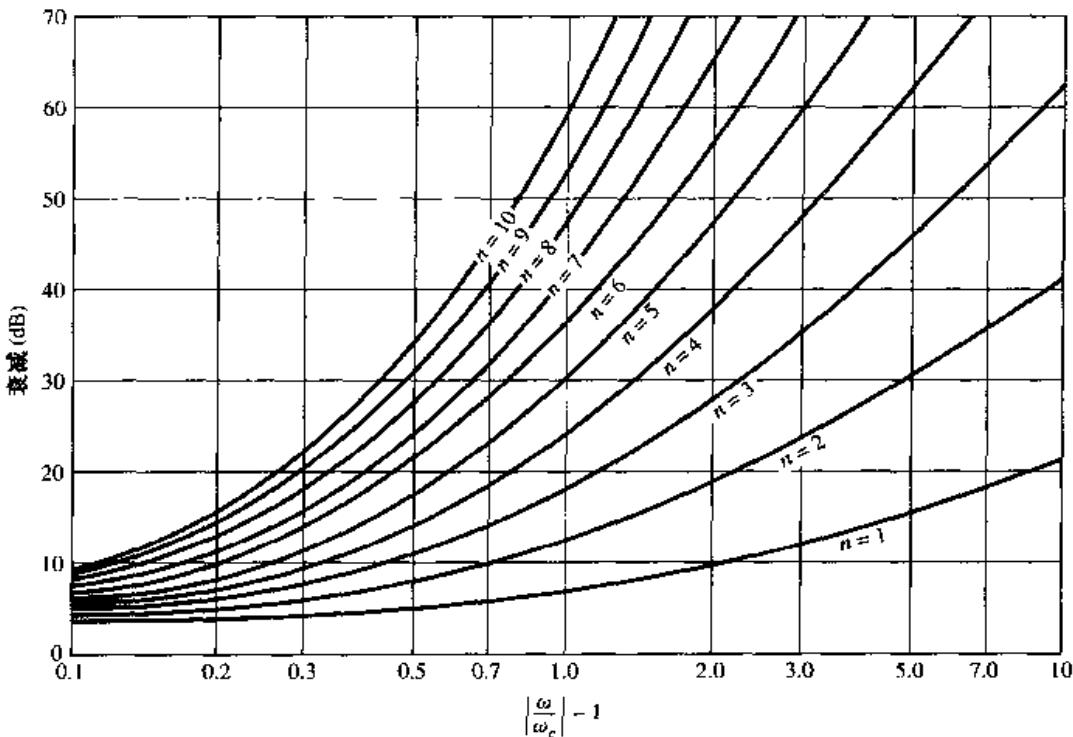


图 8.26 最平坦滤波器原型的衰减与归一化频率的关系曲线。经允许摘自 G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980)

8.3.3 等波纹低通滤波器原型

截止频率 $\omega_c = 1$ 的等波纹低通滤波器的功率损耗比可由式(8.54)得到:

$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2(\omega) \quad (8.61)$$

式中, $1 + k^2$ 是通带的波纹高度。因为切比雪夫多项式有下面的特性:

$$T_N(0) = \begin{cases} 0, & N \text{ 为奇数} \\ 1, & N \text{ 为偶数} \end{cases}$$

式(8.61)表示,在 $\omega = 0$ 处, N 为奇数时, 滤波器功率损耗比为 1, 但在 $\omega = 0$ 处, N 为偶数时, 功率损耗比为 $1 + k^2$ 。所以要考虑取决于 N 值的两种情况。

图 8.24 中所示的二元件滤波器的功率损耗比,在式(8.60)中用元件值给出。由式(5.56b)我们看到 $T_2(x) = 2x^2 - 1$, 所以将式(8.61)代入到式(8.60)可给出

$$1 + k^2(4\omega^4 - 4\omega^2 + 1) = 1 + \frac{1}{4R}[(1 - R)^2 + (R^2C^2 + L^2 - 2LCR^2)\omega^2 + L^2C^2R^2\omega^4] \quad (8.62)$$

这能对 R, L 和 C 求解,假设波纹高度(由 k^2 决定)是已知的。这样,在 $\omega = 0$ 处我们就有

$$k^2 = \frac{(1 - R)^2}{4R} \quad (8.63)$$

或

$$R = 1 + 2k^2 \pm 2k\sqrt{1+k^2}, \quad (N \text{ 为偶数})$$

令 ω^2 和 ω^4 的系数分别相等, 可以给出附加的关系式

$$\begin{aligned} 4k^2 &= \frac{1}{4R} L^2 C^2 R^2 \\ -4k^2 &= \frac{1}{4R} (R^2 C^2 + L^2 - 2LCR^2) \end{aligned}$$

这两个式子能够用于求出 L 和 C 。注意, 式(8.63)给出的 R 值不为 1, 若实际负载的阻抗是 1(归一化), 则阻抗是失配的; 可通过插入四分之一波长变换器来调整它, 或者附加一个 N 为奇数的滤波器单元来调整它。对于奇数 N , 它可以证明 $R = 1$ (这是因为在 $\omega = 0$ 处, N 为奇数时, 功率损耗比为 1)。

已有用于设计有归一化源阻抗和截止频率($\omega_c' = 1$)的等波纹低通滤波器的表^[1], 该表可应用于图 8.25 所示的两种梯形电路。这个设计数据与设定的通带波纹高度有关, 表 8.4 列出了有 0.5 dB 或 3.0 dB 波纹对于 $N = 1$ 至 10 归一化低通滤波器原型的元件值。注意, 负载阻抗对于偶数 N 有 $g_{N+1} \neq 1$ 。若阻带衰减已设定, 则图 8.27(a, b)所示的曲线可以用于确定这些波纹值所需的 N 值。

表 8.4 等波纹低通滤波器原型的元件值($g_0 = 1, \omega_c = 1, N = 1$ 至 10 , 波纹为 0.5 dB 和 3.0 dB)

N	0.5 dB 波纹										
	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

N	3.0 dB 波纹										
	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

来源: 经许可复印自 G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980)。

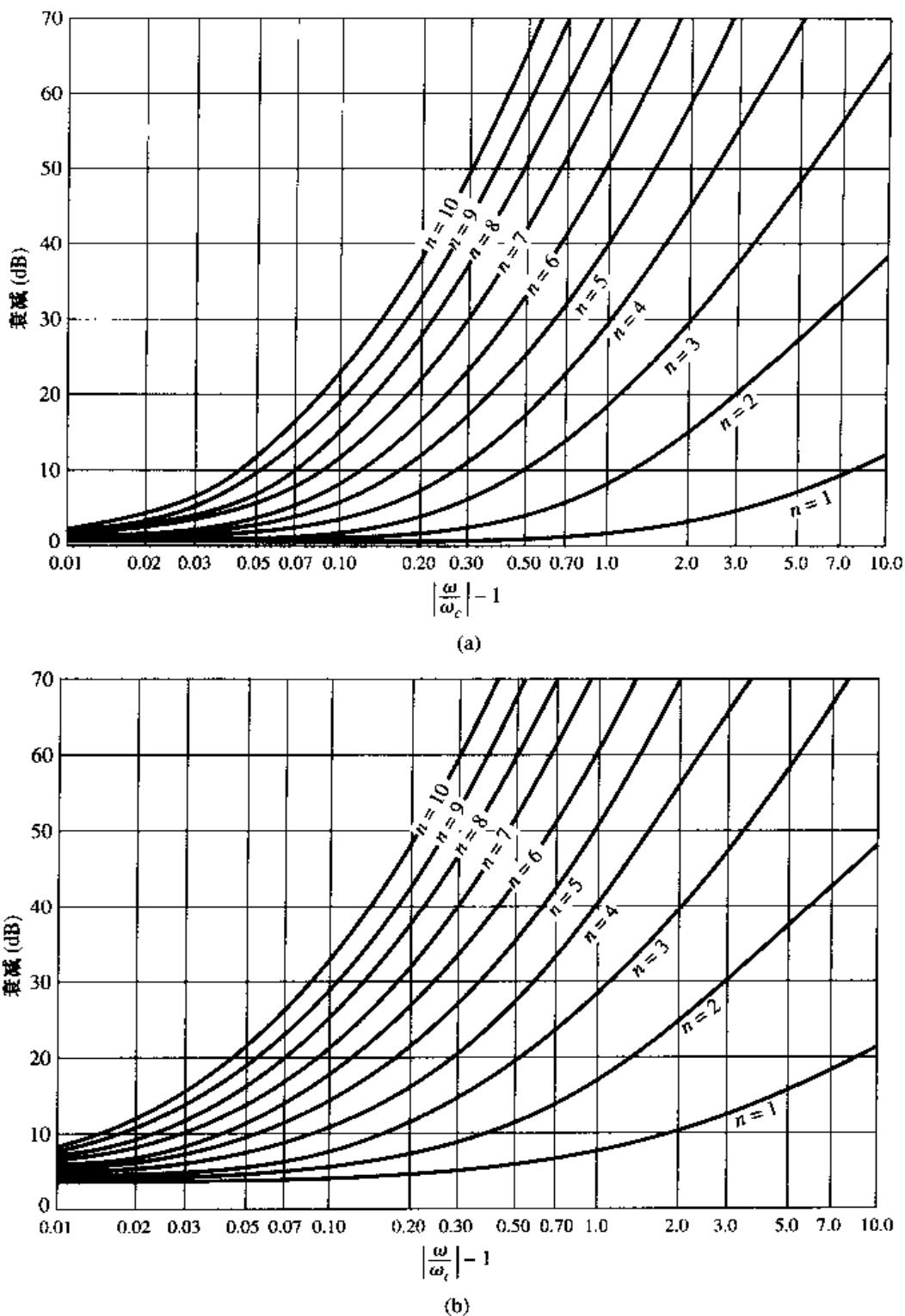


图 8.27 等波纹滤波器原型的衰减与归一化频率的关系曲线:(a)0.5 dB 波纹水平;(b)3.0 dB 波纹水平。经允许摘自 G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980)

8.3.4 线性相位低通滤波器原型

具有最平坦时延或线性相位响应的滤波器,可以用相同的方法设计,但事情有些复杂,因为电压传递函数相位不像振幅那样有简单的表示式。这种滤波器的设计值已经推导出来了^[1],仍

然是针对图 8.25 所示的梯形电路的,而表 8.5 是针对归一化源阻抗和截止频率($\omega_c' = 1$)给出的元件值。最终得出的通带内群时延是 $\tau_d = 1/\omega_c' = 1$ 。

表 8.5 最平坦时延低通滤波器原型的元件值($g_0 = 1, \omega_c = 1, N = 1$ 至 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.5774	0.4226	1.0000								
3	1.2550	0.5528	0.1922	1.0000							
4	1.0598	0.5116	0.3181	0.1104	1.0000						
5	0.9303	0.4577	0.3312	0.2090	0.0718	1.0000					
6	0.8377	0.4116	0.3158	0.2364	0.1480	0.0505	1.0000				
7	0.7677	0.3744	0.2944	0.2378	0.1778	0.1104	0.0375	1.0000			
8	0.7125	0.3446	0.2735	0.2297	0.1867	0.1387	0.0855	0.0289	1.0000		
9	0.6678	0.3203	0.2547	0.2184	0.1859	0.1506	0.1111	0.0682	0.0230	1.0000	
10	0.6305	0.3002	0.2384	0.2066	0.1808	0.1539	0.1240	0.0911	0.0557	0.0187	1.0000

来源:经许可复印自 G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980)。

8.4 滤波器转换

前一节的低通滤波器原型是用源阻抗 $R_s = 1 \Omega$ 和截止频率 $\omega_c = 1$ 的归一化设计。此处我们说明这些设计如何使用阻抗和频率的定标,并转换成高通、带通或带阻特性。我们将举几个例子来说明设计过程。

8.4.1 阻抗和频率定标

阻抗定标。在原型设计中,源和负载电阻是 1(除了等波纹滤波器 N 为偶数有不是 1 的负载阻抗外)。源阻抗 R_0 可以通过原型设计的阻抗值与 R_0 相乘得到。然后,若我们令带撇号的符号表示阻抗定标后的值,则可给出新的滤波器元件值为

$$L' = R_0 L \quad (8.64a)$$

$$C' = \frac{C}{R_0} \quad (8.64b)$$

$$R'_s = R_0 \quad (8.64c)$$

$$R'_L = R_0 R_L \quad (8.64d)$$

式中 L, C 和 R_L 是原始原型元件的值。

低通滤波器频率定标。为了将低通原型的截止频率从 1 改变为 ω_c ,需要乘以因子 $1/\omega_c$ 来定标滤波器的频率,这是通过用 ω/ω_c 代替 ω 得到的:

$$\omega \leftarrow \frac{\omega}{\omega_c} \quad (8.65)$$

所以新的功率损耗比将是

$$P'_{LR}(\omega) = P_{LR} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

式中, ω_c 是新的截止频率, 截止发生在 $\omega/\omega_c = 1$ 或 $\omega = \omega_c$ 处。这种转换可以看做是对原始通带展宽或者扩大, 如图 8.28(a,b) 所示。

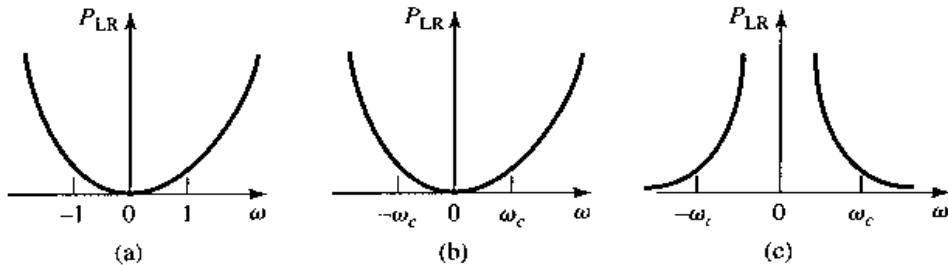


图 8.28 对低通滤波器的频率定标并转换到高通响应:(a)低通滤波器原型响应, $\omega_c = 1$; (b)低通滤波器响应的频率定标;(c)转换到高通响应

将式(8.65)代入到原型滤波器的串联电抗 $j\omega L_k$ 和并联电纳 $j\omega C_k$ 中, 可确定新的元件值。所以,

$$jX_k = j\frac{\omega}{\omega_c}L_k = j\omega L'_k$$

$$jB_k = j\frac{\omega}{\omega_c}C_k = j\omega C'_k$$

这表明新的元件值是

$$L'_k = \frac{L_k}{\omega_c} \quad (8.66a)$$

$$C'_k = \frac{C_k}{\omega_c} \quad (8.66b)$$

当阻抗和频率都按要求定标时, 式(8.64)的结果可以结合式(8.66)给出:

$$L'_k = \frac{R_0 L_k}{\omega_c} \quad (8.67a)$$

$$C'_k = \frac{C_k}{R_0 \omega_c} \quad (8.67b)$$

低通到高通转换。此处频率替换为

$$\omega \leftarrow -\frac{\omega_c}{\omega} \quad (8.68)$$

它能用来把低通响应转换到高通响应, 如图 8.28(c) 所示。该替换把 $\omega = 0$ 映射到 $\omega = \pm\infty$, 反之亦然; 截止发生在 $\omega = \pm\omega_c$ 处。为了转换电感(或电容)到现实的电容(或电感), 负号是必需的。应用式(8.68)到原型滤波器的串联电抗 $j\omega L_k$ 和并联电纳 $j\omega C_k$ 中, 可给出

$$jX_k = -j\frac{\omega_c}{\omega}L_k = \frac{1}{j\omega C'_k}$$

$$jB_k = -j\frac{\omega_c}{\omega}C_k = \frac{1}{j\omega L'_k}$$

这表明串联电感 L_k 必须用电容 C'_k 代替, 并联电容 C_k 必须用电感 L'_k 替代。新的元件值为

$$C'_k = \frac{1}{\omega_c L_k} \quad (8.69a)$$

$$L'_k = \frac{1}{\omega_c C_k} \quad (8.69b)$$

使用式(8.64)包含的阻抗定标, 可给出

$$C'_k = \frac{1}{R_0 \omega_c L_k} \quad (8.70a)$$

$$L'_k = \frac{R_0}{\omega_c C_k} \quad (8.70b)$$

例题 8.3 低通滤波器设计比较

设计一个最平坦低通滤波器, 其截止频率为 2 GHz, 阻抗为 50 Ω, 在 3 GHz 处插入损耗至少为 15 dB。计算和画出 $f = 0$ 至 4 GHz 时的振幅响应和群时延, 并和有相同级数的等波纹 (3.0 dB 波纹) 及线性相位滤波器比较。

解:

首先找出在 3 GHz 处满足插入损耗特性要求的所需最平坦滤波器的阶数。我们有 $|\omega/\omega_c| - 1 = 0.5$, 从图 8.26 我们看出 $N = 5$ 就已足够。然后表 8.3 给出原型元件值为

$$g_1 = 0.618$$

$$g_2 = 1.618$$

$$g_3 = 2.000$$

$$g_4 = 1.618$$

$$g_5 = 0.618$$

于是我们能用式(8.67)得到定标后的元件值为

$$C'_1 = 0.984 \text{ pF}$$

$$L'_2 = 6.438 \text{ nH}$$

$$C'_3 = 3.183 \text{ pF}$$

$$L'_4 = 6.438 \text{ nH}$$

$$C'_5 = 0.984 \text{ pF}$$

最终的滤波器电路如图 8.29 所示; 这里使用了图 8.25(a)所示的梯形电路, 还使用了图 8.25(b)所示的电路。

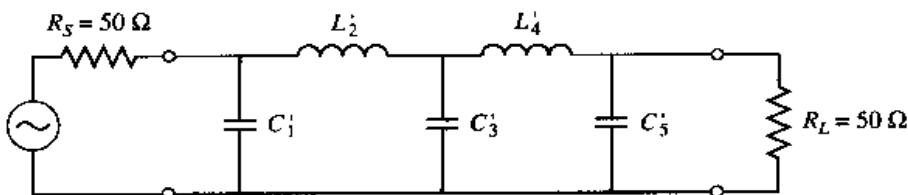


图 8.29 例题 8.3 中的低通最平坦滤波器电路

等波纹滤波器和线性相位滤波器的元件值, 可以从表 8.4 和表 8.5 对应于 $N = 5$ 的数据定出。对这三类滤波器求出的振幅和群延时结果如图 8.30 所示。这些结果清楚地显示出这三类滤波器彼此各有优缺点: 等波纹响应有最陡峭的截止特性, 但有最坏的群时延特性; 最平坦响应在通带内有较平坦的衰减特性, 但有较慢变化的截止陡度; 线性相位滤波器有最坏的截止陡度, 但是有很好的群时延特性。 ■

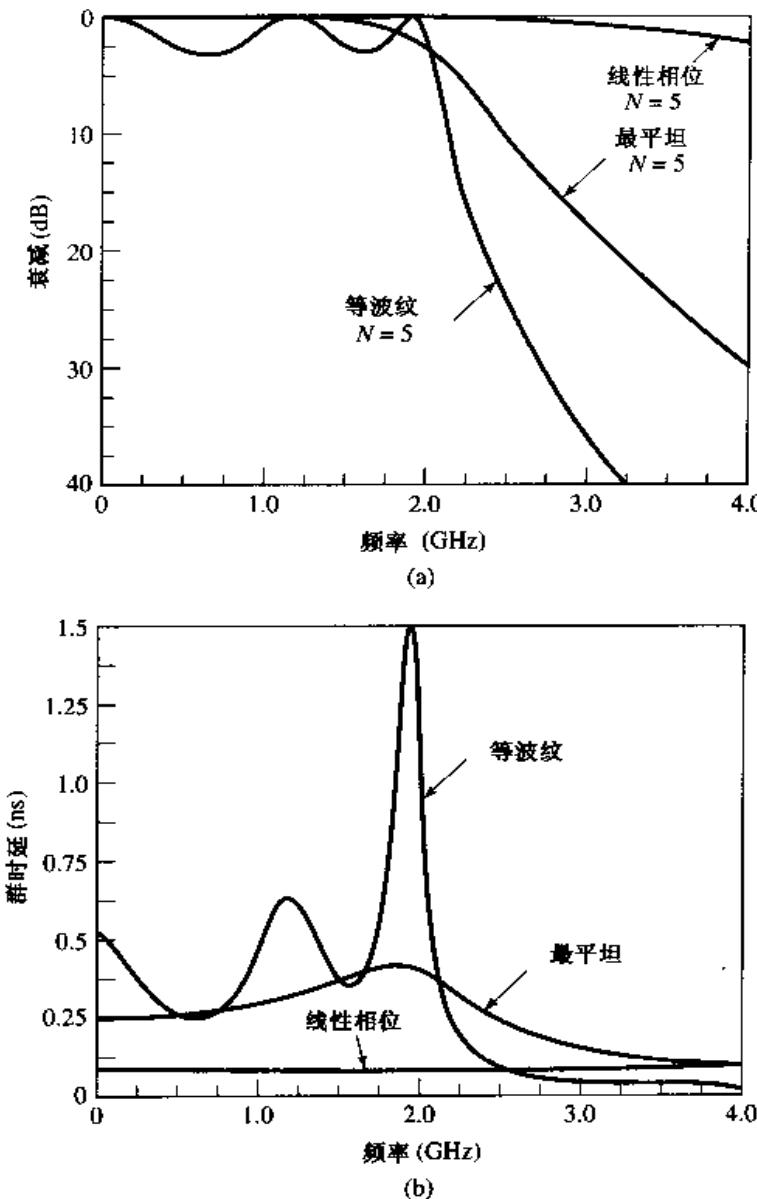


图 8.30 例题 8.3 中设计滤波器的频率响应:(a)振幅响应;(b)群时延响应

8.4.2 带通和带阻转换

低通原型滤波器设计也能转换到带通或带阻响应的情形,如图 8.31 所示。假设 ω_1 和 ω_2 表示通带的边界,则带通响应可用下面的频率替换获得:

$$\omega \leftarrow \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (8.71)$$

式中,

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (8.72)$$

是通带的相对宽度。中心频率 ω_0 能按 ω_1 和 ω_2 的算术平均值选择,但是,若选择下式所示的几何平均,则这个公式会更简单:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (8.73)$$

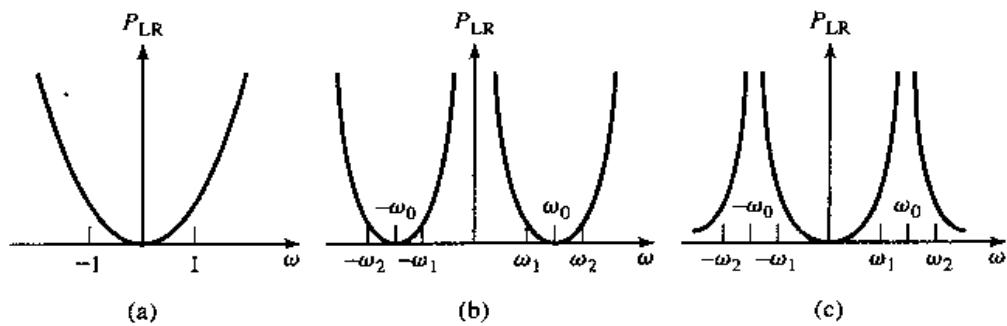


图 8.31 带通和带阻频率转换:(a)低通滤波器原型响应,
 $\omega_c = 1$;(b)转换到带通响应;(c)转换到带阻响应

从而式(8.71)的转换可将图 8.31(b)的带通特性映射到图 8.31(a)的低通响应,如下所示:

$$\text{当 } \omega = \omega_0 \text{ 时}, \quad \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 0$$

$$\text{当 } \omega = \omega_1 \text{ 时}, \quad \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_1} \right) = -1$$

$$\text{当 } \omega = \omega_2 \text{ 时}, \quad \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_2} \right) = 1$$

该新滤波器元件是由式(8.71)中的串联电抗和并联电纳确定的。所以,

$$jX_k = \frac{j}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) L_k = j \frac{\omega L_k}{\Delta \omega_0} - j \frac{\omega_0 L_k}{\Delta \omega} = j \omega L'_k - j \frac{1}{\omega C'_k}$$

该式表明串联电感 L_k 转换为串联 LC 电路,其元件值为

$$L'_k = \frac{L_k}{\Delta \omega_0} \quad (8.74a)$$

$$C'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 L_k} \quad (8.74b)$$

同样,

$$jB_k = \frac{j}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) C_k = j \frac{\omega C_k}{\Delta \omega_0} - j \frac{\omega_0 C_k}{\Delta \omega} = j \omega C'_k - j \frac{1}{\omega L'_k}$$

该式表明并联电容 C_k 转换为并联 LC 电路,其元件值为

$$L'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 C_k} \quad (8.74c)$$

$$C'_k = \frac{C_k}{\Delta \omega_0} \quad (8.74d)$$

所以低通滤波器在串联臂上的元件变换成串联谐振电路(谐振时低阻抗),而在并联臂上的元件变换成并联谐振电路(谐振时高阻抗)。注意,这两个串联和并联谐振器单元有谐振频率 ω_0 。

逆转换可用于获得带阻响应。所以,

$$\omega \leftarrow \Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1} \quad (8.75)$$

式中, Δ 和 ω_0 的定义与式(8.72)至式(8.73)中的相同。从而低通原型的串联电感变换成并联 LC 电路,元件值为

$$L'_k = \frac{\Delta L_k}{\omega_0} \quad (8.76a)$$

$$C'_k = \frac{1}{\omega_0 \Delta L_k} \quad (8.76b)$$

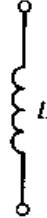
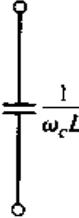
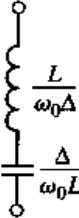
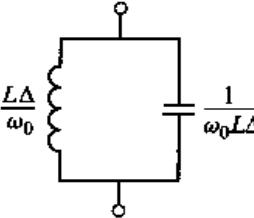
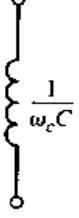
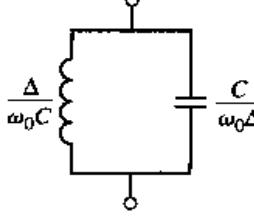
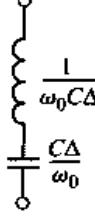
低通原型的并联电容变换到串联 LC 电路, 元件值为

$$L'_k = \frac{1}{\omega_0 \Delta C_k} \quad (8.76c)$$

$$C'_k = \frac{\Delta C_k}{\omega_0} \quad (8.76d)$$

从低通原型到高通、带通或带阻滤波器单元转换, 归纳在表 8.6 中。这些结果不包括阻抗定标, 阻抗定标可用式(8.64)实现。

表 8.6 原型滤波器转换一览表 ($\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$)

低通	高通	带通	带阻
			
			

例题 8.4 带通滤波器设计

设计一个等波纹响应为 0.5 dB 的带通滤波器, 其中 $N = 3$ 。中心频率是 1 GHz, 带宽是 10%, 阻抗是 50Ω 。

解:

由表 8.4 可知, 图 8.25(b)所示的低通原型电路的元件值为

$$g_1 = 1.5963 = L_1$$

$$g_2 = 1.0967 = C_2$$

$$g_3 = 1.5963 = L_3$$

$$g_4 = 1.000 = R_L$$

然后, 式(8.64)和式(8.74)给出图 8.32 所示电路的阻抗定标和频率变换的元件值为

$$L'_1 = \frac{L_1 Z_o}{\omega_0 \Delta} = 127.0 \text{ nH}$$

$$C'_1 = \frac{\Delta}{\omega_0 L_1 Z_o} = 0.199 \text{ pF}$$

$$L'_2 = \frac{\Delta Z_o}{\omega_o C_2} = 0.726 \text{ nH}$$

$$C'_2 = \frac{C_2}{\omega_o \Delta Z_o} = 34.91 \text{ pF}$$

$$L'_3 = \frac{L_3 Z_o}{\omega_o \Delta} = 127.0 \text{ nH}$$

$$C'_3 = \frac{\Delta}{\omega_o L_3 Z_o} = 0.199 \text{ pF}$$

最后得出的振幅响应如图 8.33 所示。

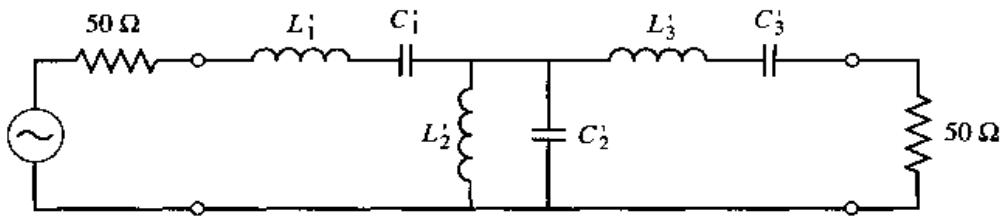


图 8.32 例题 8.4 中的带通滤波器电路

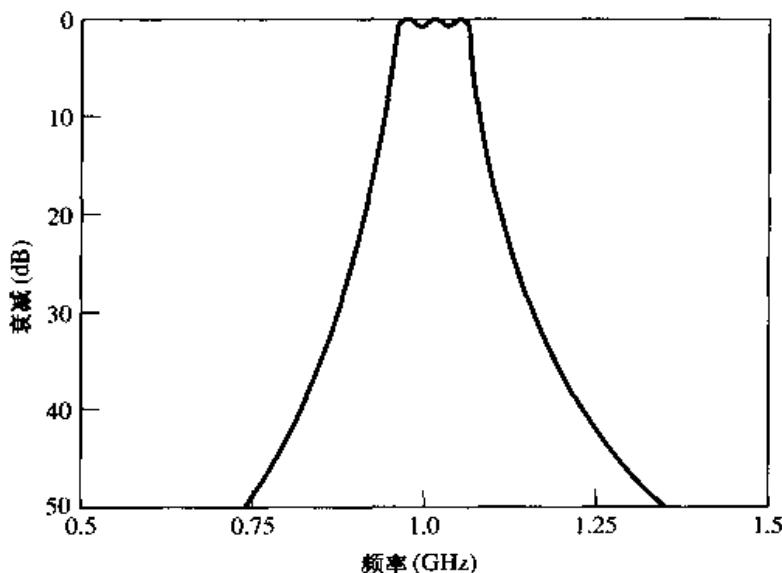


图 8.33 例题 8.4 中的带通滤波器的振幅响应

8.5 滤波器的实现

前几节讨论的集总元件滤波器的设计，通常在低频时工作良好，但是在微波频率会出现两个问题。第一，集总元件诸如电感和电容通常只在有限的值的范围内可以使用，而且在微波频率下实现是困难的。另外，在微波频率滤波器中元件之间的距离是不可忽视的。理查德变换用于把集总元件转换成传输线段，而科洛达恒等关系可用传输线段分隔各滤波器元件。因为这种添加的传输线段并不影响滤波器响应，所以这类设计称为冗余滤波器综合。可以设计充分利用这些传输线段的微波滤波器，以改进滤波器响应^[4]；这种非冗余综合没有集总元件对应物。

8.5.1 理查德变换

变换

$$\Omega = \tan \beta \ell = \tan \left(\frac{\omega \ell}{v_p} \right) \quad (8.77)$$

将 ω 平面映射到 Ω 平面, 它以周期 $\omega \ell / v_p = 2\pi$ 重复出现。这个变换是 P. Richard^[6]为了用开路和短路传输线来综合 LC 网络而引入的。这样, 若我们用 Ω 替换频率变量 ω , 则电感的电抗能表示为

$$jX_L = j\Omega L = jL \tan \beta \ell \quad (8.78a)$$

电容的电纳能表示为

$$jB_C = j\Omega C = jC \tan \beta \ell \quad (8.78b)$$

这些结果表示电感可以用电长度为 $\beta \ell$ 和特征阻抗为 L 的短路短截线代替, 而电容可以用电长度为 $\beta \ell$ 和特征阻抗为 $1/C$ 的开路短截线代替。设定滤波器阻抗为 1。

对于低通滤波器原型, 截止产生在单位频率处; 为使经理查德变换的滤波器获得同样的截止频率, 式(8.77)表示为

$$\Omega = 1 = \tan \beta \ell$$

它给出短截线的长度 $\ell = \lambda/8$, 此处 λ 是传输线在截止频率 ω_c 下的波长。在频率 $\omega_0 = 2\omega_c$ 处, 传输线的长度将是 $\lambda/4$, 在这里将发生衰减的极点。在频率远离 ω_c 时, 短截线的阻抗将不再与原来的集总元件阻抗匹配, 这时, 该滤波器的响应将不同于所希望的原型响应。此外, 该响应是随频率周期变化的, 每 $4\omega_c$ 重复一次。

原理上说, 集总元件滤波器设计中的电感和电容可以用短路和开路短截线取代, 如图 8.34 所示。因为所有短截线的长度都是相同的(在 ω_c 处是 $\lambda/8$), 所以这种线称为公比线(commensurate lines)。

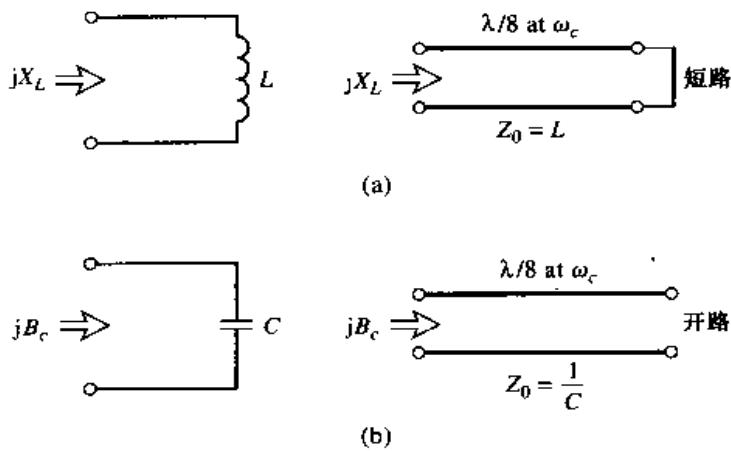


图 8.34 理查德变换:(a)电感变为短路短截线;(b)电容变为开路短截线

8.5.2 科洛达恒等关系

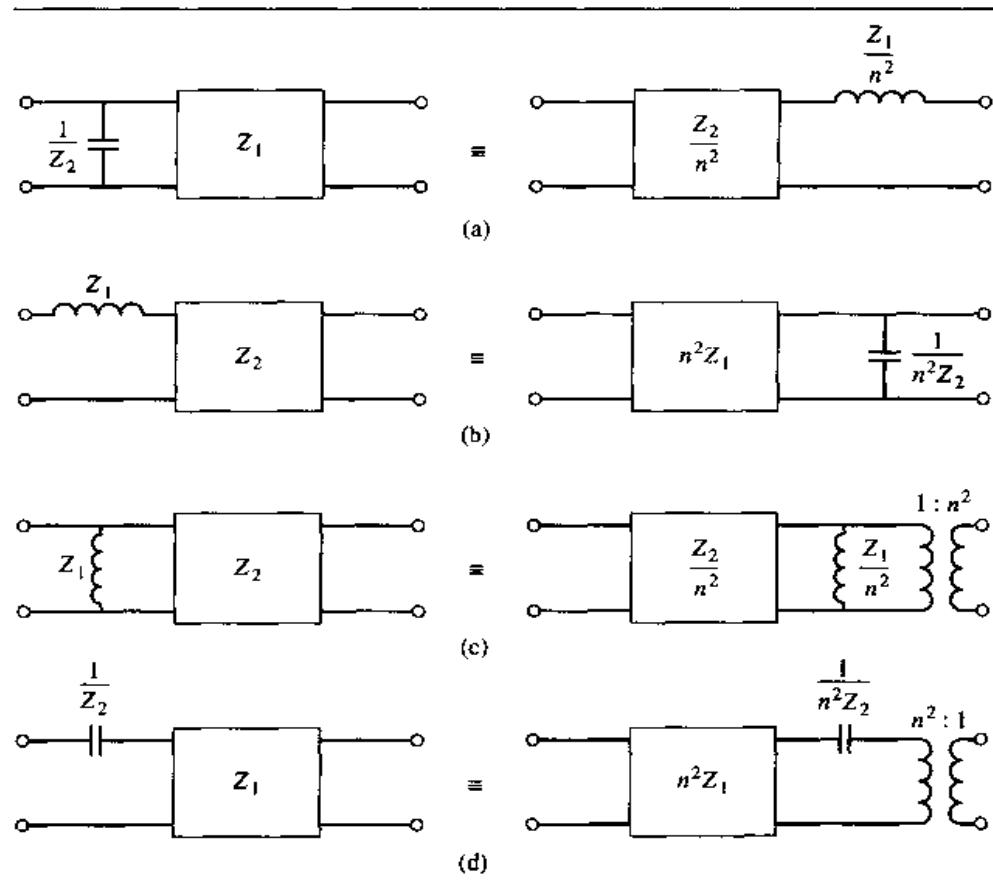
四个科洛达恒等关系使用冗余传输线段, 得到在实际上更容易实现的微波滤波器, 这可通过如下操作中的任何一个来完成:

- 使传输线短截线在物理上分隔开。
- 串联短截线转换成并联短截线, 反之亦然。
- 把不实际的特征阻抗变为一种较易实现的特征阻抗。

附加的传输线段称为单位元件(unit elements),它在 ω_c 处长度为 $\lambda/8$,所以单位元件与用于实现原型设计的电感和电容的短截线相对应。

四个恒等关系图示在表8.7中,其中每个盒子代表有指定特征阻抗和长度($\lambda/8$ 在 ω_c 时)的单位元件或者传输线。电感和电容分别代表短路和开路短截线,我们将证明第一种情况的等效性,然后在例题8.5中说明如何应用这些恒等关系。

表8.7 四个科洛达恒等关系($n^2 = 1 + Z_2/Z_1$)



在表8.7(a)中恒等的两个电路重新画在图8.35中,我们将通过它们的ABCD矩阵证明这两个网络是等效的。从表4.1得到特征阻抗为 Z_1 、长度为 ℓ 的传输线的ABCD矩阵是

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \ell & jZ_1 \sin \beta \ell \\ \frac{j}{Z_1} \sin \beta \ell & \cos \beta \ell \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ \frac{j\Omega}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \quad (8.79)$$

式中, $\Omega = \tan \beta \ell$ 。现在,图8.35中的第一个电路中的开路并联短截线有阻抗 $-jZ_2 \cot \beta \ell = -jZ_2/\Omega$,所以整个电路的ABCD矩阵是

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_L &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{j\Omega}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ \frac{j\Omega}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ j\Omega \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) & 1 - \Omega^2 \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.80a)$$

图 8.35 中的第二个电路中的短路串联短截线阻抗为 $j(Z_1/n^2)\tan\beta\ell = j\Omega Z_1/n^2$, 所以整个电路的 $ABCD$ 矩阵是

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_R &= \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega Z_2}{n^2} \\ \frac{j\Omega n^2}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{j\Omega Z_1}{n^2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \quad . \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{j\Omega}{n^2}(Z_1+Z_2) \\ \frac{j\Omega n^2}{Z_2} & 1 - \Omega^2 \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.80b)$$

若我们选择 $n^2 = 1 + Z_2/Z_1$, 则式(8.80a)和式(8.80b)的结果是恒等的。在表 8.7 中, 其他恒等关系能用同样的方法证明。

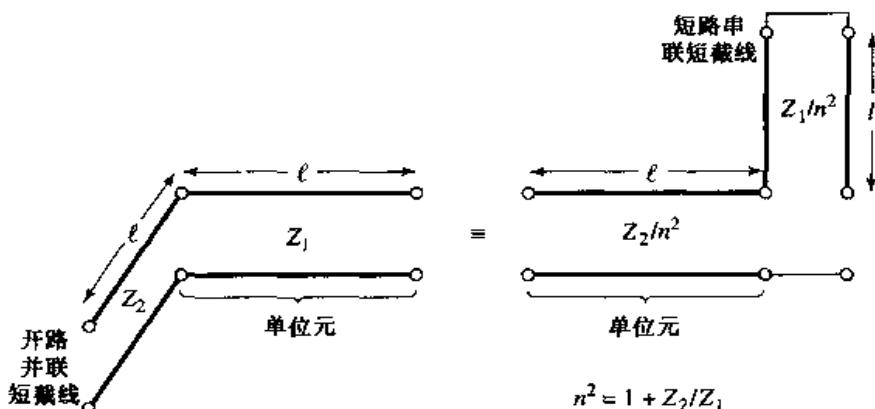


图 8.35 表 8.7 中科洛达恒等关系(a)的等效电路

例题 8.5 使用短截线的低通滤波器设计

设计一个用微带线制作的低通滤波器, 其特性是, 截止频率 4 GHz、3 阶、阻抗 50 Ω 和 3 dB 等波纹特性。

解:

由表 8.4 可得归一化低通滤波器原型元件值是

$$\begin{aligned} g_1 &= 3.3487 = L_1 \\ g_2 &= 0.7117 = C_2 \\ g_3 &= 3.3487 = L_3 \\ g_4 &= 1.0000 = R_L \end{aligned}$$

其集总元件电路如图 8.36(a)所示。

下一步是用理查德变换将串联电感变为串联短截线, 将并联电容变为并联短截线, 如图 8.36(b)所示。根据式(8.78), 串联短截线(电感)的特征阻抗是 L , 并联短截线(电容)的特征阻抗是 $1/C$ 。对公比线综合, 所有短截线在 $\omega = \omega_c$ 处长度都是 $\lambda/8$ (通常直到设计的最后一步用归一化值是方便的)。

图 8.36(b)中的串联短截线,用微带形式实现是很困难的,所以我们用科洛达恒等关系之一将其变成并联短截线。首先我们在滤波器的每端添加单位元件,如图 8.36(c)所示。因为这些冗余元件与源和负载匹配($Z_0 = 1$),所以不会影响滤波器的性能。然后,我们对滤波器的两端应用表 8.7 中的科洛达恒等关系(b)。在这两种情况下,我们有

$$n^2 = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} = 1 + \frac{1}{3.3487} = 1.299$$

结果如图 8.36(d)所示。

最终,我们对电路的阻抗和频率定标,这很简单,只需要用 50Ω 乘以归一化阻抗,并在 4 GHz 时选择短截线长度为 $\lambda/8$ 。最终的电路如图 8.36(e)所示,图 8.36(f)是微带线布局图。

该设计计算得出的振幅响应描绘在图 8.37 中,同时也画出了集总元件方案的响应。可以看出一直到 4 GHz 通带特性都是很类似的,但分布元件滤波器有一个较陡的截止特性。还要注意分布元件滤波器的响应是每 16 GHz 重复一次,这是理查德 trans-break 结构的周期性的结果。■

相似的步骤可以用于带阻滤波器,但科洛达恒等关系不能用于高通或带通滤波器。

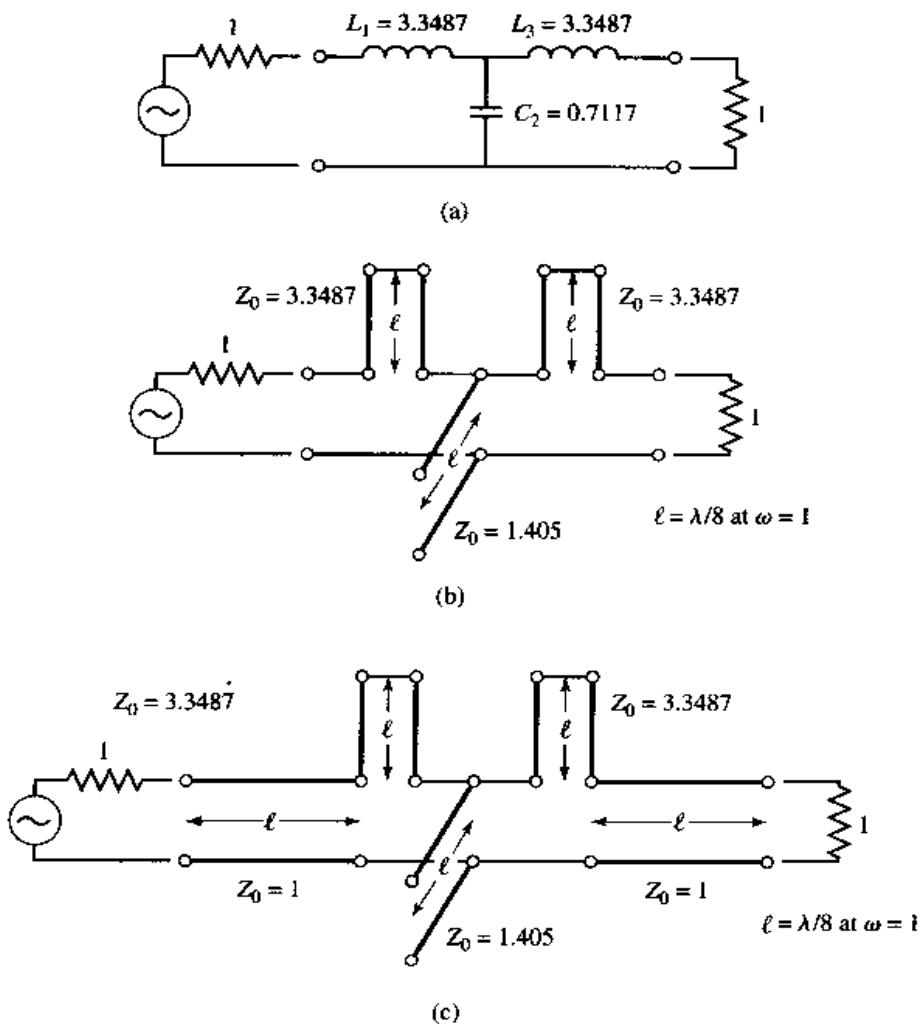


图 8.36 例题 8.5 的滤波器设计过程:(a)集总元件滤波器原型;(b)用理查德变换将电感和电容变成串联和并联短截线;(c)在滤波器两端附加单位元件

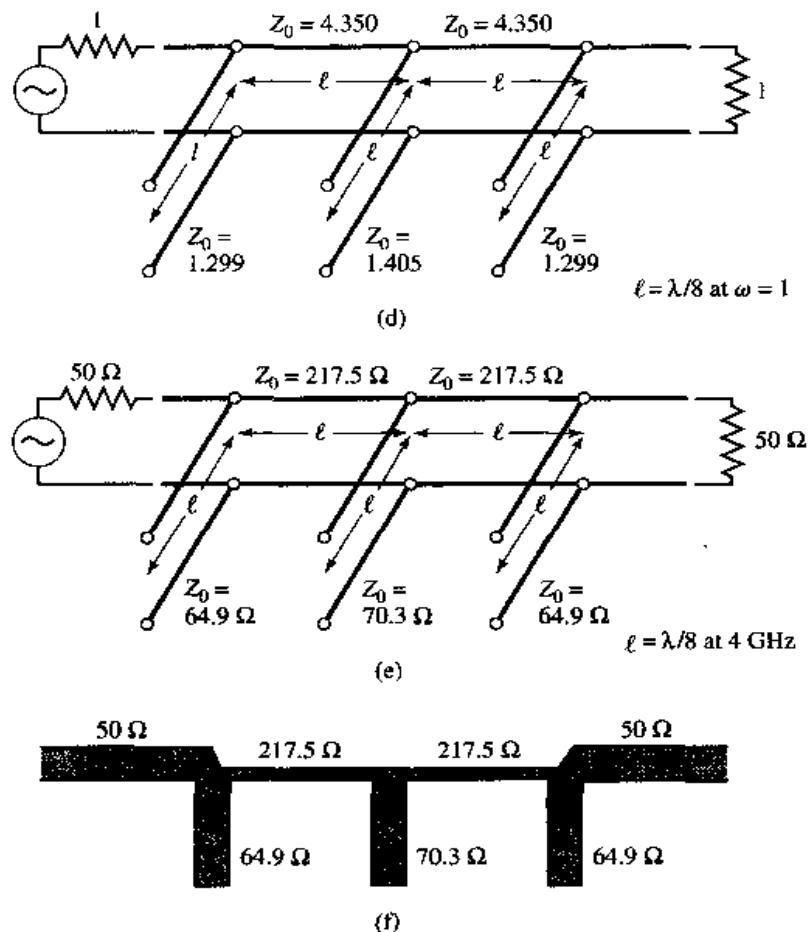


图 8.36(续) 例题 8.5 的滤波器设计过程:(d)应用第二个科洛达恒等关系;
(e)经阻抗和频率定标后;(f)最终滤波器制作成微带线形式

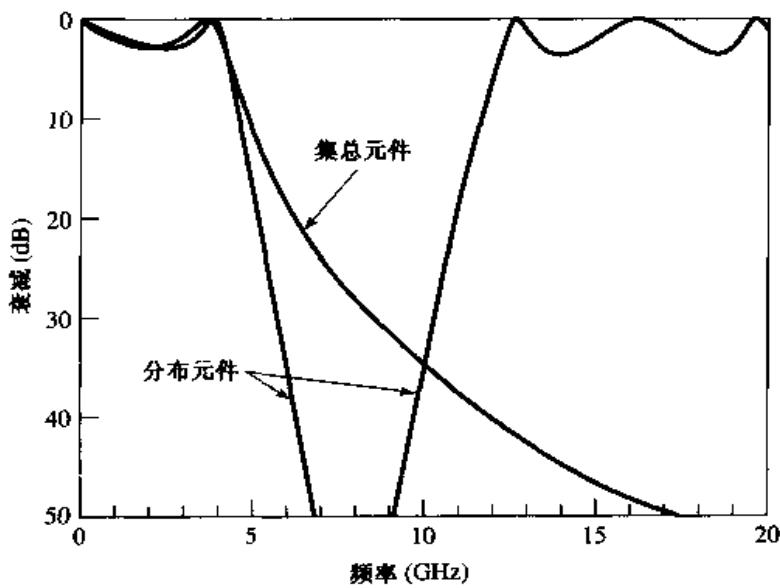


图 8.37 例题 8.5 中集总元件和分布元件低通滤波器的振幅响应

8.5.3 阻抗和导纳倒相器

正如我们已经看到的,当用特定类型的传输线来实现滤波器时,常常希望只用串联或并联

元件。科洛达恒等关系可用于这种形式的变换。但是另一种可能性是用阻抗(K)或导纳(J)倒相器^{[1],[4],[7]}。这种倒相器特别适用于窄带宽(<10%)的带通或带阻滤波器。

阻抗和导纳倒相器的概念上的运作如图8.38所示;因为这些倒相器本质上是使负载阻抗或导纳形成反相,所以可用它们变换串联元件为并联元件,反之亦然。这些步骤将在后几节中说明。

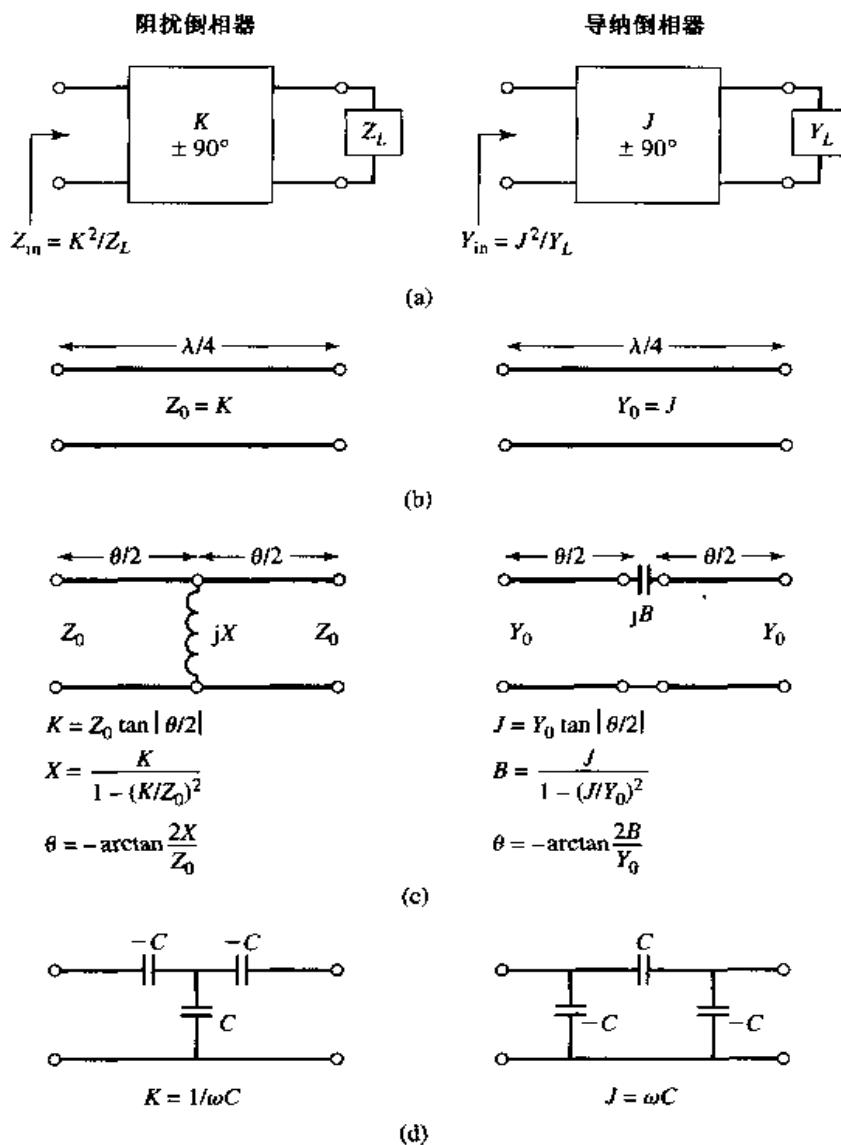


图8.38 阻抗和导纳倒相器:(a)阻抗和导纳倒相器的运用;(b)用四分之一波长变换器实现;(c)用传输线和电抗性元件实现;(d)用电容网络实现

J 或 K 倒相器最简单的形式可以用合适特征阻抗的四分之一波长变换器制成,如图8.38(b)所示。这种方法实现的倒相器的 $ABCD$ 矩阵容易从表4.1给出的一定长度的传输线的 $ABCD$ 参数求出。一些其他类型的电路也能用做 J 或 K 倒相器,另一个可选择的形式如图8.38(c)所示。这种形式的倒相器用于模拟在8.8节的耦合谐振滤波器中。对这类倒相器通常需要负的长度为 $\theta/2$ 的传输线段,若这些线可以被吸收到两端连接的传输线中,就不成问题。

8.6 阶跃阻抗低通滤波器

用微带或带状线实现低通滤波器的一种相对容易的方法,是用很高和很低特征阻抗的传输

线段交替排列的结构。像这样的滤波器通常称为阶跃阻抗(steped-impedance)或高Z-低Z滤波器。因为与用短截线制作的类似的低通滤波器相比,它容易设计并且结构紧凑,所以较为流行。然而,因为它的近似性,它的电特性不是很好,所以这类滤波器通常限制在不需要有陡峭截止的应用中(例如,在抑制带外混频器产物中)。

8.6.1 短传输线段近似等效电路

我们首先求找有很高或很低特征阻抗的短传输线段的近似等效电路。特征阻抗为 Z_0 、长度为 ℓ 的传输线的ABCD参量在表4.1中给出,然后通过表4.2的变换关系求出Z参量为

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{A}{C} = -jZ_0 \cot \beta\ell \quad (8.81a)$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{C} = -jZ_0 \csc \beta\ell \quad (8.81b)$$

T型等效电路的串联件是

$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \left[\frac{\cos \beta\ell - 1}{\sin \beta\ell} \right] = jZ_0 \tan \left(\frac{\beta\ell}{2} \right) \quad (8.82)$$

T型等效电路的并联元件是 Z_{12} 。所以,若 $\beta\ell < \pi/2$,则串联元件有正电抗(电感),而并联元件有负电抗(电容)。所以我们有图8.39(a)所示的等效电路,其中

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan \left(\frac{\beta\ell}{2} \right) \quad (8.83a)$$

$$B = \frac{1}{Z_0} \sin \beta\ell \quad (8.83b)$$

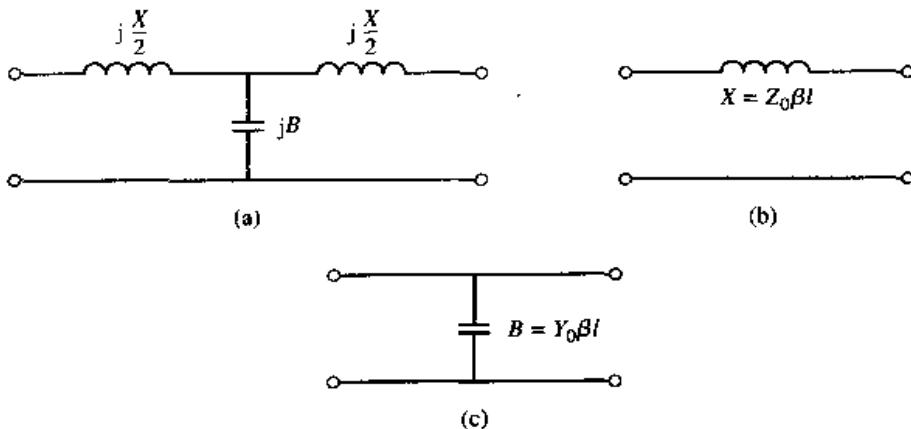


图8.39 所示短传输线段的近似等效电路:(a) $\beta\ell \ll \pi/2$ 传输线段的T型等效电路;(b)小的 $\beta\ell$ 和大的 Z_0 等效电路;(c)小的 $\beta\ell$ 和小的 Z_0 等效电路

现在假定有短的线长($\beta\ell < \pi/4$)和大的特征阻抗,则式(8.83)可近似简化为

$$X \approx Z_0 \beta\ell \quad (8.84a)$$

$$B \approx 0 \quad (8.84b)$$

这对应于图8.39(b)所示的等效电路(串联电感)。对于短的线长和小的特征阻抗,式(8.83)近似简化为

$$X \approx 0 \quad (8.85a)$$

$$B \approx Y_0 \beta \ell \quad (8.85b)$$

这对应于图 8.39(c)所示的等效电路(并联电容)。所以低通原型的串联电感可以用高阻线段($Z_0 = Z_h$)代替,而并联电容用低阻线段($Z_0 = Z_\ell$)代替。比数 Z_h/Z_ℓ 应该尽可能大,所以 Z_h 和 Z_ℓ 的实际值通常设置成能实际做到的最高和最低特征阻抗。为了得到接近截止的最好响应,线的长度可由式(8.84)和式(8.85)决定,该长度应该在 $\omega = \omega_c$ 处计算。由式(8.84)和式(8.85)的结果连同用式(8.67)定标,可得出电感段的电长度为

$$\beta \ell = \frac{L R_0}{Z_h} \quad (\text{电感}) \quad (8.86a)$$

电容段的电长度是

$$\beta \ell = \frac{C Z_\ell}{R_0} \quad (\text{电容}) \quad (8.86b)$$

式中, R_0 是滤波器阻抗, L 和 C 是低通原型的归一化元件值(g_k 的值)。

例题 8.6 阶跃阻抗滤波器设计

设计一个阶跃阻抗低通滤波器,它具有最平坦响应,截止频率为 2.5 GHz,在 4 GHz 处插入损耗必须大于 20 dB,滤波器阻抗为 50 Ω,最高实际线阻抗为 120 Ω,最低实际线阻抗为 20 Ω。当该滤波器用微带实现时,要考虑损耗的影响,基片的参数为 $d = 0.158$ cm, $\epsilon_r = 4.2$, $\tan\delta = 0.02$,铜导体的厚度为 0.5 mil。

解:

使用图 8.26,我们计算出

$$\frac{\omega}{\omega_c} - 1 = \frac{4.0}{2.5} - 1 = 0.6$$

该图表示出当 $N = 6$ 时,在 4.0 GHz 处能给出所需要的衰减。表 8.3 给出低通原型的值为

$$\begin{aligned} g_1 &= 0.517 = C_1 \\ g_2 &= 1.414 = L_2 \\ g_3 &= 1.932 = C_3 \\ g_4 &= 1.932 = L_4 \\ g_5 &= 1.414 = C_5 \\ g_6 &= 0.517 = L_6 \end{aligned}$$

该低通原型如图图 8.40(a)所示。

下一步,使用式(8.86a,b),用低阻抗和高阻抗线段替代串联电感和并联电容。所需线的电长度 $\beta \ell_i$ 以及实际微带线宽 W_i 和线长 ℓ_i 在下表中给出:

节	$Z_i = Z_\ell$ 或 Z_h	$\beta \ell_i$	W_i (mm)	ℓ_i (mm)
1	20 Ω	11.8°	11.3	2.05
2	120 Ω	33.8°	0.428	6.63
3	20 Ω	44.3°	11.3	7.69
4	120 Ω	46.1°	0.428	9.04
5	20 Ω	32.4°	11.3	5.63
6	120 Ω	12.3°	0.428	2.41

最终的滤波器电路如图 8.40(b) 所示, 有 $Z_i = 20 \Omega$ 和 $Z_h = 120 \Omega$ 。注意, 几乎每一线段都有 $\beta l < 45^\circ$ 。该滤波器的微带线布局如图 8.40(c) 所示。

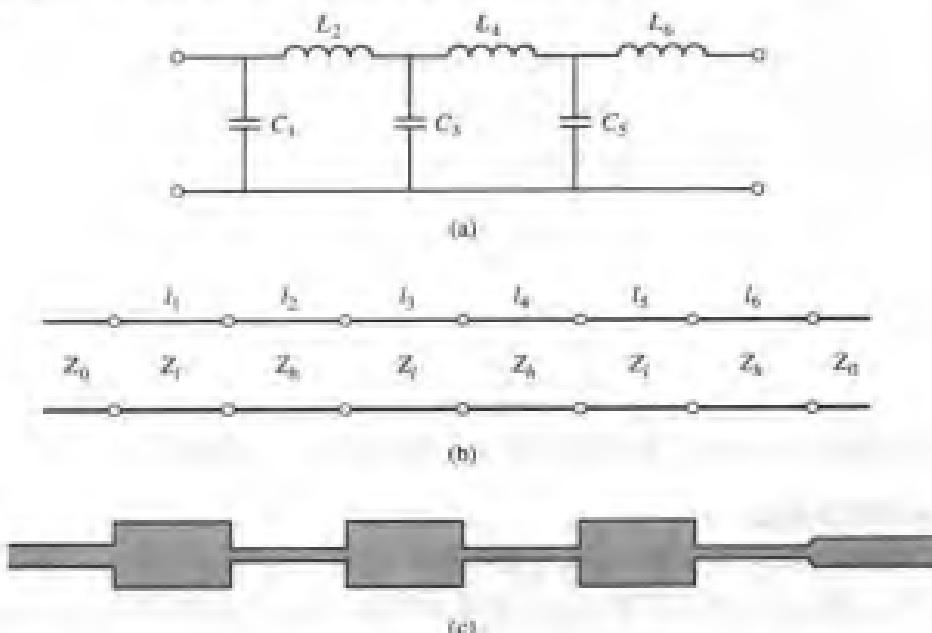


图 8.40 例题 8.6 中滤波器的设计:(a)低通滤波器原型电路;
(b)阶跃阻抗的实施;(c)最终滤波器的微带线布局

图 8.41 显示了计算得到的有耗和无耗滤波器的响应。损耗的影响是增加通带的衰减, 在 2 GHz 处约增加 1 dB。相应的集总元件滤波器的响应也一起显示在图 8.41 中, 其通带特性与阶跃阻抗滤波器类似, 但在较高频率处集总元件滤波器给出了较大的衰减。这是因为在较高频率下阶跃阻抗滤波器元件与集总元件有明显的不同。阶跃阻抗滤波器在较高频率处有另外一些通带, 但响应不是完全周期性的, 因为这种线不是公比线。 ■

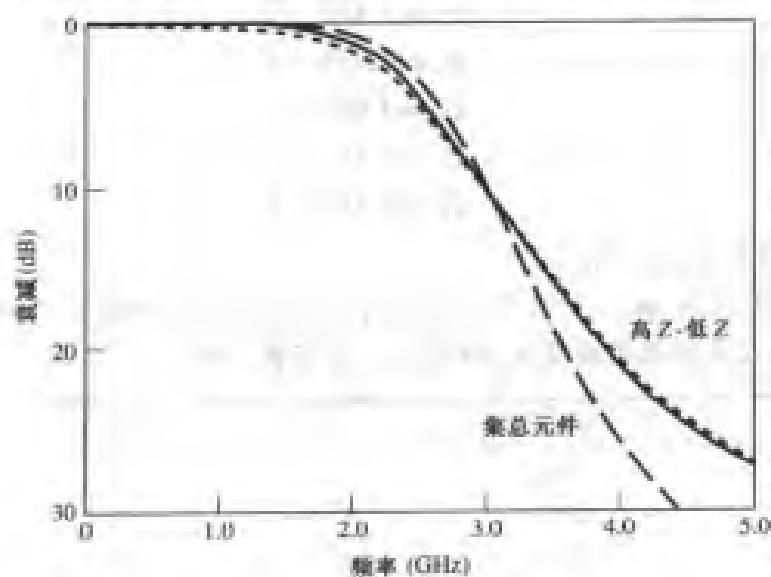


图 8.41 例题 8.6 中有耗(虚线)和无耗(实线)阶跃阻抗低通滤波器的振幅响应, 以及相应的集总元件滤波器的响应

8.7 耦合线滤波器

在7.6节中讨论过的平行耦合传输线(对于定相耦合器),也能用于构建多种类型的滤波器。要制作带宽小于20%的微带或带状线型多节带通或带阻耦合线滤波器实际上是容易办到的。更宽的带宽滤波器通常需要很紧密的耦合线,这在制造上是困难的。我们首先研究单个四分之一波长耦合线段的滤波器特性,然后说明如何用这些耦合线段设计带通滤波器^[7]。用耦合线设计的其他滤波器可以在参考文献[1]中找到。

8.7.1 耦合线段的滤波器特性

图8.42(a)显示了平行耦合线段,且带有端口电压和电流的定义。考虑图8.42(b)所示的偶模和奇模激励的叠加^[8],可对这个四端口网络推导出开路阻抗矩阵。所以,电流源*i*₁和*i*₃驱动该线的偶模,而*i*₂和*i*₄驱动该线的奇模。通过叠加,我们看到总端口电流*I*₁可以用偶模和奇模电流表示为

$$I_1 = i_1 + i_2 \quad (8.87a)$$

$$I_2 = i_1 - i_2 \quad (8.87b)$$

$$I_3 = i_3 - i_4 \quad (8.87c)$$

$$I_4 = i_3 + i_4 \quad (8.87d)$$

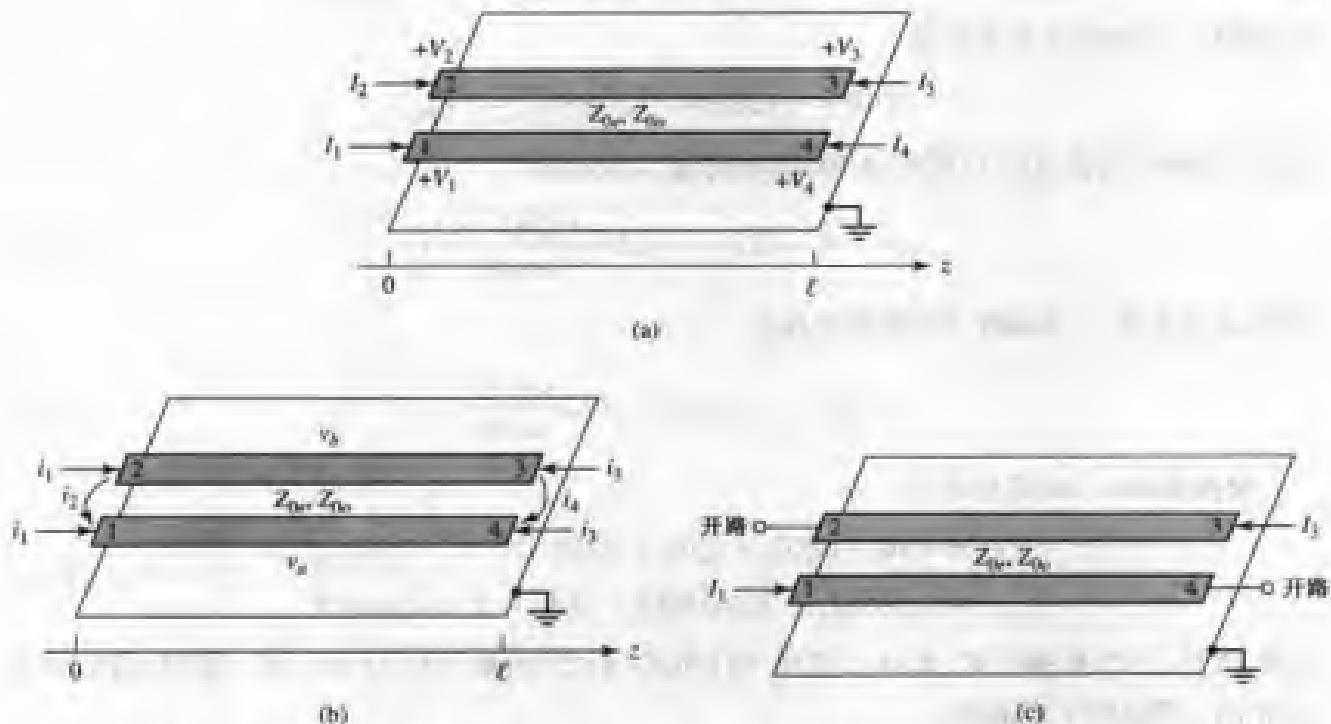


图8.42 关于耦合线滤波器节的定义:(a)用端口电压和电流定义的平行耦合线段;(b)用偶模和奇模电流定义的平行耦合线段;(c)有带通响应的二端口耦合线段

首先考虑用*i*₁电流源在偶模下驱动此线。假如其他端口开路,在端口1或端口2看到的阻抗为

$$Z_{in}^* = -j Z_{0e} \cot \beta \ell \quad (8.88)$$

在这两个导体上的电压可表示为

$$\begin{aligned} v_a^1(z) = v_b^1(z) &= V_e^+ [e^{-j\beta(z-\ell)} + e^{j\beta(z-\ell)}] \\ &= 2V_e^+ \cos \beta(\ell - z) \end{aligned} \quad (8.89)$$

所以在端口 1 或端口 2 的电压是

$$v_a^1(0) = v_b^1(0) = 2V_e^+ \cos \beta\ell = i_1 Z_{in}^e$$

利用这个结果和式(8.88), 可把式(8.89)改写成用 i_1 表示为

$$v_a^1(z) = v_b^1(z) = -jZ_{0e} \frac{\cos \beta(\ell - z)}{\sin \beta\ell} i_1 \quad (8.90)$$

同样, 用电流源 i_3 驱动的线上偶模电压是

$$v_a^3(z) = v_b^3(z) = -jZ_{0e} \frac{\cos \beta z}{\sin \beta\ell} i_3 \quad (8.91)$$

现在考虑当电流 i_2 驱动线上奇模时的情形。若其他端开路, 在端口 1 或端口 2 看到的阻抗是

$$Z_{in}^o = -jZ_{0o} \cot \beta\ell \quad (8.92)$$

在每个导体上的电压可以表示为

$$v_a^2(z) = -v_b^2(z) = V_0^+ [e^{-j\beta(z-\ell)} + e^{j\beta(z-\ell)}] = 2V_0^+ \cos \beta(\ell - z) \quad (8.93)$$

则在端口 1 或端口 2 的电压是

$$v_a^2(0) = -v_b^2(0) = 2V_0^+ \cos \beta\ell = i_2 Z_{in}^o$$

用这个结果和式(8.92), 可把式(8.93)改写成用 i_2 表示为

$$v_a^2(z) = -v_b^2(z) = -jZ_{0o} \frac{\cos \beta(\ell - z)}{\sin \beta\ell} i_2 \quad (8.94)$$

同样, 由电流源 i_4 驱动线上奇模的电压是

$$v_a^4(z) = -v_b^4(z) = -jZ_{0o} \frac{\cos \beta z}{\sin \beta\ell} i_4 \quad (8.95)$$

现在在端口 1 的总电压是

$$\begin{aligned} V_1 &= v_a^1(0) + v_a^2(0) + v_a^3(0) + v_a^4(0) \\ &= -j(Z_{0e}i_1 + Z_{0o}i_2) \cot \theta - j(Z_{0e}i_3 + Z_{0o}i_4) \csc \theta \end{aligned} \quad (8.96)$$

此处, 用到了式(8.90)、式(8.91)、式(8.94)和式(8.95)的结果以及 $\theta = \beta\ell$ 。接着, 我们求解式(8.87), 获得用 I 表示的 i_j :

$$i_1 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2) \quad (8.97a)$$

$$i_2 = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \quad (8.97b)$$

$$i_3 = \frac{1}{2}(I_3 + I_4) \quad (8.97c)$$

$$i_4 = \frac{1}{2}(I_4 - I_3) \quad (8.97d)$$

将这些结果用到式(8.96)中得

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{-j}{2}(Z_{0e}I_1 + Z_{0e}I_2 + Z_{0o}I_1 - Z_{0o}I_2)\cot\theta \\ &\quad - \frac{-j}{2}(Z_{0e}I_3 + Z_{0e}I_4 + Z_{0o}I_4 - Z_{0o}I_3)\csc\theta \end{aligned} \quad (8.98)$$

该结果可给出描述耦合线段的开路阻抗矩阵[Z]的第一行。根据对称性,一旦第一行已知,则所有其他矩阵元都能求出。于是该矩阵元是

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_{44} = \frac{-j}{2}(Z_{0e} + Z_{0o})\cot\theta \quad (8.99a)$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_{34} = Z_{43} = \frac{-j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o})\cot\theta \quad (8.99b)$$

$$Z_{13} = Z_{31} = Z_{24} = Z_{42} = \frac{-j}{2}(Z_{0e} - Z_{0o})\csc\theta \quad (8.99c)$$

$$Z_{14} = Z_{41} = Z_{23} = Z_{32} = \frac{-j}{2}(Z_{0e} + Z_{0o})\csc\theta \quad (8.99d)$$

一个二端口网络可以由耦合线段形成,方法是把四个端口中的两个端口终端开路或短路;有十种可能的组合,如表 8.8 所示。正如在表中所指明的那样,各种电路有不同的频率响应,包括低通、带通、全通和全阻。对于带通滤波器,我们最感兴趣的是图 8.42(c)所示的情况,因为在制作上开路比短路容易。在这种情况下, $I_2 = I_4 = 0$,所以四端口阻抗矩阵方程式简化为

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{13}I_3 \quad (8.100a)$$

$$V_3 = Z_{31}I_1 + Z_{33}I_3 \quad (8.100b)$$

式中, Z_{ij} 由式(8.99)给出。

我们能通过计算镜像阻抗(在端口 1 和端口 3 是相同的)和传播常数来分析该电路的滤波特性。从表 8.1 看到用 Z 参量表示的镜像阻抗是

$$\begin{aligned} Z_i &= \sqrt{Z_{11}^2 - \frac{Z_{11}Z_{13}^2}{Z_{33}}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 \csc^2\theta - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cot^2\theta} \end{aligned} \quad (8.101)$$

当耦合线段长为 $\lambda/4$ ($\theta = \pi/2$)时,镜像阻抗简化为

$$Z_i = \frac{1}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \quad (8.102)$$

这是一个正实数,因为 $Z_{0e} > Z_{0o}$ 。但是当 $\theta \rightarrow 0$ 或 π 时, $Z_i \rightarrow \pm j\infty$,表明是阻带。镜像阻抗的实部如图 8.43 所示。此处,截止频率可由式(8.101)求得如下:

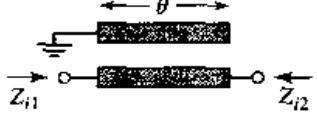
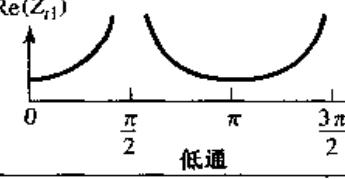
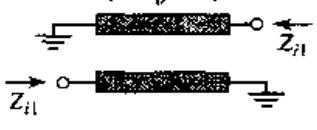
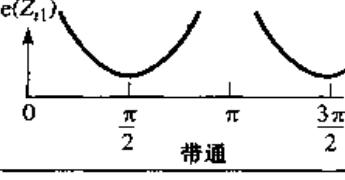
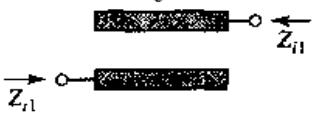
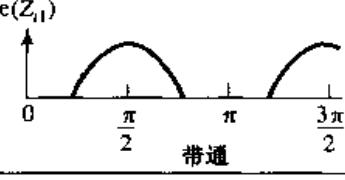
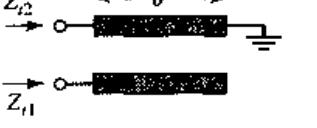
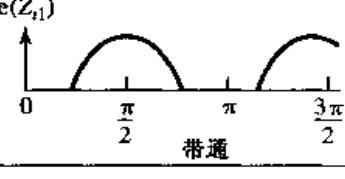
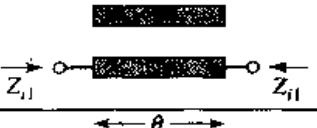
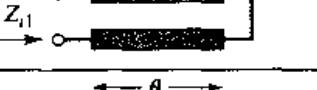
$$\cos\theta_1 = -\cos\theta_2 = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$$

由表 8.1 的结果也可算出传播常数为

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{Z_{11} Z_{33}}{Z_{13}^2}} = \frac{Z_{11}}{Z_{13}} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} - Z_{0o}} \cos \theta \quad (8.103)$$

这表明对于 $\theta_1 < \theta < \theta_2 = \pi - \theta_1$, β 是实数, 其中 $\cos \theta_1 = (Z_{0e} - Z_{0o}) / (Z_{0e} + Z_{0o})$ 。

表 8.8 10 种标准的耦合线电路

电路	镜像阻抗	响应
	$Z_{i1} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o} \cos \theta}{\sqrt{(Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta - (Z_{0e} - Z_{0o})^2}}$ $Z_{i2} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{i1}}$	 低通
	$Z_{i1} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o} \sin \theta}{\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}$	 带通
	$Z_{i1} = \frac{\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}{2 \sin \theta}$	 带通
	$Z_{i1} = \frac{\sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} \sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}{(Z_{0e} + Z_{0o}) \sin \theta}$ $Z_{i2} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{i1}}$	 带通
	$Z_{i1} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2}$	全通
	$Z_{i1} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$	全通
	$Z_{i1} = \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}}$	全通
	$Z_{i1} = -j \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \cot \theta$ $Z_{i2} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{i1}}$	全通
	$Z_{i1} = j \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} \tan \theta$	全通
	$Z_{i1} = -j \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} \cot \theta$	全通

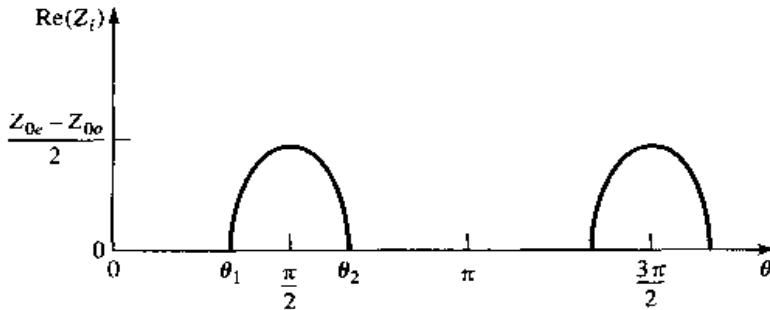


图 8.43 图 8.42(c)所示带通网络的镜像阻抗实部

8.7.2 耦合线带通滤波器的设计

窄带带通滤波器可制成如图 8.42(c)所示的级联耦合线段形式。为了推导这类滤波器的设计公式, 我们首先说明单耦合线段可以近似用图 8.44 所示的等效电路模拟。我们将通过计算这个等效电路的镜像阻抗和传播常数, 证明它们是与 $\theta = \pi/2$ (对应于通带响应的中心频率)的耦合线段近似相等的。

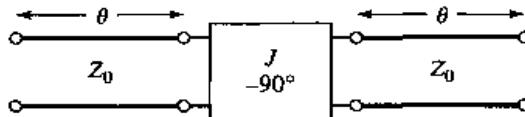


图 8.44 图 8.42(c)中耦合线段的等效电路

等效电路的 $ABCD$ 参量可以用表 4.1 中传输线的 $ABCD$ 矩阵计算:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ \frac{j \sin \theta}{Z_0} & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -j/J \\ -jJ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ \frac{j \sin \theta}{Z_0} & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}\right) \sin \theta \cos \theta & j \left(JZ_0^2 \sin^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{J}\right) \\ j \left(\frac{1}{JZ_0^2} \sin^2 \theta - J \cos^2 \theta\right) & \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}\right) \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix} \quad (8.104)$$

导纳倒相器的 $ABCD$ 参量可将它考虑为特征阻抗是 $1/J$ 的四分之一波长传输线段得到。由式(8.27)得到该等效电路的镜像阻抗为

$$Z_i = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{JZ_0^2 \sin^2 \theta - (1/J) \cos^2 \theta}{(1/JZ_0^2) \sin^2 \theta - J \cos^2 \theta}} \quad (8.105)$$

在中心频率 $\theta = \pi/2$ 处, 该式简化为

$$Z_i = JZ_0^2 \quad (8.106)$$

由式(8.31)得到传播常数是

$$\cos \beta = A = \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}\right) \sin \theta \cos \theta \quad (8.107)$$

由镜像阻抗式(8.102)和式(8.106)相等以及传播常数式(8.103)和式(8.107)相等, 可给出下列等式:

$$\frac{1}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) = JZ_0^2$$

$$\frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} - Z_{0o}} = JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}$$

式中, 我们已经假定当 θ 接近 $\pi/2$ 时, $\sin\theta \approx 1$ 。由这些公式, 可求解出偶模和奇模线阻抗为

$$Z_{0e} = Z_0[1 + JZ_0 + (JZ_0)^2] \quad (8.108a)$$

$$Z_{0o} = Z_0[1 - JZ_0 + (JZ_0)^2] \quad (8.108b)$$

现在考虑 $N+1$ 个耦合线段级联组成的带通滤波器, 如图 8.4(a) 所示。线段从左至右编号, 负载在右边, 但滤波器可以反过来使用, 而不影响其响应。因为每个耦合线段的等效电路形式如图 8.44 所示, 所以级联等效电路如图 8.45(b) 所示。任意两个倒相器之间, 有一个有效长度为 2θ 的传输线段。这条线的长度在滤波器带通范围附近近似为 $\lambda/2$, 它有由并联平行 LC 谐振器组成的近似等效电路, 如图 8.45(c) 所示。

证实该等效性的第一步是求出对图 8.45(c) 所示的 T 型等效电路和理想变压器电路的参量(精确等效)。该电路的 $ABCD$ 矩阵可以用表 4.1 中的 T 型电路和理想变压器的结果计算:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{12}} & \frac{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}{Z_{12}} \\ \frac{1}{Z_{12}} & \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Z_{11}}{Z_{12}} & \frac{Z_{12}^2 - Z_{11}^2}{Z_{12}} \\ \frac{-1}{Z_{12}} & \frac{-Z_{11}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \quad (8.109)$$

这个结果与长度为 2θ 、特征阻抗为 Z_0 的传输线的 $ABCD$ 参量相等, 由此可得该等效电路的参量为

$$Z_{12} = \frac{-1}{C} = \frac{jZ_0}{\sin 2\theta} \quad (8.110a)$$

$$Z_{11} = Z_{22} = -Z_{12}A = -jZ_0 \cot 2\theta \quad (8.110b)$$

而串联臂阻抗是

$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \frac{\cos 2\theta + 1}{\sin 2\theta} = -jZ_0 \cot \theta \quad (8.111)$$

该 $1:-1$ 变压器提供 180° 相移, 是不能单独用 T 型网络得到的; 因为这不影响滤波器振幅响应, 所以它能被弃之不用。对于 $\theta \approx \pi/2$, 串联臂的阻抗式(8.111)接近于零, 因而也可忽略。然而, 并联阻抗 Z_{12} 看起来像是 $\theta \approx \pi/2$ 的并联谐振电路的阻抗。若我们令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, 其中在中心频率 ω_0 处 $\theta = \pi/2$, 则有 $2\theta = \beta\ell = \omega\ell/v_p = (\omega_0 + \Delta\omega)\pi/\omega_0 = \pi(1 + \Delta\omega/\omega_0)$, 所以对于小的 $\Delta\omega$, 式(8.110a)能表示为

$$Z_{12} = \frac{jZ_0}{\sin \pi(1 + \Delta\omega/\omega_0)} \approx \frac{-jZ_0\omega_0}{\pi(\omega - \omega_0)} \quad (8.112)$$

由 6.1 节可知, 并联 LC 电路接近谐振时的阻抗是

$$Z = \frac{-jL\omega_0^2}{2(\omega - \omega_0)} \quad (8.113)$$

其中 $\omega_0^2 = 1/LC$ 。此式与式(8.112)相等, 由此得出等效电感和电容值为

$$L = \frac{2Z_0}{\pi\omega_0} \quad (8.114a)$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{\pi}{2Z_0\omega_0} \quad (8.114b)$$

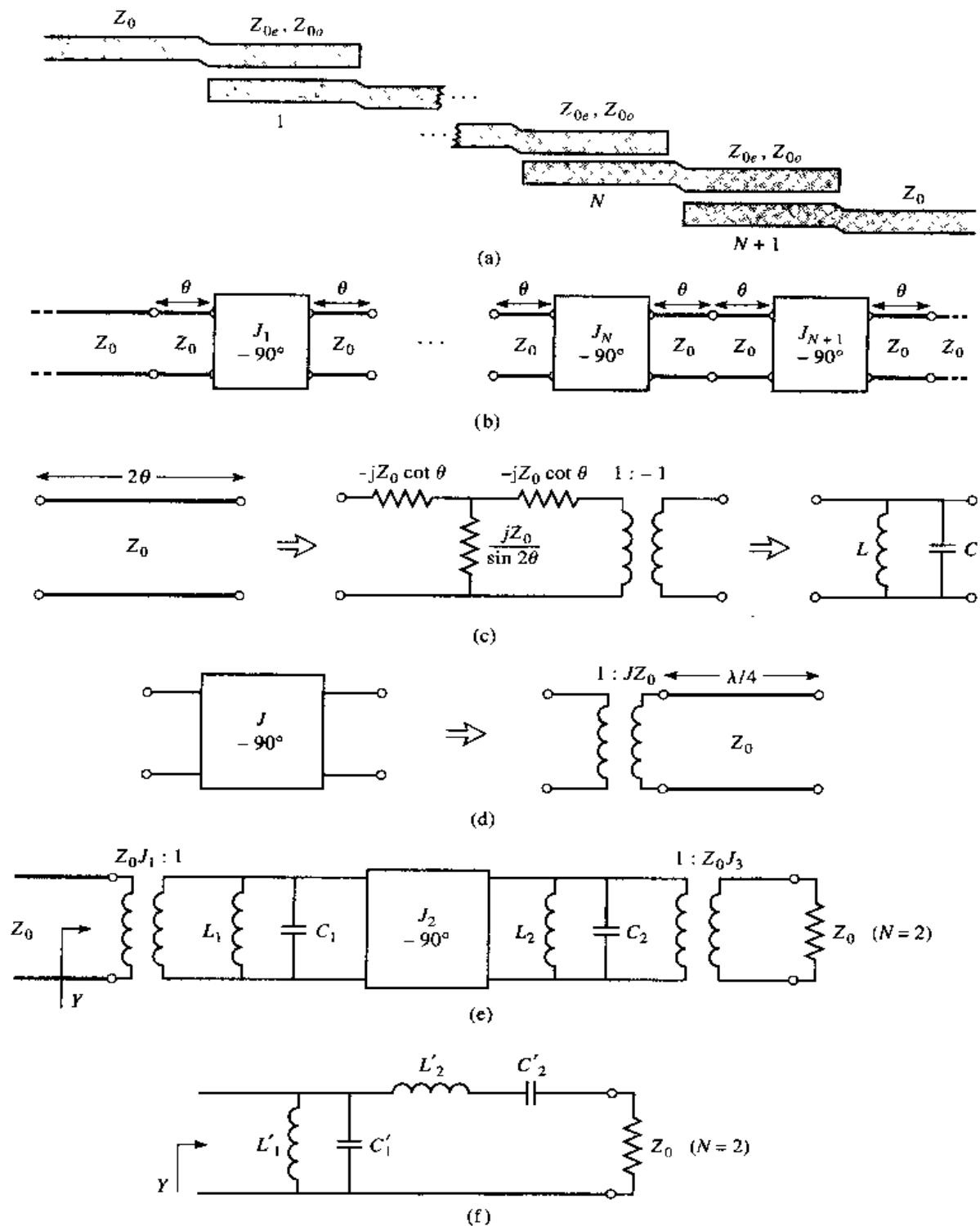


图 8.45 用于导出耦合线带通滤波器设计公式的等效电路的演化:(a) $N+1$ 条耦合线带通滤波器的布局;(b)对每条耦合线段使用如图8.44所示的等效电路;(c)长为 2θ 的传输线的等效电路;(d)导纳倒相器的等效电路;(e) $N=2$ 时使用(c)和(d)的结果;(f) $N=2$ 的带通滤波器的集总元件电路

图 8.45(b)的电路最后一步需要做不同的处理。在滤波器的每端,长度为 θ 的线是与 Z_0 匹配的,所以可以忽略。两端的倒相器 J_1 和 J_{N+1} 分别代表后面接有 $\lambda/4$ 线段的变压器,如图 8.45(d)所示。匝数比为 N 的变压器与四分之一波长线级联的 $ABCD$ 矩阵是

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -jZ_0 \\ -\frac{j}{Z_0} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{jZ_0}{N} \\ -\frac{jN}{Z_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.115)$$

将该式与导纳倒相器[式(8.114)中的一部分]的 $ABCD$ 矩阵比较表明, 匹数比必须是 $N = jZ_0$ 。 $\lambda/4$ 线仅仅产生一个相移, 所以可忽略。

对图 8.45(b)所给电路的中段和末端应用这些结果, 可把它转换到图 8.45(e)所示的电路, 这是专门针对 $N = 2$ 的情况。我们看到, 每对耦合线段导出一个等效并联 LC 谐振器, 在每对并联谐振器之间存在一个导纳倒相器。下一步我们证明倒相器有把并联 LC 谐振器转换到串联 LC 谐振器的作用, 最终得出图 8.45(f)(示出的是 $N = 2$)所示的等效电路。所以我们可以从低通原型的元件值确定允许有的导纳倒相器常数 J_n 。我们将对 $N = 2$ 的情况加以证明。

参考图 8.45(e), 正好在 J_2 倒相器右边的导纳是

$$j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_2} + Z_0 J_3^2 = j\sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + Z_0 J_3^2$$

因为变压器用匝数比的平方定标负载导纳, 所以在滤波器的输入处看到的导纳是

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \left\{ j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{J_2^2}{j\sqrt{C_2/L_2}[(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)] + Z_0 J_3^2} \right\} \\ &= \frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \left\{ j\sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{J_2^2}{j\sqrt{C_2/L_2}[(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)] + Z_0 J_3^2} \right\} \end{aligned} \quad (8.116)$$

这些结果也用到了由式(8.114)得出的对所有的 LC 谐振器有 $L_n C_n = 1/\omega_0^2$ 。现在向图 8.45(f)所示电路看去的导纳是

$$\begin{aligned} Y &= j\omega C'_1 + \frac{1}{j\omega L'_1} + \frac{1}{j\omega L'_2 + 1/j\omega C'_2 + Z_0} \\ &= j\sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{1}{j\sqrt{L'_2/C'_2}[(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)] + Z_0} \end{aligned} \quad (8.117)$$

此式在形式上与式(8.116)完全相同, 所以若满足下面的条件, 则这两个电路是等效的:

$$\frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} = \sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \quad (8.118a)$$

$$\frac{J_2^2 Z_0^2}{J_1^2} \sqrt{\frac{C_2}{L_2}} = \sqrt{\frac{L'_2}{C'_2}} \quad (8.118b)$$

$$\frac{J_1^2 Z_0^2 J_3^2}{J_2^2} = Z_0 \quad (8.118c)$$

我们由式(8.114)知道 L_n 和 C_n , 从低通原型的集总元件值, 经过阻抗定标和频率变换到带通滤波器就可定出 L'_n 和 C'_n 。用表 8.6 的结果和阻抗定标式(8.64)可得出 L'_n 和 C'_n 的值为

$$L'_1 = \frac{\Delta Z_0}{\omega_0 g_1} \quad (8.119a)$$

$$C'_1 = \frac{g_1}{\Delta \omega_0 Z_0} \quad (8.119b)$$

$$L'_2 = \frac{g_2 Z_0}{\Delta \omega_0} \quad (8.119c)$$

$$C'_2 = \frac{\Delta}{\omega_0 g_2 Z_0} \quad (8.119d)$$

式中 $\Delta = (\omega_2 - \omega_1)/\omega_0$ 是滤波器的相对带宽, 而式(8.118)可以解出倒相器常数如下(对于 $N = 2$):

$$J_1 Z_0 = \left(\frac{C_1 L'_1}{L_1 C'_1} \right)^{1/4} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_1}} \quad (8.120a)$$

$$J_2 Z_0 = J_1 Z_0^2 \left(\frac{C_2 C'_2}{L_2 L'_2} \right)^{1/4} = \frac{\pi \Delta}{2 \sqrt{g_1 g_2}} \quad (8.120b)$$

$$J_3 Z_0 = \frac{J_2}{J_1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_2}} \quad (8.120c)$$

求得 J_n 之后, 每个耦合线段的 Z_{0e} 和 Z_{0o} 就可以由式(8.108)计算得出。

上面的结果针对的是 $N = 2$ 的特定情况(3个耦合线段), 但我们也能推导出针对任意段数和 $Z_L \neq Z_0$ (或 $g_{N+1} \neq 1$, 如 N 为偶数等波纹响应的情况)的更普遍结果。所以对于有 $N + 1$ 个耦合线段的带通滤波器的设计公式是

$$Z_0 J_1 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_1}} \quad (8.121a)$$

$$Z_0 J_n = \frac{\pi \Delta}{2 \sqrt{g_{n-1} g_n}}, \quad n = 2, 3, \dots, N \quad (8.121b)$$

$$Z_0 J_{N+1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_N g_{N+1}}} \quad (8.121c)$$

然后用式(8.108)就可求出偶模和奇模特征阻抗。

例题 8.7 耦合线带通滤波器设计

设计一个耦合线带通滤波器, 有 $N = 3$ 和 0.5 dB 的等波纹响应。中心频率是 2.0 GHz, 带宽为 10%, $Z_0 = 50 \Omega$ 。问在 1.8 GHz 处衰减是多少?

解:

相对带宽 $\Delta = 0.1$ 。我们能用图 8.27(a)获得在 1.8 GHz 处的衰减, 但首先必须用式(8.71)把这个频率转换到归一化低通形式($\omega_c = 1$):

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{0.1} \left(\frac{1.8}{2.0} - \frac{2.0}{1.8} \right) = -2.11$$

而这个值在图 8.27(a)的横向标度是

$$\left| \frac{\omega}{\omega_c} \right| - 1 = |-2.11| - 1 = 1.11$$

这表示对于 $N = 3$ 的衰减约为 20 dB。

低通原型值 g_n 由表 8.4 给出;然后用式(8.121)计算导纳倒相器常数 J_n 。最后由式(8.108)求出偶模和奇模特征阻抗。这些结果归纳在下表中:

n	g_n	$Z_0 J_n$	$Z_{0r}(\Omega)$	$Z_{0o}(\Omega)$
1	1.5963	0.3137	70.61	39.24
2	1.0967	0.1187	56.64	44.77
3	1.5963	0.1187	56.64	44.77
4	1.0000	0.3137	70.61	39.24

注意,该滤波器关于中点对称。图 8.46 显示的是计算得到的响应,通常也发生在 6 GHz、10 GHz 等处。

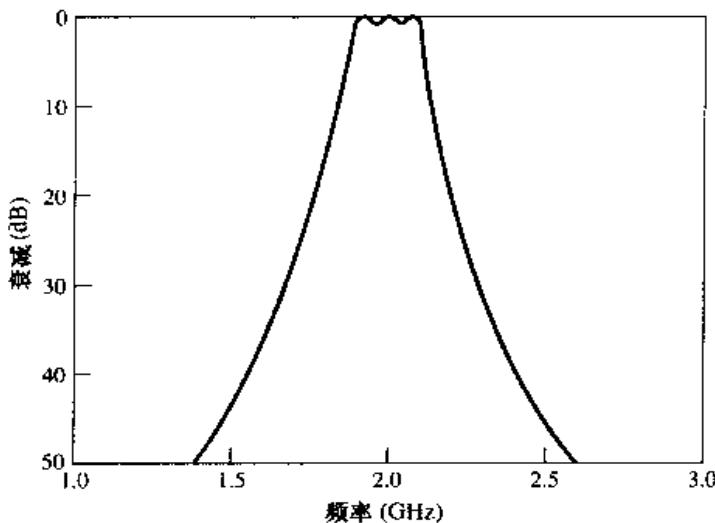


图 8.46 例题 8.7 中耦合线滤波器的振幅响应

用耦合线段还能制成其他几种滤波器,多数是带通或带阻类型,一种特别紧凑的设计是交叉指形滤波器,可以通过在耦合线滤波器的中点折叠这些线得到,详细情况见参考文献[1] 和参考文献[3]。■

8.8 耦合谐振器滤波器

我们已经看到带通和带阻滤波器需要具有串联或并联谐振电路特性的元件;前一节的耦合线带通滤波器即属于这种类型。现在我们将考虑其他几种采用传输线或空腔谐振器的微波滤波器。

8.8.1 用四分之一波长谐振器的带阻和带通滤波器

从第 6 章我们知道,四分之一波长开路或短路传输线短截线,分别像是串联或并联谐振电路。所以我们可在传输线上并联这种短截线来实现带通或带阻滤波器,如图 8.47 所示。短截线之间的四分之一波长传输线段作为导纳倒相器,是为了有效地将并联谐振器转换为串联谐振器。短截线和传输线段在中心频率 ω_0 处的长度都是 $\lambda/4$ 。

对于一些窄频带用 N 个短截线的滤波器响应,基本上与用 $N+1$ 节耦合线的滤波器相同。短截线滤波器的内阻抗是 Z_0 ,而在耦合线滤波器情况下末段需要转换阻抗数值。这使得短截线滤波器更加方便和容易设计。然而,缺点是用短截线谐振器的滤波器所需的特征阻抗实际上难以实现。

先考虑用 N 节开路短截线的带通滤波器, 如图 8.47(a) 所示。对于所需短截线特征阻抗 Z_{0n} 的设计公式, 能通过用等效电路由低通原型元件值推导出来。用短路短截线的带通类型的分析按同样的步骤进行, 所以对这些情况的设计公式不再详细介绍。

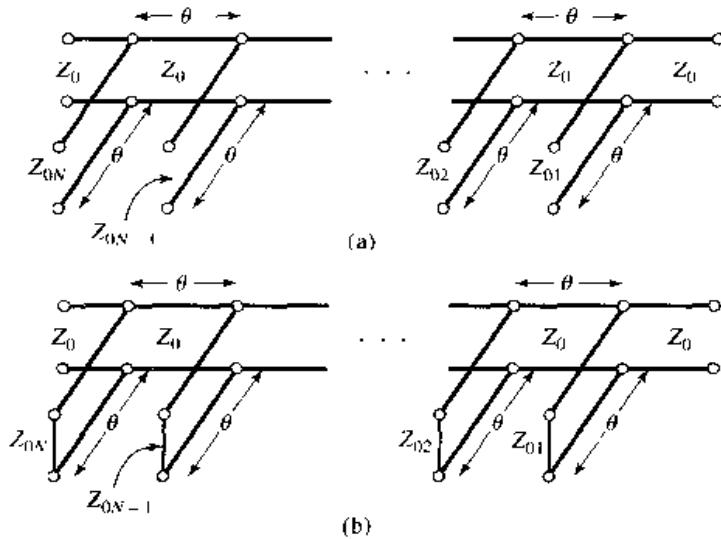


图 8.47 并联传输线谐振器的带阻和带通滤波器(在中心频率处 $\theta = \pi/2$): (a) 带阻滤波器; (b) 带通滤波器

正如图 8.48(a) 所示, 当开路短截线的长度接近 90° 时, 它能近似成为串联 LC 谐振器。特征阻抗为 Z_{0n} 的开路传输线的输入阻抗是

$$Z = -jZ_{0n} \cot \theta$$

式中, 对于 $\omega = \omega_0$ 有 $\theta = \pi/2$ 。若我们令 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, 其中 $\Delta\omega \ll \omega_0$, 则 $\theta = \pi/2(1 + \Delta\omega/\omega_0)$, 所以该阻抗可以近似为

$$Z = jZ_{0n} \tan \frac{\pi \Delta\omega}{2\omega_0} \approx \frac{jZ_{0n}\pi(\omega - \omega_0)}{2\omega_0} \quad (8.122)$$

对于在中心频率 ω_0 附近的频率, 串联 LC 电路的阻抗是

$$Z = j\omega L_n + \frac{1}{j\omega C_n} = j\sqrt{\frac{L_n}{C_n}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx 2j\sqrt{\frac{L_n}{C_n}} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \approx 2jL_n(\omega - \omega_0) \quad (8.123)$$

式中 $L_n C_n = 1/\omega_0^2$, 式(8.122)和式(8.123)按照谐振器参量给出短截线的特征阻抗为

$$Z_{0n} = \frac{4\omega_0 L_n}{\pi} \quad (8.124)$$

然后, 若我们将短截线之间的四分之一波长线段考虑为理想的导纳倒相器, 则图 8.47(a) 所示的带阻滤波器可以用图 8.48(b) 所示的等效电路来表示。下一步, 该等效电路的电路元件与图 8.48(c) 所示的带阻滤波器原型的集总元件有关。

参考图 8.48(b), 向 $L_2 C_2$ 谐振器看去的导纳 Y 是

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{j\omega L_2 + (1/j\omega C_2)} + \frac{1}{Z_0^2} \left[\frac{1}{j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} + \frac{1}{Z_0} \right]^{-1} \\ &= \frac{1}{j\sqrt{L_2/C_2} [(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]} \\ &\quad + \frac{1}{Z_0} \left\{ \frac{1}{j\sqrt{L_1/C_1} [(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]} + \frac{1}{Z_0} \right\} \end{aligned} \quad (8.125)$$

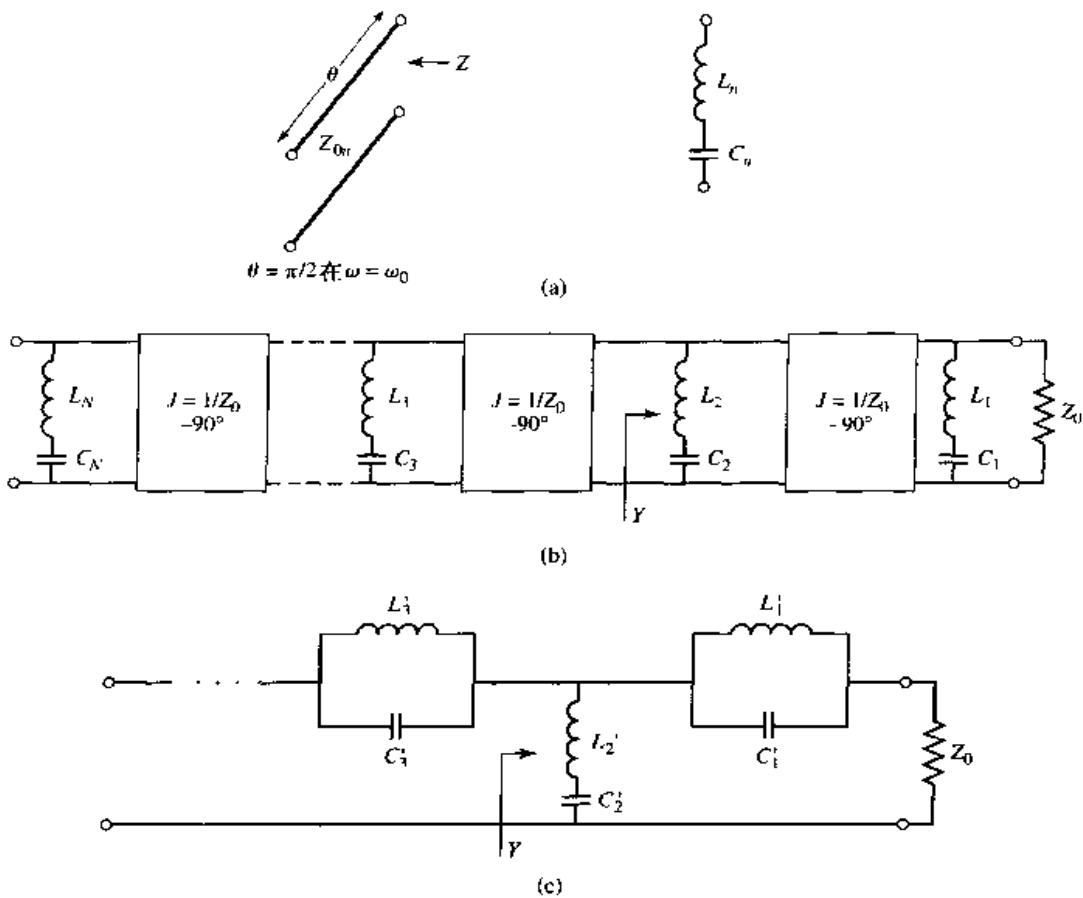


图 8.48 图 8.47(a)中带阻滤波器的等效电路;(a)开路短截线 θ 接近 $\pi/2$ 时的等效电路;
(b)用谐振器和导纳倒相器的等效滤波电路;(c)等效的集总元件带阻滤波器

在图 8.48(c)所示的电路中,对应点的导纳是

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{1}{j\omega L'_2 + 1/j\omega C'_2} + \left[\frac{1}{j\omega C'_1 + 1/j\omega L'_1} + Z_0 \right]^{-1} \\
 &= \frac{1}{j\sqrt{L'_2/C'_2} [(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]} \\
 &\quad + \left\{ \frac{1}{j\sqrt{C'_1/L'_1} [(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]} + Z_0 \right\}^{-1}
 \end{aligned} \tag{8.126}$$

若满足下面的条件,则这两个结果应当是相等的:

$$\frac{1}{Z_0^2} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \tag{8.127a}$$

$$\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = \sqrt{\frac{L'_2}{C'_2}} \tag{8.127b}$$

因为 $L_n C_n = L'_n C'_n = 1/\omega_0^2$, 所以由这些结果可以解出 L_n :

$$L_1 = \frac{Z_0^2}{\omega_0^2 L'_1} \tag{8.128a}$$

$$L_2 = L'_2 \tag{8.128b}$$

然后用式(8.124)和表8.6给出的阻抗定标后的带阻滤波器元件,得出短截线特征阻抗为

$$Z_{01} = \frac{4Z_0^2}{\pi\omega_0 L'_1} = \frac{4Z_0}{\pi g_1 \Delta} \quad (8.129a)$$

$$Z_{02} = \frac{4\omega_0 L'_2}{\pi} = \frac{4Z_0}{\pi g_2 \Delta} \quad (8.129b)$$

式中, $\Delta = (\omega_2 - \omega_1)/\omega_0$ 是滤波器的相对带宽。容易看出, 带阻滤波器的特征阻抗的一般结果是

$$Z_{0n} = \frac{4Z_0}{\pi g_n \Delta} \quad (8.130)$$

用于短路短截线谐振器的带通滤波器的相应结果是

$$Z_{0n} = \frac{\pi Z_0 \Delta}{4g_n} \quad (8.131)$$

这些结果只适用于输入和输出阻抗为 Z_0 的滤波器, 所以不能用于 N 为偶数的等波纹设计。

例题 8.8 带阻滤波器设计

设计一个使用三个四分之一波长开路短截线的带阻滤波器, 中心频率是 2.0 GHz, 带宽为 15%, 阻抗为 50 Ω, 等波纹响应为 0.5 dB。

解:

相对带宽 $\Delta = 0.15$ 。表 8.4 给出了 $N = 3$ 的低通原型值 g_n , 则短截线的特征阻抗可由式(8.130)求出, 结果列于下表:

n	g_n	Z_{0n}
1	1.5963	265.9 Ω
2	1.0967	387.0 Ω
3	1.5963	265.9 Ω

该滤波器电路如图 8.47(a)所示。在 2.0 GHz 时, 所有短截线和传输线的长度都是 $\lambda/4$ 。该滤波器计算得到的衰减如图 8.49 所示; 在通带中波纹略大于 0.5 dB, 因为在设计公式的开发过程中采用了近似结果。 ■

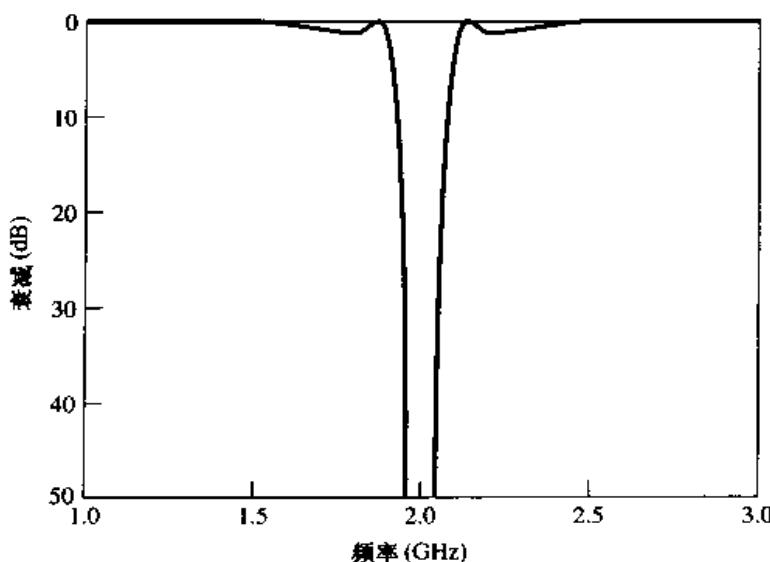


图 8.49 例题 8.8 中带阻滤波器的振幅响应

四分之一波长谐振器滤波器的特性可以通过改变互连传输线的特征阻抗来改进;此外,可以证明用耦合线的带通或带阻滤波器是精确对应的。对这种情况的详细设计可以在参考文献[1]中找到。

8.8.2 用电容性耦合串联谐振器的带通滤波器

另一种可以用微带线或带状线方便地制作出的带通滤波器是电容性缝隙耦合谐振器滤波器,如图 8.50 所示。这种形式的 N 阶滤波器使用 N 个串联谐振的传输线段,它们之间有 $N+1$ 个电容性缝隙。这些缝隙可以近似为串联电容,电容与缝隙尺寸和传输线参数有关的设计数据在参考文献[1]中以图形形式给出。该滤波器的模型如图 8.50(b)所示。在中心频率 ω_0 处谐振器的长度近似为 $\lambda/2$ 。

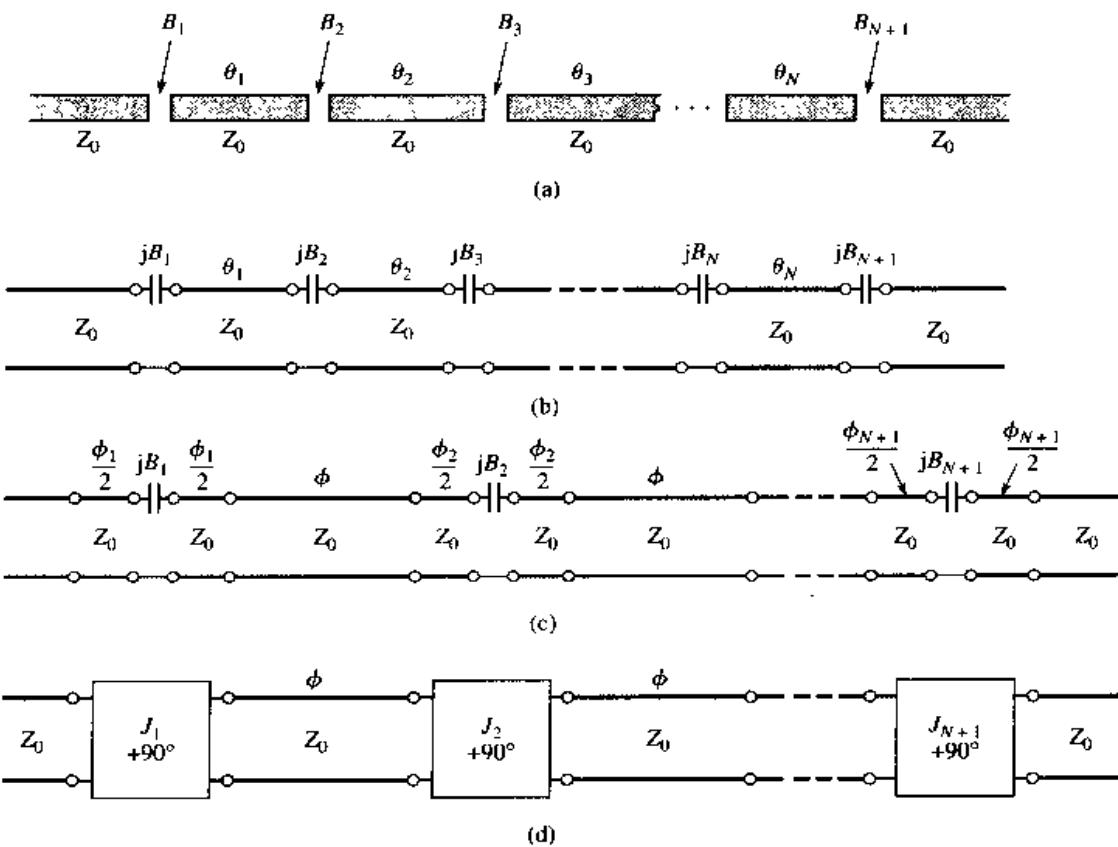


图 8.50 电容性缝隙耦合谐振腔带通滤波器与图 8.45 所示耦合线带通滤波器有等效的演化过程:(a)电容性缝隙耦合谐振腔带通滤波器;(b)传输线模型;(c)用导纳倒相器形成的负长度的传输线段模型($\phi_i/2 < 0$);(d)用倒相器和 $\lambda/2$ 谐振器($\phi = \pi$ 在 ω_0)。至此,这个电路和图 8.45(b)中耦合线带通滤波器的等效电路在形式上是一致的

下一步,我们在串联电容两侧用负长度传输线段来重新画出图 8.50(b)所示的等效电路。在 ω_0 处,线的长度 $\phi = \lambda/2$,所以图 8.50(a,b)中第 i 段的电长度 θ_i 是

$$\theta_i = \pi + \frac{1}{2}\phi_i + \frac{1}{2}\phi_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8.132)$$

并有 $\phi_i < 0$ 。这样做的原因是,串联电容和负长度传输线的组合形成了导纳倒相器的等效电路,如图 8.38(c)所示。为了使这个等效关系成立,线的电长度和容性电纳之间的如下关系式必须成立:

$$\phi_i = -\arctan(2Z_0B_i) \quad (8.133)$$

从而得出倒相器常数和容性电纳的关系为

$$B_i = \frac{J_i}{1 - (Z_0J_i)^2} \quad (8.134)$$

(这些结果在图 8.38 中给出,且在习题 8.15 中要求读者对它们进行推导。)

电容性缝隙耦合滤波器可用图 8.50(d)模拟。现在考虑图 8.45(b)所示的耦合线带通滤波器的等效电路。因为这两个电路是相同的(因为 $\phi = 2\theta = \pi$, 在中心频率), 所以我们能用来自耦合线滤波器分析的结果来完成当前的问题。所以我们利用式(8.121), 由低通原型值(g_i)和相对带宽 Δ 求出导纳倒相器常数 J_i 。如同耦合线滤波器情况那样, 对 N 阶滤波器有 $N+1$ 个倒相器常数。然后, 可以用式(8.134)求出第 i 个耦合缝的电纳 B_i 。最终, 谐振器段的电长度可由式(8.132)和式(8.133)求出为

$$\theta_i = \pi - \frac{1}{2}[\arctan(2Z_0B_i) + \arctan(2Z_0B_{i+1})] \quad (8.135)$$

例题 8.9 电容性耦合串联谐振带通滤波器设计

用电容性耦合串联谐振器设计一个带通滤波器, 它有 0.5 dB 的等波纹带通特性, 中心频率为 2.0 GHz, 带宽为 10%, 阻抗为 50 Ω, 在 2.2 GHz 所需衰减至少为 20 dB。

解:

我们首先确定满足 2.2 GHz 处衰减特性的阶数。用式(8.71)转换成归一化频率为

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{0.1} \left(\frac{2.2}{2.0} - \frac{2.0}{2.2} \right) = 1.91$$

所以,

$$\left| \frac{\omega}{\omega_c} \right| - 1 = 1.91 - 1.0 = 0.91$$

由图 8.27(a), 我们看到 $N=3$ 可以满足在 2.2 GHz 处的衰减特性。表 8.4 给出了低通原型值, 由此可用式(8.121)计算倒相器常数, 然后由式(8.134)求出耦合电纳和耦合电容值为

$$C_n = \frac{B_n}{\omega_0}$$

最后, 谐振器的长度由式(8.135)计算。下表概括了这些结果。

n	g_n	Z_0J_n	B_n	C_n	θ_n
1	1.5963	0.3137	6.96×10^{-3}	0.554 pF	155.8°
2	1.0967	0.1187	2.41×10^{-3}	0.192 pF	166.5°
3	1.5963	0.1187	2.41×10^{-3}	0.192 pF	155.8°
4	1.0000	0.3137	6.96×10^{-3}	0.554 pF	—

计算得到的振幅响应描绘在图 8.51 中。该滤波器的特性与例题 8.8 中的耦合线带通滤波器的特性相同。比较图 8.51 和图 8.46 的结果可以看出, 在通带区域附近响应是一样的。

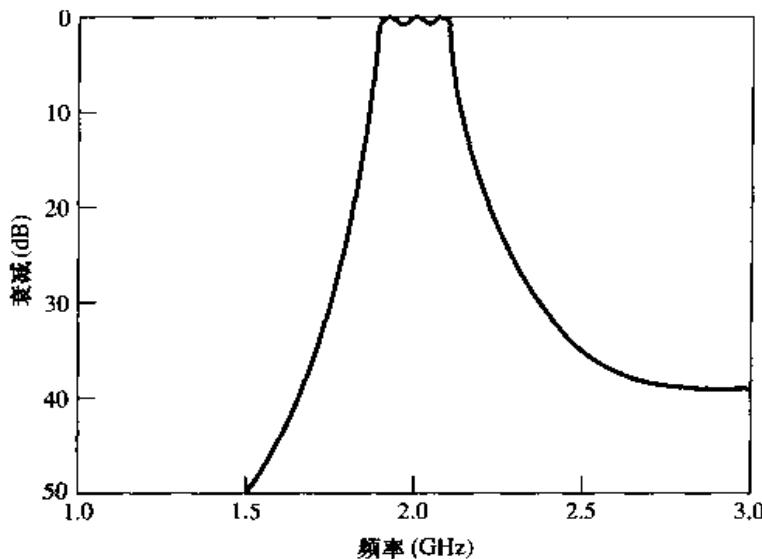


图 8.51 例题 8.10 中电容性缝隙耦合串联谐振带通滤波器的振幅响应。

8.8.3 用电容性耦合并联谐振器的带通滤波器

一个相关类型的带通滤波器如图 8.52 所示。此处短路并联谐振器是用串联电容器实行电容耦合， N 阶滤波器用 N 个短截线，在滤波器中心频率处线长略短于 $\lambda/4$ 。短路短截线谐振器能用有很高介电常数和低损耗的陶瓷介质的同轴线段，即使在 UHF 频率也能做到很紧凑的设计^[9]。这种滤波器通常称为陶瓷谐振器(ceramic resonator)滤波器，这是现今用于便携式无线系统中的最常用型 RF 带通滤波器。几乎每一个现代的蜂窝/PCS 电话、无线 LAN 和 GPS 接收机都使用 2~4 个这种滤波器。

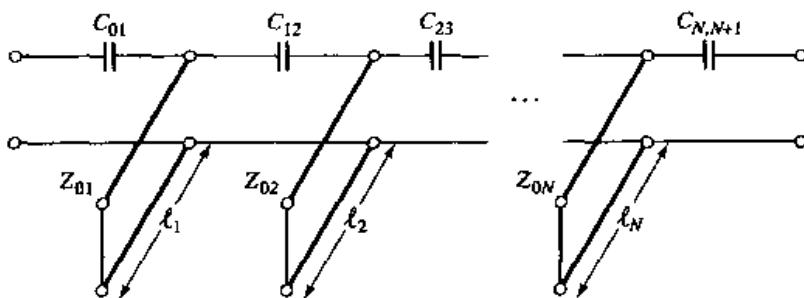


图 8.52 电容性耦合并联短截线谐振器带通滤波器

理解这种滤波器的工作原理和设计可以从图 8.53(a)所示的一般带通滤波器电路开始，此处并联 LC 谐振器与导纳倒相器交替。与前面的耦合谐振器带通和带阻滤波器一样，导纳倒相器的功能是把间隔的并联谐振器转换为串联谐振器；两端附加的倒相器用来将滤波器的定标阻抗数值转换到实际的数值。使用类似于带阻滤波器的分析方法，推出导纳倒相器常数为

$$Z_0 J_{01} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{4g_1}} \quad (8.136a)$$

$$Z_0 J_{n,n+1} = \frac{\pi \Delta}{4\sqrt{g_n g_{n+1}}} \quad (8.136b)$$

$$Z_0 J_{N,N+1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{4g_N g_{N+1}}} \quad (8.136c)$$

同样,可求出耦合电容器的值为

$$C_{01} = \frac{J_{01}}{\omega_0 \sqrt{1 - (Z_0 J_{01})^2}} \quad (8.137a)$$

$$C_{n,n+1} = \frac{J_{n,n+1}}{\omega_0} \quad (8.137b)$$

$$C_{N,N+1} = \frac{J_{N,N+1}}{\omega_0 \sqrt{1 - (Z_0 J_{N,N+1})^2}} \quad (8.137c)$$

注意,对两端电容的处理不同于内部元件。

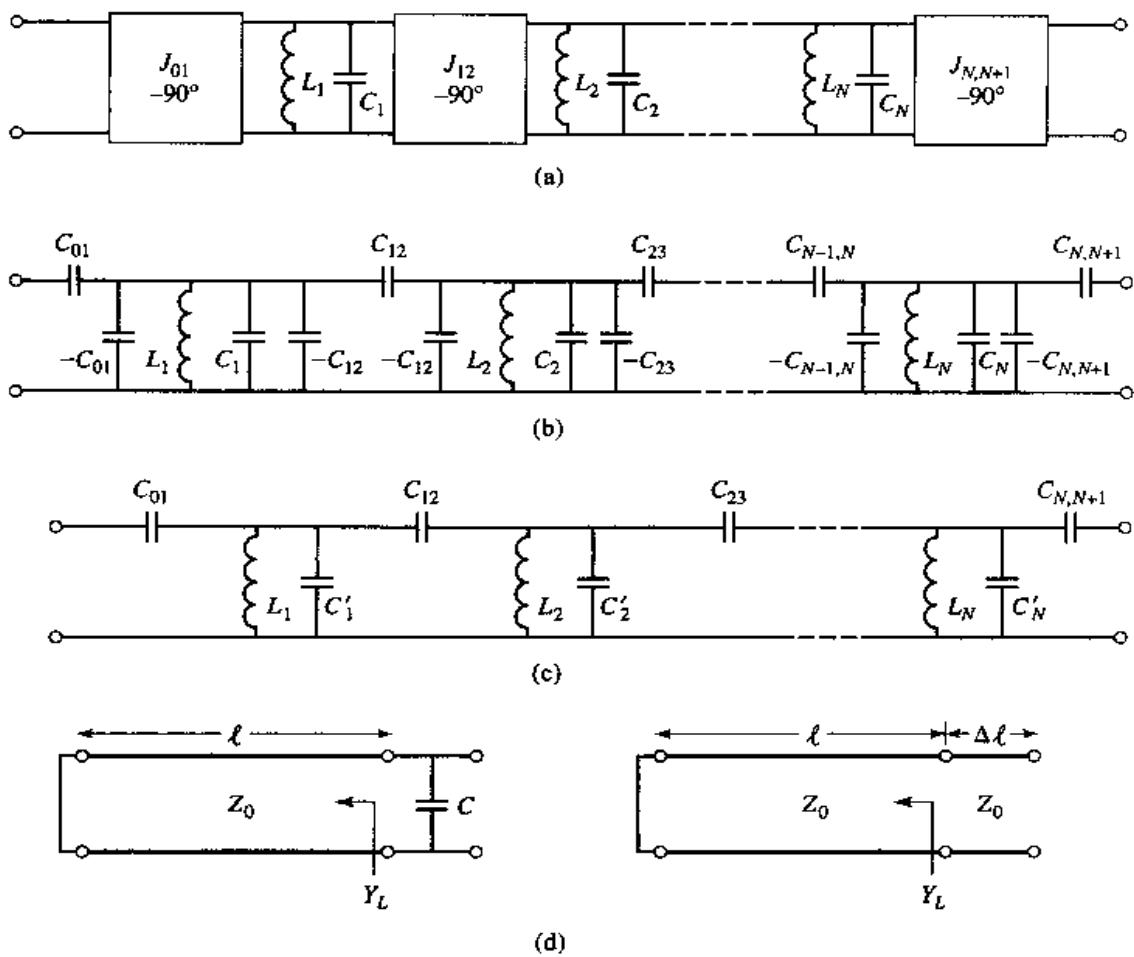


图 8.53 图 8.52 中带通滤波器的等效电路:(a)采用导纳倒相器的并联谐振器的一般带通滤波器电路;(b)导纳倒相器用图8.38(d)所示的电路实现;(c)并联电容元件合并后;(d)并联电容引起的谐振短截线长度的改变

现在,为了产生图 8.53(b)所示的等效集总元件电路,我们用图 8.38(d)所示的等效 π 型网络代替图 8.53(a)所示的导纳倒相器。注意,导纳倒相器电路并联的电容是负的,但是这个元件与 LC 谐振器的较大电容器并联在一起,可给出正的电容值。最后的电路如图 8.53(c)所示,其中有效谐振器电容值为

$$C'_n = C_n + \Delta C_n = C_n - C_{n-1,n} - C_{n,n+1} \quad (8.138)$$

式中 $\Delta C_n = -C_{n-1,n} - C_{n,n+1}$ 代表由于倒相器元件并联相加引起的谐振器电容的改变。

最终,图 8.53(c)所示的并联 LC 谐振器已用短路传输线短截线代替,就像在图 8.52 中那样。注意,短截线谐振器的谐振频率不再是 ω_0 ,因为谐振电容值已经被调整了 ΔC_n 。这意味着谐振器在中心频率 ω_0 时,其长度小于 $\lambda/4$ 。考虑了电容的改变的短截线长度的变换如图 8.53(d)所示。在线的输入端,有一个并联电容的短路线段的输入导纳是

$$Y = Y_L + j\omega_0 C \quad (8.139a)$$

式中 $Y_L = \frac{-j}{Z_0} \cot \beta \ell$ 。若该电容用短传输线段 $\Delta \ell$ 代替,则输入导纳是

$$Y = \frac{1}{Z_0} \frac{Y_L + j \frac{1}{Z_0} \tan \beta \Delta \ell}{\frac{1}{Z_0} + j Y_L \tan \beta \Delta \ell} \approx Y_L + j \frac{\beta \Delta \ell}{Z_0} \quad (8.139b)$$

最后一步的近似使用了 $\beta \Delta \ell \ll 1$,这是符合这类滤波器的实际情况的。比较式(8.139b)和式(8.139a)可得出用电容值表示的短截线长度的改变值为

$$\Delta \ell = \frac{Z_0 \omega_0 C}{\beta} = \left(\frac{Z_0 \omega_0 C}{2\pi} \right) \lambda \quad (8.140)$$

注意,若 $C < 0$,则 $\Delta \ell < 0$,表示短截线的长度变短。所以总的短截线长度为

$$\ell_n = \frac{\lambda}{4} + \left(\frac{Z_0 \omega_0 \Delta C_n}{2\pi} \right) \lambda \quad (8.141)$$

式中, ΔC_n 用式(8.138)定义,短截线谐振器的特征阻抗是 Z_0 。

在陶瓷谐振器滤波器的特性中,介质材料特性扮演了一个重要的角色。为了在无线应用的典型频率下提供微型化,需要有高的介电常数。损耗必须足够低,以便提供高 Q 谐振器、实现低的通带插入损耗和高的阻带衰减。而且介电常数必须稳定,避免在正常工作条件下随着温度改变而引起滤波器通带的漂移。介质谐振腔滤波器通常采用得最多的材料是陶瓷,诸如钛酸钡、钛酸锌/锶和各种氧化钛复合物。例如钛酸锌/锶陶瓷材料的介电常数是 36,在 4 GHz 处 Q 为 10 000,介电常数温度系数为 -7 ppm/C° 。

例题 8.10 电容性耦合并联谐振器的带通滤波器设计

用电容性耦合短路并联短截线谐振器设计一个 3 阶带通滤波器,它有 0.5 dB 的等波纹响应,中心频率为 2.5 GHz,带宽为 10%,阻抗为 50Ω 。问在 3.0 GHz 时最终得到的衰减是多少?

解:

我们首先计算在 3.0 GHz 时的衰减。用式(8.71)转换 3.0 GHz 到归一化低通形式可得

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{0.1} \left(\frac{3.0}{2.5} - \frac{2.5}{3.0} \right) = 3.667$$

然后,为了使用图 8.27(a),算出在横轴上的值是

$$\left| \frac{\omega}{\omega_c} \right| - 1 = |-3.667| - 1 = 2.667$$

由此找出衰减为 35 dB。

接着,我们用式(8.136)和式(8.137)计算导纳倒相器常数和耦合电容器值:

n	g_n	$Z_0 J_{n-1,n}$	$C_{n-1,n}$ (pF)
1	1.5963	$Z_0 J_{01} = 0.2218$	$C_{01} = 0.2896$
2	1.0967	$Z_0 J_{12} = 0.0594$	$C_{12} = 0.0756$
3	1.5963	$Z_0 J_{23} = 0.0594$	$C_{23} = 0.0756$
4	1.0000	$Z_0 J_{34} = 0.2218$	$C_{34} = 0.2896$

然后我们用式(8.138)、式(8.140)和式(8.141)求出所需的谐振器长度:

n	ΔC_n (pF)	$\Delta \ell_n(\lambda)$	ℓ
1	-0.3652	-0.04565	73.6°
2	-0.1512	-0.0189	83.2°
3	-0.3652	-0.04565	73.6°

注意,谐振器长度略小于 $90^\circ(\lambda/4)$ 。计算得到的该设计的振幅响应如图 8.54 所示。阻带在高频处的跌落慢于在较低频处的跌落,在 3.0 GHz 看到的衰减约为 30 dB,而我们计算得到的典型集总元件带通滤波器的值是 35 dB。 ■

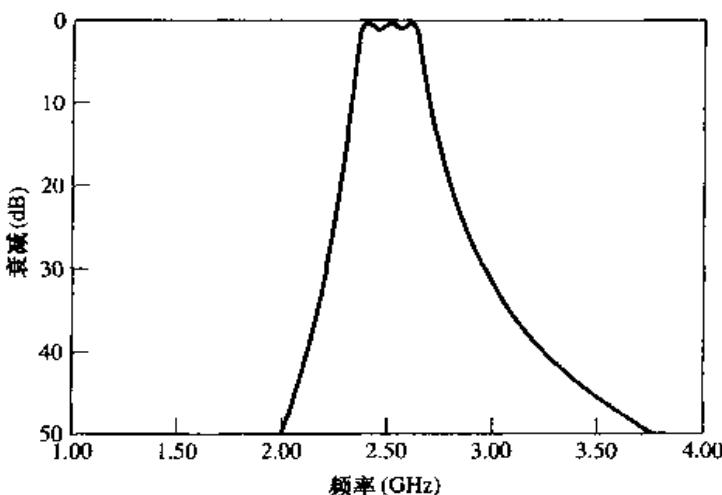


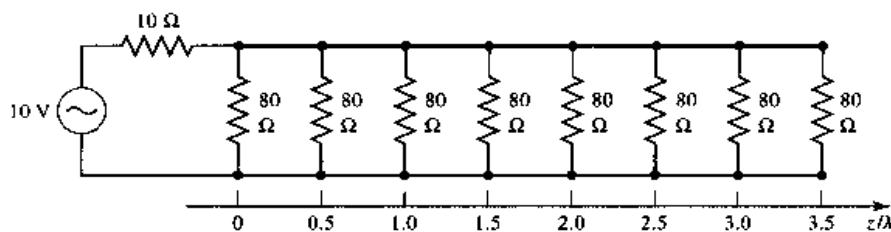
图 8.54 例题 8.10 中的电容性耦合并联谐振器带通滤波器的振幅响应

参考文献

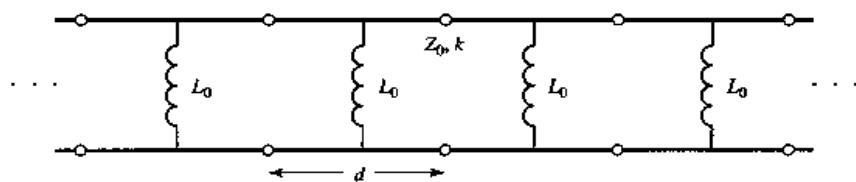
- [1] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Dedham, Mass., 1980.
- [2] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [3] J. A. G. Malherbe, *Microwave Transmission Line Filters*, Artech House, Dedham, Mass., 1979.
- [4] W. A. Davis, *Microwave Semiconductor Circuit Design*, Van Nostrand Reinhold, N.Y., 1984.
- [5] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, N.Y., 1961.
- [6] P. I. Richard, "Resistor-Transmission Line Circuits," *Proc. of the IRE*, vol. 36, pp. 217-220, February 1948.
- [7] S. B. Cohn, "Parallel-Coupled Transmission-Line-Resonator Filters," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-6, pp. 223-231, April 1958.
- [8] E. M. T. Jones and J. T. Bolljahn, "Coupled-Strip-Transmission Line Filters and Directional Couplers," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-4, pp. 78-81, April 1956.
- [9] M. Sagawa, M. Makimoto, and S. Yamashita, "A Design Method of Bandpass Filters Using Dielectric-Filled Coaxial Resonators," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-33, pp. 152-157, February 1985.

习题

- 8.1 考虑下图所示的有限周期结构, 它是由 8 个 80Ω 的电阻沿着 $Z_0 = 50 \Omega$ 的传输线以间隔 $\lambda/2$ 放置组成的。求出沿线电压 $V(z)$ 并画出 $|V(z)|$ 与 z 的关系曲线。

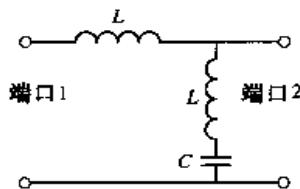


- 8.2 对于下图所示的无限长周期结构, 画出 $k\beta$ 示意图。假定 $Z_0 = 100 \Omega$, $d = 1.0 \text{ cm}$, $k = k_0$ 和 $L_0 = 3.0 \text{ nH}$ 。



- 8.3 证明表 8.1 给出的 π 型网络的镜像阻抗表示式。

- 8.4 对下图所示的网络计算镜像阻抗和传播因数。



- 8.5 用镜像参量法设计一个复合低通滤波器, 该滤波器具有下列特性: $R_0 = 50 \Omega$, $f_c = 50 \text{ MHz}$ 和 $f_u = 52 \text{ MHz}$ 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.6 用镜像参量法设计一个复合高通滤波器, 该滤波器具有下列特性: $R_0 = 50 \Omega$, $f_c = 50 \text{ MHz}$ 和 $f_u = 48 \text{ MHz}$ 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.7 求解 8.3 节中 $N = 2$ 的等波纹滤波器元件的设计公式, 假定波纹设定值为 1 dB。

- 8.8 设计一个低通最平坦集总元件滤波器, 其通带为 $0 \sim 3 \text{ GHz}$, 在 5 GHz 处的衰减为 20 dB , 特征阻抗为 75Ω 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.9 设计一个 5 节高通集总元件滤波器, 它有 3 dB 的等波纹响应, 截止频率为 1 GHz , 阻抗为 50Ω 。在 0.6 GHz 处的衰减是多少? 用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.10 设计一个 4 节带通集总元件滤波器, 它有最平坦的群时延响应, 中心频率为 2 GHz , 带宽为 5% , 阻抗为 50Ω 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.11 设计一个 3 节带阻集总元件滤波器, 它有 0.5 dB 的等波纹响应, 带宽为 10% , 中心频率在 3 GHz , 阻抗为 75Ω 。在 3.1 GHz 处衰减是多少? 用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.12 通过计算两个电路的 $ABCD$ 矩阵, 证实表 8.7 中第二个科洛达恒等关系。

- 8.13 只用串联短截线设计一个低通 3 阶最平坦滤波器。截止频率为 6 GHz , 阻抗为 50Ω 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.14 只用串联短截线设计一个低通 4 阶最平坦滤波器。截止频率为 8 GHz , 阻抗为 50Ω 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。

- 8.15 通过计算它的 $ABCD$ 矩阵, 证明图 8.38(c) 所示导纳倒相器的工作原理, 并与用四分之一波长传输线制成的导纳倒相器的 $ABCD$ 矩阵做比较。
- 8.16 证明由短传输线段的 π 型等效电路可得出大和小特征阻抗等效电路, 这两个等效电路分别与图 8.39(b) 和图 8.39(c) 相同。
- 8.17 设计一个阶跃阻抗低通滤波器, 其截止频率为 3 GHz, 用 5 阶 0.5 dB 等波纹响应。假定 $R_0 = 50 \Omega$, $Z_t = 15 \Omega$ 和 $Z_h = 120 \Omega$: (a) 求出所需 5 节的电长度, 并用 CAD 画出从 0 到 6 GHz 的插入损耗; (b) 该滤波器在 FR4 基片上使用微带实现的布线图, FR4 基片有 $\epsilon_r = 4.2$, $d = 0.079 \text{ cm}$, $\tan\delta = 0.02$, 铜导体厚 0.5 mil。用 CAD 画出在滤波器通带内插入损耗与频率的关系曲线, 并与无耗情况进行比较。
- 8.18 用图 8.39(a) 所示的精确传输线等效电路, 设计一个 $f_c = 2.0 \text{ GHz}$ 和 $R_0 = 50 \Omega$ 的阶跃阻抗低通滤波器。假定一个 $N = 5$ 的最平坦响应, 求解出必需的线长和阻抗, 假定 $Z_t = 10 \Omega$ 和 $Z_h = 150 \Omega$ 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。
- 8.19 设计一个有 0.5 dB 等波纹响应的 4 节耦合线带通滤波器, 其中心频率为 2.45 GHz, 带宽为 10%, 阻抗为 50 Ω 。(a) 求出耦合线段所需的偶模和奇模阻抗, 并计算在 2.1 GHz 处的准确衰减值, 用 CAD 画出从 1.55 GHz 至 3.35 GHz 的插入损耗; (b) 画出在 FR4 基片上使用微带实现的布局图, 基片有 $\epsilon_r = 4.2$, $d = 0.158 \text{ cm}$, $\tan\delta = 0.01$, 铜导体厚 0.5 mil。用 CAD 画出在滤波器通带中的插入损耗与频率的关系曲线, 并与无耗情况进行比较。
- 8.20 用 4 个开路四分之一波长短截线谐振器, 设计一个最平坦带阻滤波器, 其中心频率为 3 GHz, 带宽为 15%, 阻抗为 40 Ω 。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。
- 8.21 用 3 个四分之一波长短路短截线谐振器, 设计一个带通滤波器, 该滤波器有 0.5 dB 的等波纹响应, 中心频率为 3 GHz, 带宽为 20%, 阻抗为 100 Ω 。(a) 求出谐振器所需的特征阻抗, 并用 CAD 画出从 1 GHz 到 5 GHz 的插入损耗; (b) 画出谐振器在 FR4 基片上使用微带实现的布局图, 基片有 $\epsilon_r = 4.2$, $d = 0.079 \text{ cm}$, $\tan\delta = 0.02$, 铜导体厚 0.5 mil。用 CAD 画出在该滤波器通带内插入损耗与频率的关系曲线, 并与无耗情况进行对比。
- 8.22 推出用四分之一波长短路短截线谐振器的带通滤波器的设计式(8.131)。
- 8.23 设计一个用电容性缝隙耦合谐振器的带通滤波器。响应应该是最平坦的, 中心频率为 4 GHz, 带宽为 12%, 在 3.6 GHz 下至少有 12 dB 衰减, 特征阻抗为 50 Ω 。求出线的电长度和耦合电容值。用 CAD 画出插入损耗与频率的关系曲线。
- 8.24 设计一个用于 PCS 接收机的带通滤波器, 该接收机工作在频带 824 ~ 849 MHz, 在发射频段(869 ~ 894 MHz) 的最低端必须提供至少 30 dB 的隔离度。用电容性耦合短路并联谐振器设计一个满足这些特性的 1 dB 等波纹带通滤波器。假定阻抗是 50 Ω 。
- 8.25 推出电容性耦合并联短截线谐振器的带通滤波器的设计式(8.136)和式(8.137)。

第9章 铁氧体元件的理论与设计

到现在为止,所讨论的元件和网络都是互易的。也就是说,一个元件在任何二端口 i 和 j 之间的响应与信号流的方向无关(这样有 $S_{ij} = S_{ji}$)。由无源和各向同性材料组成的元件总是能满足这种情况,但是若使用了各向异性(在不同方向有不同的特性)材料,则能得到非互易的性质。这容许我们实施各种各样具有方向特性的器件。

在第1章中,我们讨论过有电各向异性(张量介电常数)和磁各向异性(张量磁导率)的材料。应用于微波的最为实用的各向异性材料是亚铁磁性复合材料,诸如 YIG(钇铁石榴石)和由铁氧化物与各种其他元素(如铝、钴、镁和镍)构成的铁氧体。与铁磁性材料(如铁和钢)相比,亚铁磁性材料在微波频率下有高的电阻率和可观的各向异性量值。正如我们将看到的,铁磁性材料的磁各向异性实际上是由外加的直流偏置磁场所诱导的。该磁场使亚铁磁性材料中的磁偶极子循同一方向排列,从而产生合成(非零)的磁偶极矩,并使磁偶极子在由偏置磁场强度所控制的频率下做进动。与进动同一方向上的一个圆极化的微波信号将与偶极矩发生强烈的相互作用,而一个相反极化的场将发生较弱的相互作用。因此,对于给定的旋转方向,极化的含意将随传播方向的改变而改变,微波信号通过一个铁氧体的传播特性在不同方向上是不同的。该效应可用来制成方向性器件,诸如隔离器、环形器和回转器。亚铁磁性材料的另一个有用特性是,通过调整偏置磁场强度可控制与外加微波信号的相互作用。这个效应引出了各种各样的控制器件,如相移器、转换开关以及可调谐的谐振器和滤波器。

我们先考虑亚铁磁性材料的微观性质以及它与微波信号的相互作用,由此导出磁导率张量。然后我们使用麦克斯韦方程组对材料做宏观描述,分析波在一个无限大铁氧体媒质中和在载有铁氧体的波导中的传播。这些典型的问题将阐明亚铁磁性材料的非互易性的传播特性,包括法拉第旋转和双折射效应,并在以后各节中用来讨论波导相移器和隔离器的工作特性与设计。

9.1 亚铁磁性材料的基本性质

在这一节中,我们将说明如何从原子的相对简单的微观观点导出亚铁材料的磁导率张量。我们还将讨论损耗如何影响磁导率张量,以及在一片有限尺寸的铁氧体内的退磁场。

9.1.1 磁导率张量

一种材料的磁性是由于磁偶极矩的存在,磁偶极矩主要是由电子自旋引起的。按量子力学考虑^[1],一个电子由于其自旋造成的磁偶极矩由下式给出:

$$m = \frac{q\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ A}\cdot\text{m}^2 \quad (9.1)$$

其中 \hbar 是普朗克常数除以 2π , q 是电子电荷, m_e 是电子质量。在绕原子核的轨道上的电子引起一个有效的电流环,这样就引起一个附加的磁矩,但在一般情况下该效应与自旋造成的磁矩相比,是无足轻重的。朗德(Landé)因子 g 用于度量轨道矩和自旋矩相对于总磁矩的贡献;当磁矩

仅由轨道运动引起时 $g = 1$, 而磁矩仅由自旋引起时 $g = 2$ 。对于绝大多数微波铁氧体材料, g 在 1.98 到 2.01 之间, 所以 $g = 2$ 是很好的近似值。

在大多数固体中, 电子自旋成对发生, 且符号相反, 因此合成的磁矩可忽略不计。然而, 在磁性材料中, 大部分电子自旋是不成对的(左手自旋大于右手自旋, 或相反), 但磁矩指向是无规律的, 所以总磁矩仍很小。在外磁场作用下可使偶极矩沿同一方向排列, 产生一个大的总磁矩。在外磁场移走后, 交换力的存在能够使相邻的电子自旋保持排列成行。这样的材料称之为永磁的。

电子有一个自旋角动量, 它用普朗克常数表示成^{[1],[2]}

$$\bar{s} = \frac{\hbar}{2} \quad (9.2)$$

该动量的矢量方向与自旋磁偶极矩的方向相反, 如图 9.1 所示。自旋磁矩与自旋角动量之比是一常数, 称为旋磁比(gyromagnetic ratio):

$$\gamma = \frac{m}{s} = \frac{q}{m_e} = 1.759 \times 10^{11} \text{ C/Kg} \quad (9.3)$$

这里已利用了式(9.1)和式(9.2)。随后可写出在磁矩和角动量之间

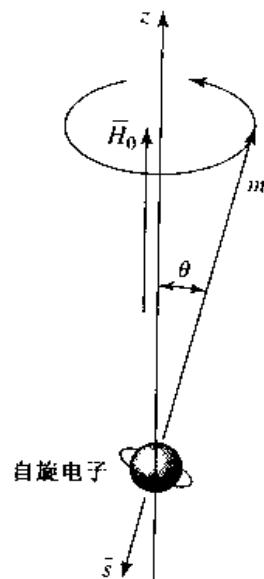


图 9.1 自旋电子的自旋偶极矩和角动量矢量

$$\bar{m} = -\gamma \bar{s} \quad (9.4)$$

其中负号出现是由于这两个矢量的方向相反。

当偏置磁场 $\bar{H}_0 = zH_0$ 存在时, 一个转矩将作用于磁偶极子上:

$$\bar{T} = \bar{m} \times \bar{B}_0 = \mu_0 \bar{m} \times \bar{H}_0 = -\mu_0 \gamma \bar{s} \times \bar{H}_0 \quad (9.5)$$

因为转矩等于角动量随时间的改变率, 所以我们有

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = \frac{-i}{\gamma} \frac{d\bar{m}}{dt} = \bar{T} = \mu_0 \bar{m} \times \bar{H}_0$$

或

$$\frac{d\bar{m}}{dt} = -\mu_0 \gamma \bar{m} \times \bar{H}_0 \quad (9.6)$$

这是磁偶极矩 \bar{m} 的运动方程。求解此方程可显示出磁偶极子绕 H_0 场矢量做进动, 有如一个自旋陀螺绕垂直轴做进动。

把式(9.6)用三个矢量分量方程写出, 我们有

$$\frac{dm_x}{dt} = -\mu_0 \gamma m_y H_0 \quad (9.7a)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \mu_0 \gamma m_x H_0 \quad (9.7b)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = 0 \quad (9.7c)$$

现应用式(9.7a,b)得到 m_x 和 m_y 的两个方程:

$$\frac{d^2 m_x}{dt^2} + \omega_0^2 m_x = 0 \quad (9.8a)$$

$$\frac{d^2m_y}{dt^2} + \omega_0^2 m_y = 0 \quad (9.8b)$$

其中,

$$\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0 \quad (9.9)$$

称之为拉莫(Larmor)或进动(precession)频率。与式(9.7a,b)相兼容的式(9.8)的一个解给出为

$$m_x = A \cos \omega_0 t \quad (9.10a)$$

$$m_y = A \sin \omega_0 t \quad (9.10b)$$

式(9.7c)表明 m_z 是一个常量,而式(9.1)表明 \bar{m} 的数值也是常量,所以有以下关系:

$$|\bar{m}|^2 = \left(\frac{q\hbar}{2m_e} \right)^2 = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = A^2 + m_z^2 \quad (9.11)$$

这样,在 \bar{m} 和 \bar{H}_0 (z轴)之间的进动角 θ 由下式给出:

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{|\bar{m}|} = \frac{A}{|\bar{m}|} \quad (9.12)$$

\bar{m} 在 xy 平面上的投影由式(9.10)给出,它表明 \bar{m} 在该平面上的轨迹是一个圆形路径。该投影在时间 t 的位置由 $\phi = \omega_0 t$ 给出,所以旋转的角速率是 $d\phi/dt = \omega_0$ ——进动频率。在不存在任何阻尼力时,实际的进动角由磁偶极子的初始位置确定,同时偶极子在该角度上相对于 \bar{H}_0 做无限期的进动(自由进动)。然而,在实际上,阻尼力的存在将使偶极矩从它的初始角盘旋下落,直到 \bar{m} 与 $\bar{H}_0(\theta=0)$ 排列在一条直线上为止。

现设定在单位体积内有 N 个非平衡的电子自旋(磁偶极子),则总的磁化强度为

$$\bar{M} = N \bar{m} \quad (9.13)$$

此时,式(9.6)中的运动方程成为

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = -\mu_0 \gamma \bar{M} \times \bar{H} \quad (9.14)$$

其中 \bar{H} 是外加场(注意,在第1章中,我们用 \bar{P}_m 表示磁化强度,而用 \bar{M} 表示磁流;而在此处,我们用 \bar{M} 表示磁化强度,因为这是在亚铁磁学中实际上常见的。此后在这一章中我们不使用磁流,因此应当不会出现混淆)。当偏置场强度 H_0 增加时,就有更多偶极子与 H_0 排成一线,一直增加到全部偶极子排成一线为止,同时 \bar{M} 达到上限,如图9.2所示。此时该材料称为磁饱和,并用 M_s 代表饱和磁化强度。这样, M_s 就是铁氧体材料的一个物理

特性,其量值范围典型地说是从 $4\pi M_s = 300$ 到 5000 高斯(附录 H 中列出了某些类型的微波铁氧体材料的饱和磁化强度和其他物理特性)。对于低于饱和的情况,在微波频率下的铁氧体材料中的损耗很大,其射频相互作用减弱。因此铁氧体通常工作在饱和状态下,且在本章的后面都做出这一假定。

材料的饱和磁化强度是温度的强函数关系,它随温度增加而减小。该效应可以这样来理

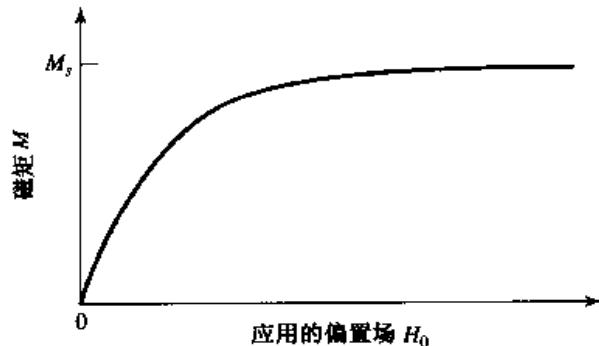


图 9.2 一种亚铁磁材料的磁矩与偏置场 H_0 的关系曲线

解,即原子的振动能量随温度增加而增加,这使得我们更难于把所有磁偶极子排列成行。在足够高的温度下,热能大于外磁场提供的能量,结果是零值的净磁化强度。该温度称为居里温度 T_C 。

现在考虑一个交流(微波)磁场与磁饱和的铁氧体材料的相互作用。这样的场会使偶极矩在外加交流场的频率下绕 $\bar{H}_0(z)$ 轴做强迫进动,非常像交流同步马达的运作。对我们感兴趣的所有铁氧体元件,将采用小信号近似,但有些应用要求使用高功率信号以获得有用的非线性效应。

设 \bar{H} 是外加的交流场,则总磁场强度是

$$\bar{H}_t = H_0 \hat{z} + \bar{H} \quad (9.15)$$

其中我们假设 $|H| \ll H_0$ 。这样的场在铁氧体材料中产生的总磁化强度给出为

$$\bar{M}_t = M_s \hat{z} + \bar{M} \quad (9.16)$$

其中, M_s 是(直流)饱和磁化强度, \bar{M} 是由 \bar{H} 造成的附加(交流)磁化强度(在 xy 平面上)。把式(9.16)和式(9.15)代入式(9.14),可给出以下的分量运动方程:

$$\frac{dM_x}{dt} = -\mu_0 \gamma M_y (H_0 + H_z) + \mu_0 \gamma (M_s + M_z) H_y \quad (9.17a)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \mu_0 \gamma M_x (H_0 + H_z) - \mu_0 \gamma (M_s + M_z) H_x \quad (9.17b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = -\mu_0 \gamma M_x H_y + \mu_0 \gamma M_y H_x \quad (9.17c)$$

其中有 $dM_s/dt = 0$ 。由于 $|\bar{H}| \ll H_0$,所以有 $|\bar{M}| |\bar{H}| \ll |\bar{M}| H_0$ 和 $|\bar{M}| |\bar{H}| \ll M_s |\bar{H}|$,因而可略去 MH 乘积。这样,式(9.17)可化为

$$\frac{dM_x}{dt} = -\omega_0 M_y + \omega_m H_y \quad (9.18a)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \omega_0 M_x - \omega_m H_x \quad (9.18b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = 0 \quad (9.18c)$$

其中 $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0$ 和 $\omega_m = \mu_0 \gamma M_s$ 。对式(9.18a,b)求解得到 M_x 和 M_y 的以下微分方程:

$$\frac{d^2 M_x}{dt^2} + \omega_0^2 M_x = \omega_m \frac{dH_y}{dt} + \omega_0 \omega_m H_x \quad (9.19a)$$

$$\frac{d^2 M_y}{dt^2} + \omega_0^2 M_y = -\omega_m \frac{dH_x}{dt} + \omega_0 \omega_m H_y \quad (9.19b)$$

这些是在假设小信号条件下磁偶极子做强迫进动的运动方程。至此,我们就可很容易地进一步得出铁氧体的磁导率张量;在做到这一点之后,我们将力图对所考虑的圆极化交变场下的磁相互作用过程给出某些物理见解。

若交变 \bar{H} 场有 $e^{j\omega t}$ 的时间谐变关系,则式(9.19)的交流稳态解可得出以下相量方程:

$$(\omega_0^2 - \omega^2) M_x = \omega_0 \omega_m H_x + j \omega \omega_m H_y \quad (9.20a)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) M_y = -j \omega \omega_m H_x + \omega_0 \omega_m H_y \quad (9.20b)$$

它表明 \bar{H} 和 \bar{M} 之间有线性关系。就像在式(1.24)中那样,式(9.20)可用张量磁化率 $[\chi]$ 将 \bar{H} 和

\bar{M} 联系起来:

$$\bar{M} = [\chi] \bar{H} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & 0 \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{H} \quad (9.21)$$

其中, $[\chi]$ 的矩阵元给出如下:

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (9.22a)$$

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{j\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (9.22b)$$

在上述假定下, 材料的磁矩不受 \bar{H} 的 z 分量影响。

为把 \bar{B} 和 \bar{H} 联系起来, 由式(1.23)有

$$\bar{B} = \mu_0(\bar{M} + \bar{H}) = [\mu]\bar{H} \quad (9.23)$$

其中张量磁导率 $[\mu]$ 给出为

$$[\mu] = \mu_0([\mathbf{I}] + [\chi]) = \begin{bmatrix} \mu & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \quad (\hat{z} \text{ 偏置}) \quad (9.24)$$

磁导率张量的矩阵元为

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_{xx}) = \mu_0(1 + \chi_{yy}) = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \quad (9.25a)$$

$$\kappa = -j\mu_0 \chi_{xy} = j\mu_0 \chi_{yx} = \mu_0 \frac{\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (9.25b)$$

具有这种形式的磁导率张量的材料称为旋磁性的(gyrotropic); 注意, \bar{H} 的 x (或 y)分量会同时引起 \bar{B} 的 x 和 y 分量, 两者之间有 90° 相移。

假如偏置的方向是相反的, 则 H_0 和 M_s 将改变符号, 所以 ω_0 和 ω_m 也将改变符号。若偏置场突然取消 ($H_0 = 0$), 则铁氧体通常有剩余的磁化 ($0 < |M| < M_s$), 只有通过将这个铁氧体退磁(例如, 用递减的交流偏置场)才能得到 $M = 0$ 。因为式(9.22)和式(9.25)是在饱和铁氧体模型的假定下得到的结果, 对于无偏置退磁情况, M_s 和 H_0 应该设置为零。从而 $\omega_0 = \omega_m = 0$, 式(9.25)表明 $\mu = \mu_0$ 和 $k = 0$, 正像非磁性材料所要求的那样。

式(9.24)的张量形式是设定偏置场在 z 方向得到的。若偏置场在其他方向, 则按坐标改变将对磁导率张量做变换。这样, 若 $\bar{H}_0 = \hat{x}H_0$, 则磁导率张量可写为

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & j\kappa \\ 0 & -j\kappa & \mu \end{bmatrix} \quad (\hat{x} \text{ 偏置}) \quad (9.26)$$

而若 $\bar{H}_0 = \hat{y}H_0$, 则磁导率张量可写为

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & 0 & -j\kappa \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ j\kappa & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (\hat{y} \text{ 偏置}) \quad (9.27)$$

必须对单位制做出解释。传统上, 在磁学中大多数实际工作是在 CGS 单位制下进行的, 磁化强度用高斯(G)来量度 ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$), 磁场强度用奥斯特来量度 ($4\pi \times 10^{-3} \text{ Oe} = 1 \text{ A/m}$)。这样, 在 CGS 单位制下 $\mu_0 = 1 \text{ G/Oe}$ 。这意味着在非磁性材料中 B 和 H 有相同的数值。饱和磁

化强度通常表示为 $4\pi M_s$ G, 而在 MKS 单位制中的对应值是 $\mu_0 M_s$ Wb/m² = 10⁻⁴ (4πM_s G)。在 CGS 单位制下, 拉莫频率可表示成 $f_0 = \omega_0/2\pi = \mu_0 \gamma H_0/2\pi = (2.8 \text{ MHz/Oe}) \cdot (H_0 \text{ Oe})$ 和 $f_m = \omega_m/2\pi = \mu_0 \gamma M_s/2\pi = (2.8 \text{ MHz/Oe}) \cdot (4\pi M_s \text{ G})$ 。实际上, 这些单位是方便的, 且易于使用。

9.1.2 圆极化场

为了更好地从物理上理解交流信号与饱和亚铁磁性材料的相互作用, 我们考虑场是圆极化的。正如在 1.5 节中讨论过的, 右旋圆极化场可表示成如下的相量形式:

$$\bar{H}^+ = H^+(\hat{x} - j\hat{y}) \quad (9.28a)$$

在时域, 其形式为

$$\bar{H}^+ = \operatorname{Re}\{\bar{H}^+ e^{j\omega t}\} = H^+(\hat{x} \cos \omega t + \hat{y} \sin \omega t) \quad (9.28b)$$

这里已假定了振幅 H^+ 是实数。后一种形式说明 \bar{H}^+ 是一个随时间旋转的矢量, 它在 t 时刻的指向与 x 轴的夹角为 ωt ; 这样, 其角速度就为 ω (还要注意 $|\bar{H}^+| = H^+ \neq |\bar{H}^-|$)。把式(9.28a)的 RHCP(右旋圆极化)场应用到式(9.20), 可给出磁化强度分量为

$$\begin{aligned} M_x^+ &= \frac{\omega_m}{\omega_0 - \omega} H^+ \\ M_y^+ &= \frac{-j\omega_m}{\omega_0 - \omega} H^+ \end{aligned}$$

所以, 由 \bar{H}^+ 得出的磁化强度矢量可写为

$$\bar{M}^+ = M_x^+ \hat{x} + M_y^+ \hat{y} = \frac{\omega_m}{\omega_0 - \omega} H^+(\hat{x} - j\hat{y}) \quad (9.29)$$

这表明磁化强度也是 RHCP 的, 因而与驱动场 \bar{H}^+ 同步地以角速度 ω 旋转。因为 \bar{M}^+ 和 \bar{H}^+ 是在相同方向上的矢量, 我们可以写出 $\bar{B}^+ = \mu_0(\bar{M}^+ + \bar{H}^+) = \mu^+ \bar{H}^+$, 其中 μ^+ 是 RHCP 波的有效磁导率, 它由下式给出:

$$\mu^+ = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_m}{\omega_0 - \omega}\right) \quad (9.30)$$

\bar{M}^+ 与 z 轴之间的夹角 θ_M 由下式给出:

$$\tan \theta_M = \frac{|\bar{M}^+|}{M_s} = \frac{\omega_m H^+}{(\omega_0 - \omega) M_s} = \frac{\omega_0 H^+}{(\omega_0 - \omega) H_0} \quad (9.31)$$

\bar{H}^+ 与 z 轴之间的夹角 θ_H 由下式给出:

$$\tan \theta_H = \frac{|\bar{H}^+|}{H_0} = \frac{H^+}{H_0} \quad (9.32)$$

对于满足 $\omega < 2\omega_0$ 的频率, 由式(9.31)和式(9.32)看出有 $\theta_M > \theta_H$, 如在图 9.3(a)中所示的那样。在这种情况下, 磁偶极子在同一方向上做进动, 有如不存在 \bar{H}^+ 的情况下做自由进动。

现考虑左旋圆极化(LHCP)场, 在相量形式下表示为

$$\bar{H}^- = H^-(\hat{x} + j\hat{y}) \quad (9.33a)$$

在时域形式下则表示为

$$\bar{H}^- = \operatorname{Re}\{\bar{H}^- e^{j\omega t}\} = H^-(\hat{x} \cos \omega t - \hat{y} \sin \omega t) \quad (9.33b)$$

式(9.33b)说明 \bar{H}^- 是在 $-\omega$ (左旋)方向旋转的矢量。把式(9.33a)的 LHCP 场用到式(9.20)中可

给出磁化强度分量如下：

$$M_x^- = \frac{\omega_m}{\omega_0 + \omega} H^-$$

$$M_y^- = \frac{j\omega_m}{\omega_0 + \omega} H^-$$

因此矢量磁化强度可写为

$$\bar{M}^- = M_x^- \hat{x} + M_y^- \hat{y} = \frac{\omega_m}{\omega_0 + \omega} H^- (\hat{x} + j\hat{y}) \quad (9.34)$$

这表明磁化是 LHCP 的,与 \bar{H}^- 同步旋转。写成 $\bar{B}^- = \mu_0 (\bar{M}^- + \bar{H}^-) = \mu^- \bar{H}^-$, 可给出 LHCP 波的有效磁导率为

$$\mu^- = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_m}{\omega_0 + \omega} \right) \quad (9.35)$$

\bar{M}^+ 与 z 轴之间的夹角 θ_M 给出为

$$\tan \theta_M = \frac{|\bar{M}^-|}{M_s} = \frac{\omega_m H^-}{(\omega_0 + \omega) M_s} = \frac{\omega_0 H^-}{(\omega_0 + \omega) H_0} \quad (9.36)$$

这看来比式(9.32)给出的 θ_H 要小,如图 9.3(b)所示。在这样的情况下,磁偶极子所做进动的方向与它的自由进动方向相反。

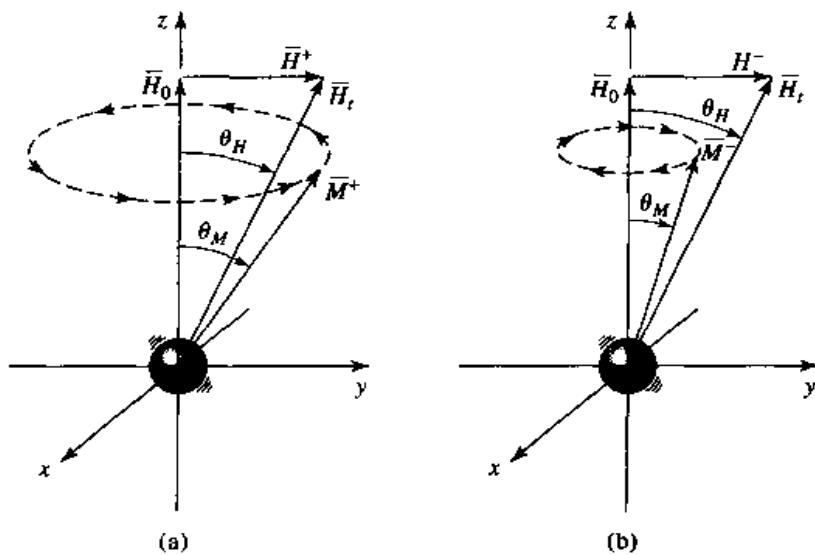


图 9.3 磁偶极子随圆极化场做强迫进动:(a)RHCP, $\theta_M > \theta_H$; (b)LHCP, $\theta_M < \theta_H$

因此可以看出,一个圆极化波与加有偏置场的铁氧体的相互作用依赖于极化的性质(RHCP 或 LHCP)。这是因为偏置场建立起的优先进动方向,与 RHCP 的强迫进动方向相一致,但与 LHCP 的强迫进动方向相反。正如我们将在 9.2 节中看到的那样,该效应会导致非互易传播特性。

9.1.3 损耗效应

式(9.22)和式(9.25)显示出,磁化率或磁导率的张量元,当频率 ω 等于拉莫频率 ω_0 时,趋于无限大。这种效应称为旋磁共振(gyromagnetic resonance),它发生在强迫进动频率等于自由进动

频率时。在不存在损耗的情况下,其响应是无限的,这与 LC 谐振电路在当外加驱动 AC 信号频率与 LC 电路的自由谐振频率相等时其响应是无界限的情形相同。然而,所有实际的铁氧体材料都有不同的损耗机制,它使响应的奇异性受到抑制。

如同其他的谐振系统那样,使谐振频率成为复数可计及到损耗:

$$\omega_0 \leftarrow \omega_0 + j\alpha\omega \quad (9.37)$$

其中 α 是阻尼因子。把式(9.37)代入式(9.22),可使磁化率成为复数:

$$\chi_{xx} = \chi'_{xx} - j\chi''_{xx} \quad (9.38a)$$

$$\chi_{xy} = \chi''_{xy} + j\chi'_{xy} \quad (9.38b)$$

其实部和虚部分别给出如下:

$$\chi'_{xx} = \frac{\omega_0\omega_m(\omega_0^2 - \omega^2) + \omega_0\omega_m\omega^2\alpha^2}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2\omega^2\alpha^2} \quad (9.39a)$$

$$\chi''_{xx} = \frac{\alpha\omega\omega_m[\omega_0^2 + \omega^2(1 + \alpha^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2\omega^2\alpha^2} \quad (9.39b)$$

$$\chi'_{xy} = \frac{\omega\omega_m[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2\omega^2\alpha^2} \quad (9.39c)$$

$$\chi''_{xy} = \frac{2\omega_0\omega_m\omega^2\alpha}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2\omega^2\alpha^2} \quad (9.39d)$$

式(9.37)也可用于式(9.25),给出复数 $\mu = \mu' - j\mu''$ 和 $\kappa = \kappa' - j\kappa''$;这就是为什么式(9.38b)中出现把 χ'_{xy} 和 χ''_{xy} 反过来定义的原因,即 $\chi_{xy} = j\kappa/\mu_0$ 。对于大多数铁氧体材料,该损耗很小,故有 $\alpha \ll 1$,并可把在式(9.39)中的 $(1 + \alpha^2)$ 项近似为 1。图 9.4 显示了典型铁氧体由式(9.39)给出的磁化率的实部和虚部。

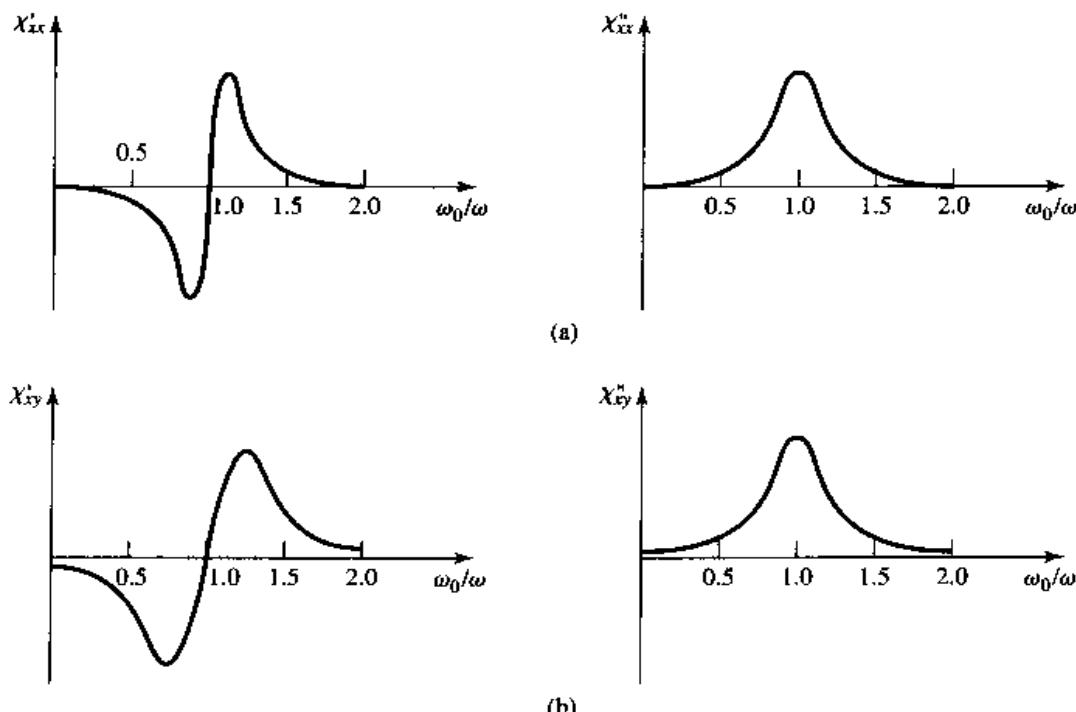


图 9.4 典型铁氧体的复磁化率:(a) χ_{xx} 的实部与虚部;(b) χ_{xy} 的实部与虚部

阻尼因子 α 与在谐振附近的磁化率曲线的线宽 ΔH 有关。考虑示于图 9.5 中的 χ''_{xx} 对偏置场 H_0 的变化曲线。对于固定频率 ω , 当 $H_0 = H_r$ (有 $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_r$) 时发生谐振。定义 ΔH 为在 χ''_{xx} 下降到峰值的一半时 χ''_{xx} 随 H_0 变化曲线的宽度。若设定 $(1 + \alpha^2) \approx 1$, 则式(9.39b)表明 χ''_{xx} 的最大值是 $\omega_m/2\alpha\omega$, 它发生在 $\omega = \omega_0$ 时。现在令 $H_0 = H_2$ 的拉莫频率是 ω_{02} , 在 H_2 处 χ''_{xx} 值降到峰值的一半。则我们可对式(9.39b)求解出用 ω_{02} 表示的 α :

$$\frac{\alpha\omega\omega_m(\omega_{02}^2 + \omega^2)}{(\omega_{02}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega_{02}^2\omega^2\alpha^2} = \frac{\omega_m}{4\alpha\omega}$$

$$4\alpha^2\omega^4 = (\omega_{02}^2 - \omega^2)^2$$

$$\omega_{02} = \omega\sqrt{1 + 2\alpha} \approx \omega(1 + \alpha)$$

从而,由 $\Delta\omega_0 = 2(\omega_{02} - \omega_0) \approx 2[\omega(1 + \alpha) - \omega] = 2\alpha\omega$ 并利用式(9.9)给出线宽为

$$\Delta H = \frac{\Delta\omega_0}{\mu_0\gamma} = \frac{2\alpha\omega}{\mu_0\gamma} \quad (9.40)$$

典型的线宽范围是从小于 100 Oe(对钇铁石榴石)到 100~500 Oe(对铁氧体);单晶 YIG 可有低到 0.3 Oe 的线宽。还要注意到这种损耗与亚铁磁性材料可能有的介质损耗是有区别的。

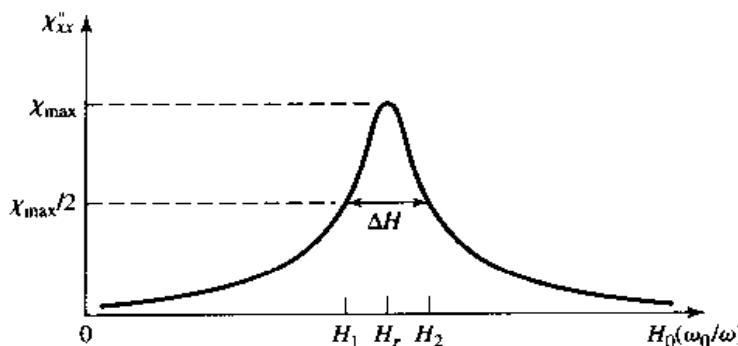


图 9.5 旋磁共振的线宽定义

9.1.4 退磁因子

在一个铁氧体样品内部的直流偏置磁场 H_0 , 通常不同于外加场 H_a , 原因在于铁氧体表面的边界条件。为了阐明这种作用, 考虑一个薄铁氧体板, 如图 9.6 所示。当外加场与板垂直时, 板表面上 B_n 的连续性给出为

$$B_n = \mu_0 H_a = \mu_0(M_s + H_0)$$

所以内部偏置磁场是

$$H_0 = H_a - M_s$$

这表明内部场小于外加场, 差额等于饱和磁化强度。当外加场平行于铁氧体板时, 板表面上 H_t 的连续性给出为

$$H_t = H_a = H_0$$

在这种情况下, 内部场未被削减。一般来说, 内部场(交流或直流) \bar{H} 会受到铁氧体样品形状的影响, 并会受到它相对于外部场 \bar{H}_e 的指向的影响, 这可表示成

$$\bar{H} = \bar{H}_e - NM \quad (9.41)$$

其中 $N = N_x, N_y$ 或 N_z 称为外部场在该方向上的退磁因子 (demagnetization factor)。不同形状有不同的退磁因子, 与外加场方向有关。表 9.1 列出了几个简单几何形状的退磁因子。这些退磁因子满足关系 $N_x + N_y + N_z = 1$ 。

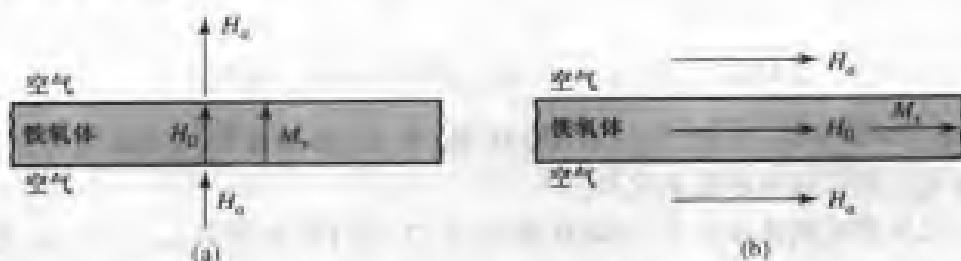


图 9.6 铁氧体薄板的内部和外部场:(a)垂直偏置;(b)切向偏置

表 9.1 几个简单几何形状的退磁因子

形状	N_x	N_y	N_z
薄盘或薄板	0	0	1
细长	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
球	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

退磁因子还可把铁氧体样品的边界附近的内部和外部 RF 场联系起来。对于一个有横向 RF 场的 z 偏置铁氧体, 式(9.41)化为

$$H_x = H_{xe} - N_x M_x \quad (9.42a)$$

$$H_y = H_{ye} - N_y M_y \quad (9.42b)$$

$$H_z = H_a - N_z M_z \quad (9.42c)$$

其中 H_{xe} 和 H_{ye} 是在铁氧体外面的高频场, 而 H_a 是外加的偏置场。式(9.21)把内部的横向高频场和磁化因子联系起来, 现再写出如下:

$$M_x = \chi_{xx} H_x + \chi_{xy} H_y$$

$$M_y = \chi_{yx} H_x + \chi_{yy} H_y$$

利用式(9.42a,b)以消去 H_x 和 H_y , 给出

$$M_x = \chi_{xx} H_{xe} + \chi_{xy} H_{ye} - \chi_{xx} N_x M_x - \chi_{xy} N_y M_y$$

$$M_y = \chi_{yx} H_{xe} + \chi_{yy} H_{ye} - \chi_{yx} N_x M_x - \chi_{yy} N_y M_y$$

这些方程可用来求解 M_x 和 M_y , 给出如下:

$$M_x = \frac{\chi_{xx}(1 + \chi_{yy}N_y) - \chi_{xy}\chi_{yx}N_y}{D} H_{xe} + \frac{\chi_{xy}}{D} H_{ye} \quad (9.43a)$$

$$M_y = \frac{\chi_{yx}}{D} H_{xe} + \frac{\chi_{yy}(1 + \chi_{xx}N_x) - \chi_{yx}\chi_{xy}N_x}{D} H_{ye} \quad (9.43b)$$

其中,

$$D = (1 + \chi_{xx}N_x)(1 + \chi_{yy}N_y) - \chi_{yx}\chi_{xy}N_xN_y \quad (9.44)$$

结果有 $M = [\chi_e]H$ 的形式, 这里, 式(9.43)中在 H_{xe} 和 H_{ye} 前的系数可定义为“外”磁化率, 因为它们把磁化强度与外部高频场联系起来。

在一个无限大的铁氧体媒质中, 当磁化率式(9.22)的分母在频率 $\omega_r = \omega = \omega_0$ 趋于零时会发生旋磁共振, 但是对于有限大小的铁氧体样品, 退磁因子改变了旋磁共振频率, 后者由式(9.43)中的条件 $D = 0$ 给出。把式(9.22)中的磁化率表达式用到式(9.44)中的 D 的表达式, 并使 $D = 0$, 我们有

$$\left(1 + \frac{\omega_0\omega_m N_x}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \left(1 + \frac{\omega_0\omega_m N_y}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\omega^2\omega_m^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} N_x N_y = 0$$

经过一些代数运算后, 简化上式可得出谐振频率 ω_r 为

$$\omega_r = \omega = \sqrt{(\omega_0 + \omega_m N_x)(\omega_0 + \omega_m N_y)} \quad (9.45)$$

因为 $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0 = \mu_0 \gamma (H_a - N_z M_s)$, $\omega_m = \mu_0 \gamma M_s$, 所以式(9.45)可以依据施加的偏置场强和饱和磁化强度改写为

$$\omega_r = \mu_0 \gamma \sqrt{[H_a + (N_x - N_z)M_s][H_a + (N_y - N_z)M_s]} \quad (9.46)$$

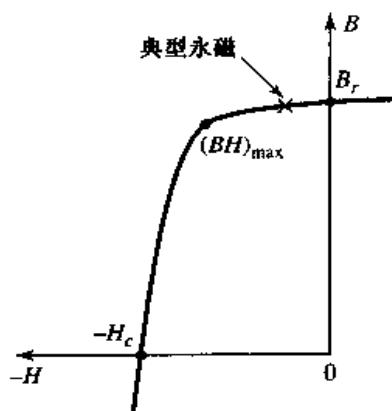
这称为基太尔方程(Kittel's equation)^[4]。

感兴趣点: 永久磁铁

由于铁氧体元件如隔离器、回转器和环形器, 一般采用永久磁铁(永磁)提供所需的 DC 偏置场, 所以谈论永磁的某些重要特性是有益的。

把磁性材料放置在强磁场中, 然后移走该强磁场, 会使材料磁化处于残留状态下, 这样就制成永磁。除了形成封闭路径的磁铁(像环形磁铁)外, 在磁铁端面的退磁因子将造成一个小的负向 H 场感应在磁铁中。这样, 永磁的“工作点”将在该磁性材料的 $B-H$ 磁滞曲线的第二象限内。曲线的这部分称为退磁曲线。一个典型的例子如右图所示。

$H=0$ 点的剩余磁化称为材料的剩磁 B_r 。这个量表征了磁铁的场强, 所以一般选择磁性材料有大的剩磁。另一个重要的参数是矫顽力 H_c , 它是要使磁化下降至零所需的负 H 场的值。好的永磁应有高的矫顽力, 以削弱振动、温度变化和外部场(这些可以导致磁化损失)的影响。永磁的总品质因数有时候用磁化曲线的最大 BH 乘积(磁能积) $(BH)_{max}$ 给出。这个量本质上是磁铁所能存储的最大磁能密度, 它在电机应用中是很有用的。下表列出了一些最常用的永磁材料的剩磁、矫顽力和 $(BH)_{max}$ 值。



材料	成分	B_r (Oe)	H_c (G)	$(BH)_{max}$ (G-Oe) $\times 10^6$
铝镍钴 5	Al, Ni, Co, Cu	12 000	720	5.0
铝镍钴 8	Al, Ni, Co, Cu, Ti	7 100	2000	5.5
铝镍钴 9	Al, Ni, Co, Cu, Ti	10 400	1600	8.5
莱姆合金	Mo, Co, Fe	10 500	250	1.1
铂钴合金	Pt, Co	6450	4300	9.5
陶瓷	BaO ₆ Fe ₂ O ₃	3950	2400	3.5
钐钴合金	Co, Sm	8400	7000	16.0

9.2 铁氧体中的平面波传播

上一节解释了发生在加有偏置场的铁氧体中的微观现象,产生了由式(9.24)[或式(9.26)或式(9.27),取决于偏置方向]给出的张量磁导率的表达式。只要有这些铁氧体材料的宏观描述,我们就可以从麦克斯韦方程求解出在包含有铁氧体材料的不同几何结构中的波的传播。我们先考虑在无限大铁氧体媒质中平面波的传播,或是在偏置场方向的传播,或是垂直偏置场方向的传播。这些问题将阐明法拉第旋转和双折射的重要效应。

9.2.1 在偏置场方向的传播(法拉第旋转)

考虑一个无限大的填充有铁氧体的区域,其直流偏置场由 $\bar{H}_0 = zH_0$ 给出,并有由式(9.24)给出的张量磁导率 [μ]。麦克斯韦方程组可写出如下:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega[\mu]\bar{H} \quad (9.47a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} \quad (9.47b)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = 0 \quad (9.47c)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (9.47d)$$

现设定平面波沿 z 方向传播,并有 $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ 。则电场和磁场有以下形式:

$$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{-j\beta z} \quad (9.48a)$$

$$\bar{H} = \bar{H}_0 e^{-j\beta z} \quad (9.48b)$$

在使用了式(9.24)后,式(9.47a,b)给出的两个旋度方程可推出以下结果:

$$j\beta E_y = -j\omega(\mu H_x + j\kappa H_y) \quad (9.49a)$$

$$-j\beta E_x = -j\omega(-j\kappa H_x + \mu H_y) \quad (9.49b)$$

$$0 = -j\omega\mu_0 H_z \quad (9.49c)$$

$$j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x \quad (9.49d)$$

$$-j\beta H_x = j\omega\epsilon E_y \quad (9.49e)$$

$$0 = j\omega\epsilon E_z \quad (9.49f)$$

式(9.49c)和式(9.49f)得出 $E_z = H_z = 0$,这对于 TEM 平面波是预料得到的。我们还有 $\nabla \cdot \bar{D} = \nabla \cdot \bar{B} = 0$,因为 $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ 。式(9.49d,e)给出以下横向场分量之间的关系:

$$Y = \frac{H_y}{E_x} = \frac{-H_x}{E_y} = \frac{\omega\epsilon}{\beta} \quad (9.50)$$

其中 Y 是波导纳。把式(9.50)用到式(9.49a)和式(9.49b)中以消去 H_x 和 H_y ,就给出以下结果:

$$\mathbf{j}\omega^2\epsilon\kappa E_x + (\beta^2 - \omega^2\mu\epsilon)E_y = 0 \quad (9.51a)$$

$$(\beta^2 - \omega^2\mu\epsilon)E_x - \mathbf{j}\omega^2\epsilon\kappa E_y = 0 \quad (9.51b)$$

对于 E_x 和 E_y 的非零解, 上述方程组的行列式必须为零:

$$\omega^4\epsilon^2\kappa^2 - (\beta^2 - \omega^2\mu\epsilon)^2 = 0$$

或

$$\beta_{\pm} = \omega\sqrt{\epsilon(\mu \pm \kappa)} \quad (9.52)$$

因而有两个可能的传播常数 β_+ 和 β_- 。

首先考虑与 β_+ 相联系的场, 这可通过把 β_+ 代入式(9.51a)或式(9.51b)来求出:

$$\mathbf{j}\omega^2\epsilon\kappa E_x + \omega^2\epsilon\kappa E_y = 0$$

或

$$E_y = -\mathbf{j}E_x$$

则式(9.48a)的电场必须取以下形式:

$$\bar{E}_+ = E_0(\hat{x} - \mathbf{j}\hat{y})e^{-j\beta_+ z} \quad (9.53a)$$

这可看出是右旋圆极化平面波。利用式(9.50)给出相关的磁场为

$$\bar{H}_+ = E_0Y_+(\mathbf{j}\hat{x} + \hat{y})e^{-j\beta_+ z} \quad (9.53b)$$

其中 Y_+ 是此波的波导纳:

$$Y_+ = \frac{\omega\epsilon}{\beta_+} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu + \kappa}} \quad (9.53c)$$

类似地, 我们得到与 β_- 有关的场是左旋圆极化的:

$$\bar{E}_- = E_0(\hat{x} + \mathbf{j}\hat{y})e^{-j\beta_- z} \quad (9.54a)$$

$$\bar{H}_- = E_0Y_-(-\mathbf{j}\hat{x} + \hat{y})e^{-j\beta_- z} \quad (9.54b)$$

其中 Y_- 是此波的波导纳:

$$Y_- = \frac{\omega\epsilon}{\beta_-} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu - \kappa}} \quad (9.54c)$$

这样, 我们看到 RHCP 和 LHCP 平面波是 z 偏置铁氧体的无源模式, 而且这些波以不同的传播常数穿越铁氧体媒质传播。正如我们在上节中讨论过的, 这种效应的物理解释是, 偏置磁场使磁偶极子进动趋于首选方向, 而一种圆极化造成进动在这个首选的方向, 另一种圆极化则造成进动沿与此相反的方向。还要注意的是, 对于 RHCP 波, 铁氧体材料的有效磁导率表示为 $\mu + \kappa$, 而对于 LHCP 波, 其磁导率是 $\mu - \kappa$ 。在数学意义上说, $(\mu + \kappa)$ 和 $(\mu - \kappa)$, 或 β_+ 和 β_- 是式(9.51)所示方程组的本征值, \bar{E}_+ 和 \bar{E}_- 是相关联的本征矢量。当存在损耗时, RHCP 和 LHCP 波的衰减常数也会不同。

现在考虑一个线极化电场, 在 $z = 0$ 处用 RHCP 和 LHCP 波的叠加来表示:

$$\bar{E}|_{z=0} = \hat{x}E_0 = \frac{E_0}{2}(\hat{x} - \mathbf{j}\hat{y}) + \frac{E_0}{2}(\hat{x} + \mathbf{j}\hat{y}) \quad (9.55)$$

RHCP 分量按 $e^{-j\beta_+ z}$ 沿 z 方向传播, 而 LHCP 分量按 $e^{-j\beta_- z}$ 传播, 所以式(9.55)的总场将按如下方式传播:

$$\begin{aligned}
 \bar{E} &= \frac{E_0}{2}(\hat{x} - j\hat{y})e^{-j\beta_+ z} + \frac{E_0}{2}(\hat{x} + j\hat{y})e^{-j\beta_- z} \\
 &= \frac{E_0}{2}\hat{x}(e^{-j\beta_+ z} + e^{-j\beta_- z}) - j\frac{E_0}{2}\hat{y}(e^{-j\beta_+ z} - e^{-j\beta_- z}) \\
 &= E_0 \left[\hat{x} \cos\left(\frac{\beta_+ - \beta_-}{2}\right)z - \hat{y} \sin\left(\frac{\beta_+ - \beta_-}{2}\right)z \right] e^{-j(\beta_+ + \beta_-)z/2}
 \end{aligned} \tag{9.56}$$

这仍是线性极化波,但当该波沿 z 轴传播时,其极化方向在旋转。在 z 轴上的一个给定点,其极化方向与 x 轴的夹角给出为

$$\phi = \arctan \frac{E_y}{E_x} = \arctan \left[-\tan \left(\frac{\beta_+ - \beta_-}{2} \right) z \right] = -\left(\frac{\beta_+ - \beta_-}{2} \right) z \tag{9.57}$$

当迈克尔·法拉第在研究光通过有磁性的液体传播时,观察到了这种极化旋转现象;此后,我们把该效应称为法拉第旋转(Faraday rotation)。注意,在 z 轴上的固定位置点处,这个极化角是固定的,不同于圆极化波的情况,后者的极化随时间旋转。

对于 $\omega < \omega_0$ 的情况, μ 和 κ 为正,并有 $\mu > \kappa$ 。则 $\beta_+ > \beta_-$,而式(9.57)显示出当 z 增大时 ϕ 变得更负,这意味着当我们向正 z 方向看时,该极化(\bar{E} 的方向)逆时针旋转。把偏置方向(H_0 和 M_s 的符号)反转, κ 变号,使旋转方向变为顺时针。与此类似,对于 $+z$ 偏置,当向 $(-z)$ 传播方向看去时,沿 $-z$ 方向行进的波将使其极化顺时针旋转;假如向 $+z$ 方向看去,则旋转方向是逆时针的(如同波沿 $+z$ 方向传播一样)。这样,波从 $z=0$ 到 $z=L$ 行进,然后再次返回到 $z=0$,所经历的总极化旋转为 2ϕ ,其中 ϕ 由 $z=L$ 的式(9.57)给出。所以,这不同于把一颗螺钉钻入一块木头中然后转松出来的情况,当传播方向反过来时,极化方向并不“退转”回来。法拉第旋转因此看起来是一种非互易效应。

例题 9.1 铁氧体媒质中的平面波传播

考虑一个无限大的铁氧体媒质,其 $4\pi M_s = 1800$ G, $\Delta H = 75$ Oe, $\epsilon_r = 14$, $\tan\delta = 0.001$ 。设偏置场强 $H_0 = 3570$ Oe,计算和画出在 $f = 0 \sim 20$ GHz 范围内 RHCP 和 LHCP 平面波的相位常数和衰减常数随频率变化的曲线。

解:

拉莫进动频率为

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = (2.8 \text{ MHz/Oe})(3570 \text{ Oe}) = 10.0 \text{ GHz}$$

和

$$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = (2.8 \text{ MHz/Oe})(1800 \text{ G}) = 5.04 \text{ GHz}$$

在每一频率下,可计算出复传播常数为

$$\gamma_{\pm} = \alpha_{\pm} + j\beta_{\pm} = j\omega\sqrt{\epsilon(\mu \pm \kappa)}$$

其中 $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r(1 - j\tan\delta)$ 是复介电常数, μ 和 κ 由式(9.25)给出。以下针对 ω_0 的置换用来估计铁氧体损耗:

$$\omega_0 \leftarrow \omega_0 + j\frac{\mu_0\gamma\Delta H}{2}$$

或

$$f_0 \leftarrow f_0 + j \frac{(2.8 \text{ MHz/Oe})(75 \text{ Oe})}{2} = (10. + j0.105) \text{ GHz}$$

上式可由式(9.37)和式(9.40)导出。利用式(9.25), 量($\mu \pm \kappa$)可简化如下:

$$\mu + \kappa = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_m}{\omega_0 - \omega} \right)$$

$$\mu - \kappa = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_m}{\omega_0 + \omega} \right)$$

其相位和衰减常数画出在图 9.7^①中, 已用真空波数 k_0 进行归一化。

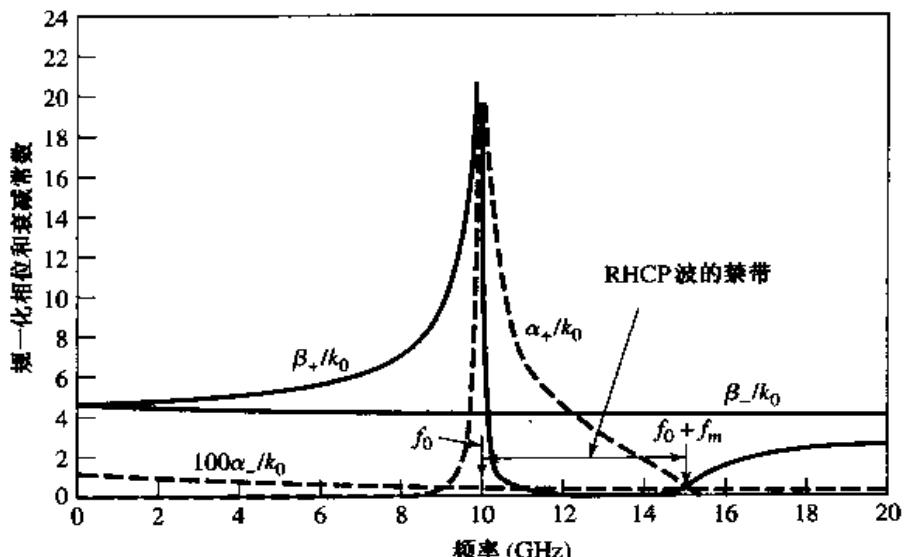


图 9.7 例题 9.1 中圆极化平面波在铁氧体媒质中的归一化相位和衰减常数

可以看出, β_+ 和 α_+ (对于 RHCP 波) 显现出在 $f = f_0 = 10$ GHz 附近有谐振; β_- 和 α_- (对于 LHCP 波) 则没有, 因为在 γ_- 包含的项 ($\mu - \kappa$) 中, μ 和 κ 的奇异性已相互抵消。我们还可在图 9.7 中看出, 对于 RHCP 波, 在 f_0 和 $f_0 + f_m$ (在 ω_0 和 $\omega_0 + \omega_m$) 之间的频率范围内存在一个阻带 (β_+ 接近于零, 大的 α_+)。对于这个范围内的频率, 上面的 ($\mu + \kappa$) 的表达式表明这个量是负的, 并有 $\beta_+ = 0$ (不存在损耗下), 所以 PHCP 波入射到这样的铁氧体媒质中会被全反射。■

9.2.2 垂直于偏置场的波传播(双折射)

现在考虑无限大铁氧体区中偏置场在 x 方向即垂直于传播方向的情形; 磁导率张量由式(9.26)给出。对于有式(9.48)形式的平面波, 麦克斯韦方程组中两个旋度方程化为以下分量方程:

$$j\beta E_y = -j\omega\mu_0 H_x \quad (9.58a)$$

$$-j\beta E_x = -j\omega(\mu H_y + j\kappa H_z) \quad (9.58b)$$

$$0 = -j\omega(-j\kappa H_y + \mu H_z) \quad (9.58c)$$

$$j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x \quad (9.58d)$$

$$-j\beta H_x = j\omega\epsilon E_y \quad (9.58e)$$

^① 原书为图 9.8, 有误。——译者注

$$0 = j\omega\epsilon E_z \quad (9.58f)$$

此时 $E_z = 0$ 和 $\nabla \cdot \bar{D} = 0$, 因为 $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ 。式(9.58d,e)给出在横向场分量之间的导纳关系:

$$Y = \frac{H_y}{E_x} = \frac{-H_x}{E_y} = \frac{\omega\epsilon}{\beta} \quad (9.59)$$

把式(9.59)用到式(9.58a,b)中以消去 H_x 和 H_y , 同时把式(9.58c)用到式(9.58b)中以消去 H_z , 得出以下结果:

$$\beta^2 E_y = \omega^2 \mu_0 \epsilon E_y \quad (9.60a)$$

$$\mu(\beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon) E_x = -\omega^2 \epsilon \kappa^2 E_x \quad (9.60b)$$

式(9.60)的一个解产生于 $E_x = 0$ 时:

$$\beta_o = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} \quad (9.61)$$

则完整的场为

$$\bar{E}_o = \hat{y} E_0 e^{-j\beta_o z} \quad (9.62a)$$

$$\bar{H}_o = -\hat{x} E_0 Y_o e^{-j\beta_o z} \quad (9.62b)$$

因为式(9.59)说明当 $E_x = 0$ 时有 $H_y = 0$, 同时式(9.58c)说明当 $H_y = 0$ 时有 $H_z = 0$ 。此时导纳是

$$Y_o = \frac{\omega\epsilon}{\beta_o} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} \quad (9.63)$$

这种波称为寻常波(ordinary wave), 因为它未受到铁氧体磁化的影响。这发生于与偏置场相垂直的磁场分量为零($H_y = H_z = 0$)的情况。波不管是在 $+z$ 方向还是在 $-z$ 方向传播, 都有相同的传播常数, 而与 H_0 无关。

式(9.60)的另一个解产生于 $E_y = 0$ 时:

$$\beta_e = \omega \sqrt{\mu_e \epsilon} \quad (9.64)$$

其中, μ_e 是有效磁导率, 它由下式给出:

$$\mu_e = \frac{\mu^2 - \kappa^2}{\mu} \quad (9.65)$$

这种波称为非寻常波(extraordinary wave), 它受到铁氧体磁化的影响。注意, 在某个 ω 值(ω_0)下, 有效磁导率会是负值。电场是

$$\bar{E}_e = \hat{x} E_0 e^{-j\beta_e z} \quad (9.66a)$$

因有 $E_y = 0$, 所以式(9.58e)说明有 $H_x = 0$ 。 H_y 可由式(9.58d)求得, H_z 可由式(9.58c)求得, 从而给出总磁场为

$$\bar{H}_e = E_0 Y_e \left(\hat{y} + \hat{z} \frac{j\kappa}{\mu} \right) e^{-j\beta_e z} \quad (9.66b)$$

其中,

$$Y_e = \frac{\omega\epsilon}{\beta_e} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_e}} \quad (9.67)$$

这些场构成一个线性极化波, 但要注意磁场在传播方向有一个分量。除了存在 H_z 以外, 这个非寻常波的电场和磁场是与寻常波对应的场互相垂直的。这样, 在 y 方向极化的波有传播常数 β_o (寻常波), 而在 x 方向极化的波有传播常数 β_e (非寻常波)。这种传播常数与极化有关的效应称

为双折射(birefringence)^[2]。在光学研究中经常会出现双折射现象,此时,不同的极化会有不同的折射率。通过方解石晶体可以看到两幅图像,这是该效应的一个例子。

由式(9.65)可知,若 $\kappa^2 > \mu^2$, 则非寻常波的有效磁导率 μ_e 可以是负值。这一条件依赖于 ω 、 ω_0 和 ω_m (或 f 、 H_0 和 M_s) 的取值,而在固定频率 f 和固定饱和磁化强度 M_s 下,偏置场 H_0 总有部分范围使 $\mu_e < 0$ (忽略损耗)。发生这种情况时,正如从式(9.64)看出的那样, β_e 成为虚数,这意味着该波将被截止,即在传播方向上迅速消逝。一个 \hat{x} 极化的平面波入射到这样的铁氧体区域的界面上时,就受到全反射。有效磁导率随偏置场强度的变化曲线画出在(在几个频率值和饱和磁化强度值下给出的)图 9.8 中。

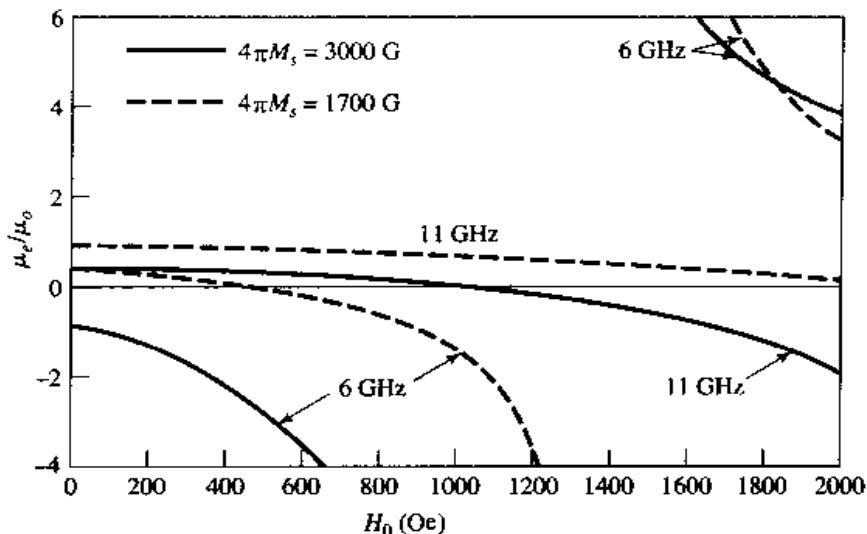


图 9.8 在不同饱和磁化强度和频率下,有效磁导率 μ_e 随偏置场 H_0 变化

9.3 在铁氧体加载的矩形波导中的波传播

在上一节中,我们在设想平面波于限大铁氧体媒质中传播的情况下,介绍了铁氧体材料对电磁波的作用。然而在实际上,大多数铁氧体元件使用加载有铁氧体的波导或其他形式的传输线。它们的几何形状大多数很难进行分析求解。即使如此,对于一些较为简单的情况,包括铁氧体加载的矩形波导,花力气进行分析处理仍是值得的,以便对几类实用铁氧体元件的工作和设计做出定量论证。

9.3.1 载有单片铁氧体的波导的 TE_{m0} 模

先考虑图 9.9 中示出的几何形状,图中的矩形波导内置有一片竖立的铁氧体材料,偏置场在 \hat{y} 方向。这个几何形状及其分析将用于下几节中,以处理谐振隔离器、场位移隔离器和剩磁(非互易的)相移器的工作和设计。

在铁氧体片中,麦克斯韦方程组可写为

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega[\mu]\bar{H} \quad (9.68a)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} \quad (9.68b)$$

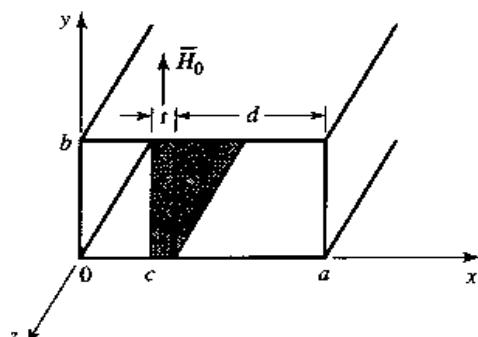


图 9.9 载有横向偏置铁氧体片的矩形波导的几何形状

其中 $[\mu]$ 是 y 偏置下的磁导率张量, 它由式(9.27)给出。此时, 若令 $E(x, y, z) = [e_x(x, y) + ze_z(x, y)]e^{-j\beta z}$ 和 $H(x, y, z) = [h_x(x, y) + zh_z(x, y)]e^{-j\beta z}$, 则式(9.68)可化为

$$\frac{\partial e_z}{\partial y} + j\beta e_y = -j\omega(\mu h_x - j\kappa h_z) \quad (9.69a)$$

$$-j\beta e_x - \frac{\partial e_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 h_y \quad (9.69b)$$

$$\frac{\partial e_y}{\partial x} - \frac{\partial e_x}{\partial y} = -j\omega(j\kappa h_x + \mu h_z) \quad (9.69c)$$

$$\frac{\partial h_z}{\partial y} + j\beta h_y = j\omega\epsilon e_x \quad (9.69d)$$

$$-j\beta h_x - \frac{\partial h_z}{\partial x} = j\omega\epsilon e_y \quad (9.69e)$$

$$\frac{\partial h_y}{\partial x} - \frac{\partial h_x}{\partial y} = j\omega\epsilon e_z \quad (9.69f)$$

对于TE_{m0}模, 可知有 $E_z = 0$ 和 $\partial/\partial y = 0$ 。则式(9.69b)和式(9.69d)暗示有 $e_x = h_y = 0$ (因为对波导模式有 $\beta_2 \neq \omega^2 \mu_0 \epsilon$), 因此式(9.69)可简化为三个方程:

$$j\beta e_y = -j\omega(\mu h_x - j\kappa h_z) \quad (9.70a)$$

$$\frac{\partial e_y}{\partial x} = -j\omega(j\kappa h_x + \mu h_z) \quad (9.70b)$$

$$j\omega\epsilon e_y = -j\beta h_x - \frac{\partial h_z}{\partial x} \quad (9.70c)$$

我们可以按如下方式求解式(9.70a,b)得到 h_x 和 h_z 。对式(9.70a)乘以 μ 并对式(9.70b)乘以 $j\kappa$, 然后两式相加得到

$$h_x = \frac{1}{\omega\mu\mu_e} \left(-\mu\beta e_y - \kappa \frac{\partial e_y}{\partial x} \right) \quad (9.71a)$$

现在再对式(9.70a)乘以 $j\kappa$, 并对式(9.71a)乘以 μ , 然后相加得到

$$h_z = \frac{j}{\omega\mu\mu_e} \left(\kappa\beta e_y + \mu \frac{\partial e_y}{\partial x} \right) \quad (9.71b)$$

其中 $\mu_e = (\mu^2 - \kappa^2)/\mu$ 。把式(9.71)代入式(9.70c), 可给出 e_y 的波动方程为

$$j\omega\epsilon e_y = \frac{-j\beta}{\omega\mu\mu_e} \left(-\mu\beta e_y - \kappa \frac{\partial e_y}{\partial x} \right) - \frac{j}{\omega\mu\mu_e} \left(\kappa\beta \frac{\partial e_y}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 e_y}{\partial x^2} \right)$$

或

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_f^2 \right) e_y = 0 \quad (9.72)$$

其中 k_f 定义为铁氧体的截止波数:

$$k_f^2 = \omega^2 \mu_e \epsilon - \beta^2 \quad (9.73)$$

对于空气区域, 可令 $\mu = \mu_0$, $\kappa = 0$ 和 $\epsilon_r = 1$, 我们可得到对应的结果:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_a^2 \right) e_y = 0 \quad (9.74)$$

其中 k_a 是空气区域的截止波数:

$$k_a^2 = k_0^2 - \beta^2 \quad (9.75)$$

在空气区域的磁场由以下两个式子给出:

$$h_x = \frac{-\beta}{\omega\mu_0} e_y = \frac{-1}{Z_w} e_y \quad (9.76a)$$

$$h_z = \frac{j}{\omega\mu_0} \frac{\partial e_y}{\partial x} \quad (9.76b)$$

则在波导的空气-铁氧体-空气区域中, e_y 的解可写为

$$e_y = \begin{cases} A \sin k_a x, & 0 < x < c \\ B \sin k_f(x - c) + C \sin k_f(c + t - x), & c < x < c + t \\ D \sin k_a(a - x), & c + t < x < a \end{cases} \quad (9.77a)$$

上述各区域中的解之所以这样构成, 是要在 $x = 0, c, c + t$ 和 a 处使边界条件变得容易实施^[3]。我们还需要有 h_z 的解, 这可从式(9.77a)、式(9.71b)和式(9.76b)求出:

$$h_z = \begin{cases} (jk_a A / \omega\mu_o) \cos k_a x, & 0 < x < c \\ (j/\omega\mu\mu_e) [\kappa\beta [B \sin k_f(x - c) + C \sin k_f(c + t - x)] \\ + \mu k_f [B \cos k_f(x - c) - C \cos k_f(c + t - x)]], & c < x < c + t \\ (-jk_a D / \omega\mu_o) \cos k_a(a - x), & c + t < x < a \end{cases} \quad (9.77b)$$

使 e_y 和 h_z 在 $x = c$ 和 $x = c + t \approx a - d$ 处进行场匹配, 可给出常数 A, B, C, D 的四个方程:

$$A \sin k_a c = C \sin k_f t \quad (9.78a)$$

$$B \sin k_f t = D \sin k_a d \quad (9.78b)$$

$$A \frac{k_a}{\mu_o} \cos k_a c = B \frac{k_f}{\mu_e} - C \frac{1}{\mu_o \mu_e} (-\kappa\beta \sin k_f t + \mu k_f \cos k_f t) \quad (9.78c)$$

$$B \frac{1}{\mu_o \mu_e} (\kappa\beta \sin k_f t + \mu k_f \cos k_f t) - C \frac{k_f}{\mu_e} = -D \frac{k_a}{\mu_o} \cos k_a d \quad (9.78d)$$

利用式(9.78a)和式(9.78b)解出 C 和 D , 再把它们代入式(9.78c)和式(9.78d), 然后由此消去 A 或 B , 就可给出传播常数 β 的以下超越方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{k_f}{\mu_e}\right)^2 + \left(\frac{\kappa\beta}{\mu_o \mu_e}\right)^2 - k_a \cot k_a c \left(\frac{k_f}{\mu_o \mu_e} \cot k_f t + \frac{\kappa\beta}{\mu_o \mu_e}\right) - \left(\frac{k_a}{\mu_o}\right)^2 \\ \times \cot k_a c \cot k_a d - k_a \cot k_a d \left(\frac{k_f}{\mu_o \mu_e} \cot k_f t - \frac{\kappa\beta}{\mu_o \mu_e}\right) = 0 \end{aligned} \quad (9.79)$$

通过利用式(9.73)和式(9.75), 把截止波数 k_f 和 k_a 用 β 来表示, 就可以对式(9.79)进行数值求解。式(9.79)所包含的是 $\kappa\beta$ 的奇次项这一事实, 说明了所产生的波传播是非互易的, 因为使偏置场方向变号(这等效于改变波的传播方向), 就会使 κ 变号, 从而导致有不同的 β 解。我们认为这两个解为 β_+ 和 β_- , 分别对应于正偏置和在 $+z$ 方向(正 κ)传播, 或对应于在 $-z$ 方向(负 κ)传播。令 ω_o 为复数, 如在式(9.37)中那样, 就可容易地引入磁损耗的影响。

在随后的几节中, 我们还需要估算波导中的电场, 如在式(9.77a)中给出的那样。若选定 A 是任意振幅常数, 则利用式(9.78a)、式(9.78b)和式(9.78c)可求得用 A 表示的 B, C 和 D 。由式(9.75)可以看出, 若 $\beta > k_o$, 则 k_a 将是虚数。在这种情况下, 式(9.77a)的 $\sin k_a x$ 函数变为 $j \sinh |k_a| x$, 这表明场分布接近有指数变化。

把式(9.79)中的 β 展开成 $t=0$ 附近的泰勒级数,就可以得到差分相移 $\beta_+ - \beta_-$ 的有用的近似结果。利用式(9.73)和式(9.75)把 k_f 和 k_a 表示成 β 的函数,并对其进行微分,就可做到这一点^[4]。结果有

$$\beta_+ - \beta_- \approx \frac{2k_c t \kappa}{\omega \mu} \sin 2k_c c = 2k_c \frac{\kappa}{\mu} \frac{\Delta S}{S} \sin 2k_c c \quad (9.80)$$

其中 $k_c = \pi/a$ 是空波导(无铁氧体时)的截止波数^①,而 $\Delta S/S = t/a$ 是填充因子(filling factor),即铁氧体片的截面积与波导截面积之比。这样,该公式就可应用于其他几何结构,如加载有铁氧体小条或细棒的波导,但对某些铁氧体形状需要得出恰当的退磁因子。不过,式(9.80)给出的结果只对非常小的铁氧体截面积(典型地对于 $\Delta S/S < 0.01$)是精确的。

可采用相同的方法得出前向和反向衰减常数的近似表达式,用式(9.39)定义的磁化率的虚部来表示:

$$\alpha_{\pm} \approx \frac{\Delta S}{S \beta_o} (\beta_o^2 \chi''_{xx} \sin^2 k_c x + k_c^2 \chi''_{zz} \cos^2 k_c x \mp \chi''_{xy} k_c \beta_o \sin 2k_c x) \quad (9.81)$$

其中 $\beta_o = \sqrt{k_a^2 - k_c^2}$ 是空波导的传播常数。在设计谐振隔离器时,该结果是很有用的。式(9.80)和式(9.81)还可以采用空波导场的扰动法来导出^[4],所以我们通常将其称为扰动理论结果。

9.3.2 有两个对称铁氧体片的波导中的 TE_{mo}模

载有两个对称放置的铁氧体片的矩形波导,其相关的几何关系如图 9.10 所示。加在这两个铁氧体片上的偏置场强度相等,但在 y 方向相反,这种配置可提供非互易性的剩磁相移器(将在 9.5 节中讨论)的有用模型。它的分析非常类似于单片几何结构的分析。

由于 h_z 和 h_x 场(包括偏置场)关于 $x=a/2$ 处的中心平面反对称,所以我们可以在中心平面放置一个磁壁。这样,我们就只需考虑 $0 < x < a/2$ 的区域。在该区域的电场可以写为

$$e_y = \begin{cases} A \sin k_a x, & 0 < x < c \\ B \sin k_f(x-c) + C \sin k_f(c+t-x), & c < x < c+t \\ D \cos k_a(a/2-x), & c+t < x < a/2 \end{cases} \quad (9.82a)$$

除了 $c+t < x < a/2$ 区间的表达式在 $x=a/2$ 处形成极大值(因 h_z 在 $x=a/2$ 处必须取为零)外,上式类似于式(9.77a)。截止波数 k_f 和 k_a 已在式(9.73)和式(9.75)中定义。

利用式(9.71)和式(9.76),可给出 h_z 场为

$$h_z = \begin{cases} (jk_a A / \omega \mu_o) \cos k_a x, & 0 < x < c \\ (j/\omega \mu_o \mu_e) (-\kappa \beta [B \sin k_f(x-c) + C \sin k_f(c+t-x)] \\ + \mu k_f [B \cos k_f(x-c) - C \cos k_f(c+t-x)]), & c < x < c+t \\ (jk_a D / \omega \mu_o) \sin k_a(a/2-x), & c+t < x < a/2 \end{cases} \quad (9.82b)$$

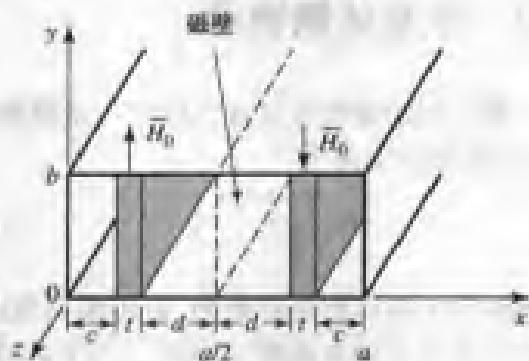


图 9.10 加载有两个对称铁氧体片的矩形波导的几何结构

^① 原文为截止频率,有误。——译者注

在 $x = c$ 和 $x = c + t = a/2 - d$ 处使 e_z 和 h_z 场匹配, 可给出常数 A, B, C, D 的四个方程:

$$A \sin k_a c = C \sin k_f t \quad (9.83a)$$

$$B \sin k_f t = D \cos k_a d \quad (9.83b)$$

$$A \frac{k_a}{\mu_o} \cos k_a c = B \frac{k_f}{\mu_e} - C \frac{1}{\mu \mu_e} (-\kappa \beta \sin k_f t + \mu k_f \cos k_f t) \quad (9.83c)$$

$$\frac{B}{\mu \mu_e} (\kappa \beta \sin k_f t + \mu k_f \cos k_f t) - C \frac{k_f}{\mu_e} = D \frac{k_a}{\mu_o} \sin k_a d \quad (9.83d)$$

约化这些方程, 可给出传播常数 β 的超越方程:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_f}{\mu_e} \right)^2 + \left(\frac{\kappa \beta}{\mu \mu_e} \right)^2 - k_a \cot k_a c \left(\frac{k_f}{\mu_o \mu_e} \cot k_f t + \frac{\kappa \beta}{\mu_o \mu \mu_e} \right) + \left(\frac{k_a}{\mu_o} \right)^2 \\ & \times \cot k_a c \tan k_a d + k_a \tan k_a d \left(\frac{k_f}{\mu_o \mu_e} \cot k_f t - \frac{\kappa \beta}{\mu_o \mu \mu_e} \right) = 0 \end{aligned} \quad (9.84)$$

该方程可对 β 进行数值求解。如同单片情况下的式(9.79)那样, 在式(9.84)中 κ 和 β 只能以 $\kappa \beta, \kappa^2$ 或 β^2 的形式出现, 这意味着非互易性传播。因为对于方程的同一个根, 使 κ (或偏置场) 变号需要 β 变号。一眼看去, 我们似乎可认为: 在相同的波导和片尺寸以及相同参量条件下, 两个片会是一个片的相移的两倍; 但这是不正确的, 因为场高度集中在铁氧体区域内。

9.4 铁氧体隔离器

最常用的微波铁氧体元件之一是隔离器, 它是有单向传输特点的二端口器件。理想隔离器的 [S] 矩阵的形式为

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.85)$$

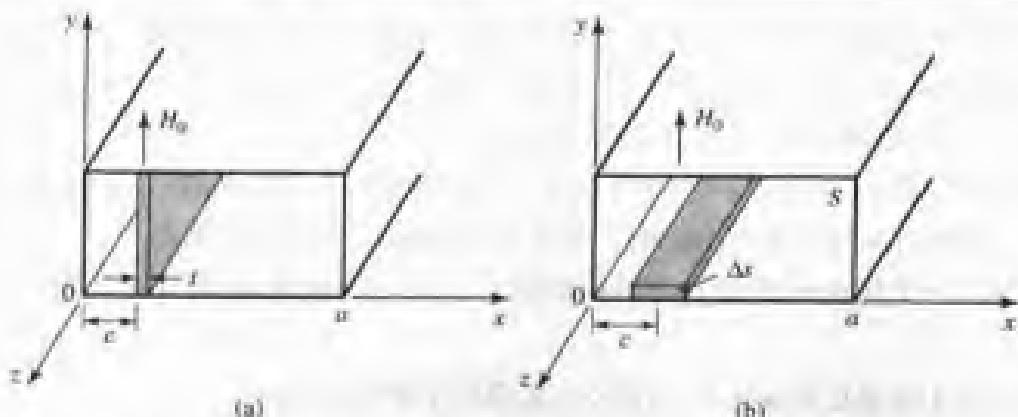
这表明两个端口都是匹配的, 但传输只沿从端口 1 到端口 2 的方向。因为 [S] 不是幺正矩阵, 所以该隔离器必须有损耗。当然, [S] 不是对称的, 因为隔离器是非互易性元件。

隔离器最常应用于高功率源与负载之间, 以阻断可能出现的反射而使源受到损害。我们可使用隔离器来替代匹配或调谐网络, 但应当了解到隔离器会吸收掉来自负载的任何功率反射; 而采用匹配网络时则会出现与此相反的情况, 即功率被反射到负载上。

尽管存在多种类型的铁氧体隔离器, 但我们下面将集中研究谐振隔离器和场位移隔离器。这两类器件有其实用上的重要性, 而且可以利用上节的铁氧体片加载波导的结果来进行分析和设计。

9.4.1 谐振隔离器

我们已经知道, 一个圆极化平面波的旋转方向与铁氧体媒质的磁偶极子的进动方向相同时, 波将与材料发生强烈的相互作用; 而当圆极化波沿相反方向旋转时, 相互作用则很弱。这样的结果已在例题 9.1 中加以说明, 那里给出在铁氧体的旋磁共振点附近圆极化波的衰减非常大, 而在相反方向传播的波衰减就很弱。这一效应可被利用来构建隔离器, 这样的隔离器必须工作在旋磁共振点附近, 所以称之为谐振隔离器。谐振隔离器通常由置放在波导内某点的铁氧体片或条组成。下面我们将讨论如图 9.11 所示的两种隔离器的几何结构。

图 9.11 两种谐振隔离器的几何结构:(a) E 平面全高片;(b) H 平面片

理想情况下,在铁氧体材料内部的 RF 场应是圆极化的。在空的矩形波导中, TE_{10} 模的磁场可写为

$$H_x = \frac{j\beta_o}{k_c} A \sin k_c x e^{-j\beta_o z}$$

$$H_z = A \cos k_c x e^{-j\beta_o z}$$

其中, $k_c = \pi/a$ 是空波导的截止波数, $\beta_o = \sqrt{k_a^2 - k_c^2}$ 是其传播常数。因为圆极化波必须满足 $H_z/H_x = \pm j$ 的条件, 所以空波导的圆极化(CP)矢量顶点的位置 x 给出为

$$\tan k_c x = \pm \frac{k_c}{\beta_o} \quad (9.86)$$

然而铁氧体加载会扰动场, 致使式(9.86)给出其实际的最佳位置, 或者说会妨碍其内部任何位置上的场成为圆极化。

先考虑图 9.11(a)中的 E 平面全高片; 我们可利用上一节中的准确结果来分析这种情况。作为一种选择, 也可利用式(9.81)的扰动理论结果, 但这需要用到 N_s 的退磁因子, 这比准确结果更不精确。这样, 对于给定的一组参量, 式(9.79)可数值求解出铁氧体加载波导的前向和反向波的复传播常数。把磁损耗效应包括进去是需要的, 把式(9.37)的复频率用到 μ 和 κ 的表达式中就可做到这一点, 通过式(9.40)可把 ω_0 的虚部与铁氧体的线宽 ΔH 联系起来。通常情况下, 波导宽度 a , 频率 ω 以及铁氧体参量 $4\pi M_s$ 和 ϵ_r 是给定的, 而偏置场及片的位置和厚度将由最优化设计来确定。

理想情况下, 前向衰减常数(α_+)可以为零, 而在反方向的衰减常数(α_-)不为零。但是对于 E 平面的铁氧体片, 找不到某个位置 $z=c$ 可使在铁氧体中的场是完全圆极化(CP)的(这是由于其退磁因子 $N_s \approx 1$ 的缘故^[4])。因此, 前向波和反向波两者都有 RHCP 分量和 LHCP 分量, 因而不可能得到理想的衰减特性。因此, 最优化设计一般使前向衰减极小(由片位置来决定)。另一种选择是, 希望使反向衰减与前向衰减的比值达到极大值。因为使前向衰减极小的片位置上一般不会发生反向衰减达到极大, 所以这样一种设计包括对前向衰减的协调。

对于长的薄片, 其退磁因子近似为薄盘的退磁因子: $N_s \approx 1$, $N_t = N_r = 0$ 。则通过式(9.45)的基本方程可以看出, 片的旋磁共振频率由下式给出:

$$\omega = \sqrt{\omega_0(\omega_0 + m_0)} \quad (9.87)$$

在给定工作频率和饱和磁化强度下,上式可确定 H_0 。这是一个近似的结果;式(9.79)给出的超越方程可精确估算退磁,所以先由式(9.87)给出近似的 H_0 值,再对式(9.79)数值求解在近似值附近的衰减常数,就可求出实际的内部偏置场 H_0 。

一旦找出片位置 c 和偏置场 H_0 ,就可选择片长度 L 来给定所要求的总反向衰减(或隔离度) $(\alpha_-)L$ 。片的厚度还可以用来调节此值。例题 9.2 中将给出典型的数值结果。

这种结构的一个优点是,全高片容易用外部 C 形永磁铁加偏置,没有退磁因子。但它存在某些缺陷:

- 由于磁场不是真正圆极化的,因而不可能得到零前向衰减。
- 隔离器的带宽比较窄,它基本上受制于铁氧体线宽 ΔH 。
- 由于片中部向外散热差,因而该结构不适合于高功率运用,温度升高导致 M_s 改变,从而使器件性能变坏。

上面提到的前两个问题可以通过附加一个介质加载片而在较大程度上得以改善,详细内容见参考文献[5]。

例题 9.2 铁氧体谐振隔离器设计

设计一个工作在 10 GHz 频率下且在 X 波段波导中的 E 平面谐振隔离器,它有极小值的前向插入损耗和 30 dB 的反向衰减。采用 0.5 mm 厚的铁氧体片,其 $4\pi M_s = 1700$ G, $\Delta H = 200$ Oe, $c_r = 13$ 。确定出反向衰减至少 27 dB 以上的带宽。

解:

采用按照牛顿-辛卜森(Newton-Raphson)迭代法的区间半分程序数值求解出式(9.79)的复根。由式(9.87)给出的近似偏置场 H_0 是 2820 Oe,但数值结果表明,在 10 GHz 谐振下的真实场更接近于 2840 Oe。图 9.12(a)给出了在 10 GHz 下计算的前向(α_+)和反向(α_-)衰减常数随片位置的变化,并且在图中可看出,在 $c/a = 0.125$ 时产生极小前向衰减,在这一点上反向衰减是 $\alpha_- = 12.4$ dB/cm。图 9.12(b)画出了在上述片位置上反向衰减随频率的变化关系。对于总反向衰减为 30 dB^①,片长度必须有

$$L = \frac{30 \text{ dB}}{12.4 \text{ dB/cm}} = 2.4 \text{ cm}$$

要求总反向衰减至少有 27 dB,则必须满足以下不等式:

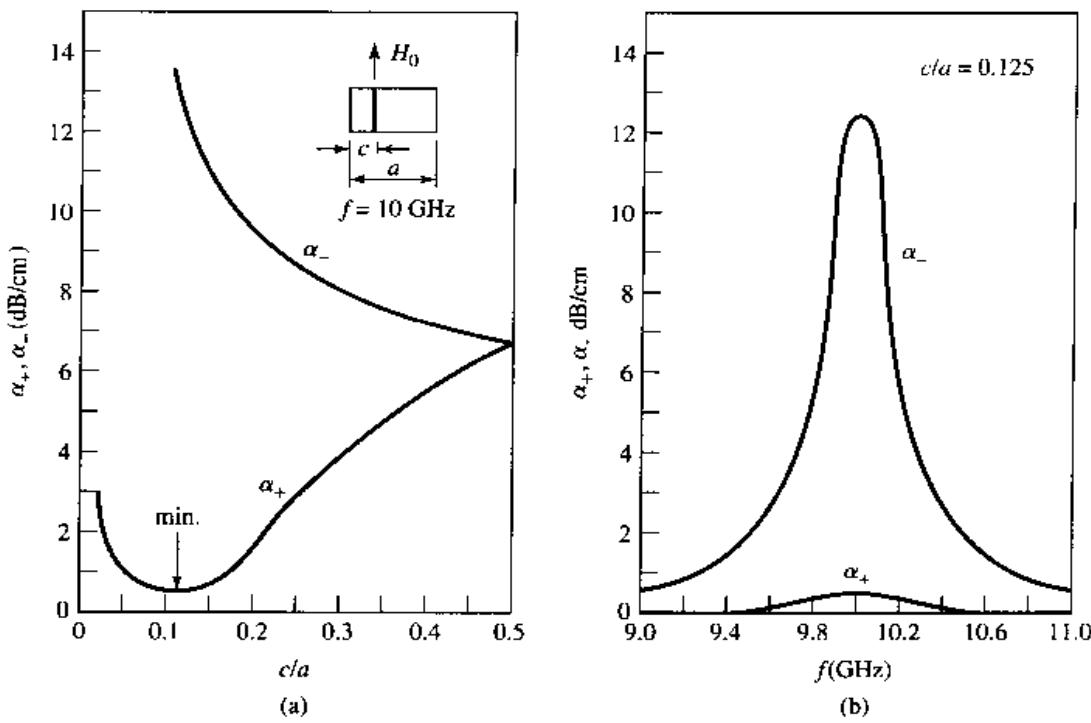
$$\alpha_- > \frac{27 \text{ dB}}{2.4 \text{ cm}} = 11.3 \text{ dB/cm}$$

因此,从图 9.12(b)的数据得出,按照上述定义的带宽小于 2%。采用有更大线宽的铁氧体,可使该结果得到改善,付出的代价是要用更长或更厚的片和更高的前向衰减。■

下面,我们将讨论采用如图 9.11(b)所示的 H 平面片结构的谐振隔离器。若片的宽度远大于厚度,则其退磁因子近似为 $N_x = N_z = 0, N_y = 1$ 。这意味着需要更强的外加偏置场以产生在 y 方向的内场 H_0 。但是,由于 $N_x = N_z = 0$,因而空气-铁氧体边界条件不会影响到 RF 磁场分量 h_x 和 h_z ,当它定位于由式(9.86)给出的空波导的 CP 点时,在铁氧体中将存在完全的圆极化场。这

^① 原文为 20 dB,与下式不符,疑有误。——译者注

种结构的另一优点是,它比 E 平面方案有更好的热性能,因为铁氧体片与波导壁接触面积大,有利于散热。



$$4\pi M_s = 1700 \text{ G} \quad H_0 = 2840 \text{ Oe} \quad \Delta H = 200 \text{ Oe} \quad a = 2.286 \text{ cm} \quad t = 0.05 \text{ cm} \quad \epsilon_r = 13$$

图 9.12 例题 9.2 的谐振隔离器的前向和反向衰减常数:(a)随片位置变化;(b)随频率变化

不同于 E 平面全高片的情况,图 9.11(b)所示的 H 平面的几何结构不能进行精确分析。但是,若片只占总波导截面的极小部分($\Delta S/S \ll 1$,其中 ΔS 和 S 分别是片和波导的截面积),则在式(9.81)中的扰动理论结果 α_{\pm} 可以合理地采用。给出的表达式用以 φ 偏置铁氧体的磁化率 $\chi_{xx} = \chi'_{xx} - j\chi''_{xx}$, $\chi_{zz} = \chi'_{zz} - j\chi''_{zz}$, $\chi_{xy} = \chi''_{xx} - j\chi'_{xy}$ 来定义,其形式类似于式(9.22)。对于不属于薄 H 平面片形状的铁氧体,其磁化率需要用合适的退磁因子加以修正,有如在式(9.43)中那样^[4]。

正如从式(9.22)给出的磁化率表达式中看到的,这种结构的旋磁共振在 $\omega = \omega_0$ 时发生,而 ω_0 决定内部偏置场 H_0 。片中心定位在由式(9.86)给出的空波导的圆极化点上。这使得前向衰减常数接近为零。总反向衰减(或隔离度)可用铁氧体片长度 L 或用它的截面 ΔS [因为式(9.81)指出 α_{\pm} 正比于 $\Delta S/S$]来调节。然而,若 $\Delta S/S$ 太大,则遍及截面上的圆极化纯度下降,同时前向损耗加大。另一种可采取的实用方法是,把第二个相同的铁氧体片放在波导顶板的内壁上,这样可使 $\Delta S/S$ 加倍,而不会显著降低极化纯度。

9.4.2 场位移隔离器

在铁氧体片加载的波导中,前向波和反向波的电场分布可以是很不相同的,另一类隔离器正是利用了这一事实。如图 9.13 所示,在铁氧体片一侧 $x = c + t$ 处可使前向波电场完全消失掉,而在同一位置上反向波电场可以变得很大。假设在此位置放一薄电阻片,前向波基本上不受其影响,而反向波受到衰减。这样一种隔离器称为场位移隔离器。用相当紧凑的器件在 10% 量级的频宽内可获得高隔离值。场位移隔离器胜过谐振隔离器的另一优点是,只需要小得多的偏置场,因为它在远低于谐振点下工作。

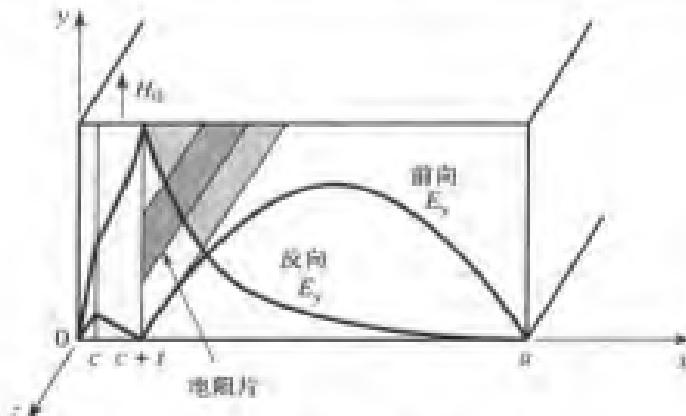


图 9.13 场位移隔离器的几何结构与电场

设计场位移隔离器的主要问题是确定能产生像图 9.13 所示的场分布的设计参数。对铁氧体片加载波导进行分析给出的式(9.77a)是电场的一般形式。由此看出, 前向波电场在区间 $c + t < x < a$ 内有正弦变化, 而在 $x = c + t$ 处完全消失, 截止波数 k_a^+ 必须是实数并满足以下条件:

$$k_a^+ = \frac{\pi}{d} \quad (9.88)$$

其中 $d = a - c - t$ 。此外, 反向波电场在区间 $c + t < x < a$ 内按双曲线变化, 这意味着 k_a^- 必须是虚数。因为由式(9.75)可知 $k_a^2 = k_0^2 - \beta^2$, 所以上述条件暗示有 $\beta^+ < k_0$ 和 $\beta^- > k_0$, 其中 $k_0 = \omega/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 。 β 所满足的条件严重依赖于片的位置, 后者由对式(9.79)数值求解传播常数来确定。片厚度也对该结果有影响, 但不太紧要, 其典型值为 $t = a/10$ 。

这就证明了, 为了满足式(9.88), 必须迫使在 $x = c + t$ 处有 $E_z = 0$, 且 $\mu_r = (\mu^2 - \kappa^2)/\mu$ 必须取负值。该要求可以直观地理解为, 把区间 $c + t < x < a$ 内的波导模式设想成为两个倾斜行进的平面波的叠加。这些波的磁场分量 H_x 和 H_y 都与偏置场垂直, 这种情形类似于在 9.2 节中讨论的非寻常平面波(那里可看到在 $\mu_r < 0$ 时不存在波传播)。把该截止条件应用于铁氧体加载波导中, 将会使前向波的 E_z 在 $x = c + t$ 处为零。

μ_r 取负值的条件与频率、饱和磁化强度和偏置场强有关。图 9.8 给出在几个频率和饱和磁化强度值下 μ_r 随偏置场的变化关系。使用这类数据可以在设定的频率下选择有 $\mu_r < 0$ 的饱和磁化强度和偏置场。我们可以看出, 更高的频率需要铁氧体有更高的饱和磁化强度和更强的偏置场, 但 $\mu_r < 0$ 总是发生于 μ_r 在 $\sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)}$ 处出现谐振之前。进一步的设计细节将在下面的例题中给出。

例题 9.3 场位移隔离器设计

设计一个在 X 波段波导中的场位移隔离器, 其工作频率为 11 GHz, 铁氧体有 $4\pi M_s = 3000$ G 和 $\epsilon_r = 13$ 。可忽略铁氧体损耗。

解:

我们首先确定满足 $\mu_r < 0$ 的内部偏置场 H_0 。这可从图 9.8 中 $4\pi M_s = 3000$ G 以及在频率 11 GHz 处的 μ_r/μ_0 与 H_0 的关系曲线上找出。从中看出, 取 $H_0 = 1200$ Oe 就足够了。从该图中还可看到, 有较小饱和磁化强度的铁氧体需要大得多的偏置磁场。

接着,我们通过对式(9.79)数值求解传播常数 β_z 与 c/a 的函数关系,来确定片位置 c/a 。片厚度按近似值 $a/10$ 来设定 $t = 0.25 \text{ cm}$ 。图 9.14(a)给出了产生的传播常数,以及满足式(9.88)给出的条件的 β_z 和 c/a 点的轨迹。对前向波,该轨迹与曲线的交点 β_+ 保证在 $x = c + t$ 处有 $E_x = 0$;产生该交点的片位置在 $c/a = 0.028$ 处。结果得到的传播常数 $\beta_+ = 0.724k_0 < k_0$ 和 $\beta_- = 1.607k_0 > k_0$ 。

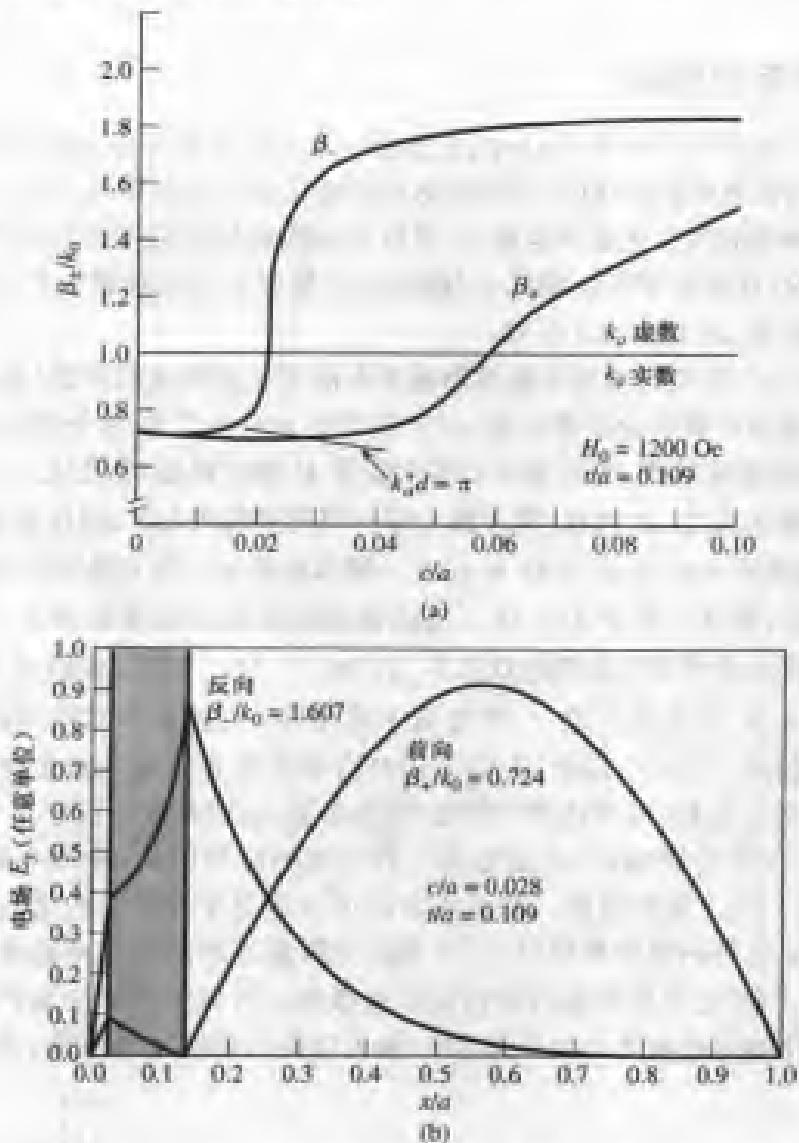


图 9.14 例题 9.3 中的场位移隔离器的传播常数和电场分布:(a)前向和反向传播常数随片位置变化;(b)前向和反向波的电场振幅

电场分布画在图 9.14(b)中。可以看到,在铁氧体片表面前向波电场有一个零点,而反向波有一个峰值(图中这些场的相对振幅是任意的)。电阻片可放在此点以衰减反向波。实际的隔离度与该电阻片的电阻率有关,典型值是每平方 75Ω 。■

9.5 铁氧体相移器

铁氧体材料的另一个重要应用是在相移器方面,相移器是二端口元件,它通过改变铁氧体的偏置场来提供可变的相移(微波二极管和 FET 也能用做相移器,参见 10.3 节)。在测试和测量

系统中会应用到相移器,但最为重要的用途是在相控阵天线中,相控阵天线的天线束方向可通过电控相移器来操纵。由于这方面的需要,人们已开发出了很多不同类型的相移器,有互易的相移器(两个方向有相同的相移)和非互易的相移器^{[2][6]}。最常用的设计之一是在矩形波导中使用铁氧体环的锁存(或剩磁)非互易相移器;我们可以利用9.3节中讨论的双铁氧体片的几何结构在合理的近似程度下来分析这一结构。然后,我们将定性地讨论几个其他类型相移器的工作原理。

9.5.1 非互易锁存相移器

锁存相移器的几何结构示于图9.15中;它包括一个环形铁氧体心,对称地安置在波导内,偏置线穿过环中央。当铁氧体被磁化时,环两侧的壁的磁化强度方向相反,且与RF场的圆极化平面垂直。由于波导两侧的圆极化性质也相反,所以在高频场与铁氧体之间可产生强烈的相互作用。当然,铁氧体的存在使波导场受到扰动(场趋向于集中在铁氧体内),因而圆极化点不会像在空波导中那样发生在 $\tan k_x x = k_x / p_0$ 处。

原则上说,这样一个结构可被用来提供随偏置电流变化而连续改变的(模拟型)相位移。但更为有用的技术是利用铁氧体的磁滞回线,它所提供的相移可以在两个值之间转换(数字型)。图9.16给出了典型的磁滞回线,图中显示出磁化强度 M 随偏置场 H_0 变化。当偏置场撤走且使铁氧体处于原始退磁状态时, M 和 H_0 两者都为零。当偏置场增大时,磁化强度沿着虚线路径增大,直到使铁氧体磁化饱和时为止,且有 $M = M_s$ 。假如偏置场立刻下降到零,则磁化强度会下降到剩磁状态(如同永久磁铁),其中 $M = M_r$ 。反向偏置场将使铁氧体在 $M = -M_r$ 时达到饱和,在此以后移去偏置场将使铁氧体在剩磁状态下,有 $M = -M_r$ 。这样,我们就可以把铁氧体磁化强度“锁定”在 $M = \pm M_r$ 两个状态之一,给出数字化相移。在这两个状态间的差分相移量是由铁氧体环长度来控制的。实际应用中,人们采用具有单独偏置线和递减长度的几段,来逐级给出 180° 、 90° 和 45° 等差分相移,以便达到所需要(或能做到)的解析度。锁定工作模式的一个重要优点是,偏置电流不需要连续施加,而是施加一种极性的脉冲电流,或改变剩磁磁化强度的极性;开关速度可以达到几个微秒量级。偏置线取向可以垂直于波导中的电场,它对场的扰动效应可忽略不计。铁氧体环的顶壁和底壁,由于其极化强度不与圆极化平面垂直,而且顶和底的磁化强度方向相反,因而它与高频场的磁相互作用微弱。所以这些壁主要产生介质负载效应,考虑9.3节中更简化的双铁氧体片的几何结构,就可以得出剩磁相移器的主要工作特性。

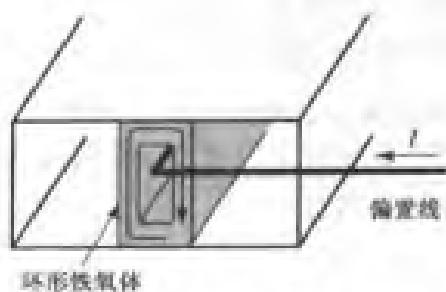


图9.15 采用铁氧体环的非互易锁存相移器的几何结构

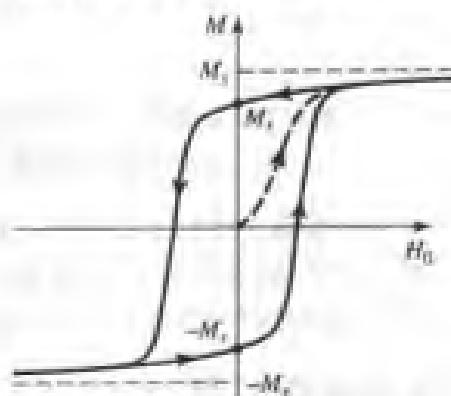


图9.16 铁氧体环的磁滞回线

在给定工作频率和波导尺寸下,剩磁双片相移器的设计内容主要包括:按要求的相移确定片的厚度 t ,两片之间的间距 $s = 2d = a - 2c - 2t$ (参见图 9.10)以及片的长度。这要求双片结构的传播常数 β_{\pm} ,它可从超越方程(9.84)数值求解得出。该方程需知的 μ 和 κ 值,可在剩磁状态下通过设定 $H_0 = 0(\omega_0 = 0)$ 和 $M_s = M_r(\omega_m = \mu_0 \gamma M_r)$ 来由式(9.25)确定:

$$\mu = \mu_0 \quad (9.89a)$$

$$\kappa = -\mu_0 \frac{\omega_m}{\omega} \quad (9.89b)$$

差分相移 $\beta_+ - \beta_-$ 线性正比于 κ (对于 κ/μ_0 直到约 0.5)。从而,由于 κ 正比 M_r ,如式(9.89b)给出的那样,所以可以得出:若选用有更高剩磁磁化强度的铁氧体,则可用更短的铁氧体提供给定的相移。相移器的插入损耗随长度减小,但它是铁氧体线宽 ΔH 的函数。相移与插入损耗的比值(用度/dB 来量度)通常用来表征相移器的品质因数。

例题 9.4 剩磁相移器设计

设计工作在 10 GHz 的双片剩磁相移器,使用 X 波段波导,铁氧体有 $4\pi M_r = 1786$ G 和 $\epsilon_r = 13$ 。

设定两个铁氧体片的间距为 1 mm。确定有极大差分相移时的片厚度,并确定有 180° 和 90° 相移段的片长度。

解:

由式(9.89)我们有

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1,$$

$$\frac{\kappa}{\mu_0} = \pm \frac{\omega_m}{\omega} = \pm \frac{(2.8 \text{ MHz/Oe})(1786 \text{ G})}{10000 \text{ MHz}} = \pm 0.5$$

采用数值求根方法,例如区间半分法,可用正和负 κ 值对式(9.84)求解传播常数 β_+ 和 β_- 。图 9.17 给出了在几个片间距值下得到的差分相移 $(\beta_+ - \beta_-)/k_0$ 与片厚度 t 的变化曲线。可以看出,当两个片之间的距离 s 减小且片厚度增大时,相移会增大(对于 t/a 直到 0.12)。

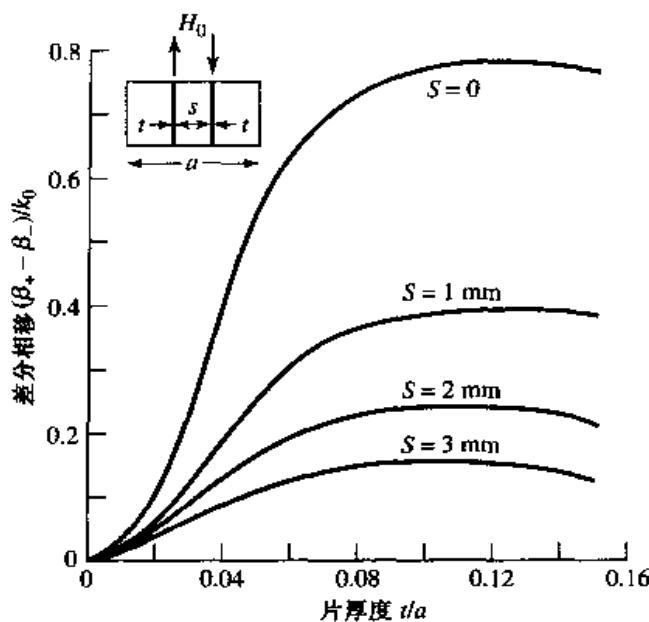


图 9.17 例题 9.4 中的双片剩磁相移器的差分相移

从图 9.17 中 $s = 1 \text{ mm}$ 的曲线看到, 相移极大时的最佳片厚度是 $t/a = 0.12$, 或 $t = 2.74 \text{ mm}$ (因 X 波段波导的宽边 $a = 2.286 \text{ cm}$)。对应的归一化差分相移是 0.40, 因此有

$$\begin{aligned}\beta_+ - \beta_- &= 0.4k_0 = 0.4 \left(\frac{2.09 \text{ rad}}{\text{cm}} \right) \\ &= 0.836 \text{ rad/cm} = 48^\circ/\text{cm}\end{aligned}$$

这样, 180° 相移段所需的铁氧体长度是

$$L = \frac{180^\circ}{48^\circ/\text{cm}} = 3.75 \text{ cm}$$

而 90° 相移段所需的长度是

$$L = \frac{90^\circ}{48^\circ/\text{cm}} = 1.88 \text{ cm}$$

9.5.2 其他类型的铁氧体相移器

人们已经开发出了很多其他类型的铁氧体相移器, 它们有矩形或圆波导、横向或纵向偏置、锁定或连续相位变化以及互易或非互易运用的不同组合。采用印制传输线的相移器也已提出。虽然 PIN 二极管和 FET 电路可有更小的体积, 并可代替铁氧体元件成为更能集成的器件, 但铁氧体相移器在价格、功率容量和功率需求方面经常处于优势地位。但是, 人们对低价且紧凑的相移器有很大的需求。

源于非互易法拉第旋转相移器的几种波导相移器设计如图 9.18 所示。在左边进入的矩形波导 TE_{00} 模通过一段过渡区后, 被转换成圆波导 TE_{11} 模。随后, 与电场矢量成 45° 的四分之一波长介质板使与板平行和垂直的场分量之间出现 90° 相移, 从而把原来的波转换成 RHCP(右旋圆极化)波。在加载有铁氧体的区域中产生相位延迟 $\beta_z z$, 它可用偏置场强控制其大小。第二个四分之一波长板则把波转换回线性极化场。对于在右边进入的波, 其作用是类似的, 只是此时相延变为 $\beta_{-z} z$; 这表明相移是非互易的。铁氧体棒是沿传播方向纵向加偏置的, 偏置场用一螺旋线圈产生。这类相移器也可以制成互易的, 只要采用两块非互易性四分之一波长板把两个传播方向上的线性极化波都转换成同方向的圆极化波。



图 9.18 非互易性法拉第旋转相移器

Reggia-Spencer(雷贾-斯本塞)相移器图示在9.19中,它是一种流行的相移器。其波导形状或是矩形或是圆形,纵向偏置的铁氧体棒位于波导的中轴。当棒的直径大于某一临界尺寸时,场会变得紧紧约束在铁氧体棒内,且场是圆极化。相对较短的长度可以得到大的互易相移,然而相移在一定程度上对频率敏感。

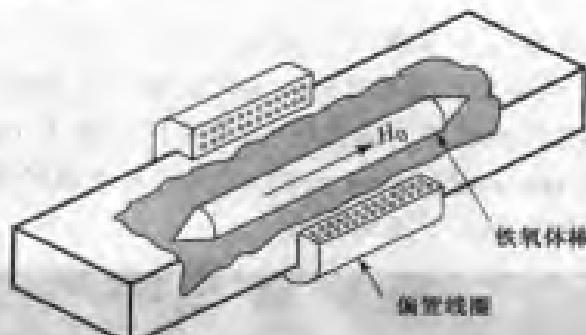


图 9.19 Reggia-Spencer 互易性相移器

9.5.3 回转器

一个重要的标准非互易性元件是回转器,它是二端口器件,有 180° 的差分相移。回转器的示意符见图9.20。理想回转器的散射矩阵是

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.90)$$

这表明它是无耗的、匹配的和非互易性的。利用回转器作为非互易性积木式部件,与互易性的功分器和耦合器组合在一起,可引出非互易性元件的有用等效电路,诸如隔离器和环形器。例如,图9.21给出了用回转器和两个正交混合网路组成的隔离器的等效电路。

回转器可用做有 180° 差分相移的相移器,可由永磁提供偏置场,把回转器做成无源器件。



图 9.20 回转器的示意符,它有 180° 的差分相移

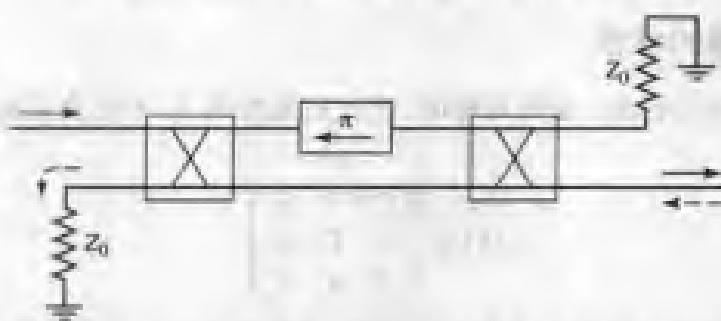


图 9.21 用一个回转器和两个正交混合网路组成的隔离器,前向波(→)通过,而反向波(←)被第一个混合网路的匹配负载所吸收

9.6 铁氧体环形器

正如在7.1节谈到的那样,环形器是三端口器件,它可以是无耗的,并在所有三个端口上是

匹配的;利用其散射矩阵的幺正性质,我们可以说明为何这样一个器件必须是非互易性的。这种理想环形器的散射矩阵有以下形式:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.91)$$

这表明功率流可以从端口 1 到端口 2、从端口 2 到端口 3 以及从端口 3 到端口 1 导通,而不可是反方向的。把端口指数互换,可得到相反的环形。实际上通过改变铁氧体偏置场的极性就能产生这种效果。大多数环形器采用永磁作为偏置场,但若采用电磁铁,则环形器可工作在锁存(剩磁)模式作为单刀双掷(single-pole double-throw,SPDT)开关。环形器的端口之一接上匹配负载,也可以用做隔离器。一种结型环形器示于图 9.22 中。



图 9.22 一个拆开的铁氧体结型环形器的照片,该照片显示了微带导线、铁氧体圆片和偏置场磁铁。环形器的中央部分与一个匹配负载端接,因此该环形器确实配置成了隔离器。可以看出,微带导体的宽度有变化,这是由于铁氧体和外周的塑料的介电常数不同之故

我们将首先用环形器的散射矩阵讨论它的特性,然后分析微带结型环形器的运行。波导环形器的运行原则上是类似的。

9.6.1 失配环形器的特性

若设定环形器围绕三个端口是圆对称的,而且是无耗的,但不完全匹配,则其散射矩阵可写出如下:

$$[S] = \begin{bmatrix} \Gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \Gamma & \beta \\ \beta & \alpha & \Gamma \end{bmatrix} \quad (9.92)$$

因为环形器认定是无耗的,所以 $[S]$ 必是幺正矩阵,这意味着有以下两个条件:

$$|\Gamma|^2 + |\beta|^2 + |\alpha|^2 = 1 \quad (9.93a)$$

$$\Gamma\beta^* + \alpha\Gamma^* + \beta\alpha^* = 0 \quad (9.93b)$$

假如环形器是匹配的($\Gamma = 0$),则式(9.93)表明要么有 $\alpha = 0$ 和 $|\beta| = 1$,要么有 $\beta = 0$ 和 $|\alpha| = 1$;这样描述的理想环形器有两种可能的环形状态。可以看出,这种条件只与无耗和匹配的器件有关。

现在设定不匹配程度很小, 即 $|\Gamma| \ll 1$ 。为了明确起见, 考虑原始环形状态使功率沿 1-2-3 方向流动, 致使 $|\alpha|$ 接近于 1 且 $|\beta|$ 很小。这样就有 $\beta\Gamma=0$, 且式(9.93b)表明 $\alpha\Gamma^* + \beta\Gamma^* = 0$, 因而 $|\Gamma| \approx |\beta|$ 。从而式(9.93a)给出 $|\alpha|^2 \approx 1 - 2|\beta|^2 \approx 1 - 2|\Gamma|^2$, 或 $|\alpha| \approx 1 - |\Gamma|^2$ 。这样, 式(9.92)的散射矩阵可写为

$$[S] = \begin{bmatrix} \Gamma & \Gamma & 1 - \Gamma^2 \\ 1 - \Gamma^2 & \Gamma & \Gamma \\ \Gamma & 1 - \Gamma^2 & \Gamma \end{bmatrix} \quad (9.94)$$

上式中忽略了相位因子。该结果表明环形器的隔离度 $\beta \approx \Gamma$, 传输 $\alpha \approx 1 - \Gamma^2$, 当输入端口失配时两者均变坏。

9.6.2 结型环形器

微带线结型环形器的几何结构画出在图 9.23 中和图 9.22 所示的照片中。两个铁氧体圆片填塞在中央金属圆盘和两个微带接地平面之间的空间中。三条微带导线与中央圆盘的周缘相连, 每两条相隔 120° , 构成了环形器的三个端口。恒磁偏置场施加在接地平面的法线方向。

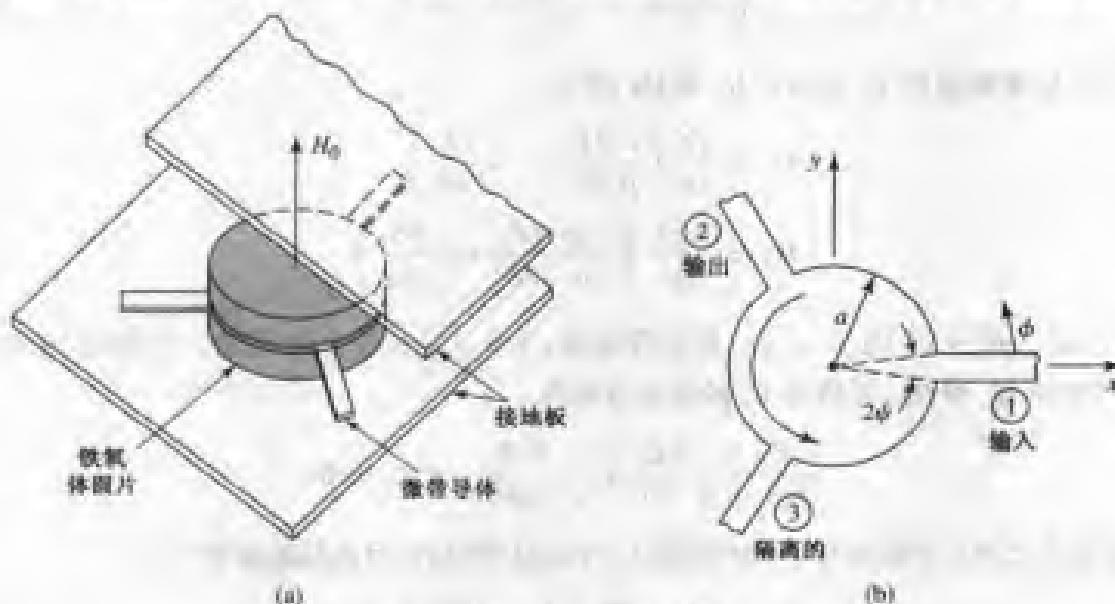


图 9.23 结型微带环一:(a)立体图;(b)几何图形

运行时, 铁氧体圆片形成一个谐振腔; 偏置场未加上时, 该腔产生一个具有 $\cos\phi$ (或 $\sin\phi$)变化的最低次谐振单模。当铁氧体存在偏置场时, 这个单模分裂成两个谐振模式, 两者的谐振频率稍有不同。可以这样来选择工作频率, 即在输出端这两个模式重叠相加, 而在隔离端这两个模式彼此相消。

通过把它处理成在顶面和底面带电壁以及在侧面带近似磁壁的薄腔谐振器, 我们就可分析结型环形器。从而有 $E_x = E_y \approx 0$ 和 $\partial/\partial z = 0$, 因此是 TM 模。因为 E_z 在中央导电盘的两边是反对称的, 所以我们只需讨论铁氧体圆片之一的解^[7]。

首先, 我们把式(9.23)即 $\bar{B} = [\mu]\bar{H}$ 从直角坐标系变换到柱坐标系:

$$\begin{aligned} B_\rho &= B_x \cos\phi + B_y \sin\phi \\ &= (\mu H_x + j\kappa H_y) \cos\phi + (-j\kappa H_x + \mu H_y) \sin\phi \\ &= \mu H_\rho + j\kappa H_\phi \end{aligned} \quad (9.95a)$$

$$\begin{aligned}
 B_\phi &= -B_z \sin \phi + B_y \cos \phi \\
 &= -(\mu H_x + j\kappa H_y) \sin \phi + (-j\kappa H_x + \mu H_y) \cos \phi \\
 &= -j\kappa H_\rho + \mu H_\phi
 \end{aligned} \tag{9.95b}$$

所以我们有

$$\begin{bmatrix} B_\rho \\ B_\phi \\ B_z \end{bmatrix} = [\mu] \begin{bmatrix} H_\rho \\ H_\phi \\ H_z \end{bmatrix} \tag{9.96}$$

其中, $[\mu]$ 矩阵与直角坐标系中的相同, 如式(9.24)所示。

在柱坐标系中, $\partial/\partial z = 0$, 因此麦克斯韦旋度方程可化为

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} = -j\omega(\mu H_\rho + j\kappa H_\phi) \tag{9.97a}$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -j\omega(-j\kappa H_\rho + \mu H_\phi) \tag{9.97b}$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \phi} \right] = j\omega\epsilon E_z \tag{9.97c}$$

对式(9.97a,b)求解出用 E_z 表示的 H_ρ 和 H_ϕ , 得到

$$H_\rho = \frac{jY}{k\mu} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + j\kappa \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \tag{9.98a}$$

$$H_\phi = \frac{-jY}{k\mu} \left(\frac{-j\kappa}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \mu \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \tag{9.98b}$$

其中, $k^2 = \omega^2 \epsilon (\mu^2 - \kappa^2)/\mu = \omega^2 \mu \epsilon_e$ 是有效波数, $Y = \sqrt{\epsilon/\mu_e}$ 是有效导纳。利用式(9.98)消去式(9.97c)中的 H_ρ 和 H_ϕ , 可给出 E_z 的波动方程为

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + k^2 E_z = 0 \tag{9.99}$$

该方程在形式上与对于圆波导的 TM 模的 E_z 方程是等同的, 因此其通解可写为

$$E_{zn} = [A_{+n} e^{jn\phi} + A_{-n} e^{-jn\phi}] J_n(k\rho) \tag{9.100a}$$

其中我们已排除了 $J_n(k\rho)$ 的解, 因为 E_z 在 $\rho = 0$ 点必须是有限的。我们还需要求出 $H_{\phi n}$, 这可用式(9.98b)找到:

$$\begin{aligned}
 H_{\phi n} &= -jY \left\{ A_{+n} e^{jn\phi} \left[J'_n(k\rho) + \frac{n\kappa}{k\rho\mu} J_n(k\rho) \right] \right. \\
 &\quad \left. + A_{-n} e^{-jn\phi} \left[J'_n(k\rho) - \frac{n\kappa}{k\rho\mu} J_n(k\rho) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{9.100b}$$

通过强加边界条件, 即在 $\rho = a$ 处 $H_\phi = 0$, 就可得到谐振模式。

若铁氧体未被磁化, 则有 $H_0 = M_s = 0$ 和 $\omega_0 = \omega_m = 0$, 致使 $\kappa = 0$ 和 $\mu = \mu_e = \mu_0$, 而发生谐振时有

$$J'_n(ka) = 0$$

或其根为 $ka = x_0 = p'_{11} = 1.841$ 。定义该频率为 ω_0 (不要与 $\omega_0 = \gamma\mu_0 H_0$ 相混淆):

$$\omega_0 = \frac{x_0}{a\sqrt{\epsilon\mu_e}} = \frac{1.841}{a\sqrt{\epsilon\mu_o}} \quad (9.101)$$

当铁氧体被磁化时,每个 n 值存在两个可能的谐振模式,对应于 $e^{jn\phi}$ 变化或 $e^{-jn\phi}$ 变化。这两个 $n=1$ 模的谐振条件是

$$\frac{\kappa}{\mu x} J_1(x) \pm J'_1(x) = 0 \quad (9.102)$$

其中 $x = ka$ 。结果表明该环形器有非互易性质,在式(9.102)中因为 κ 变号(改变偏置场极性)就得出另一个根,其波沿 ϕ 反向传播。

若令 x_+ 和 x_- 是式(9.102)的两个根,则这两个 $n=1$ 模的谐振频率可表示为

$$\omega_{\pm} = \frac{x_{\pm}}{a\sqrt{\epsilon\mu_e}} \quad (9.103)$$

若认定 κ/μ 很小,则使 ω_{\pm} 趋近于式(9.101)的 ω_0 ,就可推出 ω_{\pm} 的近似结果。对式(9.102)中的两项在 x_0 附近做泰勒展开,可给出以下结果:

$$\begin{aligned} J_1(x) &\approx J_1(x_0) + (x - x_0)J'_1(x_0) = J_1(x_0) \\ J'_1(x) &\approx J'_1(x_0) + (x - x_0)J''_1(x_0) \\ &= -(x - x_0) \left(1 - \frac{1}{x_0^2}\right) J_1(x_0) \end{aligned}$$

上式中已用到 $J'_1(x_0) = 0$ 。这样,式(9.102)成为

$$\frac{\kappa}{\mu x_0} \mp (x_{\pm} - x_0) \left(1 - \frac{1}{x_0^2}\right) = 0$$

或

$$x_{\pm} \approx x_0 \left(1 \pm 0.418 \frac{\kappa}{\mu}\right) \quad (9.104)$$

因为 $x_0 = 1.841$ 。上述结果给出谐振频率为

$$\omega_{\pm} \approx \omega_0 \left(1 \pm 0.418 \frac{\kappa}{\mu}\right) \quad (9.105)$$

注意,当 $\kappa \rightarrow 0$ 时, ω_{\pm} 趋于 ω_0 , 这样就有

$$\omega_- \leq \omega_0 \leq \omega_+$$

现在可利用这两个模式来设计环形器。这两个模式的振幅提供两个自由度,用此可提供从输入端到输出端的耦合,而在隔离端使彼此相消。由此得出,在 ω_{\pm} 模式的谐振之间的 ω_0 是工作频率。这样,由于 $\omega_0 \neq \omega_{\pm}$, 所以铁氧体圆片周缘上的 $H_{\phi} \neq 0$ 。若选择端口 1 作为输入, 端口 2 作为输出, 端口 3 作为隔离端, 如图 9.23 所示, 则可设定在 $\rho = a$ 处的这些端口的 E_z 有如下形式:

$$E_z(\rho = a, \phi) = \begin{cases} E_0, & \phi = 0 \quad (\text{端口1}) \\ -E_0, & \phi = 120^\circ \quad (\text{端口2}) \\ 0, & \phi = 240^\circ \quad (\text{端口3}) \end{cases} \quad (9.106a)$$

若馈线较窄,则沿宽度方向的 E_z 场相对不变。相应的 H_{ϕ} 场应该是

$$H_\phi(\rho = a, \phi) = \begin{cases} H_0, & -\psi < \phi < \psi \\ H_0, & 120^\circ - \psi < \phi < 120^\circ + \psi \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (9.106b)$$

令式(9.106a)给出的 E_z 与式(9.100a)给出的 E_z 相等, 可得模式振幅常数为

$$A_{+1} = \frac{E_0(1 + j/\sqrt{3})}{2J_1(ka)} \quad (9.107a)$$

$$A_{-1} = \frac{E_0(1 - j/\sqrt{3})}{2J_1(ka)} \quad (9.107b)$$

然后把式(9.100a,b)化简, 可得电场和磁场为

$$\begin{aligned} E_{z1} &= \frac{E_0 J_1(k\rho)}{2J_1(ka)} \left[\left(1 + \frac{j}{\sqrt{3}}\right) e^{j\phi} + \left(1 - \frac{j}{\sqrt{3}}\right) e^{-j\phi} \right] \\ &= \frac{E_0 J_1(k\rho)}{J_1(ka)} \left(\cos \phi - \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}} \right) \end{aligned} \quad (9.108a)$$

$$\begin{aligned} H_{\phi 1} &= \frac{-jYE_0}{2J_1(ka)} \left\{ \left(1 + \frac{j}{\sqrt{3}}\right) \left[J'_1(k\rho) + \frac{\kappa}{k\rho\mu} J_1(k\rho) \right] e^{j\phi} \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - \frac{j}{\sqrt{3}}\right) \left[J'_1(k\rho) - \frac{\kappa}{k\rho\mu} J_1(k\rho) \right] e^{-j\phi} \right\} \end{aligned} \quad (9.108b)$$

要近似地使 $H_{\phi 1}$ 与式(9.106b)中的 H_ϕ 相等, 就需要把 H_ϕ 展开成傅里叶级数:

$$\begin{aligned} H_\phi(\rho = a, \phi) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\phi} = \frac{2H_0\psi}{\pi} \\ &\quad + \frac{H_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[(1 + e^{-j2\pi n/3}) e^{jn\phi} + (1 + e^{j2\pi n/3}) e^{-jn\phi} \right] \\ &\quad \times \frac{\sin n\psi}{n} \end{aligned} \quad (9.109)$$

上式中的 $n = 1$ 项是

$$H_{\phi 1}(\rho = a, \phi) = \frac{-j\sqrt{3}H_0 \sin \psi}{2\pi} \left[\left(1 + \frac{j}{\sqrt{3}}\right) e^{j\phi} - \left(1 - \frac{j}{\sqrt{3}}\right) e^{-j\phi} \right]$$

现在它可与 $\rho = a$ 处的式(9.108b)相等。只要有下列两个条件, 两者可等价:

$$J'_1(ka) = 0$$

和

$$\frac{YE_0\kappa}{ka\mu} = \frac{\sqrt{3}H_0 \sin \psi}{\pi}$$

第一个条件等同于不存在偏置时的谐振条件, 这意味着工作频率是由式(9.101)给出的 ω_0 。对于工作频率给定的情况, 可利用式(9.101)求出圆片半径 a 。第二个条件可以与端口 1 或端口 2 处的波阻抗相联系:

$$Z_w = \frac{E_0}{H_0} = \frac{\sqrt{3}ka\mu \sin \psi}{\pi Y\kappa} \approx \frac{\mu \sin \psi}{\kappa Y} \quad (9.110)$$

因为 $\sqrt{3}ka/\pi = \sqrt{3}(1.841)/\pi \approx 1.0$ 。通过偏置场来调节 κ/μ 值,就可以控制 Z_w 用于阻抗匹配。

计算出这三个端口的功率流如下:

$$P_{in} = P_1 = -\hat{\rho} \cdot \bar{E} \times \bar{H}^* = E_z H_\phi \Big|_{\phi=0} = \frac{E_0 H_0 \sin \psi}{\pi} = \frac{E_0^2 \kappa Y}{\pi \mu} \quad (9.111a)$$

$$P_{out} = P_2 = \hat{\rho} \cdot \bar{E} \times \bar{H}^* = -E_z H_\phi \Big|_{\phi=120^\circ} = \frac{E_0 H_0 \sin \psi}{\pi} = \frac{E_0^2 \kappa Y}{\pi \mu} \quad (9.111b)$$

$$P_{iso} = P_3 = \hat{\rho} \cdot \bar{E} \times \bar{H}^* = -E_z H_\phi \Big|_{\phi=240^\circ} = 0 \quad (9.111c)$$

这表明从端口1到端口2发生了功率流,但从端口1到端口3则无功率流。由环形器的角对称性看,这还暗示功率可从端口2耦合到端口3,或从端口3耦合到端口1;但在相反的方向则不能耦合。

式(9.108a)给出的环绕环形器周边的电场画出在图9.24中,表明 $e^{\pm j\phi}$ 模的振幅与相位是这样的:在隔离端口它们的叠加给出零点,而在输入和输出端口有相等的电压。该结果忽略了输入和输出线的加载效应,该效应导致场出现了畸变,如图9.24所示。该设计是窄频带,但利用介质加载可改善带宽;然而,该分析需要考虑到高次模。

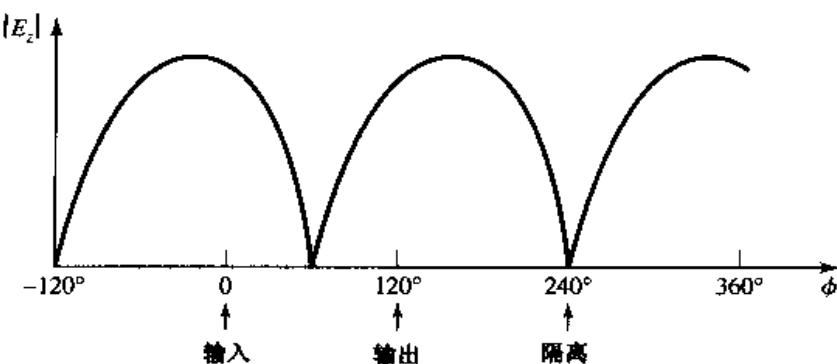


图9.24 环绕结型环形器周边的电场振幅

参考文献

- [1] R. F. Soohoo, *Microwave Magnetics*, Harper and Row, N.Y., 1985.
- [2] A. J. Baden Fuller, *Ferrites at Microwave Frequencies*, Peter Peregrinus, London, 1987.
- [3] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, McGraw-Hill, N.Y., 1960.
- [4] B. Lax and K. J. Button, *Microwave Ferrites and Ferrimagnetics*, McGraw-Hill, N.Y., 1962.
- [5] F. E. Gardiol and A. S. Vander Vorst, "Computer Analysis of E-plane Resonance Isolators," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-19, pp. 315-322, March 1971.
- [6] G. P. Rodrigue, "A Generation of Microwave Ferrite Devices," *Proc. IEEE*, vol. 76, pp. 121-137, February 1988.
- [7] C. E. Fay and R. L. Comstock, "Operation of the Ferrite Junction Circulator," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-13, pp. 15-27, January 1965.

习题

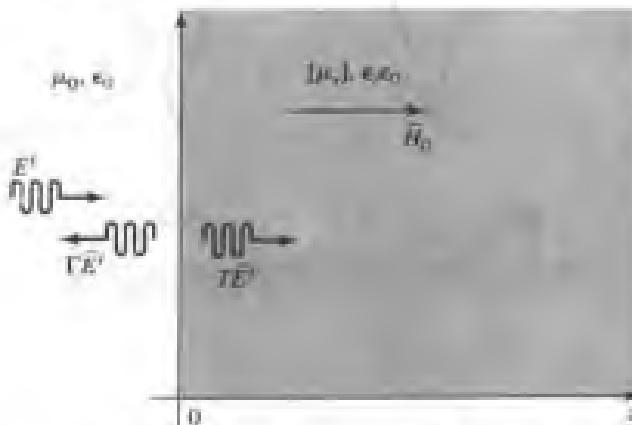
- 9.1 某铁氧体材料有饱和磁化强度 $4\pi M_s = 1780$ G。在忽略损耗的情形下,计算以下两种情况下在 $f = 10$ GHz的磁导率的张量元:(a)无偏置场和铁氧体退磁($M_s = H_0 = 0$);(b) z 方向偏置场为1000 Oe。
- 9.2 考虑以下的从直角坐标分量到圆极化分量的场变换:

$$\begin{aligned}B^+ &= (B_x + jB_y)/2, & H^+ &= (H_x + jH_y)/2 \\B^- &= (B_x - jB_y)/2, & H^- &= (H_x - jH_y)/2 \\B_z &= B_z, & H_z &= H_z\end{aligned}$$

对于 z 偏置的铁氧体媒质,说明 B 和 H 之间的关系可用一对角张量磁导率表示如下:

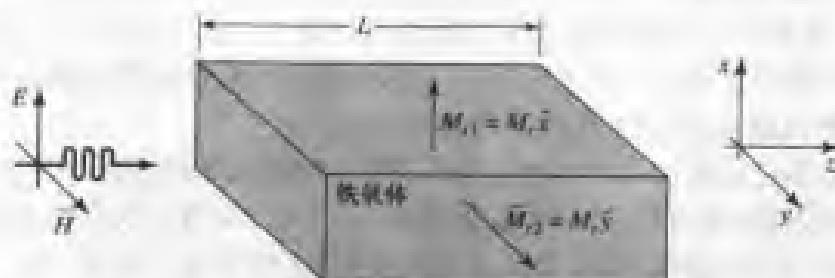
$$\begin{bmatrix} B^+ \\ B^- \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mu + \kappa) & 0 & 0 \\ 0 & (\mu - \kappa) & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^+ \\ H^- \\ H_z \end{bmatrix}$$

- 9.3 有 $4\pi M_s = 1780$ G 的 YIG 球处在强度为 1200 Oe 的均匀磁场中。问在 YIG 球内部的磁场强度为多少?
- 9.4 外加偏置场 $H_0 = 1000$ Oe 沿细棒的轴方向。若棒的 $4\pi M_s = 600$ G, 计算棒的旋磁共振频率。
- 9.5 有饱和磁化强度 $4\pi M_s = 1200$ G 和介电常数 ϵ_r 为 10 的无限大无耗铁氧体媒质, 偏置场强为 500 Oe。在 8 GHz 下计算沿偏置方向传播的 RHCP 和 LHCP 波之间每米的差分相移。若有一线性极化波在此材料中传播, 问为使它极化旋转 90°需要波行进多大距离?
- 9.6 有饱和磁化强度 $4\pi M_s = 1780$ G 和介电常数 ϵ_r 为 13 的无限大无耗铁氧体媒质, 场强 2000 Oe 的偏置在 x 方向。在 5 GHz 下, 有两个平面波沿 $+z$ 方向传播, 一个沿 x 线性极化, 另一个沿 y 线性极化。问这两个波要行进多大距离才能使它们之间的差分相移达到 180° ?
- 9.7 一圆极化平面波垂直入射到无限大铁氧体媒质上, 如下图所示。计算 RHCP 的反射系数和透射系数(Γ^+ 和 Γ^-)以及 LHCP 的反射系数和透射系数(Γ^+ 和 Γ^-)。提示: 透射波的圆极化性质与入射波相同, 但反射波与入射波的极化方向相反。

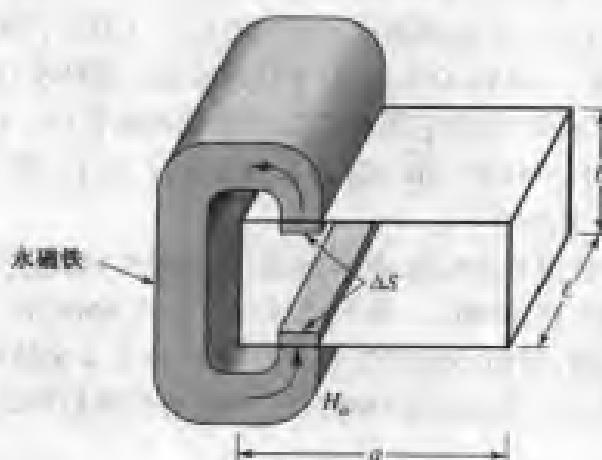


- 9.8 有 $4\pi M_s = 1200$ G 的无限大无耗铁氧体媒质, 偏置场 $H_0 = H_0 z$ 沿 z 方向。确定使非寻常波(x 方向极化, z 方向传播)被截止的 H_0 范围。工作频率在 4 GHz。
- 9.9 横向偏置铁氧体半填充在波导内(即令图 9.9 中的 $c=0$ 和 $t=a/2$), 求出其前向和反向传播常数。设 $a = 1.0$ cm, $f = 10$ GHz, $4\pi M_s = 1700$ G 和 $\epsilon_r = 13$ 。画出传播常数随 H_0 变化的曲线, H_0 从 0 变到 1500 Oe。忽略损耗并且不考虑在小 H_0 下铁氧体未饱和的事实。
- 9.10 对填充有两片相反偏置的铁氧体的波导(参看图 9.10 所示的结构, 并有 $c=0$ 和 $t=a/2$), 求找其前向和反向传播常数。设 $a = 1.0$ cm, $f = 10$ GHz, $4\pi M_s = 1700$ G 和 $\epsilon_r = 13$ 。画出它们随 H_0 变化的曲线, H_0 的变化范围为 0~1500 Oe。忽略损耗, 并且不考虑在小 H_0 下铁氧体未饱和的事实。
- 9.11 一宽而薄的铁氧体片在 X 波段矩形波导中, 如图 9.11(b) 所示。若有 $f = 10$ GHz, $4\pi M_s = 1700$ G, $c = a/4$ 和 $\Delta S = 2$ mm², 利用扰动理论的式(9.80)画出差分相移 $(\beta_x - \beta_z)/k_0$ 随 $H_0 = 0~1200$ Oe 变化的曲线。忽略损耗。
- 9.12 考虑具有图 9.11(a) 所示几何结构的 E 平面谐振隔离器, 其工作频率为 8 GHz, 铁氧体的饱和磁化强度为 $4\pi M_s = 1500$ G。(a)产生谐振所需的近似偏置场 H_0 为多小? (b)若采用图 9.11(b) 所示的 H 平面结构, 则需要偏置场 H_0 为多少?

- 9.13 设计一个采用在 X 波段波导中图 9.11(b)所示的 H 平面铁氧体片结构的谐振隔离器。该隔离器应具有极小的前向插入损耗, 反向损耗在 10 GHz 下为 30 dB。所采用的铁氧体有 $\Delta S/S = 0.01$, $4\pi M_s = 1700$ G 和 $\Delta H = 200$ Oe。
- 9.14 计算并画出在空矩形波导中的两个归一化位置 x/a , 对于 $k_0 = k_x$ 到 $2k_x$, 其 TE_{01} 模的磁场在此处是圆极化的。
- 9.15 示于下图中的锁存铁氧体相移器利用双折射效应。在状态 1, 铁氧体被磁化, 结果是 $H_0 = 0$ 和 $M = M_s \hat{x}$ 。在状态 2, 铁氧体被磁化, 结果是 $H_0 = 0$ 和 $M = M_s \hat{y}$ 。若 $f = 5$ GHz, $c = 10$, $4\pi M_s = 1200$ G 和 $L = 3.65$ cm, 计算出在这两个状态之间的差分相移。假定两种状态下的人射平面波是 x 极化的, 并忽略反射影响。



- 9.16 重做例题 9.4, 片间距改为 $s = 2$ nm, 剩余磁化强度为 1000 G(设其他所有参量不变, 并设差分相移线性正比于 κ)。
- 9.17 考虑锁存相移器, 它由在 X 波段波导中的宽 H 平面铁氧体薄片构成, 如图 9.11(b)所示。若 $f = 9$ GHz, $4\pi M_s = 1200$ G, $c = a/4$ 和 $\Delta S = 2$ mm², 请利用式(9.80)给出的扰动理论公式计算出差分相移为 22.5°时所需的片长度。
- 9.18 利用下图给出的双 H 平面铁氧体片的几何结构, 设计一个回转器。频率为 9.0 GHz, 饱和磁化强度为 $4\pi M_s = 1700$ G。每片的截面积为 3.0 mm², 波导用 X 波段的波导。永磁铁有场强 $H_0 = 4000$ Oe。确定出铁氧体中的内场 H_a , 并用式(9.80)给出的扰动公式计算出差分相移为 180°时所需的片最佳位置和长度 L 。



- 9.19 画出用一个回转器和两个耦合器组成的环形器的等效电路。
- 9.20 某无耗环形器有回波损耗 10 dB。其隔离度为多少? 若回波损耗为 20 dB, 其隔离度又为多少?

第 10 章 噪声与有源射频元件

对绝大多数的射频(RF)和微波通信、雷达和遥感系统的性能而言,噪声效应有着举足轻重的作用,因为噪声最终决定了使接收机可靠检测到最小信号的门限。接收机中的噪声功率,不但源于通过接收天线的外部环境,还源于接收机线路的内部。这里,我们将研究微波系统中的噪声来源,并用噪声温度和噪声系数(包括有阻抗失配的影响)来表征微波元件。我们还将讨论与此有关的交调失真和动态范围问题,当在非线性元件诸如二极管和晶体三极管中出现较大的功率电平时,这些问题要着重加以考虑。还有一些与噪声有关的主题,如振荡器的相位噪声和天线噪声温度,这些内容将在第 12 章和第 13 章中讨论。

到目前为止,我们已讨论过的元件和电路都是线性的和无源的,但在实际的微波系统中,总是需要使用某种非线性的和有源的元件,包括晶体二极管、三极管以及真空电子管等器件,可被用于信号检测、混频、放大、倍频、开关以及用做微波和 RF 信号源。在这一章中,我们还将讨论微波二极管与三极管的特性,并列出这些器件的等效电路。这里,我们将不讨论晶体二极管和三极管的物理特性(有关这方面的材料,请参阅参考文献[1]~[6]),因为我们的目的是用它们的电路特性来适当地表征这些器件。我们将利用这些结果来研究某种基本的二极管检波器及其控制电路,并在以后各章中研究使用晶体二极管和三极管的放大器、混频器和振荡器电路的设计。在本章的结尾,我们将概述微波集成电路。

在早期的无线电工作中,最早的检波二极管大概是触须式(cat-whisker)晶体检波器。用做检波器和放大器的真空电子管的出现使绝大多数无线电系统摒弃了这一元件,但是后来 Southworth 在 20 世纪 30 年代进行的波导实验仍使用了晶体检波器,因为在那个年代电子管检波器不能在如此高的频率下工作。在 20 世纪 20 年代,为无线电应用还首先开发了变频和外差接收。随后,在第二次世界大战期间,MIT 辐射实验室把这些相同的技术应用到了微波雷达接收机的设计中,采用晶体检波器作为混频器^[1],直到 20 世纪 60 年代微波固态器件出现了重大进展之后,它才不再风光。人们发明了 PIN 二极管,并把它用于微波开关和相移器中。在 1952 年,Shockley(肖特基)开发出了场效应管(FET),并且第一批 FET 是制作在硅片上的。第一批微波砷化镓 FET 则是在 20 世纪的 60 年代后期开发出的^[2]。

此后,微波电路的合乎逻辑的趋势是,把传输线、有源器件和其他元件集成到单片半导体基片上,以构成单片微波集成电路(MMIC)。第一批单一功能的 MMIC 是在 20 世纪 60 年代后期发展起来的,但更为复杂的电路,诸如多级 FET 放大器、3 比特或 4 比特相移器、整体的发射/接收雷达模块以及其他电路,现在已可加工成 MMIC^[2]。当前的发展趋势是有更高性能、更低价格和更高复杂度的 MMIC。

10.1 微波电路中的噪声

诸如电子管或固态器件中的电子或空穴流,穿过电离层或其他电离气体的传播,或任意元件在热力学零度以上的温度下的热振动等这类随机过程,会产生噪声功率。噪声可源于外部源再传递到微波系统,或由系统本身产生。不管那种情况,系统的噪声电平为在噪声存在下可检

测的信号强度设定下限。这样,通常要求使雷达或通信接收机的残留噪声电平最小,以达到其最好性能。某些情况下,在诸如辐射计和射电天文望远镜的系统中,希望得到的信号实际上是由天线接收到的噪声功率,并且需要把接收到的噪声功率与接收系统本身产生的不想要噪声两者加以区分开。

10.1.1 动态范围和噪声源

在上面的几章中,我们含蓄地假定了所有元件是线性的(即输出正比于输入),而且是确定性的(即从输入可预估输出)。实际上,在输入/输出电平不受限制的范围内,没有一个元件可以做到这样。然而,实际上存在信号电平的一个范围,在此范围内上述这些假定是有效的,这称之为元件的动态范围。

例如,考虑一个现实的微波晶体管放大器,它有增益 10 dB,如图 10.1 所示。假如它是一个理想的放大器,输出功率随输入功率的变化关系如下:

$$P_{\text{out}} = 10P_{\text{in}}$$

对 P_{in} 的任何值,该关系式保持正确。这样,若 $P_{\text{in}} = 0$,则会有 $P_{\text{out}} = 0$;而若有 $P_{\text{in}} = 10^6 \text{ W}$,则会有 $P_{\text{out}} = 10^7 \text{ W}$ 。显然,这两种条件均不正确。由于噪声产生于放大器本身,因而当输入功率为零时,放大器就要送出某一非零的噪声功率。在极高的输入功率下,放大器会被烧毁。因此,输入与输出功率之间的实际关系,将是如图 10.1 所示的曲线。在极低输入功率电平下,输出主要来自于放大器噪声。该电平常称为该元件或系统的噪声本底(noise floor);其典型值在 -60 dBm 到 -100 dBm(在系统的带宽上)之间;将元件冷却会达到更低的值。在噪声本底之上,放大器存在非常接近于 $P_{\text{out}} = 10P_{\text{in}}$ 的一段输入功率范围。这是该元件的可用动态范围。在动态范围的上端,输出开始饱和,换言之,当输入功率再增加时,输出功率不再线性增长。饱和开始的定量量度是由 1 dB 压缩点给定的,它被定义为输出低于理想放大器输出的 1 dB 时的输入功率(也可用对应的输出功率来确定这一点)。若输入功率过大,则放大器将被烧坏。

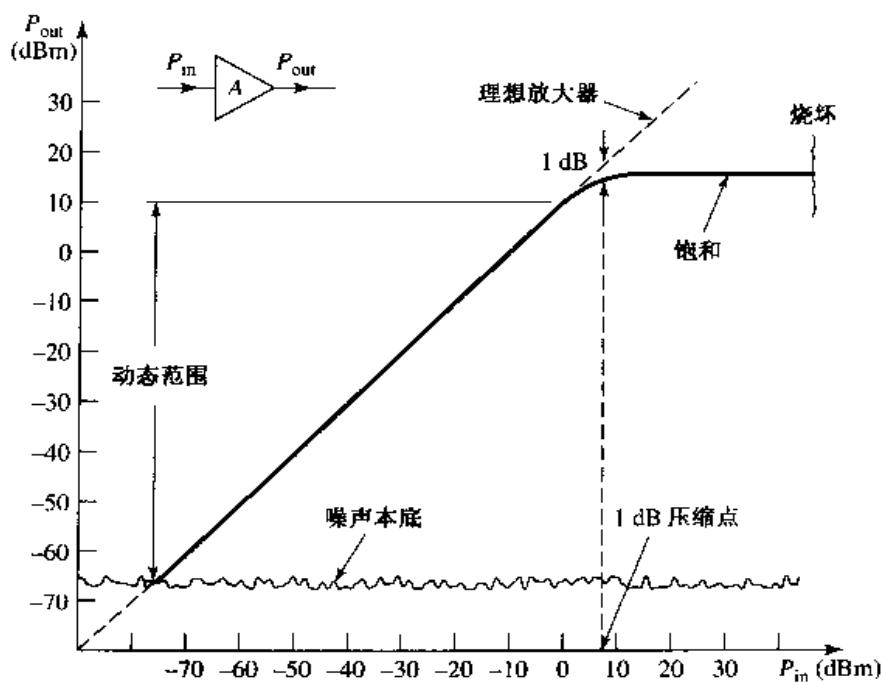


图 10.1 说明一个实际放大器的动态范围

噪声通常是由器件和材料中的电荷或载流子的随机运动所产生的。引起不同噪声来源的几种机制中的任何一种都可造成这样的随机运动：

- 热噪声(thermal noise)是最基本的一种噪声,它是由束缚电荷的热振动造成的。也称之为Johnson或Nyquist噪声。
- 散粒噪声(shot noise)是由电子管或固态器件中载流子的随机涨落所引起的。
- 闪烁噪声(flicker noise)发生在固态元件和真空电子管中,闪烁噪声功率与频率 f 成反比,所以常称为 $1/f$ 噪声。
- 等离子体噪声(plasma noise)是由在电离气体(诸如等离子体、电离层或火花放电)中的电荷的随机运动造成的。
- 量子噪声(quantum noise)是由载流子和光子的量子化性质所造成的,相对于其他的噪声源,它常是无关紧要的。

为了测量目的,有时需要有一个经过校正的噪声源。在温度可控的加热炉中或在低温杜瓦瓶中保持恒定温度的电阻,可组成这样的无源噪声源。用放电管或雪崩二极管可做成有源噪声源;这样的噪声源与无源噪声源相比,一般可给出大得多的噪声功率。

10.1.2 噪声功率与等效噪声温度

考虑在热力学温度 T (K)下的一个电阻,如图10.2所示。该电阻中的电子处在随机运动状态下,其动能正比于温度 T 。这些随机运动在电阻的两端产生小的随机电压涨落,如图10.2所示。电压变化的平均值为零,但有非零的均方根值,它由普朗克黑体辐射定律给出:

$$V_n = \sqrt{\frac{4hfBR}{e^{hf/kT} - 1}} \quad (10.1)$$

其中,

$h = 6.626 \times 10^{-34}$ J·s 是普朗克常数

$k = 1.380 \times 10^{-23}$ J/K 是玻尔兹曼常数

T 是热力学温度(K)

B 是系统的带宽(Hz)

f 是频带的中心频率(Hz)

R 是电阻(Ω)

该结果源于量子力学分析,并对任何频率 f 都有效。在微波频率下,上述结果可做简化:利用事实 $hf \ll kT$ (以最差的情况举例,令 $f = 100$ GHz 和 $T = 100$ K, 则 $hf = 6.6 \times 10^{-23} \ll kT = 1.4 \times 10^{-21}$)。把上式中的指数项做泰勒级数展开,并取其前两项可得

$$e^{hf/kT} - 1 \approx \frac{hf}{kT}$$

所以式(10.1)可化为

$$V_n = \sqrt{4kTB} \quad (10.2)$$

这称为瑞利-琼斯(Rayleigh-Jeans)近似,它是微波研究中最常使用的形式^[3]。然而,在极高频率或极低温度下,该近似会失效,此时就要应用式(10.1)。注意,这种噪声功率不随频率改变;这样,噪声源的功率谱密度就是不随频率改变的定值,因而称为白噪声源(white noise source)。噪声功率正比于带宽,实际上它通常受到微波系统通带的限制。因此,与频率无关的白噪声源可被处理成高斯分布的随机变量,噪声功率(方差)是附加量。

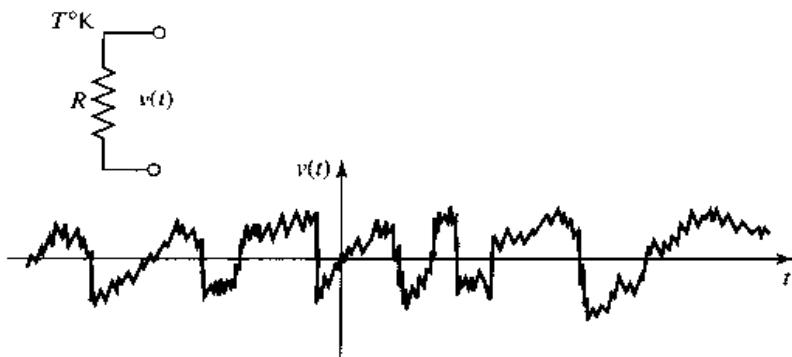


图 10.2 一个有噪电阻上产生的随机电压

图 10.2 所示的有噪电阻可用戴维南等效电路来替代, 它包含一个无噪电阻和一个由式(10.2)给出的电压源, 如图 10.3 所示。接上一个负载电阻 R 后, 会导致从有噪电阻得到最大的功率转移, 从而在带宽 B 内传送到负载的功率是

$$P_n = \left(\frac{V_n}{2R}\right)^2 R = \frac{V_n^2}{4R} = kTB \quad (10.3)$$

因为 V_n 是均方根(rms)电压。这个重要的结果给出了在温度 T 下来自有噪电阻的最大可用噪声功率。注意如下变化趋势:

- 当 $B \rightarrow 0$ 时, $P_n \rightarrow 0$ 。这意味着有较小带宽的系统收集更少的噪声功率。
- 当 $T \rightarrow 0$ 时, $P_n \rightarrow 0$ 。这意味着较冷的器件和元件产生更少的噪声功率。
- 当 $B \rightarrow \infty$ 时, $P_n \rightarrow \infty$ 。这就是所谓的紫外灾难(ultraviolet catastrophe), 该灾难实际上不会发生, 因为式(10.2)和式(10.3)在 f (或 B) $\rightarrow \infty$ 时不再成立; 在这情况下, 必须使用式(10.1)。

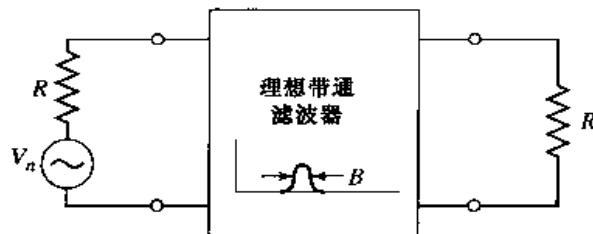


图 10.3 通过理想带通滤波器, 有噪电阻把最大功率传送到负载电阻的等效电路

假如任何一个噪声源(热的或非热的)是“白色”的, 致使噪声功率不是频率的强函数, 则可把它模型化为等效噪声源, 并用一个等效噪声温度(equivalent noise temperature)来表征。这样, 如图 10.4 所示的任意白噪声源就有一个驱动点阻抗 R , 并把噪声功率 N_o 传送到负载电阻 R 上。该噪声源可用在温度 T_e 下数值为 R 的有噪电阻代替, 其中 T_e 是等效温度, 它的选择是这样的: 使同样的噪声功率传送到负载上。换言之,

$$T_e = \frac{N_o}{k_B} \quad (10.4)$$

通过把元件或系统说成有一个等效噪声温度 T_e , 可表征元件或系统; 这暗示它含有某一个固定带宽 B , 一般地说 B 是元件或系统的带宽。

例如, 考虑有带宽 B 和增益 G 的有噪放大器。让该放大器与无噪源和负载电阻匹配, 如图 10.5 所示。若源电阻处在(设想的)温度 $T_s = 0$ K, 则输入到放大器的噪声功率有 $N_i = 0$, 而输

出噪声功率 N_o 仅由放大器自身产生。在温度

$$T_e = \frac{N_o}{GkB} \quad (10.5)$$

下,通过驱动带有一个电阻的理想无噪放大器,我们可以得到相同的负载噪声功率,因而在这两种情况下的输出功率都是 $N_o = GkT_e B$ 。从而, T_e 就是放大器的等效噪声温度。

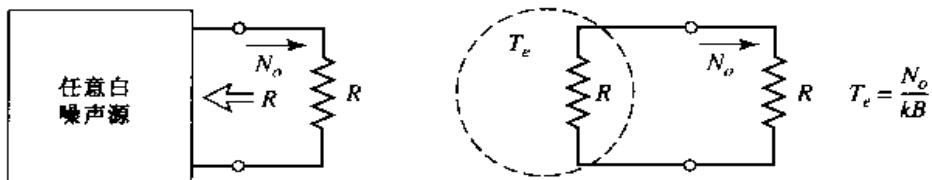


图 10.4 任意白噪声源的等效噪声温度 T_e

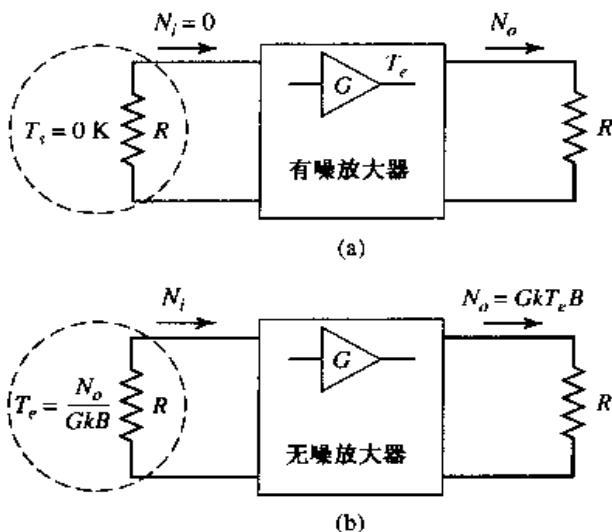


图 10.5 定义有噪放大器的等效噪声温度:(a)有噪放大器;(b)无噪放大器

有源噪声源使用一个二极管或电子管提供已校正过的噪声功率输出,这在测试和测量应用中是有用的。可用等效噪声温度来表征有源噪声源,但是对于这样的元件,更为常用的噪声功率量度是过量噪声比(excess noise ratio, ENR),它定义为

$$\text{ENR(dB)} = 10 \lg \frac{N_g - N_o}{N_o} = 10 \lg \frac{T_g - T_0}{T_0} \quad (10.6)$$

其中, N_g 和 T_g 是源的噪声功率和等效温度,而 N_o 和 T_0 是与室温下无源噪声源(匹配负载)相关联的噪声功率和等效温度。固态噪声源的典型 ENR 值是从 20 dB 到 40 dB。

10.1.3 噪声温度的测量

原理上说,元件的等效噪声温度可通过在该元件的输入端连接一个处在 0 K 温度下的匹配负载,然后测量输出功率来确定。当然,在实际上该 0 K 的源温度是不可能达到的,所以必须采用与此不同的方法。若有两个负载可分别处在差别很大的温度下,则可使用 Y 因子法(Y-factor method)。

该技术示例在图 10.6 中,图中待测的放大器(或其他元件)连接到两个处于不同温度的匹配负载中的一个,并在每种情况下测量输出功率。令 T_1 是热负载的温度, T_2 是冷负载的温度

$(T_1 > T_2)$, P_1 和 P_2 是分别在放大器输出测到的功率。输出功率包括由放大器产生的噪声功率以及来自源电阻的噪声功率。这样, 我们就有

$$N_1 = GkT_1B + GkT_eB \quad (10.7a)$$

$$N_2 = GkT_2B + GkT_eB \quad (10.7b)$$

这两个方程有两个未知数, 即 T_e 和 GB (放大器的增益带宽乘积)。定义 Y 因子为

$$Y = \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1 + T_e}{T_2 + T_e} > 1 \quad (10.8)$$

这可通过功率测量来确定。这样, 我们就可用负载温度和 Y 因子由式(10.7)求解出等效噪声温度,

$$T_e = \frac{T_1 - YT_2}{Y - 1} \quad (10.9)$$

可以看出, 为从此方法得到准确结果, 这两个源温度 T_1 和 T_2 必须不能靠得太近。若靠得太近, 则 N_1 将接近于 N_2 , 而 Y 因子接近于 1, 同时对式(10.9)的计算时含有两个相近数的相减, 导致计算精度的损失。实际上, 一个噪声源通常是在室温(T_0)下的负载电阻, 而另一个噪声源或是“很热”或是“很冷”, 具体取决于 T_e 是大于还是小于 T_0 。有源噪声源可以充当“很热”的源, 而“很冷”的源可把负载电阻浸没在液氮($T = 77$ K)或液氦($T = 4$ K)中得到。

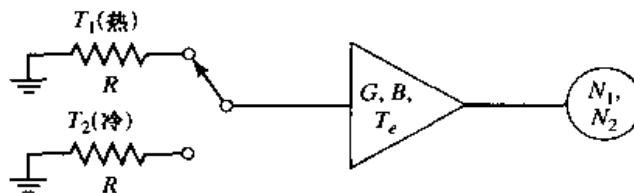


图 10.6 测量放大器的等效噪声温度的 Y 因子法

例题 10.1 噪声温度测量

X 波段放大器有增益 20 dB 和 1 GHz 带宽。其等效噪声温度通过 Y 因子法测量。得到以下数据:

对于 $T_1 = 290$ K, 有 $N_1 = -62.0$ dBm

对于 $T_2 = 77$ K, 有 $N_2 = -64.7$ dBm

确定该放大器的等效噪声温度。若该放大器使用等效噪声温度 $T_s = 450$ K 的源, 则其输出功率为多少 dBm?

解:

按式(10.8), 用 dB 表示的 Y 因子是

$$Y = (N_1 - N_2) \text{ dB} = (-62.0) - (-64.7) = 2.7 \text{ dB}$$

其数值为 $Y = 1.86$ 。因此, 利用式(10.9)给出等效噪声温度为

$$T_e = \frac{T_1 - YT_2}{Y - 1} = \frac{290 - (1.86)(77)}{1.86 - 1} = 170 \text{ K}$$

若有等效噪声温度 $T_s = 450$ K 的源驱动该放大器, 则进入放大器的噪声功率是 kT_sB 。放大器输出的总噪声功率是

$$\begin{aligned} N_o &= GkT_sB + GkT_eB = 100(1.38 \times 10^{-23})(10^9)(450 + 170) \\ &\approx 8.56 \times 10^{-10} \text{ W} = -60.7 \text{ dBm} \end{aligned}$$

10.1.4 噪声系数

我们已看到带有噪声的微波元件可用等效噪声温度来表征。另一种表征是元件的噪声系数 (noise figure), 它是在元件的输入和输出之间的信噪比递降的一种量度。信噪比是所需要的信号功率与不想要的噪声功率之比, 因此它与信号功率有关。当噪声和需要的信号功率一起加入到一个无噪网络的输入端时, 噪声和信号两者以同一个因子衰减或放大, 所以信噪比是不会改变的。但若网络中有噪声, 则输出的噪声功率要比输出信号功率增长得多, 从而输出信噪比将要下降。噪声系数 F 是信噪比下降的量度, 定义如下:

$$F = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} \geq 1 \quad (10.10)$$

其中, S_i 和 N_i 是输入信号和噪声功率, 而 S_o 和 N_o 是输出信号和噪声功率。按此定义, 假定输入噪声功率是由处于 $T_0 = 290$ K 下的匹配电阻产生的; 也就是说, $N_i = kT_0 B$ 。

考虑图 10.7, 噪声功率 N_i 和信号功率 S_i 被馈送到一个有噪二端口网络。该网络用增益 G 、带宽 B 和等效噪声温度 T_e 来表征。输入噪声功率是 $N_i = kT_0 B$, 而输出噪声功率是放大的输入噪声和网络内部产生的噪声之和, 即 $N_o = kGB(T_0 + T_e)$ 。输出信号功率是 $S_o = GS_i$ 。把这些结果用到式(10.10)中, 给出噪声系数是

$$F = \frac{S_i}{kT_0 B} \frac{kGB(T_0 + T_e)}{GS_i} = 1 + \frac{T_e}{T_0} \geq 1 \quad (10.11)$$

上式用 dB 表示为 $F = 10 \lg (1 + T_e/T_0)$ dB ≥ 0 。若网络内无噪声, 则 T_e 为零, 从而有 $F = 1$ dB 或 0 dB。由式(10.11)求解出 T_e 为

$$T_e = (F - 1)T_0 \quad (10.12)$$

有关噪声系数的定义, 有两件事情我们要牢记在心: 噪声系数是对匹配输入源定义的, 噪声源是由在温度 $T_0 = 290$ K 下的电阻组成的。噪声系数和等效噪声温度可互换来表征一个元件的噪声性质。

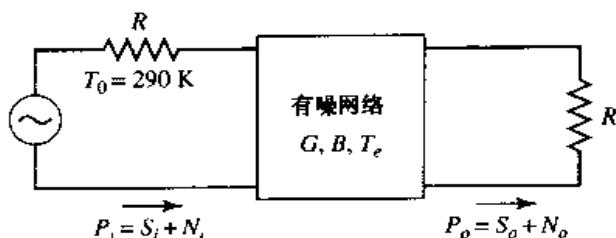


图 10.7 确定有噪网络的噪声系数

实际中发生的一个重要情况是, 二端口网络是无源的, 其元件(如衰减器或有耗传输线)是有耗的, 并保持在温度 T 下。现在考虑这样一个网络, 它带有一个匹配的源电阻(也在温度 T 下), 如图 10.8 所示。该有耗网络的 G 小于 1; 损耗因子 L 定义成 $L = 1/G > 1$ 。由于整个系统在温度 T 下处于热平衡状态, 并有驱动点阻抗 R , 因而输出功率必定是 $N_o = kTB$ 。然而, 我们还可以想到该功率来自源电阻(通过有耗线), 并来自传输线自身产生的噪声。这样, 我们就有

$$N_o = kTB = GkTB + GN_{\text{added}} \quad (10.13)$$

其中, N_{added} 是由线产生的噪声(好像它出现在线的输入端)。对式(10.13)求解该功率有

$$N_{\text{added}} = \frac{1-G}{G} kTB = (L-1)kTB \quad (10.14)$$

从而,式(10.4)说明该有耗线有一等效噪声温度(把它归到输入处),给出为

$$T_e = \frac{1-G}{G} T = (L-1)T \quad (10.15)$$

这样,由式(10.11)得到噪声系数为

$$F = 1 + (L-1) \frac{T}{T_0} \quad (10.16)$$

若传输线处于温度 T_0 ,则 $F = L$ 。例如,在室温下的一个 6 dB 衰减器,其噪声系数为 $F = 6$ dB。

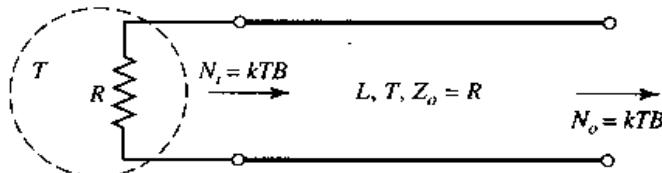


图 10.8 有损耗 L 和温度 T 的有耗传输线或衰减器的噪声系数的确定

10.1.5 级联系统的噪声系数

在典型的微波系统中,输入信号通过许多级联的元件行进,每一个元件会以某种程度降低信噪比。若知道各个级的噪声系数(或噪声温度),就可以确定许多级联在一起的噪声系数或噪声温度。下面我们将看到,第一级的噪声性能通常是最紧要的,它的有趣结果在实际上很重要。

考虑两个元件的级联,它们分别有增益 G_1, G_2 ,噪声系统 F_1, F_2 ,以及噪声温度 T_{e1}, T_{e2} ,如图 10.9 所示。我们希望求出级联系统的总噪声系数和噪声温度(把它作为单个元件来看)。总增益是 $G_1 G_2$ 。

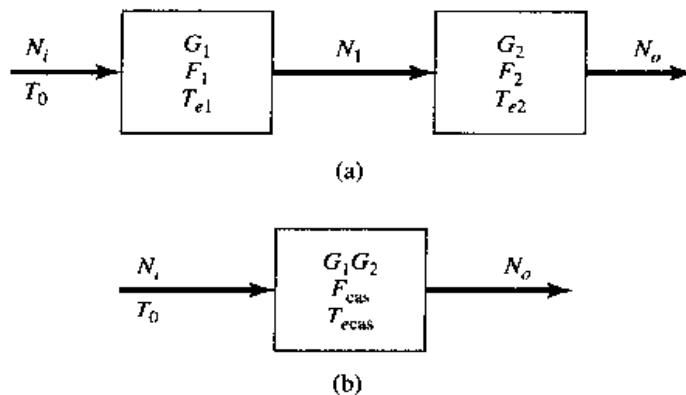


图 10.9 级联系统的噪声系数和等效噪声温度:(a)两个级联的网络;(b)等效网络

利用噪声温度,第一级的输出端的噪声功率是

$$N_1 = G_1 kT_0 B + G_1 kT_{e1} B \quad (10.17)$$

因为对噪声系数计算有 $N_i = kT_0 B$, 第二级的输出端的噪声功率是

$$\begin{aligned} N_o &= G_2 N_1 + G_2 kT_{e2} B \\ &= G_1 G_2 kB \left(T_0 + T_{e1} + \frac{1}{G_1} T_{e2} \right) \end{aligned} \quad (10.18)$$

对于等效的级联系统,我们有

$$N_o = G_1 G_2 k B (T_{cas} + T_0) \quad (10.19)$$

因此与式(10.18)比较,就给出级联系统的噪声温度是

$$T_{cas} = T_{e1} + \frac{1}{G_1} T_{e2} \quad (10.20)$$

利用式(10.12),把式(10.20)中的噪声温度转换成噪声系数,可得级联系统的噪声系数为

$$F_{cas} = F_1 + \frac{1}{G_1} (F_2 - 1) \quad (10.21)$$

式(10.20)和式(10.21)表明,级联系统的噪声特性以第一级的特性为主,因为第二级的作用会由于第一级的增益而削弱。这样,总系统的最佳噪声性能就要求第一级有较低的噪声系数且至少有中等水平的增益。相对于后几级,费用和努力应当首先专注于第一级,因为后几级对总的噪声性能影响很小。

式(10.20)和式(10.21)可被推广到任意多个级,如下所示:

$$T_{cas} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} + \dots \quad (10.22)$$

$$F_{cas} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots \quad (10.23)$$

例题 10.2 无线接收机的噪声分析

对于图 10.10 中显示的无线接收机前端的框图,计算该子系统的总噪声系数。假设从馈送天线来的输入噪声功率是 $N_i = kT_A B$, 其中 $T_A = 150 \text{ K}$; 求输出噪声功率(dBm)。假如要求接收机输出处的最小信噪比为 20 dB, 问能加到接收机输入处的最小信号电压应为多少? 设定系统是在温度 T_0 下,其特征阻抗为 50Ω , 中频带宽为 10 MHz。

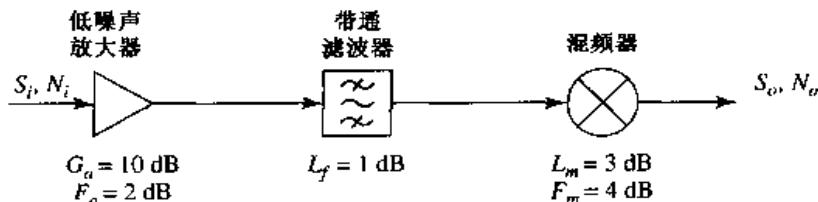


图 10.10 例题 10.2 中的无线接收机前端的框图

解:

我们首先执行从 dB 表示至数值的转换:

$$\begin{aligned} G_a &= 10 \text{ dB} = 10 & G_f &= -1.0 \text{ dB} = 0.79 & G_m &= -3.0 \text{ dB} = 0.5 \\ F_a &= 2 \text{ dB} = 1.58 & F_f &= 1 \text{ dB} = 1.26 & F_m &= 4 \text{ dB} = 2.51 \end{aligned}$$

然后利用式(10.23)求出系统的总噪声系数:

$$\begin{aligned} F &= F_a + \frac{F_f - 1}{G_a} + \frac{F_m - 1}{G_a G_f} = 1.58 + \frac{(1.26 - 1)}{10} + \frac{(2.51 - 1)}{(10)(0.79)} \\ &= 1.80 = 2.55 \text{ dB} \end{aligned}$$

计算输出噪声功率的最佳途径是使用噪声温度。由式(10.12)得到总系统的等效噪声温度是

$$T_e = (F - 1)T_0 = (1.80 - 1)(290) = 232 \text{ K}$$

系统的总增益是 $G = (10)(0.79)(0.5) = 3.95$ 。从而可求出输出噪声功率为

$$\begin{aligned} N_o &= k(T_A + T_e)BG = (1.38 \times 10^{-23})(150 + 232)(10 \times 10^6)(3.95) \\ &= 2.08 \times 10^{-13} \text{ W} = -96.8 \text{ dBm} \end{aligned}$$

对 $20 \text{ dB} = 100$ 的输出信噪比(SNR), 输入信号功率必须有

$$S_i = \frac{S_o}{G} = \frac{S_o}{N_o} \frac{N_o}{G} = 100 \frac{2.08 \times 10^{-13}}{3.95} = 5.27 \times 10^{-12} \text{ W} = -82.8 \text{ dBm}$$

对于 50Ω 的系统特征阻抗, 这对应于输入信号电压

$$V_i = \sqrt{Z_o S_i} = \sqrt{(50)(5.27 \times 10^{-12})} = 1.62 \times 10^{-5} \text{ V} = 16.2 \mu\text{V} (\text{rms})$$

注意, 这可能会吸引我们从噪声系数的定义来计算输出噪声功率为

$$\begin{aligned} N_o &= N_i F \left(\frac{S_o}{S_i} \right) = N_i FG = kT_A BFG \\ &= (1.38 \times 10^{-23})(150)(10 \times 10^6)(1.8)(3.95) = 1.47 \times 10^{-13} \text{ W} \end{aligned}$$

该结果是不正确的! 因为在噪声系数的定义中已假定输入噪声电平为 $kT_0 B$, 这与前面的结果是不同的。在这个例题中要求有输入噪声为 $kT_A B$, 显然 $T_A = 150 \text{ K} \neq T_0$ 。这是一种解题的通病。因此, 我们建议在计算绝对噪声功率时, 为了避免混乱, 使用噪声温度这种更为安全的方法。 ■

10.1.6 无源二端口网络的噪声系数

上面我们使用热力学观点推导出了匹配有耗线或衰减器的噪声系数。这里, 我们将推广这一方法, 以用来计算普通的无源网络(网络不包含有源器件, 诸如二极管、三极管, 因为它们会产生非热噪声)的噪声系数。此外, 该方法还将考虑到当一个元件在输入端或在输出端引起阻抗不匹配所造成的噪声系数的变化。一般来说, 对于有源器件(如二极管或三极管)的噪声性能, 更为容易和更为准确的办法是通过直接测量, 而不是由第一原理计算出来。

图 10.11 显示了一个任意的无源二端口网络, 源在端口 1, 负载在端口 2。该网络用 S 参量矩阵 $[S]$ 来表征。在一般情况下, 阻抗失配会存在于每一个端口, 我们用以下反射系数来定义这些失配:

Γ_s 表示向源看去的反射系数。

Γ_{in} 表示向网络端口 1 看去的反射系数。

Γ_{out} 表示向网络端口 2 看去的反射系数。

Γ_L 表示向负载看去的反射系数。

若设定网络处在温度 T 下, 并有 $N_1 = kTB$ 的输入噪声功率加到网络输入处, 在端口 2 的可用输出噪声功率可写为

$$N_2 = G_{21}kTB + G_{21}N_{\text{added}} \quad (10.24)$$

其中, N_{added} 是由网络内部产生的噪声功率(以端口 1 为参考), 而 G_{21} 是从端口 1 到端口 2 的网络的可用功率增益(available power gain)。该可用增益可由网络的 S 参量和端口失配表示为(参见 11.1 节)。

$$G_{21} = \frac{\text{网络可用功率}}{\text{源可用功率}} = \frac{|S_{21}|^2(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2(1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (10.25)$$

如在例题 4.7 中推导出的那样,输出端口失配给出为

$$\Gamma_{\text{out}} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s} \quad (10.26)$$

可以看到,当网络与它的外部电路系统匹配时,有 $\Gamma_s = 0$ 和 $S_{22} = 0$,从而我们得到 $\Gamma_{\text{out}} = 0$ 和 $G_{21} = |S_{21}|^2$,后者是在网络匹配时的增益。还可看出,网络的可用增益并不依赖于负载失配 Γ_L 。这是因为可用增益是由来自网络可用的最大功率来定义的,在负载阻抗与网络的输出阻抗共轭匹配才有最大可用功率。

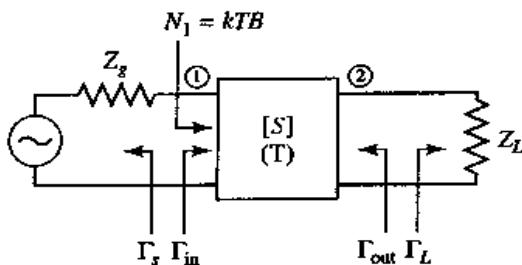


图 10.11 阻抗不匹配的无源二端口网络。网络处在环境温度 T 下

由于输入噪声功率是 kTB ,且网络处在温度 T 下,该网络处在热力学平衡状态下,因而可用的输出噪声功率必须是 $N_2 = kTB$ 。从而可由式(10.24)求解出 N_{added} 为

$$N_{\text{added}} = \frac{1 - G_{21}}{G_{21}} kTB \quad (10.27)$$

这样,网络的等效噪声温度是

$$T_e = \frac{N_{\text{added}}}{kB} = \frac{1 - G_{21}}{G_{21}} T \quad (10.28)$$

网络的噪声系数是

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1 + \frac{1 - G_{21}}{G_{21}} \frac{T}{T_0} \quad (10.29)$$

值得注意的是,式(10.27)~式(10.29)与有耗传输线的式(10.14)~式(10.16)的结果有类似性。主要的区别在于,这里使用了网络的可用增益,它考虑到了网络与外电路之间的阻抗失配。下面我们将阐明该结果在一些实际感兴趣问题上的应用。

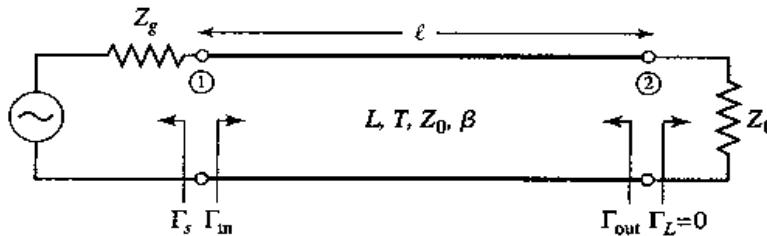
10.1.7 失配有耗线的噪声系数

前面我们在它与输入和输出电路相匹配的假定下,求出了有耗传输线的噪声系数。现在我们考虑线与输入电路失配的情况。图 10.12 给出了一段长度为 ℓ 的传输线,它处在温度 T 下,有功率损耗因子 $L = 1/G$,并在线与源之间存在阻抗失配。这样就有 $Z_g \neq Z_0$,且向源看的反射系数可写成

$$\Gamma_s = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \neq 0$$

特征阻抗 Z_0 的有耗线的散射矩阵可写出为

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{e^{-j\beta\ell}}{\sqrt{L}} \quad (10.30)$$

图 10.12 在温度 T 下的有耗传输线, 在它的输入端口有阻抗失配

其中 β 是线的传播常数。利用式(10.26)给出向线的端口 2 看去的反射系数为

$$\Gamma_{\text{out}} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s} = \frac{\Gamma_s}{L} e^{-2j\beta\ell} \quad (10.31)$$

则由式(10.25)得到可用增益是

$$G_{21} = \frac{\frac{1}{L}(1 - |\Gamma_s|^2)}{1 - |\Gamma_{\text{out}}|^2} = \frac{L(1 - |\Gamma_s|^2)}{L^2 - |\Gamma_s|^2} \quad (10.32)$$

我们可以验证式(10.32)的两个极限情况:当 $L = 1$ 时有 $G_{21} = 1$, 当 $\Gamma_s = 0$ 时有 $G_{21} = 1/L$ 。把式(10.32)用到式(10.28)中, 可给出失配的有耗线的等效噪声温度为

$$T_e = \frac{1 - G_{21}}{G_{21}} T = \frac{(L - 1)(L + |\Gamma_s|^2)}{L(1 - |\Gamma_s|^2)} T \quad (10.33)$$

这样, 我们就可利用式(10.11)计算出对应的噪声系数。可以看出, 当线匹配时有 $\Gamma_s = 0$, 并使式(10.33)退化为 $T_e = (L - 1)T$, 这与式(10.15)给出的匹配有耗线的结果相一致。假如传输是无耗的, 则 $L = 1$, 并且正如所预期的那样, 式(10.33)退化为 $T_e = 0$, 而不管是否失配。但当线是有耗的并且是失配的时, 结果为 $L > 1$ 和 $|\Gamma_s| > 0$, 则由式(10.33)给出的噪声温度大于匹配有耗线的噪声温度 $T_e = (L - 1)T$ 。这种增大的理由是, 有耗线确实把噪声功率从两边的端口传送出去了, 但当输入端口失配时, 在端口 1 的一些可用噪声功率从源反射回到端口 1, 并出现在端口 2 处。当源与端口 1 匹配时, 就没有噪声功率从端口 1 反射回线上, 因而在端口 2 的可用噪声功率取极小值。

例题 10.3 在 Wilkinson 功率分配器中的应用

当输出端口之一端接匹配负载时, 求找 Wilkinson 功率分配器的噪声系数。假设从输入到任一个输出端口的插入损耗因子为 L 。

解:

从第 7 章我们可知, Wilkinson 分配器的散射矩阵给出为

$$[S] = \frac{-j}{\sqrt{2L}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

这里考虑到了从端口 1 到端口 2 或端口 3 的耗散性损耗, 因而因子 $L \geq 1$ 。为了计算 Wilkinson 分配器的噪声系数, 我们首先在端口 3 接上匹配负载; 这就把原来的三端口器件变换为二端口器件。假如在端口 1 有匹配源, 则有 $\Gamma_s = 0$ 。从而式(10.26)给出 $\Gamma_{\text{out}} = S_{22} = 0$, 因而由式(10.25)可计算出可用增益为

$$G_{21} = |S_{21}|^2 = \frac{1}{2L}$$

这样,由式(10.28)得出 Wilkinson 分配器的等效噪声温度是

$$T_e = \frac{1 - G_{21}}{G_{21}} T = (2L - 1)T$$

其中 T 是分配器的物理温度。利用式(10.11)给出噪声系数为

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1 + (2L - 1) \frac{T}{T_0}$$

可以看到,若分配器处在室温下,则 $T = T_0$,上式化为 $F = 2L$ 。若该分配器处在室温下并且是无耗的,则上式化为 $F = 2 = 3$ dB。在这种情况下,噪声功率的源是包含在 Wilkinson 分配器电路中的隔离电阻。

由于网络在输入端和输出端是匹配的,因而直接使用热力学观点就可很容易地得到相同的结果。这样,若把 kTB 的输入噪声功率加到温度 T 下的匹配分配器的端口 1 上,则该系统将处在热平衡状态,所以输出噪声功率必定是 kTB 。还可以把输出噪声功率表示成输入功率乘以分配器的增益再加上 N_{added} (分配器自身所添加的噪声功率,以分配器输入作为参考):

$$kTB = \frac{kTB}{2L} + \frac{N_{\text{added}}}{2L}$$

对上式求解得 $N_{\text{added}} = kTB(2L - 1)$, 所以等效噪声温度是

$$T_e = \frac{N_{\text{added}}}{k_B} = (2L - 1)T$$

这与上面的结果一致。 ■

10.2 动态范围和交调失真

由于热噪声是由任何有耗元件产生的,而所有现实的元件至少总有小的损耗,所以输出响应严格正比于其输入激励的理想化线性元件或网络并不存在。这样,所有现实的器件在很低的功率电平下由于噪声效应而是非线性的。此外,所有实际元件在高功率电平下也成为非线性的。在非常高的功率下,最终结果会使器件造成灾难性的损坏,或者在有源器件(诸如晶体二极管和三极管)情况下由此产生诸如增益压缩效应,或由于器件的非线性产生寄生频率分量。不管在那种情况下,这些效应都设定一个最小和最大的实际功率范围,或称为动态范围。在此范围内,给定的元件或网络将按要求来工作。在这一节中,我们将在一般意义上研究非线性器件的动态范围及其响应。这些结果对于以后讨论的放大器(见第 11 章)、混频器(见第 12 章)和无线接收机设计(见第 13 章)是有用的。

诸如晶体二极管和三极管这类器件是非线性元件,而这样的非线性对于诸如放大、检波和频率转换这类功能是非常有用的^[1]。然而,非线性器件的特性还可导致产生不想要的响应,诸如增益压缩和寄生频率分量的产生。这些效应会使损耗增大、信号畸变,并对其他无线信道或业务产生可能的干扰。

图 10.13 显示了一个普通的非线性网络,它有输入电压 v_i 和输出电压 V_o 。在最为一般的情况下,非线性电路的输出响应可展开成用输入电压 v_i 表示的泰勒级数:

$$v_o = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \dots \quad (10.34)$$

其中泰勒系数被定义为

$$a_0 = v_o(0) \quad (\text{直流输出}) \quad (10.35a)$$

$$a_1 = \left. \frac{dv_o}{dv_i} \right|_{v_i=0} \quad (\text{线性输出}) \quad (10.35b)$$

$$a_2 = \left. \frac{d^2 v_o}{d v_i^2} \right|_{v_i=0} \quad (\text{平方输出}) \quad (10.35c)$$

以及更高阶项。这样,取决于展开式中哪些特定项占优势,由该非线性网络可获得不同的功能。若在式(10.34)中只有系数 a_0 不为零,则该网络将作为整流器使用,它把交流信号转换成直流信号。若只有系数 a_1 不为零,就有线性衰减器 ($a_1 < 1$) 或放大器 ($a_1 > 1$)。若只有系数 a_2 不为零,则可实现混频或其他频率变换功能。然而,一般来说,实际器件具有包含多个非零项的级数展开式,并且将产生几个这些效应的组合。下面我们将讨论一些重要的特殊情况。

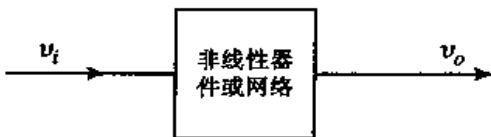


图 10.13 一般的非线性器件或网络

10.2.1 增益压缩

首先考虑有单频正弦信号加到一般的非线性网络(如放大器)的输入处的情形:

$$v_i = V_0 \cos \omega_0 t \quad (10.36)$$

式(10.34)给出输出电压为

$$\begin{aligned} v_o &= a_0 + a_1 V_0 \cos \omega_0 t + a_2 V_0^2 \cos^2 \omega_0 t + a_3 V_0^3 \cos^3 \omega_0 t + \dots \\ &= (a_0 + \frac{1}{2} a_2 V_0^2) + (a_1 V_0 + \frac{3}{4} a_3 V_0^3) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} a_2 V_0^2 \cos 2\omega_0 t \\ &\quad + \frac{1}{4} a_3 V_0^3 \cos 3\omega_0 t + \dots \end{aligned} \quad (10.37)$$

该结果导出信号在频率 ω_0 分量的电压增益为

$$G_v = \frac{v_o^{(\omega_0)}}{v_i^{(\omega_0)}} = \frac{a_1 V_0 + \frac{3}{4} a_3 V_0^3}{V_0} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_0^2 \quad (10.38)$$

这里我们只保留到三次项。

式(10.38)的结果说明了电压增益等于系数 a_1 ,这正如我们所预期的那样,但还有正比于输入电压振幅平方的附加项。在大多数放大器中, a_3 的典型值是负值,因而放大器增益对于大的 V_0 值将趋于下降。该效应称为增益压缩(gain compression)或饱和(saturation)。它通常是由以下事实造成的:放大器的瞬间输出电压受到电源电压(用于偏置有源器件)的限制。较小的 a_3 会导致更高的输出电压。

典型的放大器响应示于图 10.14 中。对于理想的线性放大器,输出电压随输入电压的变化曲线是斜率为 1 的直线,而放大器的增益由输出功率与输入功率之比给出。图 10.14 所示的放大器响应在有限的范围内描述出理想的响应,然后开始出现饱和,造成增益下降。为定量给出

放大器的线性工作范围,我们把输出功率从理想特性曲线下降 1 dB 的功率电平点定义为 1 dB 压缩点。该功率电平通常用 P_1 表示,它既可以用输入功率也可以用输出功率来表述。对于放大器,通常把 P_1 指定为输出功率,而对于混频器, P_1 通常指定为输入功率。

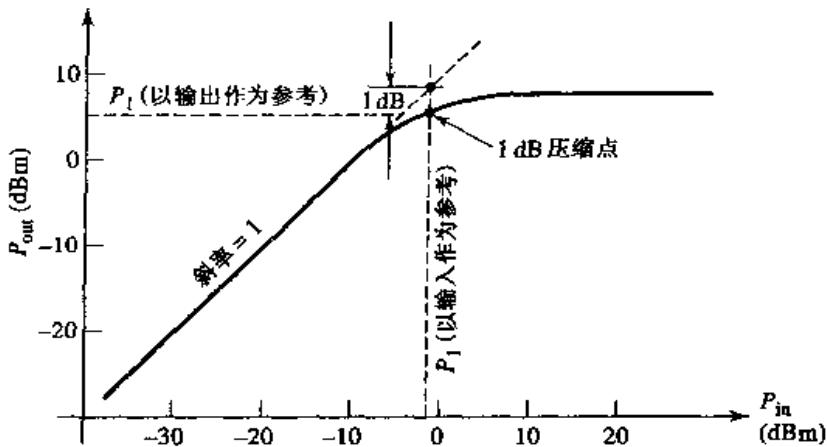


图 10.14 非线性放大器的 1 dB 压缩点的确定

10.2.2 交调失真

从式(10.37)可以看出,频率为 ω_0 的输入功率的一部分转换成其他频率分量。例如,式(10.37)的第一项代表直流电压,它在整流器应用中是有用的响应。在频率 $2\omega_0$ 和 $3\omega_0$ 上的电压分量可用于频率倍增器电路中。然而在放大器中,这些其他频率分量的存在会导致信号失真(只要这些分量处于放大器的通带内)。

对于单一输入频率或音调 ω_0 ,一般来说,输出由形式为 $n\omega_0$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 的输入频率的谐频组成。通常,这些谐频处在放大器通带之外,因而不会干扰在 ω_0 处的所需信号。然而,当输入信号包含有两个靠得很近的频率时,情况又当别论。

考虑一个双音调输入电压,它含有两个靠得很近的频率 ω_1 和 ω_2 :

$$v_i = V_0 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) \quad (10.39)$$

从式(10.34)得到输出为

$$\begin{aligned} v_o &= a_0 + a_1 V_0 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) + a_2 V_0^2 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)^2 \\ &\quad + a_3 V_0^3 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)^3 + \dots \\ &= a_0 + a_1 V_0 \cos \omega_1 t + a_1 V_0 \cos \omega_2 t + \frac{1}{2} a_2 V_0^2 (1 + \cos 2\omega_1 t) + \frac{1}{2} a_2 V_0^2 (1 + \cos 2\omega_2 t) \\ &\quad + a_2 V_0^2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t + a_2 V_0^2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t + \\ &\quad + a_3 V_0^3 \left(\frac{3}{4} \cos \omega_1 t + \frac{1}{4} \cos 3\omega_1 t \right) + a_3 V_0^3 \left(\frac{3}{4} \cos \omega_2 t + \frac{1}{4} \cos 3\omega_2 t \right) + \\ &\quad + a_3 V_0^3 \left[\frac{3}{2} \cos \omega_2 t + \frac{3}{4} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t + \frac{3}{4} \cos(2\omega_1 + \omega_2)t \right] + \\ &\quad + a_3 V_0^3 \left[\frac{3}{2} \cos \omega_1 t + \frac{3}{4} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t + \frac{3}{4} \cos(2\omega_2 + \omega_1)t \right] + \dots \end{aligned} \quad (10.40)$$

这里已利用三角函数恒等式展开了原来的表达式。可以看出,输出频谱包含有以下形式的谐频:

$$m\omega_1 + n\omega_2 \quad (10.41)$$

上式中 $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 两个输入频率的这些组合称为交调产物(intermodulation products),

一个给定产物的阶定义为 $|m| + |n|$ 。例如,式(10.40)中的平方项引起四个2阶交调产物:

$2\omega_1$	(ω_1 的 2 次谐频)	$m = 2, n = 0,$	2 阶
$2\omega_2$	(ω_2 的 2 次谐频)	$m = 0, n = 2,$	2 阶
$\omega_1 - \omega_2$	(差频)	$m = 1, n = -1,$	2 阶
$\omega_1 + \omega_2$	(和频)	$m = 1, n = 1,$	2 阶

在放大器中,所有这些2阶产物都是我们不想要的,但在混频器中,和频或差频构成了我们想要的输出。不管在那种情况下,若 ω_1 和 ω_2 靠近,则所有2阶产物都将远离 ω_1 或 ω_2 ,因而就能很容易地从该分量的输出中过滤掉(通过或阻断)。

式(10.40)中的3次项引出六个3阶交调产物: $3\omega_1, 3\omega_2, 2\omega_1 + \omega_2, 2\omega_2 + \omega_1, 2\omega_1 - \omega_2$ 和 $2\omega_2 - \omega_1$ 。其中前四个还是远离 ω_1 或 ω_2 ,而典型地处于该元件的通带之外,但两个差频形式的产物位于原来的输入信号 ω_1 和 ω_2 附近,因此不容易从放大器的通带内滤掉。图10.15中给出了双音调(双频)交调产物的2阶项和3阶项的典型频谱。对于包含有很多频率(其振幅和相位可变)的任意输入信号,最终得到的带内交调产物会造成输出信号的失真。这种效应称为3阶交调失真(third-order intermodulation distortion)。

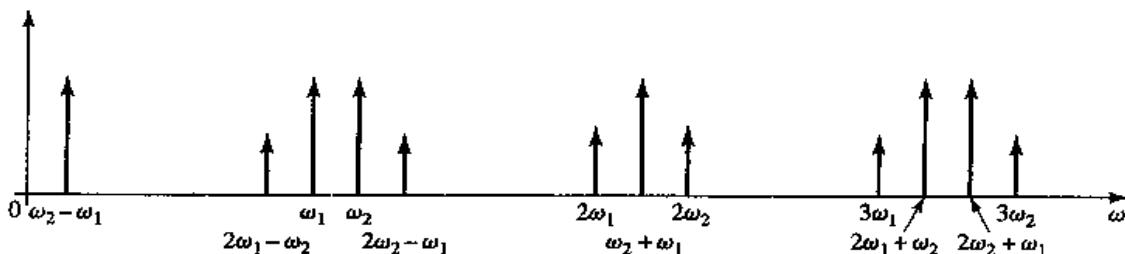


图 10.15 2 阶和 3 阶双频交调产物的输出频谱,假设 $\omega_1 < \omega_2$

10.2.3 3 阶截断点

式(10.40)表明,当输入电压 V_0 增加时,与3阶产物相关联的电压按 V_0^3 增长。由于功率正比于电压平方,因此还可以说3阶产物的输出功率须按输入功率的立方增长。所以对于小的输入功率,3阶交调产物应当是很小的;但当输入功率增大时,它就迅速增长。通过画出1阶和3阶产物的输出功率随输入功率变化的曲线(在双对数坐标上或用dB表示),就可以在图形上看出,如图10.16所示。

1阶(或线性)产物的输出功率正比于输入功率,所以描述这种响应的直线的斜率为1(在压缩开始之前)。而描述了3阶产物响应的直线的斜率为3(2阶产物会有斜率为2的响应,但由于这些产物通常不在元件的通带内,所以在图10.16中未画出其响应)。线性和3阶产物响应两者在高输入功率下会出现压缩现象,所以我们把理想响应的延伸用虚线表示。由于这两条直线有不同的斜率,因此它们会相交,其交点典型地在压缩开始点的上方,如图所示。这个假想的交点(在此1阶和3阶功率相等)称为3阶截断点(third-order intercept point),用 P_3 表示,它指定为输入功率或指定为输出功率。通常对于放大器, P_3 以输出作为参考;而对于混频器 P_3 ,则以输入作为参考。正如图10.16所示,通常 P_3 发生在比 P_1 (1 dB压缩点)更高的功率电平上。很多实际的元件遵照这样一个近似的惯例,即假定 P_3 比 P_1 大12~15 dB(假定这些功率以同一个点作为参考)。

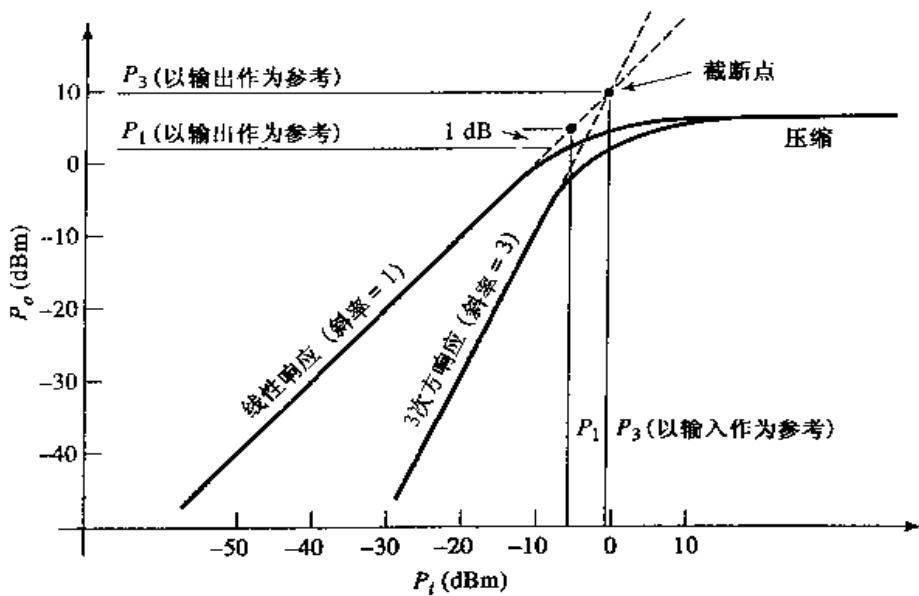


图 10.16 非线性元件的 3 阶截断点

我们可以用式(10.40)的展开式的泰勒系数把 P_3 表示如下。定义 P_{ω_1} 为 ω_1 频率下想要信号的输出功率。则由式(10.40)可得

$$P_{\omega_1} = \frac{1}{2}a_1^2 V_0^2 \quad (10.42)$$

类似地, 定义 $P_{2\omega_1-\omega_2}$ 为频率 $2\omega_1 - \omega_2$ 的交调产物的输出功率。则由式(10.40)可得

$$P_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}a_3 V_0^3\right)^2 = \frac{9}{32}a_3^2 V_0^6 \quad (10.43)$$

按此定义, 这两个功率在 3 阶截断点上相等。若定义在截断点处的输入信号电压为 V_{IP} , 则使式(10.42)和式(10.43)相等, 可得

$$\frac{1}{2}a_1^2 V_{IP}^2 = \frac{9}{32}a_3^2 V_{IP}^6$$

解出 V_{IP} 为

$$V_{IP} = \sqrt{\frac{4a_1}{3a_3}} \quad (10.44)$$

因为 P_3 等于在截断点处 P_{ω_1} 的线性响应, 所以由式(10.42)和式(10.44)得到

$$P_3 = P_{\omega_1} \Big|_{V_0=V_{IP}} = \frac{1}{2}a_1^2 V_{IP}^2 = \frac{2a_1^3}{3a_3} \quad (10.45)$$

其中, P_3 在这情况下是以输出端口作为参考的。下一节中将用到该表达式。

10.2.4 动态范围

在通常意义上, 我们可将动态范围定义为系统或元件有所希望特性的工作范围。对于功率放大器, 动态范围是这样的功率范围, 即低端功率为噪声所限, 高端限制在压缩点上。这基本上是放大器的线性工作范围, 并称为线性动态范围(DR_L)。对于低噪声放大器或混频器, 在低端噪声限制其工作, 而最大功率应使此时的交调失真变得不可以接受。实际的工作范围要使寄生响应(spurious response)最小, 这称为无寄生动态范围(DR_f)。

这样,如图 10.17 所示,我们就可按 1 dB 压缩点 P_1 对元件的噪声电平之比计算出线性动态范围 DR_f 。这些功率以器件的输入或输出作为参考。注意,某些作者宁愿用最小可检测功率电平来定义线性动态范围。这种定义对接收机系统(而不是单个元件)是较为合适的,因为它依赖于元件本身之外的因素,诸如所使用的调制方式、所建议的系统的 SNR 、误差修正编码效应以及相关的因素。

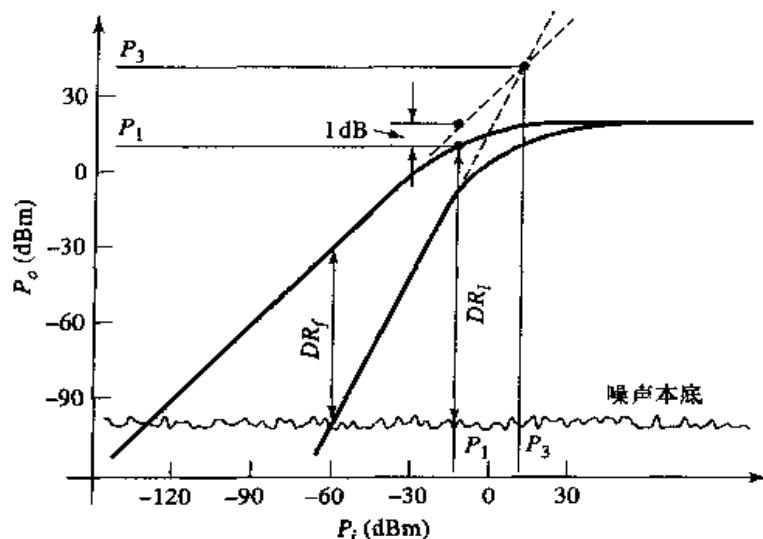


图 10.17 图示说明线性动态范围和无寄生动态范围

无寄生动态范围定义为 3 阶交调产物的功率等于元件噪声电平时的最大输出信号功率。这种状况示于图 10.17 中。若 P_{ω_1} 是在 ω_1 频率上想要的信号输出功率，而 $P_{2\omega_1 - \omega_2}$ 是 3 阶交调产物的输出功率，并使它等于元件的噪声电平，则无寄生动态范围可表示成

$$DR_f = \frac{P_{\omega_1}}{P_{2\omega_1 - \omega_2}} \quad (10.46)$$

$P_{2\omega_1 - \omega_2}$ 可用 P_3 和 P_{ω_1} 写出如下：

$$P_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{9a_3^2 V_0^6}{32} = \frac{\frac{1}{8}a_1^6 V_0^6}{\frac{4a_1^6}{9a_1^2}} = \frac{(P_{\omega_1})^3}{(P_3)^2} \quad (10.47)$$

上式中已利用了式(10.42)和式(10.45)。该结果显然表明,3阶交调功率随输入信号功率的3次方增长。由式(10.47)解出 P_{ω_1} , 并把该结果用于式(10.46), 就可给出用 P_3 和 N_o (元件的输出噪声功率)表示的无寄生动态范围:

$$DR_f = \frac{P_{\omega_1}}{P_{2\omega_1 - \omega_2^*}} \Bigg|_{P_{2\omega_1 - \omega_2} = N_o} = \left(\frac{P_1}{N_o} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (10.48)$$

也可用 dB 表示成

$$DR_f(dB) = \frac{2}{3}(P_3 - N_o) \quad (10.49)$$

其中 P_3 和 N_0 用 dB 或 dBm 表示。若输出 SNR 已被指定，则可把它加到 N_0 上，从而给出用最小可检测信号电平表示的无寄生动态范围。最后，虽然上面是针对 $2\omega_1 - \omega_2$ 产物导出该结果的，但该结果同样适用于 $2\omega_2 - \omega_1$ 产物。

例题 10.4 动态范围

考虑一台接收机,其噪声系数为 7 dB,1 dB 压缩点为 25 dBm(以输出作为参考),增益为 40 dB,3 阶截断点为 35 dBm(以输出作为参考)。假设馈送到接收机的天线有噪声温度 $T_A = 150$ K,且要求的输出 SNR 是 10 dB,求找线性和无寄生动态范围。设定接收机带宽为 100 MHz。

解:

在接收机输出端的噪声功率可计算为

$$\begin{aligned} N_o &= GkT [T_A + (F - 1)T_o] = 10^4 (1.38 \times 10^{-23}) (10^8) [150 + (4.01)(290)] \\ &= 1.8 \times 10^{-8} \text{ W} = -47.4 \text{ dBm} \end{aligned}$$

用 dB 表示的线性动态范围为

$$DR_\ell = P_1 - N_o = 25 \text{ dBm} + 47.4 \text{ dBm} = 72 \text{ dB}$$

式(10.49)给出无寄生动态范围为

$$DR_f = \frac{2}{3}(P_3 - N_o - SNR) = \frac{2}{3}(35 + 47.4 - 10) = 48.3 \text{ dB}$$

可以看到 $DR_f \ll DR_\ell$ 。 ■

10.2.5 级联系统的截断点

如同在噪声系数的情况下那样,元件的级联会产生使 3 阶截断点降低的效果。然而,与有噪元件级联的情况不同,在一个级联系统中,交调产物是确定性信号(相干的),所以不能简单地把功率相加,而必须按电压来处理。

参照图 10.18,令 G_1 和 P'_3 是第一级功率增益和 3 阶截断点,而 G_2 和 P''_3 是第二级功率增益和 3 阶截断点。由式(10.47)可知,第一级输出端的 3 阶失真功率是

$$P'_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{(P'_{\omega_1})^3}{(P'_3)^2} \quad (10.50)$$

其中 P'_{ω_1} 是第一级输出端所要信号在 ω_1 频率的功率。与该功率相关联的电压是

$$V'_{2\omega_1-\omega_2} = \sqrt{P'_{2\omega_1-\omega_2} Z_0} = \frac{\sqrt{(P'_{\omega_1})^3 Z_0}}{P'_3} \quad (10.51)$$

其中 Z_0 是系统阻抗。

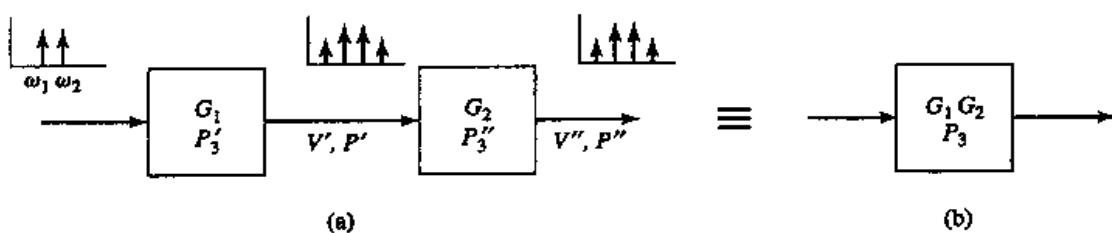


图 10.18 级联系统的 3 阶截断点:(a)两个被级联的网络;(b)等效网络

第二级的输出端的总 3 阶失真电压是该电压乘以第二级的电压增益与第二级产生的失真电压之和。这是因为这些电压是确定性的和相位相关的,而与级联元件产生的不相关的噪声功率是不同的。把这些电压加在一起,就可给出失真电平在最坏情况下的结果,因为在各级内会存在相位延迟,从而可能会造成局部相消。因此,我们可将最坏情况下在第二级的输出端上的总失真电压写为

$$V''_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{\sqrt{G_2(P'_{\omega_1})^3 Z_0}}{P'_3} + \frac{\sqrt{(P''_{\omega_1})^3 Z_0}}{P''_3}$$

因为有 $P''_{\omega_1} = G_2 P'_{\omega_1}$, 所以有

$$V''_{2\omega_1-\omega_2} = \left(\frac{1}{G_2 P'_3} + \frac{1}{P''_3} \right) \sqrt{(P''_{\omega_1})^3 Z_0} \quad (10.52)$$

则输出失真功率是

$$P''_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{(V''_{2\omega_1-\omega_2})^2}{Z_0} = \left(\frac{1}{G_2 P'_3} + \frac{1}{P''_3} \right)^2 (P''_{\omega_1})^3 = \frac{(P''_{\omega_1})^3}{P_3^2} \quad (10.53)$$

这样, 级联系统的 3 阶截断点就为

$$P_3 = \left(\frac{1}{G_2 P'_3} + \frac{1}{P''_3} \right)^{-1} \quad (10.54)$$

注意, 对于 $P'_3 \rightarrow \infty$ 有 $P_3 = G_2 P'_3$, 这是在第二级没有 3 阶失真时的极限情况。这一结果在把 P_3 于输入和输出参考点之间转移时也是有用的。

例题 10.5 级联截断点的计算

图 10.19 显示了一个低噪声放大器和混频器。放大器有增益 20 dB 和 3 阶截断点 22 dBm(以输出作为参考), 而混频器有 6 dB 变换损耗和 3 阶截断点 13 dBm(以输入作为参考)。求出该级联网络的截断点。

解:

首先把混频器 P_3 的参考点从它的输入转移到它的输出:

$$P'_3 = 13 \text{ dBm} - 6 \text{ dB} = 7 \text{ dBm} \quad (\text{以输出作为参考})$$

把所需的 dB 值转换成数值, 得出

$$P'_3 = 22 \text{ dBm} = 158 \text{ mW} \quad (\text{对放大器})$$

$$P''_3 = 7 \text{ dBm} = 5 \text{ mW} \quad (\text{对混频器})$$

$$G_2 = -6 \text{ dB} = 0.25 \quad (\text{对混频器})$$

则使用式(10.54)可给出级联的截断点为

$$P_3 = \left(\frac{1}{G_2 P'_3} + \frac{1}{P''_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{(0.25)(158)} + \frac{1}{5} \right)^{-1} = 4.4 \text{ mW} = 6.4 \text{ dBm}$$

这看来远低于单个元件的 P_3 。 ■

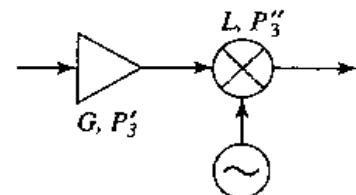


图 10.19 例题 10.5 的图

10.2.6 无源交调

上面讨论的交调失真是在包含有二极管和三极管的有源电路的环境下产生的, 而连接器、电缆、天线或有金属-金属接触的几乎任何一种元件中的非线性效应也可能产生交调产物。这种效应称为无源交调 (passive intermodulation, PIM), 并且如同在放大器和混频器中的交调情况那样, 这种效应发生在当信号于两个或更多个靠得很近的频率下混频产生寄生产物时。

有一系列因素可以造成无源交调, 诸如机械接触不良、铁基金属间接合处的氧化、射频接线

表面污染或非线性材料的使用(诸如碳纤维复合物或铁磁性材料)。此外,当出现高功率时,热效应会添加到结的全部非线性中。从第一原理来预估 PIM 电平是非常困难的,所以通常采用测量技术。

由于 3 阶交调产物随输入功率的 3 次方变化,所以通常只有当输入功率相对较大时无源交调才变得重要。当蜂窝电话基站发射台(有靠得很近的 RF 信道)以 30~40 dBm 功率工作时,常会碰到这种情况。经常要求在有两个 40 dBm 的发射信号下保持 PIM 电平低于 -125 dBm。这是一个很宽的动态范围,它要求发射机高功率部分中使用的元件(包括电缆、连接器和天线元件)必须经过精心挑选。因为这些元件经常暴露在大气中,所以会因为氧化、振动和日晒而恶化,因而我们必须通过精心安排的维护计划来消除这种恶化。在接收机系统中,由于其功率电平低得多,一般来说无源交调不成为问题。

10.3 RF 二极管特性

在这一节中,我们将讨论用于射频和微波电路中的主要类型二极管的特性。二极管是一个有非线性 $V-I$ 特性曲线的双端子半导体器件。我们可以为有用的功能开发这种非线性:信号检测、解调、开关、倍频和振荡^[1]。二极管可包装成轴向引线的元件、可表面安装的芯片或与其他元件单片集成在单一半导体基片上。

10.3.1 肖特基二极管和检波器

在低频率下使用的经典 pn 结二极管通常有相对较大的结电容。然而,肖特基势垒二极管以半导体-金属结为依托,有低得多的结电容。这种类型的二极管最早应用于输入信号的频率变换。图 10.20 显示了三种基本的频率变换操作:整流(转换成直流)、检波(调幅信号的解调)和混频(频率转移)。

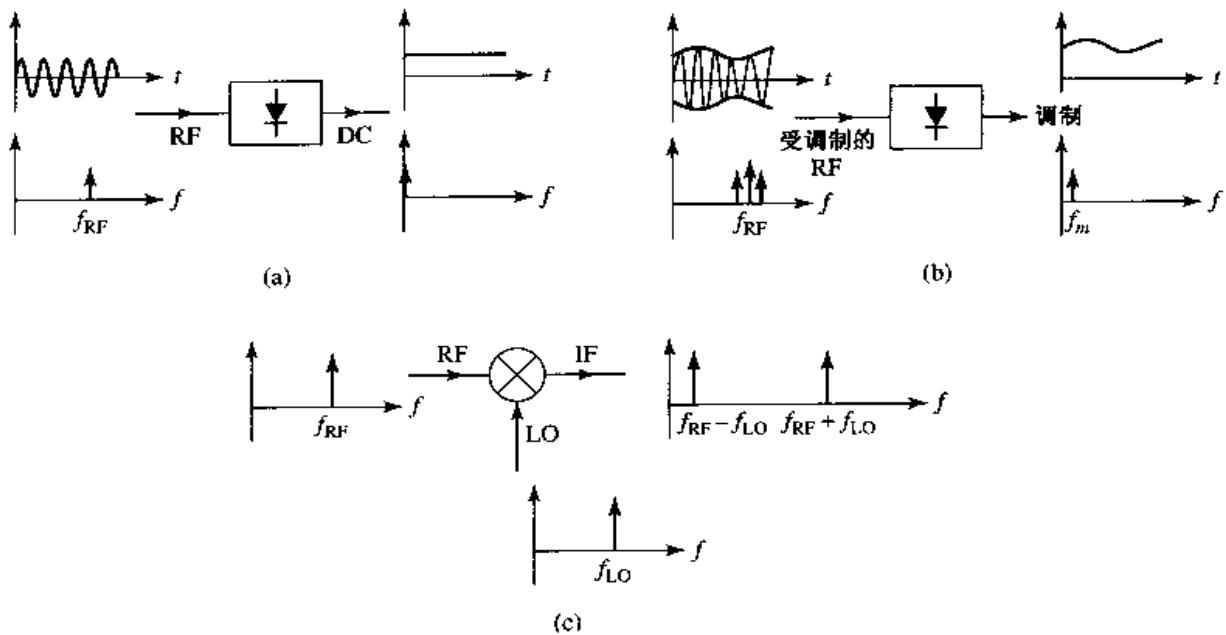


图 10.20 整流、检波和混频的基本频率变换操作:(a)二极管整流器;(b)二极管检波器;(c)混频器

肖特基二极管可模拟成非线性电阻,其小信号 $V-I$ 变化关系可表示为

$$I(V) = I_s(e^{\alpha V} - 1) \quad (10.55)$$

其中 $\alpha = q/nkT$, q 是电子电荷, k 是玻尔兹曼常数, T 是温度, n 是理想化因子, I_s 是饱和电流^{[4]-[6]}。一般来说, I_s 在 10^{-6} A 和 10^{-15} A 之间, 而对于 $T = 290$ K, $\alpha = q/nkT$ 近似为 $1/(25 \text{ mV})$ 。理想化因子 n 与二极管自身的结构有关, 其值可以从 1.2(对肖特基势垒二极管)到约 2.0(对点接触硅二极管)。图 10.21 显示了典型的二极管 V - I 特性。

小信号近似。令二极管电压为

$$V = V_0 + v \quad (10.56)$$

其中 V_0 是直流偏置电压, v 是小的交流信号电压。这样, 式(10.55)可对 V_0 做泰勒级数展开如下:

$$I(V) = I_0 + v \frac{dI}{dV} \Big|_{V_0} + \frac{1}{2} v^2 \frac{d^2 I}{dV^2} \Big|_{V_0} + \dots \quad (10.57)$$

其中 $I_0 = I(V_0)$ 是直流偏置电流。可计算出其一阶导数为

$$\frac{dI}{dV} \Big|_{V_0} = \alpha I_s e^{\alpha V_0} = \alpha (I_0 + I_s) = G_d = \frac{1}{R_j} \quad (10.58)$$

它定义出二极管的结电阻 R_j , 以及称为二极管的动态电导的 $G_d = 1/R_j$ 。其二阶导数为

$$\frac{d^2 I}{dV^2} \Big|_{V_0} = \frac{dG_d}{dV} \Big|_{V_0} = \alpha^2 I_s e^{\alpha V_0} = \alpha^2 (I_0 + I_s) = \alpha G_d = G'_d \quad (10.59)$$

则式(10.57)可改写成直流偏置电流 I_0 和交流电流 i 之和:

$$I(V) = I_0 + i = I_0 + vG_d + \frac{v^2}{2} G'_d + \dots \quad (10.60)$$

式(10.60)中二极管电流的三项近似称为**小信号近似**(small-signal approximation), 这对于大多数应用目的是适用的。

小信号近似是以式(10.55)的直流伏安特性为基础的, 并且表明二极管的等效电路将包括一个非线性电阻。然而, 在实际中, 二极管的交流特性还包括由二极管的结构与包装导致的电抗效应。二极管的典型等效电路已显示在图 10.22 中。二极管包装的引线与接触形成一个串联电感 L_p 和并联电容 C_p 。图中的串联电阻 R_s 考虑了接触电阻和电流泄漏电阻。 C_j 和 R_j 分别是结电容和结电阻, 它们与偏置有关。

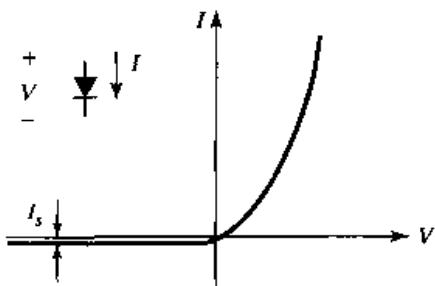


图 10.21 肖特基二极管的 V - I 特性

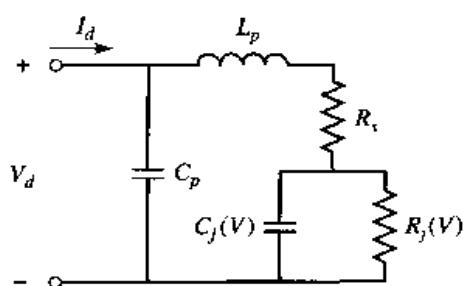


图 10.22 肖特基二极管的等效交流电路模型

二极管整流与检波器。在整流器应用中, 用二极管把一部分射频输入信号变换成直流功率。整流是一种极为常用的功能, 用于功率监测、自动增益控制电路和信号强度指示器。若二极管电压由直流偏置电压和小信号射频电压组成:

$$V = V_0 + v_0 \cos \omega_0 t \quad (10.61)$$

则把式(10.61)代入式(10.60), 可得二极管电流为

$$\begin{aligned} I &= I_0 + v_0 G_d \cos \omega_0 t + \frac{v_0^2}{2} G'_d \cos^2 \omega_0 t \\ &= I_0 + \frac{v_0^2}{4} G'_d + v_0 G_d \cos \omega_0 t + \frac{v_0^2}{4} G'_d \cos 2\omega_0 t \end{aligned} \quad (10.62)$$

其中, I_0 是偏置电流, $v_0^2 G'_d / 4$ 是直流整流电流。输出还包含有频率为 ω_0 和 $2\omega_0$ (及更高次谐频) 的交流信号, 这些信号通常使用简单的低通滤波器滤掉。电流灵敏度(current sensitivity) β_i 定义为在给定输入交流功率下直流输出电流变化的量度。由式(10.60)可知, 射频输入功率是 $v_0^2 G_d / 2$ (只取第一项), 而式(10.62)表明直流电流的变化是 $v_0^2 G'_d / 4$ 。这样, 电流灵敏度就为

$$\beta_i = \frac{\Delta I_{dc}}{P_{in}} = \frac{G'_d}{2G_d} \text{ A/W} \quad (10.63)$$

开路电压灵敏度 β_v 在二极管开路时可用结电阻上的电压降来定义。这样, 我们就有

$$\beta_v = \beta_i R_j \quad (10.64)$$

二极管的电压灵敏度的典型值在 400 ~ 1500 mV/mW 之间。

在检波器应用中, 二极管的非线性被用来对振幅调制的射频载波进行解调。对于该情况, 二极管电压可表示为

$$v(t) = v_0(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t \quad (10.65)$$

其中 ω_m 是调制频率, ω_0 是射频载波频率 ($\omega_0 \gg \omega_m$), 而 m 定义为调制指数 ($0 \leq m \leq 1$)。把式(10.65)用到式(10.60)中, 可给出二极管电流为

$$\begin{aligned} i(t) &= v_0 G_d (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t + \frac{v_0^2}{2} G'_d (1 + m \cos \omega_m t)^2 \cos^2 \omega_0 t \\ &= v_0 G_d \left[\cos \omega_0 t + \frac{m}{2} \cos(\omega_0 + \omega_m)t + \frac{m}{2} \cos(\omega_0 - \omega_m)t \right] \\ &\quad + \frac{v_0^2}{4} G'_d \left[1 + \frac{m^2}{2} + 2m \cos \omega_m t + \frac{m^2}{2} \cos 2\omega_m t + \cos 2\omega_0 t \right. \\ &\quad \left. + m \cos(2\omega_0 + \omega_m)t + m \cos(2\omega_0 - \omega_m)t + \frac{m^2}{2} \cos 2\omega_0 t \right. \\ &\quad \left. + \frac{m^2}{4} \cos 2(\omega_0 + \omega_m)t + \frac{m^2}{4} \cos 2(\omega_0 - \omega_m)t \right] \end{aligned} \quad (10.66)$$

该输出的频谱如图 10.23 所示。输出电流中二极管电压的线性项(乘有 $v_0 G_d$ 的项)有 ω_0 和 $\omega_0 \pm \omega_m$ 频率; 而正比于二极管电压的平方项(乘有 $v_0^2 G'_d / 2$ 的项), 包括列在表 10.1 中的频率和相对振幅。

表 10.1 检测出的 AM 信号的平方律输出的频率和相对振幅

频率	相对振幅
0	$1 + m^2 / 2$
ω_m	$2m$
$2\omega_m$	$m^2 / 2$
$2\omega_0$	$1 + m^2 / 2$
$2\omega_0 \pm \omega_m$	m
$2(\omega_0 \pm \omega_m)$	$m^2 / 4$

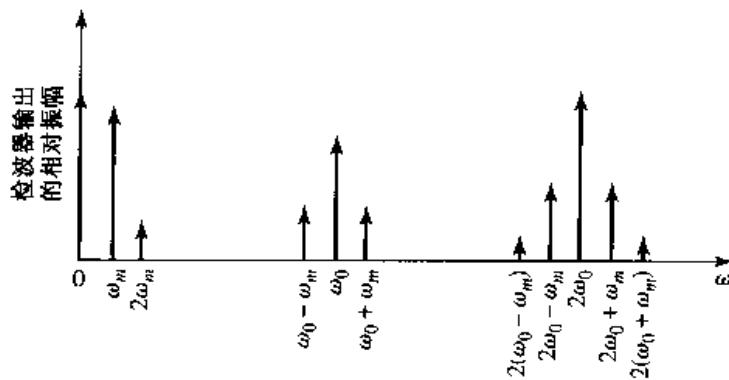


图 10.23 检测到的 AM 调制信号的输出频谱

所需的频率 ω_m 的解调输出, 容易用低通滤波器从不需要的分量中分离出来。可以看出, 该电流的振幅是 $m v_0^2 G_d / 2$, 它正比于输入信号的功率。这个平方律性质是检波二极管的通常工作条件, 但只在输入功率的有限范围内才能获得。假如输入功率太大, 就不可应用小信号条件, 且输出将变得饱和并近似为一条直线, 然后是恒定的 i 对 P 的特性。在很低的信号电平下, 输入信号将消失在器件的噪声本底中。图 10.24 显示了典型的 v_{out} 随 P_{in} 变化的特性, 其中输出电压可考虑为与二极管串联的电阻上的电压降。平方律运用对某些应用是特别重要的, 如在 SWR 指示器和在信号电平指示器中从检波器电压推断出功率电平。检波器可被直流偏置到可给出最佳灵敏度的工作点上。

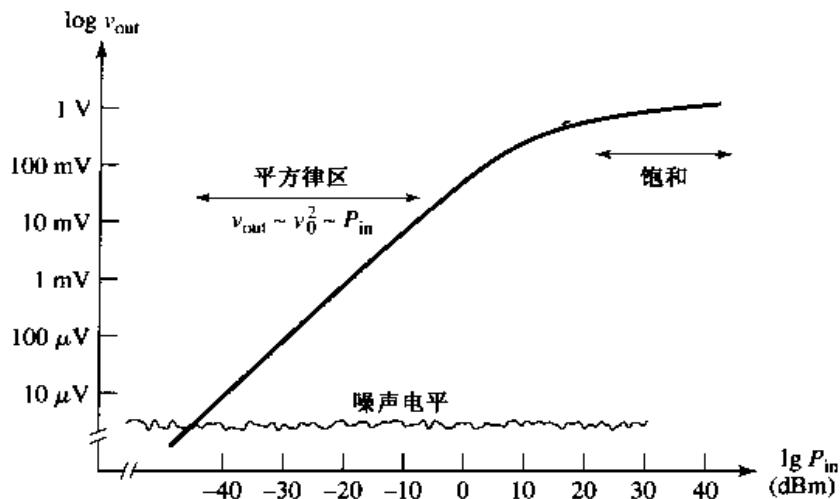


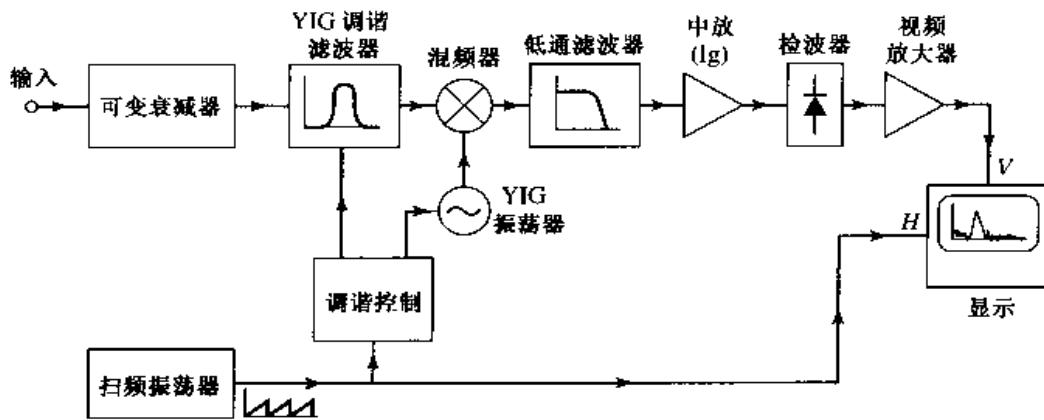
图 10.24 典型的二极管检波器的平方律范围

感兴趣点: 频谱分析仪

频谱分析仪可给出输入信号的频域描述, 显示出平均功率密度随频率的变化。这样, 它的功能对示波器来说是双重的, 示波器可显示输入信号的时域描述。频谱分析仪基本上是一个高灵敏度接收机, 它在指定的频带内调谐并给出视频输出, 后者正比于在窄频带内的信号功率。对于测量调制产物、谐频和交调失真、噪声和干扰效应, 频谱分析仪有无可比拟的价值。

下图显示了频谱分析仪的简化框图。典型的频谱分析仪可覆盖从几百 MHz 到几十 GHz 的任意频段。频率分辨率是由中频带宽设定的, 可在约 100 Hz 到 1 MHz 之间调节。通过调整本振频率, 扫频振荡器可用于在所要求的频带内重复扫描接收机, 并提供显示器的水平偏转。现代频谱分析仪的一个重要部分是在混频器的输入端的 YIG 调谐带通滤波器。该滤波器随同本振

调谐,它用做预选器以抑制寄生交调产物。有对数响应的中频放大器通常被用来适应宽广的动态范围。当然,像许多测试仪器一样,最先进的频谱分析仪经常包含有微处理器,以便控制系统和测量过程。这改进了仪器的性能,并使得分析仪有了更多的功能与用途,但计算机的引入也拉大了用户与测量的物理现实之间的距离。



10.3.2 PIN 二极管和控制电路

微波系统中广泛使用了开关,以便在各个元件之间为信号或功率流指路。我们还可使用开关来构建各种类型的控制电路,诸如相移器和衰减器。机械式开关可以制作成波导或同轴线形式,且能操纵高功率,但很笨重且速度较慢。然而,PIN 二极管可被用来构建电子开关元件,易于集成成为平面电路,且能高速运行(典型的开关速度为 10 ns 或更小)。FET 也可用做开关元件。

PIN 二极管特性。 PIN 二极管的 $V-I$ 特性使它成为良好的 RF 开关元件。当反向偏置时,小的串联结电容会造成相对高的二极管阻抗;而前向偏置电流会把结电容去掉,以便使二极管处于低阻抗状态^[5]。这两种状态的等效电路示于图 10.25 中。图中,这些参量的典型值是: $G_j = 1 \text{ pF}$, 或更低; $L_i = 0.5 \text{ nH}$, 或更低; $R_r = 5 \Omega$, 或更低; $R_f = 1 \Omega$, 或更低。该等效电路中未包含由于包装所造成的寄生效应,而寄生效应是很重要的。前向偏置电流的典型值为 10~30 mA,而反向偏置电压的典型值为 40~60 V。偏置信号加到二极管上时,必须带有 RF 押流装置和隔直流装置,以便把它与 RF 信号隔离。

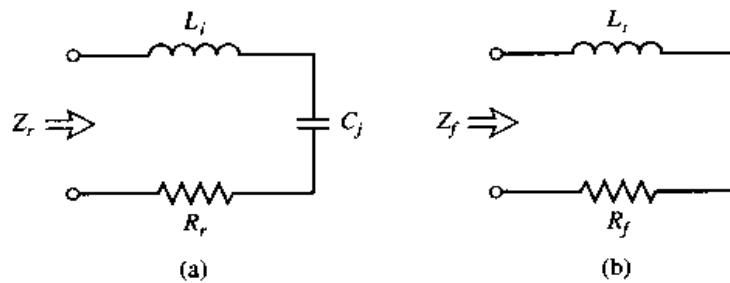


图 10.25 PIN 二极管在接通(ON)和断开(OFF)状态下的等效电路:(a)反向偏置(OFF)状态;(b)前向偏置(ON)状态

单刀 PIN 二极管开关。 PIN 二极管可在串联或并联配置下用做单刀单掷 RF 开关。这两种电路如图 10.26 所示,带有偏置网络。在图 10.26(a)所示的串联配置下,当二极管前向偏置时,开关是接通(ON)的;而在并联配置下,当二极管反向偏置时,开关是接通的。在这两种情况下,

当开关处在断开(OFF)状态时,输入功率将被反射。在RF工作频率下,直流隔断电容有很低的阻抗,而RF扼流电感器则有很高的RF阻抗。在某些设计中,可以利用高阻抗的四分之一波长线代替扼流圈,以实现RF隔断。

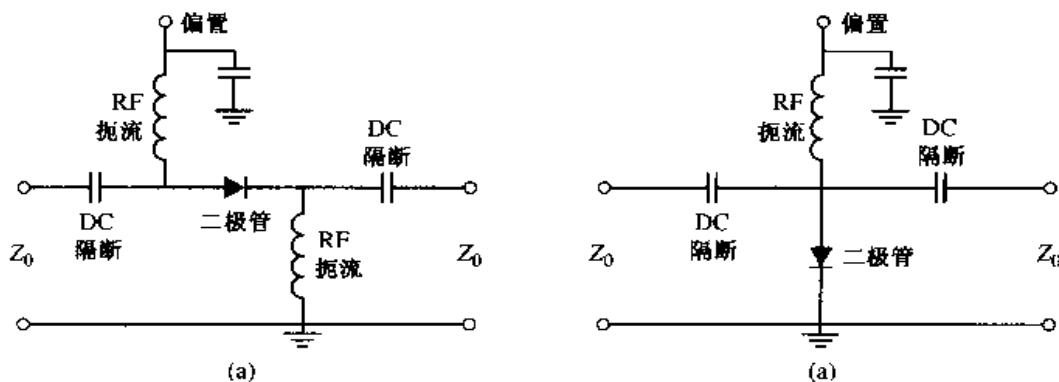


图 10.26 单刀 PIN 二极管开关:(a)串联配置;(b)并联配置

理想情况下,在接通(ON)状态下,开关会有零插入损耗,而在断开(OFF)状态下,开关会有无限大衰减。当然,实际的开关元件在接通状态下会有一些插入损耗,而在断开状态下衰减是有限大的。知道图 10.25 所示等效电路的二极管参量后,就可计算出串联和并联开关在 ON 和 OFF 状态下的插入损耗。参照图 10.27 所示的简化了的开关电路,就可以用实际的负载电压 V_L 和 V_0 来定义插入损耗,其中 V_0 是在开关(Z_d)不存在时的负载电压:

$$IL = -20 \lg \left| \frac{V_L}{V_0} \right| \quad (10.67)$$

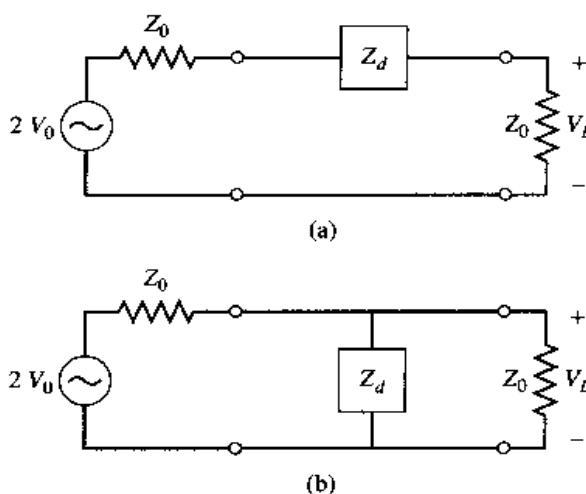


图 10.27 串联和并联单刀 PIN 二极管的简化等效电路:(a)串联开关;(b)并联开关

对图 10.27 的两种情况进行简单的电路分析后,得出以下结果:

$$IL = -20 \lg \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_d} \right| \quad (\text{串联开关}) \quad (10.68a)$$

$$IL = -20 \lg \left| \frac{2Z_d}{2Z_d + Z_0} \right| \quad (\text{并联开关}) \quad (10.68b)$$

在这两种情况下, Z_d 是反向或前向偏置态的二极管阻抗。这样,我们就有

$$Z_d = \begin{cases} Z_r = R_r + j(\omega L_i - 1/\omega C_j) & \text{反向偏置} \\ Z_f = R_f + j\omega L_i & \text{反向偏置} \end{cases} \quad (10.69)$$

开关的 ON 态或 OFF 态的插入损耗通常可通过添加一个与二极管串联或并联的外电抗来加以改善, 该外电抗用来补偿二极管的电抗。但是, 这种方法通常会降低带宽。

多个单掷开关可被组合在一起, 形成多种多样的多刀和/或多掷配置^[6]。图 10.28 给出了单刀双掷开关的串联和并联电路; 这样的开关至少需要两个开关元件。在工作时, 一个二极管偏置在低阻抗态, 同时另一个二极管偏置在高阻抗态。并联电路的四分之一波长线限制了这种配置的带宽。

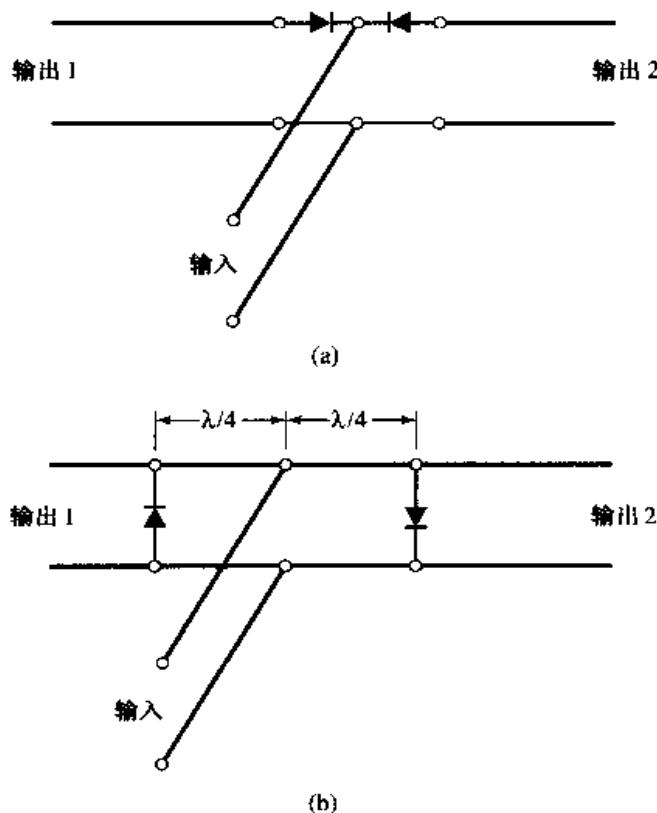


图 10.28 单刀双掷 PIN 二极管开关的电路:(a)串联;(b)并联

例题 10.6 单刀 PIN 二极管开关

使用有如下参量的 PIN 二极管组成单刀开关: $C_j = 0.1 \text{ pF}$, $R_r = 1 \Omega$, $R_f = 5 \Omega$, $L_i = 0.4 \text{ nH}$ 。若工作频率为 5.0 GHz 且 $Z_0 = 50 \Omega$, 为获得最大的断开到接通的衰减比, 问应采用何种电路(串联或并联)?

解:

先利用式(10.69)计算反向和前向偏置态的二极管阻抗:

$$Z_d = \begin{cases} Z_r = R_r + j(\omega L_i - 1/\omega C_j) & = 1.0 - j305.7 \Omega \\ Z_f = R_f + j\omega L_i & = 0.5 + j12.6 \Omega \end{cases}$$

然后利用式(10.68)给出串联和并联开关的 ON 态和 OFF 态的插入损耗如下:

对串联电路,

$$IL_{on} = -20 \lg \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_f} \right| = 0.11 \text{ dB}$$

$$IL_{\text{off}} = -20 \lg \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_r} \right| = 10.16 \text{ dB}$$

对并联电路,

$$IL_{\text{on}} = -20 \lg \left| \frac{2Z_r}{2Z_r + Z_0} \right| = 0.03 \text{ dB}$$

$$IL_{\text{off}} = -20 \lg \left| \frac{2Z_f}{2Z_f + Z_0} \right| = 7.07 \text{ dB}$$

所以串联配置在 ON 态和 OFF 态之间有最大的衰减差,但是并联电路有最低的 ON 插入损耗。■

PIN 二极管相移器。使用 PIN 二极管开关元件可以构成多种类型的微波相移器。与铁氧体相移器相比较,二极管相移器有尺寸小、可集成成为平面电路以及高速的优点。然而,二极管相移器需用的功率一般要大于锁存铁氧体相移器需用的功率,因为二极管要求有连续工作的偏置电流,而锁存铁氧体器件只需一个脉冲电流来改变它的状态。PIN 二极管相移器基本上有三类:开关线(switched line)、加载线(loaded line)和反射(reflection)。

开关线相移器是最简易的类型,它使用两个单刀双掷开关使信号流沿两根不同长度的传输线之一传送,参见图 10.29。在这两条路径之间的差分相移给出为

$$\Delta\phi = \beta(\ell_2 - \ell_1) \quad (10.70)$$

其中 β 是线的传播常数。若传输线是 TEM 型(或准 TEM 型,如微带线),则相移是频率的线性函数,这意味着在输入和输出端口之间有真实的时延。在宽带系统中,这是很有用的特性,因为它会使失真最小。这类相移器从本性上说是互易的,既可用于实现接收功能又可用于实现发送功能。开关线相移器的插入损耗等于 SPDT(单刀双掷)开关的损耗加上线损耗。

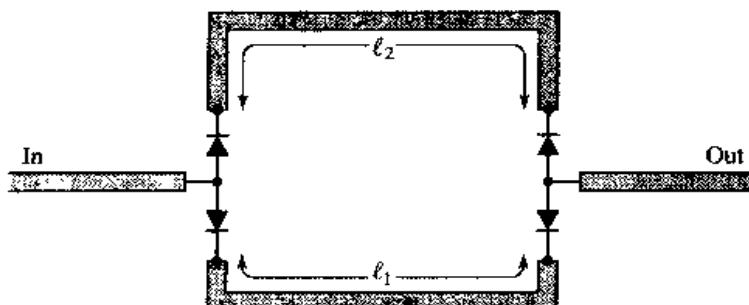


图 10.29 开关线相移器

类似于许多其他类型的相移器,开关线相移器通常被设计成 $\Delta\phi = 180^\circ, 90^\circ, 45^\circ$ 等的二进制相移。这类相移器中的一个潜在问题是,若 OFF 线长度接近于 $\lambda/2$ 的整倍数,则会在线上发生谐振。由于反向偏置二极管的串联结电容存在,因而会使谐振频率略有偏移。所以在选择长度 ℓ_1 和 ℓ_2 时,要把这种效应考虑进去。

用于小相移量(通常为 45° 或更小)的一个设计是加载线相移器。这类相移器的基本原理可用图 10.30(a)中的线路加以阐明。图中显示了一段加载有并联电纳 jB 的传输线。反射系数和传输系数可写出为

$$\Gamma = \frac{1 - (1 + jb)}{1 + (1 + jb)} = \frac{-jb}{2 + jb} \quad (10.71a)$$

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2}{2 + jb} \quad (10.71b)$$

其中 $b = BZ_0$ 是归一化的电纳。这样,由该负载引入到传输波的相移是

$$\Delta\phi = \arctan \frac{b}{2} \quad (10.72)$$

该相移可能是正的或负的,具体取决于 b 的符号。由于来自并联负载的反射,插入损耗的存在是其内在的缺陷。正如从式(10.71a)中看到的那样,为得到更大的 $\Delta\phi$ 而增大 b ,会引起更大的插入损耗。

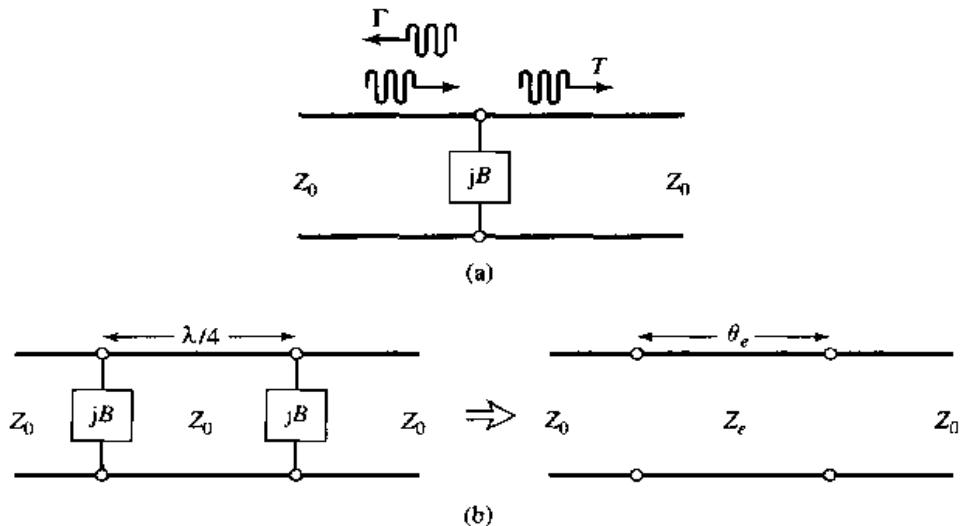


图 10.30 加载线相移器:(a)基本电路;(b)实际的加载线相移器及其等效电路

采用图 10.30(b)所示的电路,可减小来自并联电纳的反射,图中有两个相隔 $\lambda/4$ 线长的并联负载。这样,来自第二个负载的部分反射与来自第一个负载的部分反射有 180° 的相位差,导致两者抵消。通过计算其 $ABCD$ 矩阵,可对该电路进行分析,并且把它与长度为 θ_e 、特征阻抗为 Z_e 的一段等效线的 $ABCD$ 矩阵相比较。这样,对于加载线就有

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jZ_0 \\ j/Z_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix} \quad (10.73a)$$

$$= \begin{bmatrix} -BZ_0 & jZ_0 \\ j(1/Z_0 - B^2Z_0) & -BZ_0 \end{bmatrix}$$

而等效传输线的 $ABCD$ 矩阵给出为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & jZ_e \sin \theta_e \\ j \sin \theta_e / Z_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (10.73b)$$

因而有

$$\cos \theta_e = -BZ_0 = -b \quad (10.74a)$$

$$Z_e = Z_0 \cos \theta_e = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - b^2}} \quad (10.74b)$$

对于小的 b, θ_e 接近于 $\pi/2$;这些结果可简化为

$$\theta_e \approx \frac{\pi}{2} + b \quad (10.75a)$$

$$Z_e \approx Z_0 \left(1 + \frac{b}{2} \right) \quad (10.75b)$$

导纳 B 可用一个集总电感器或电容器来实现, 或用一条短截线来实现, 并且用一个 SPST(单刀单掷)二极管开关在两个状态之间转换。

PIN 二极管相移器的第三种类型是反射相移器, 它用一个 SPST 开关来控制反射信号的路径长度, 通常使用正交混合网络来提供一个二端口电路, 但使用其他类型的混合网络或一个环形器也可达到此目的。

图 10.31 显示了一个使用正交混合网络的反射相移器。工作时, 输入信号在混合网络右侧的两个端口中间进行功率等分。两个二极管都偏置在同一状态(前向或反向偏置), 所以从两个端口反射的波在指定的输出端口处同相叠加。把二极管转到 ON 态或 OFF 态, 可使两个反射波的总路径长度改变 $\Delta\phi$, 从而输出端产生相移 $\Delta\phi$ 。理想情况下, 二极管在其 ON 态上看起来像是短路, 而在 OFF 态上看起来像是开路, 所以在混合网络的右边, 反射系数在二极管都处于 ON 态时可写为 $\Gamma = e^{-j(\phi + \pi)}$, 在二极管都处于 OFF 态时可写为 $\Gamma = e^{-j(\phi + \Delta\phi)}$ 。给出所需 $\Delta\phi$ 的传输线长度存在无限多个选择(也就是说, ϕ 值是一个自由度), 但是可以证明: 若两个状态的反射系数是相位共轭的, 则有最佳的带宽。这样, 若 $\Delta\phi = 90^\circ$, 则对于 $\phi = 45^\circ$ 将获得最佳带宽。

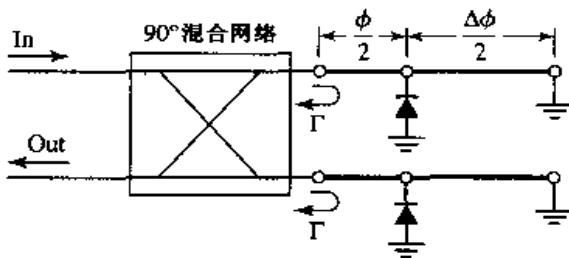


图 10.31 使用正交混合网络的反射相移器

要使反射型相移器有良好的输入匹配, 就要求这两个二极管是良好配对的。插入损耗受到混合网络损耗的限制, 同样还受到二极管的前向电阻与反向电阻的限制。可利用阻抗变换段来改善这方面的性能。

10.3.3 变容二极管

变容二极管(varactor diode)有一个随偏置电压改变的结电容, 这样, 它就提供了一个电可调的电抗电路元件。变容二极管最为常见的应用是在多信道接收机中使本机振荡器的频率实现电子调谐, 诸如在蜂窝电话、无线局域网的无线广播以及电视收机中的应用。通过在晶体管振荡器的谐振电路中使用一个变容二极管, 并改变加到二极管上的偏置电压, 就可以完成这一功能。对于倍频器, 变容管的非线性也使它的用处非常大(第 12 章中将对此做进一步讨论)。变容二极管通常是由硅或砷化镓制成的。

反向偏置的变容二极管的简化等效电路如图 10.32 所示。其结电容与结的偏置电压 V 有关, 即

$$C_j(V) = \frac{C_0}{(1 - V/V_0)^\gamma} \quad (10.76)$$

式中, C_0 和 V_0 是常数, γ 是在 1/3 到 5 之间变化的指数(它与用在二极管中的半导体掺杂分布有关)。恒定的掺杂分布造成 $\gamma = 1/2$ 。 R_j 是结电阻, 对于反向偏置, 它的典型值大于 $10^6 \Omega$, 所

以常可忽略不计。 R_s 是串联结电阻和接触电阻, 典型值为几个欧姆。一个典型的变容二极管会有 $C_0 = 0.2 \text{ pF}$ 和 $V_0 = 0.5 \text{ V}$, 当偏置电压从 2.0 V 到 0 V 范围内变化时, 产生的结电容约从 0.1 pF 到 0.2 pF 之间变化。

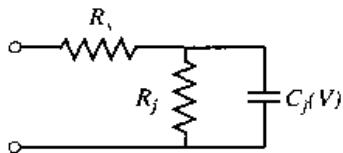


图 10.32 反向偏置的变容二极管的等效电路

10.3.4 其他二极管

这里, 我们将简述常用于微波电路中的其他几个二极管器件的特性。这些器件在毫米波频率下更有用, 因为三端子器件(结型晶体管和场效应管)在较低频率下通常可给出更好的性能。关于这些器件和相关的二极管器件的更多详情, 请读者参阅参考文献。

IMPATT 二极管。 IMPATT (Impact Avalanche and Transit Time, 碰撞雪崩和渡越时间) 二极管在物理结构上与 PIN 类似, 但其独特的性质是依靠雪崩效应。它在很宽的频带内(延伸到亚毫米波段) 存在负电阻效应, 从而可利用它把直流功率转换成 RF 功率。IMPATT 的典型工作频率从 10 GHz 到 300 GHz , 并有比较高的功率, 效率可达 15% 。IMPATT 是仅有的实用固态器件, 能在 100 GHz 以上的基频下提供功率。IMPATT 器件还可用做倍频和放大。

硅 IMPATT 二极管能提供连续波功率, 范围从 10 GHz 下的 10 W 到 94 GHz 下的 1 W , 其效率的典型值低于 10% 。GaAs(砷化镓) IMPATT 能提供连续波功率, 范围从 10 GHz 下的 20 W 到 130 GHz 下的 5 mW 。一般来说, 脉冲运用会产生更高的功率和更高的效率。由于这些器件的低效率, 对连续波和脉冲运用两者来说, 热效应是其限制因素。IMPATT 振荡器既可以进行机械调谐, 又可以进行电子调谐。IMPATT 振荡器的一个缺点是, 它的 AM(调幅) 噪声电平一般比其他振荡源的要高。

耿氏二极管。 耿氏二极管的 $I-V$ 特性曲线上存在有负的微分电阻(负斜率), 可利用它从直流产生 RF 功率。它的工作基于转移电子效应(transferred electron effect), 也称为耿氏效应(Gunn effect), 这种效应是 J. B. Gunn 在 1963 年发现的。实用的耿氏二极管使用的典型材料是 GaAs 或 InP(铟磷)。耿氏二极管能产生几百毫瓦的连续波功率, 频率从 1 GHz 到 100 GHz , 效率范围从 5% 到 15% 。利用耿氏二极管的振荡器电路要求有高 Q 的谐振电路或谐振腔, 常用机械调谐腔频率。通过偏置电压调整的电子调谐范围只能有 1% 或更低。有时候把变容二极管引入到谐振电路中可提供较大范围的电子调谐。耿氏二极管源广泛使用于低成本的应用中, 如交通管制雷达、用于开门和安全警告的运动检测器以及测试和测量系统。

BARITT 二极管。 BARITT (Barrier Injection Transit Time, 势垒注入渡越时间) 二极管的结构与结型晶体管的类似, 但没有基极接触。像 IMPATT 二极管一样, 它是一个渡越时间器件。一般来说, 它的功率容量要比 IMPATT 二极管的低, 但它有 AM 噪声较低的优点。这使得它有利于本振应用(频率可高达 94 GHz)。在检波和混频应用中 BARITT 也是很有用处的。

10.4 RF 晶体管特性

晶体管是现代 RF 和微波系统中的关键器件, 可用做为放大器、振荡器、开关、相移器和有源

滤波器。晶体管器件可分类为结型晶体管(junction transistor)和场效应晶体管(field effect transistor)^{[5]~[9]}。

结型晶体管包括双极结型晶体管(bipolar junction transistor, BJT)和异质结双极型晶体管(heterojunction bipolar transistor, HBT)，它既可以是 $n-p-n$ 结构也可以是 $p-n-p$ 结构。现代的结型晶体管是使用硅、硅-锗、砷化镓和铟磷材料制成的。硅结型晶体管由于低成本并在频率范围、功率容量和噪声特性方面有良好的工作性能，因而已成为使用年代最长和最流行的有源RF器件之一。硅结型晶体管用做放大器，频率范围高达2~10GHz，而用在振荡器中时频率高达20GHz。双极型晶体管一般都有较低的 $1/f$ 噪声特性，这使得它特别适合于用做低相位噪声的振荡器。使用SiGe(硅-锗)的结型晶体管的最新发展表明它有高得多的截止频率，从而使得这些器件可用于20GHz或更高工作频率下的低成本电路。异质结双极型晶体管使用GaAs或InP材料，能工作在超过100GHz的频率下。

场效应晶体管(FET)可有多种类型，包括MESFET(metal semiconductor FET，金属半导体FET)、HEMT(high electron mobility transistor，高电子迁移率晶体管)、PHEMT(pseudomorphic HEMT，假晶态HEMT)、MOSFET(metal oxide semiconductor FET，金属氧化物半导体FET)和MISFET(metal insulator semiconductor FET，金属绝缘物半导体FET)。FET晶体管技术已持续发展了50年以上——第一个结型场效应晶体管是在20世纪50年代开发出来的，而HEMT的提出则是在20世纪80年代初期。不同于结型晶体管(它是由电流控制的)，FET是电压控制器件，它既可做成 p 沟道，也可做成 n 沟道。GaAs MESFET在微波和毫米波应用中是最常用的晶体管之一，使用的频率高约40GHz。GaAs HEMT可工作在更高的频率下。GaAs FET和HEMT对低噪声放大器特别有用，因为这些晶体管与其他任何有源器件相比，有更低的噪声系数。表10.2概括了某些最流行的微波晶体管的性能。

表 10.2 微波晶体管的性能

器件	Si BJT	Si CMOS	SiGe HBT	GaAs MESFET	GaAs HEMT	GaAs HBT
适用频率范围(GHz)	10	20	30	40	100	60
典型增益值(dB)	10~15	10~20	10~15	5~20	10~20	10~20
噪声系数(dB)	2.0 (2 GHz)	1.0 (4 GHz)	0.6 (8 GHz)	1.0 (10 GHz)	0.5 (12 GHz)	4.0 (12 GHz)
功率容量	高	低	中等	中等	中等	高
价格	低	低	中等	中等	高	高
单极性供电？	是	是	是	否	否	是

在这一节中，我们将简要讨论微波FET和双极型晶体管的基本结构，并讨论这些器件的小信号等效电路模型以及直流偏置问题。放大器和振荡器的设计主要依赖于器件的端口特性，这些特性可用器件的二端口S参量表示，也可用其等效电路的元件值表示。对于这里的绝大部分设计工作，我们将采用S参量法。因为使用该方法既准确又方便，当然这样做也有缺点，即需要知道晶体管在感兴趣频率范围内的S参量(通常需通过测量)。这一般不成为严重的问题，除非考虑的频率范围很广，因为微波晶体管的S参量一般随频率变化得很缓慢。与此相反，一个较好的晶体管电路模型的使用仅涉及到少数几个电路参量，这些参量在宽广的频率范围内一般是稳定的。等效电路模型还能在器件运用和它的物理参量之间提供较为紧密的联系，这对某些设计问题是较为有用的。

10.4.1 场效应晶体管

微波场效应管可以良好地工作在毫米波频率下,有着较高的增益和较低的噪声系数,这使得它们成为入选器件,以便用在约 5~10 GHz 频率下的混合集成和单片集成电路中^{[7]~[9]}。图 10.33 显示了一个典型的 GaAs MESFET 的结构。GaAs FET 能有所需要的增益和噪声特性,这是 GaAs(与硅比较)有更高电子迁移率的结果,并且不存在散粒噪声。正的 V_g 供电电压把电子从源极移到漏极。栅极上的输入信号然后调制这些多数电子载流子,产生电压放大。栅极长度限制了最大工作频率;当今制造的 FET 的栅极长度在 0.3~0.6 μm 量级范围内,其对应的上限频率为 100~50 GHz。

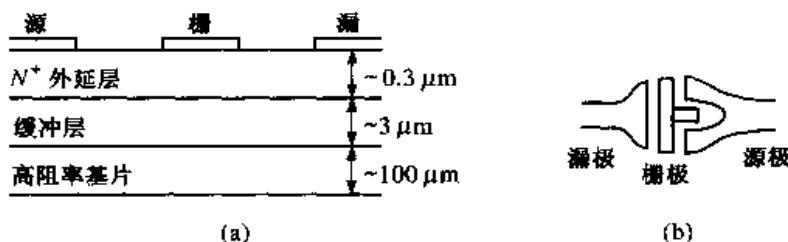


图 10.33 (a)GaAs MESFET 的剖面;(b)显示了漏、栅和源极接触的顶视图

微波 FET 在共源配置下的小信号等效电路如图 10.34 所示。该电路模型的元件典型值列出如下:

$$R_i(\text{串联栅极电阻}) = 7 \Omega$$

$$R_{ds}(\text{漏-源极电阻}) = 400 \Omega$$

$$C_{gs}(\text{栅-源极电容}) = 0.3 \text{ pF}$$

$$C_{ds}(\text{漏-源极电容}) = 0.12 \text{ pF}$$

$$C_{gd}(\text{栅-漏极电容}) = 0.01 \text{ pF}$$

$$g_m(\text{跨导}) = 40 \text{ mS}$$

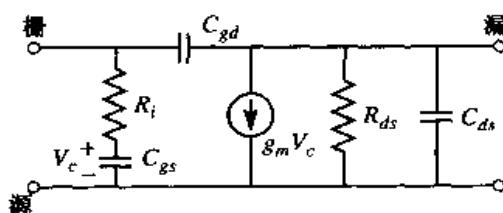


图 10.34 微波 FET 在共源极配置下的小信号等效电路

这个模型中未包含包装引起的寄生参量,由于在三个端子处的欧姆接触和电极引线,寄生参量通常会引入小的串联电阻和电感。非独立的电流源 $g_m V_c$ 与跨接在栅-源极电容 C_{gs} 上的电压有关,在正常工作条件下(此时端口 1 在栅极而端口 2 在漏极)会引起 $|S_{21}| > 1$ 的值。由 S_{12} 给出的反向信号路径是由电容 C_{gd} 单独造成的。正如从上面的数据所看到的那样,这通常是一个非常小的电容器,实际上经常可以忽略。在这种情况下, $S_{12} = 0$, 可把器件说成是单向的(unilateral)。

图 10.34 所示的等效电路模型可用来确定晶体管的上界工作频率。短路电流增益(short-circuit current gain) G_i^* 定义为漏极电流与栅极电流之比(当输出短路时)。在单向情况下(设定 C_{gd} 为零),可推导出它为

$$G_i^{sc} = \left| \frac{I_d}{I_g} \right| = \left| \frac{g_m V_c}{I_g} \right| = \frac{g_m}{\omega C_{gs}} \quad (10.77)$$

上界频率 f_T 是短路电流增益为 1 时的频率, 从而我们有

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \quad (10.78)$$

对于正常运行, 晶体管必须使直流偏置在合适的工作点上。这取决于应用要求(低噪声、高增益、高功率)、放大器的种类(A类、AB类、B类)和晶体管的类型(FET、HBT、HEMT)。图 10.35(a)显示了 GaAs FET 的典型 DC I_{ds} 与 V_{ds} 的曲线。对于低噪声设计, 漏极电流一般约选为 I_{ds} (饱和漏-源极电流)的 15%。高功率电路一般使用更高的漏极电流值。直流偏置电压必须加到栅和漏极上, 但不能干扰 RF 信号通路。图 10.35(b)中显示出可以做到这一点, 该图显示了在双极型供电下的偏置电路和去耦电路。RF 扼流圈为偏置提供一个很低的直流电阻, 并在 RF 频率下提供一个很高的阻抗, 以阻止微波信号被偏置供电电源短路。类似地, 输入和输出去耦电容器把直流从输入和输出线上隔断开, 从而允许微波信号从这些电容通过。还有许多其他类型的偏置电路, 这些偏置电路能提供温度和器件变化的补偿, 并可在单极性电源下工作。

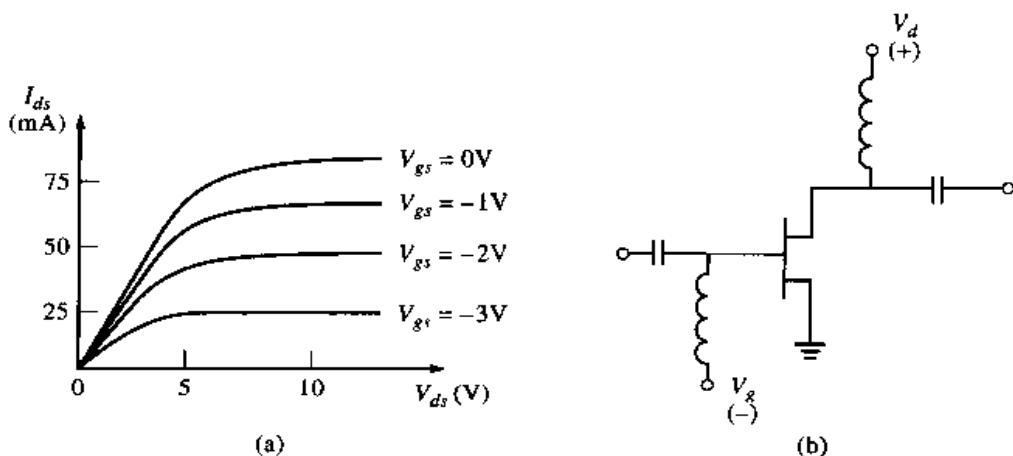


图 10.35 (a)GaAs FET 的直流特性;(b)GaAs FET 的偏置和去耦电路

10.4.2 双极结型晶体管

微波双极型晶体管通常是 npn 型晶体管。由于有较高的增益和更低的价格, 因而在低于 2~4 GHz 的频率下与 GaAs FET 相比, 它通常是人们的首选晶体管。双极型晶体管受制于散粒噪声以及热噪声效应, 所以它们的噪声系数不如 FET 的好。图 10.36 给出了一个典型的硅双极型晶体管的结构。与 FET 相反, 双极型晶体管是电流驱动的, 用基极电流调制集电极电流。双极型晶体管的上限频率主要受基极长度控制, 基极长度在 $0.1 \mu m$ 量级。

图 10.37 显示了微波双极型晶体管的小信号等效电路模型(共发射极配置)。该电路的参数及它们的典型值列表如下:

$$R_b(\text{基极电阻}) = 7 \Omega$$

$$R_\pi(\text{等效 } \pi \text{ 电阻}) = 110 \Omega$$

$$C_\pi(\text{等效 } \pi \text{ 电容}) = 18 \text{ pF}$$

$$C_c(\text{集电极电容}) = 18 \text{ pF}$$

$$g_m(\text{跨导}) = 900 \text{ mS}$$

可以看到，其跨导要比 GaAs FET 的高得多，从而导致在较低频率下有较高的功率增益。双极型晶体管模型中较大的电容用于降低在较高频率下的增益。图 10.37 所示的电路模型是为人熟知的，因为它与 FET 等效电路有类似性，但更为复杂的等效电路会有利于在宽广的频率范围上使用^{[7]-[9]}。此外，该模型并不包括由于基极和发射极引线产生的寄生电阻和电感。

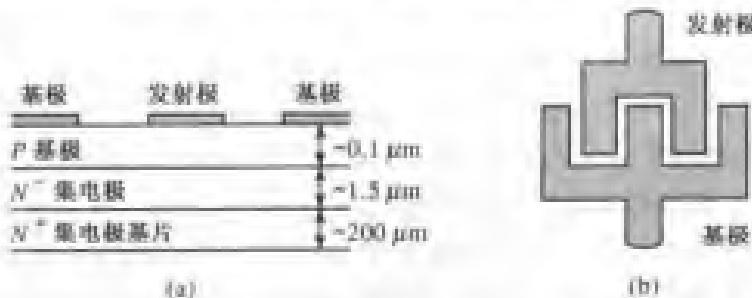


图 10.36 (a) 微波硅双极型晶体管的剖面；(b) 显示了基极和发射极接触的顶视图

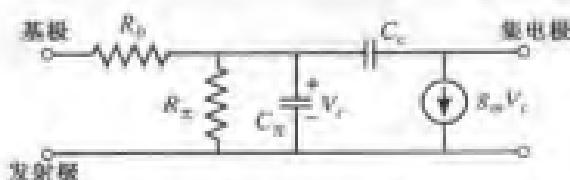


图 10.37 微波双极型晶体管在共发射极配置下的简化混合 π 等效电路

图 10.37 所示的等效电路可用于估计上限频率 f_T (短路电流增益为 1 处)。结果与上面对 FET 求得的类似：

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi C_{\pi}} \quad (10.79)$$

图 10.38(a)显示了双极型晶体管的典型直流工作特性。如同 FET，双极型晶体管的偏置点依赖于应用性质和晶体管的类型，一般来说，低的集电极电流给出最好的噪声系数，而较高集电极电流给出最佳的功率增益。图 10.38(b)显示了双极型晶体管的典型偏置和去耦电路，它只需要单极性供电电源。

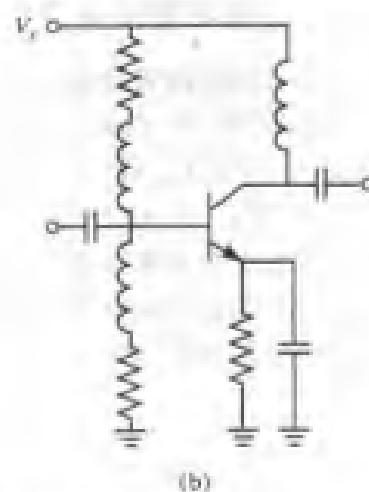
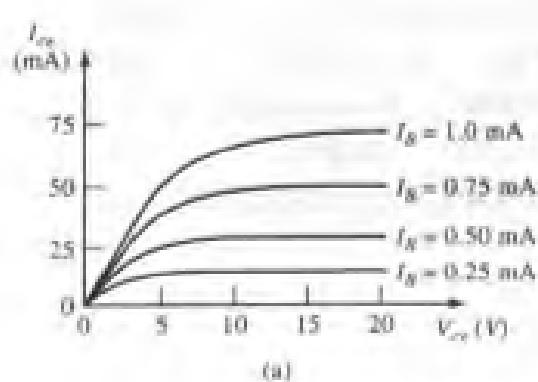


图 10.38 (a) 硅双极型晶体管的直流特性；(b) 双极型晶体管的偏置和去耦电路

10.5 微波集成电路

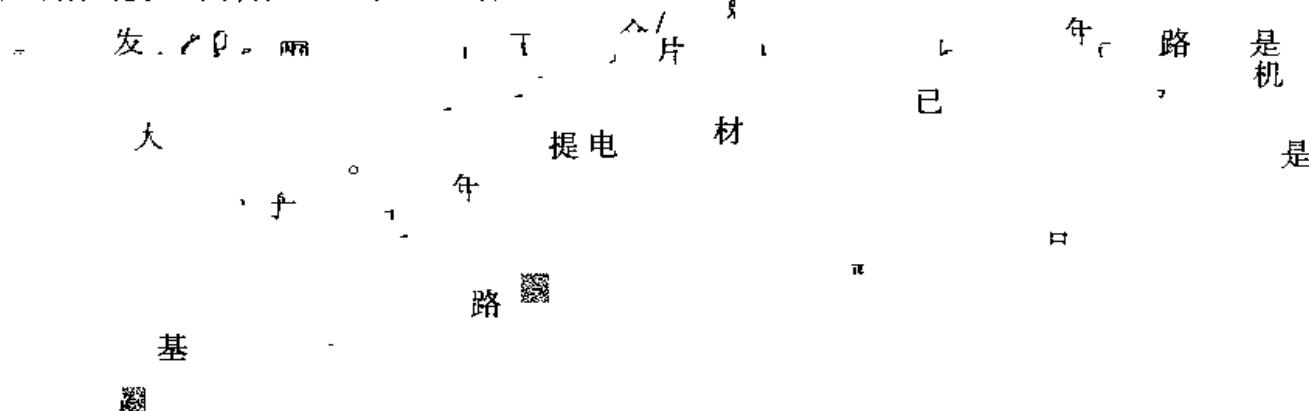
任何一种成熟的电子技术都趋向于缩小尺寸、减轻重量、降低价格并增加复杂程度。微波技术沿着这个方向推进已延续了10~20年,以便向微波集成电路发展^[2]。这一技术用尺寸小和不太贵的平面电路元件代替笨重而费用高的波导和同轴元件,这类似于导致计算机系统的复杂性快速增长的数字集成电路系统。微波集成电路(microwave integrated circuitry, MIC)可以与传输线、分立电阻、电容和电感以及有源器件(如二极管、晶体管)组合在一起。MIC技术已推进到这样的地步,即可把完整的微波子系统(诸如接收机前级、雷达的发射/接收模块)集成在一块芯片上,大小仅有几个平方毫米。

有两种不同类型的微波集成电路。混合MIC有用做导体和传输线的金属化层,还有分立元件(电阻、电容、电感、二极管等)固定在基片上。混合MIC最早是在20世纪60年代开发出来的,它为电路实现提供了一条非常灵活和价格合理的途径。单片微波集成电路(MMIC)是最近才开发出来的,它使有源和无源电路元件生长在一个基片上。基片是一种半导体材料,它使用了几层金属、介质和电阻膜。下面我们将从需用的材料和制造过程以及每类电路的相对优点来简要描述这两种类型的MIC。

10.5.1 混合微波集成电路

对任何类型的MIC来说,材料选择都是要考虑的重大问题;必须对特性(诸如电导率、介电常数、损耗角、热量转移、机械强度和加工兼容性)进行评估。一般来说,最为看重的是基片材料。对于混合MIC,氧化铝、石英和聚四氟乙烯(Teflon)纤维是常用的基片材料。氧化铝是坚硬的类陶瓷材料,其介电常数约为9~10。对于较低频率的电路,经常希望能用高介电常数材料,这样可有较小的电路尺寸。然而在较高频率下,必须减小基片的厚度以抑制辐射损耗和其他寄生效应。实用上,传输线(代表性的有微带、槽线或共面波导)的尺寸会变得太小。石英有较小的介电常数(约为4),但其较强的刚度使得它可用于较高频率(大于20 GHz)的电路。Teflon和类似形式的软塑性基片,其介电常数在2~10范围内,只要不要求刚度强和热量转移好,它就可在低价格下达到较大的基片面积。用于混合MIC的传输线导体材料主要有铜或金。

计算机辅助设计(CAD)工具广泛应用于微波集成电路设计、优化、布局和掩膜生成中。常用的软件包有CADENCE(Cadence Design Systems公司)、ADS(Agilent Technologies公司)、Microwave Office(Applied Wave Research公司)和SERENADE或DESIGNER(Ansoft公司)。掩膜本身通常在一个放大倍数($2\times$ 、 $5\times$ 、 $10\times$ 等)下制作在透明红(一种柔软的聚酯树脂膜)上,以便达到较高的精度。然后,在薄玻璃或石英片上制作真实尺寸的掩膜。金属化基片用光抗蚀膜覆盖,罩上掩膜,并在光源下曝光。然后可对基片进行腐蚀,去掉不需要的金属面积_{在板上钻孔,并在孔内蒸一层金属就可做成板上穿孔。}。最后,在基片上钻孔,并在孔内蒸一层金属就可做成板上穿孔。



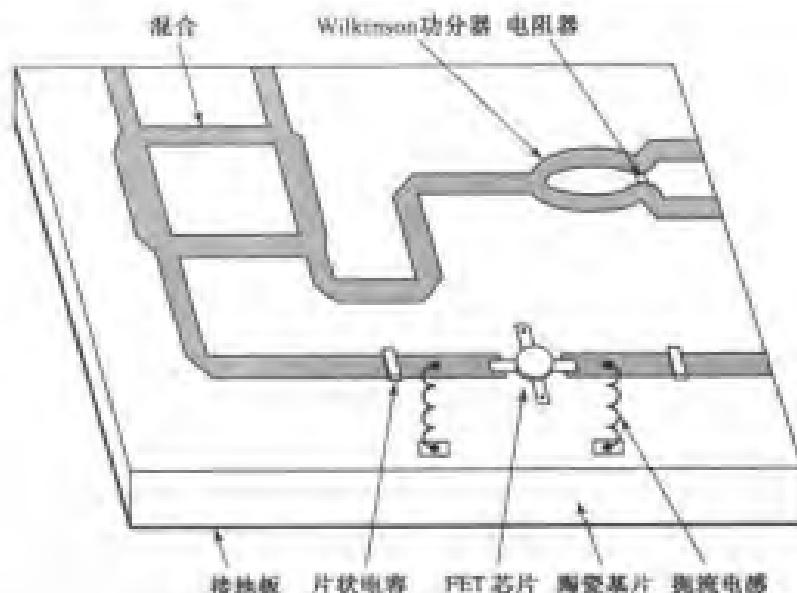


图 10.39 混合微波集成电路的布局图

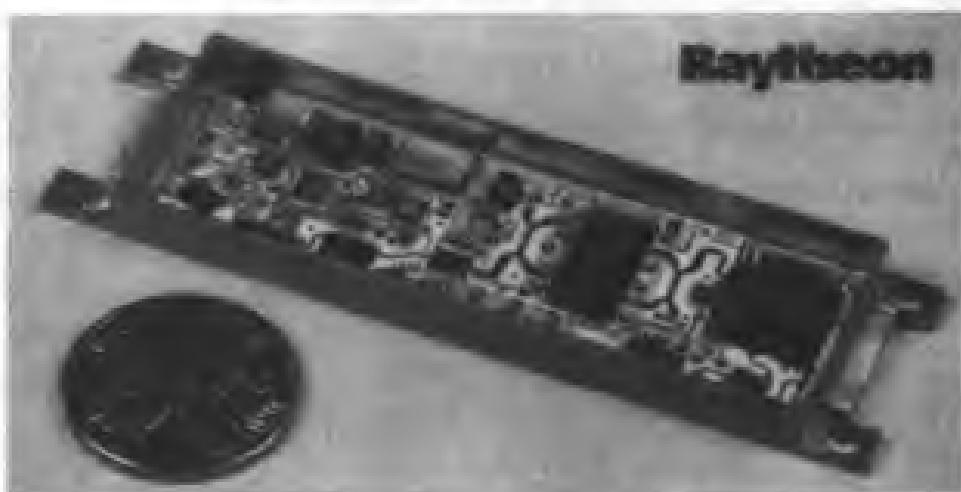


图 10.40 用于 Raytheon 的地基雷达系统的 25 344 个混合集成 T/R 模块之一的照片。这个 X 波段模块包含有相移器、放大器、开关、耦合器、一个铁氧体环形器以及相关的控制和偏置电路。承蒙 Raytheon Company, Lexington, Mass 提供照片

10.5.2 单片微波集成电路

自 20 世纪 70 年代后期, GaAs 材料处理和器件开发的进展已经指明单片微波集成电路是可以实现的, 在单片 MIC 中一给定电路所需的无源和有源元件可以在基片上生长或植入。从潜在可能性上说, MMIC 可以在低价格下制成, 因为它消除了加工混合 MIC 时所需的手工劳动。此外, 可在单个晶片上包含有大量的电路, 所有这些电路可以同时进行处理和加工。

MMIC 的基片必须是一种半导体材料, 以便使有源器件在其上制作, 器件的类型及频率范围限定了基片材料的类型。这样, 硅双极型晶体管可使用到几个 GHz 的工作频率, 蓝宝石硅(SOS) MESFET 可使用到几个 GHz 的频率, 亚微米栅长度的 GaAs FET 可使用到 60 GHz 的频率。GaAs FET 是一个用途很广的电路元件, 它在低噪声放大器、高增益放大器、宽频带放大器、混频器、相移器和开关中得到了广泛应用。这样, GaAs 就可能是最常用的 MMIC 的基片材料, 但也经常用到硅、蓝宝石硅和铟磷(InP)。

传输线和其他导体通常由镀金膜制成。为了改善金在基片上的附着力,一般先在基片上沉积一薄层铬或钛。这些金属的损耗相对大一些,所以金层至少有几倍趋肤深度厚,以便降低损耗。电容器和跨线需要绝缘介质膜,诸如 SiO_2 、 Si_3N_4 和 Ta_2O_5 。这些材料有较高的介电常数和低损耗,并且与集成电路处理相兼容。电阻要求沉积有耗膜,通常采用 NiCr 、 Ta 、 Ti 和掺杂的 GaAs 。

设计一个 MMIC 要求大量使用 CAD 软件,用于电路设计和优化,以及掩膜生成。电路设计必须进行细致的考虑,允许有元件的变动和容差;电路加工后再要修整,事实上是非常困难的,或者是不可能的(使低成本生产受到打击)。因此,诸如传输线不连续性、偏置网络、寄生耦合和包装引起的谐振这些影响必须事先加以考虑。

在电路设计已结束之后,就可以生成掩膜。对于每个处理步骤,需要一个或多个掩膜。对于所需要的有源器件,处理要由在半导体基片上生成有源层开始;这可通过离子注入或外延技术来进行。通过刻蚀(etching)或附加注入把有源面积隔离开,留下用于有源器件的台面(mesa)。下一步,通过把金或金/铬层结合到基片上,把欧姆触点制作到有源器件面积上。然后把钛/铂/金的复合物沉积在源极和漏极之间的面积上,成形 FET 栅极。此时,有源器件的加工过程基本上就已完成,可进行中间试验以便对晶片做出评估。若满足要求,则下一步是对触点、传输线、电感器和其他导体面积沉积上一层金属。然后,通过沉积电阻膜形成电阻,而对电容器和跨接线需要沉积一层介质膜。再镀一层金属就完成了电容器和任何剩下的互连。最后一些处理过程涉及到基片的底部(背面)。首先把它叠合到所需的厚度,然后通过刻蚀和镀金成形穿孔。通过孔把接地线连接到基片上层的电路上,并从有源器件到接地板提供一条热散逸的通道。在加工处理完成之后,可把单个电路从晶片上切割下来,并进行测试。图 10.41 显示了典型的 MMIC 结构,图 10.42 显示了一个 X 波段单片集成功率放大器的照片。

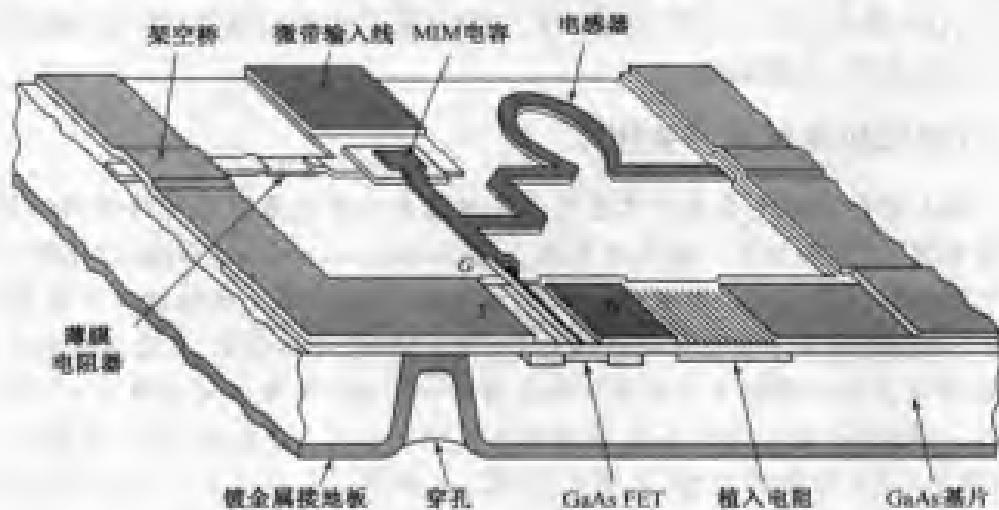


图 10.41 单片微波集成电路的布图

与混合 MIC 或其他类型电路相比较时,单片微波集成电路并不是没有缺点的。首先,MMIC 浪费了相对昂贵的半导体基片上的很大一部分面积(用于传输线和混合网络)。其次,对于 MMIC 的处理步骤和容许偏差是很苛刻的,这会造成产量低下。这些因素使得 MMIC 的造价相当昂贵,尤其是小批量生产(小于几百个)时。一般来说,要求对 MMIC 的设计过程有更为深入细致的了解,包括效诸如元件容差和不连续性等;而制造后的故障排除、调谐或修整是很困难的。由于它们的尺寸很小,使散热受到限制,因而 MMIC 不能用于需求比中等功率电平更高的电

路中。由于在 MMIC 材料中有内在的电阻性损耗,因此在 MMIC 的结构形式下很难实现高 Q 谐振器和滤波器。

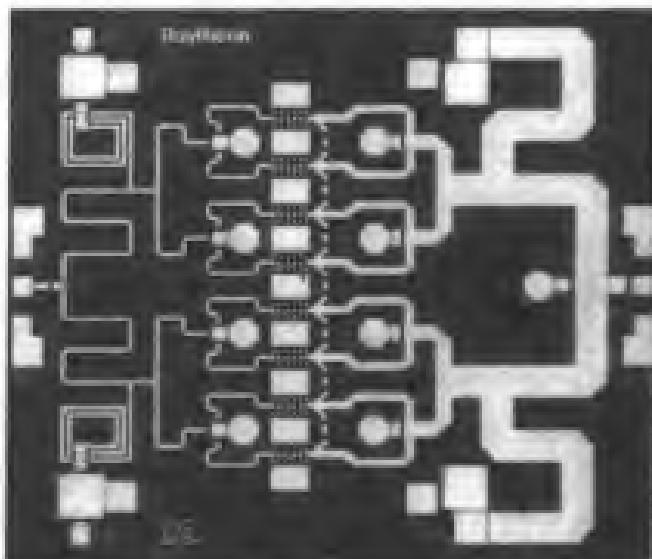


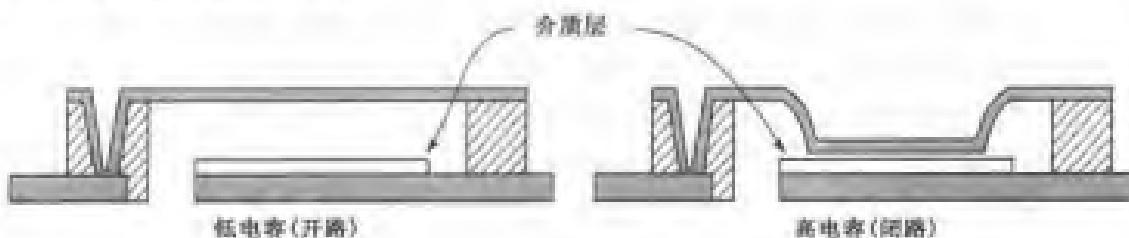
图 10.42 一个单片集成成功率放大器的照片。该电路用了 8 个异质结双极型晶体管,且在输入和输出处有功率分配器和功率合成器,产生放大功率 5 W。承蒙 M. Adlerstein 和 R. Wohlen, Raytheon Company, Lexington, Mass 提供照片

除了体积小和重量轻的明显优点外,MMIC 与其他类型的电路相比,还有一些独有的优点。由于在 MMIC 设计中很容易加工出其他的 FET,因此可在最少的成本下增强电路的灵活性并提高电路的性能。此外,单片集成电路器件与分立包装的器件相比,有小得多的寄生电抗,所以 MMIC 电路与混合电路相比通常有更宽的频带。MMIC 通常能给出重复性非常好的结果,对于来自同一晶片的电路来说,更是如此。

感兴趣点: RF 微机电系统开关技术

一个令人振奋的新领域是采用微机电技术在硅基片上形成悬浮或可移动的结构,这种结构可用于微波谐振器、天线和开关。微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)的一个例子是带有一个机械可移动触点的微机械 RF 开关,微机电系统利用了硅的独特性质来构成极小的器件,这些极小的器件使用了微型化的机械元件,诸如杠杆、传动装置、马达和执行元件。

RF MEMS 开关是这种新技术大有前途的应用之一。MEMS 开关可以做成多种不同的配置,具体取决于信号的通路(电容性的或直接接触的)、执行机制(静电的、磁的或热的)、起动机制(弹簧式或有源的)以及结构的类型(悬臂式、桥式、杠杆臂或旋转式)。一种受人欢迎的微波开关的配置示于下图中,图中通过应用直流控制电压移动一个弹性导电薄膜,使信号通路的电容在低电容态和高电容态之间切换。



MEMS 开关有非常好的损耗特性、极低的功耗、宽的频带。此外,与二极管或晶体管开关不同的是,它几乎不存在交调失真或其他非线性效应。下表在 10~20 GHz 内比较了 MEMS 开关与流行的固态开关的某些关键参量。

开关技术	插入损耗	隔离度	开关功率	直流电压	开关速度
PIN 二极管	0.1~0.8 dB	25~45 dB	1~5 mW	1~10 V	1~5 ns
FET	0.5~1.0 dB	25~50 dB	1~5 mW	1~10 V	2~10 ns
MEMS	0.1~1.0 dB	25~60 dB	1 μW	10~20 V	>30 μs

RF MEMS 的最重要的缺点可能是相对慢的开关时间和潜在的寿命限制,这两者是器件的机械性质所造成的。MEMS 开关可以预见的最重要应用之一是低价格的开关-线-长度(switched-line-length)相移器,相控阵天线需要大量的这种相移器。

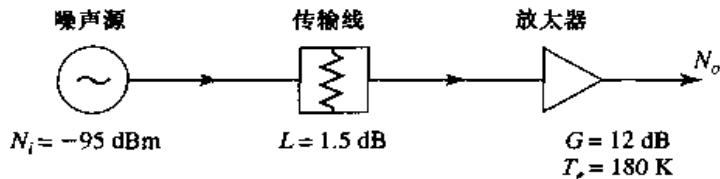
参考文献

- [1] M. E. Hines, "The Virtues of Nonlinearity—Detection, Frequency Conversion, Parametric Amplification and Harmonic Generation," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 1097~1104, September 1984.
- [2] D. N. McQuiddy, Jr., J. W. Wassel, J. B. Lagrange, and W. R. Wisseman, "Monolithic Microwave Integrated Circuits: An Historical Perspective," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 997~1008, September 1984.
- [3] F. T. Ulaby, R. K. Moore, and A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing: Active and Passive, Volume I, Microwave Remote Sensing, Fundamentals and Radiometry*. Addison-Wesley, Reading, Mass, 1981.
- [4] S. A. Maas, *Microwave Mixers*, Artech House, Dedham, Mass, 1986.
- [5] S. Y. Yngvesson, *Microwave Semiconductor Devices*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [6] I. Bahl and P. Bhartia, *Microwave Solid-State Circuit Design*, Wiley Interscience, N.Y., 1988.
- [7] G. D. Vendelin, A. M. Pavio, and U. L. Rohde, *Microwave Circuit Design Using Linear and Nonlinear Techniques*, Wiley, N.Y., 1990.
- [8] G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design*, 2nd edition, Prentice-Hall, N.J., 1997.
- [9] K. Chang, ed., *Handbook of Microwave and Optical Components*, vol. 2, Wiley Interscience, N.Y., 1990.

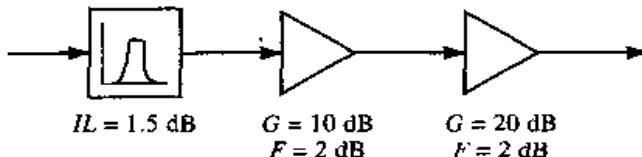
习题

- 10.1 用 Y 因子法测量一个放大器的噪声系数,该放大器带有一个 $ENR = 20$ dB 的噪声源和一个温度为 77 K 的冷负载。若测量得到的 Y 因子比是 16.285 dB,问放大器的噪声系数为多少?
- 10.2 假定在 Y 因子测量中引入误差使 Y 的测量中有一不确定的 ΔY 。推导出用 $\Delta Y/Y$ 和温度 T_1 、 T_2 和 T_e 表示的等效噪声温度的归一化误差 $\Delta T_e/T_e$ 的表达式。相对于 T_e 使该结果极小化,以得到用 T_1 和 T_2 表示的 T_e 的表达式,这将使误差成为极小。
- 10.3 要求用一条传输线把天线和低噪声接收机连接起来。频率是 10 GHz,两者相距 2 m。可选的传输线是铜制 X 波段的波导、RG-8/U 同轴电缆或铜制的圆波导(内直径为 2.0 cm)。为有最佳的噪声系数,应用何种传输线?这里不考虑阻抗失配。
- 10.4 某传输线在温度 $T_0 = 290$ K 下有噪声系数 $F = 1$ dB。当物理温度从 $T = 0$ K 到 1000 K 变化时,计算并画出此线的噪声系数。
- 10.5 一个带宽为 1 GHz 的放大器有增益 15 dB 和噪声温度 250 K。若 1 dB 压缩点发生在输入功率电平为 -10 dBm 时,请给出该放大器的线性动态范围。

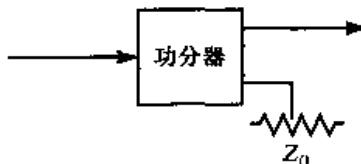
- 10.6 一放大器有增益 12 dB, 带宽为 150 MHz, 噪声系数为 4.0 dB, 它馈接到噪声温度为 900 K 的接收机上, 请求出总系统的噪声系数。
- 10.7 一个 PCS(个人通信系统)接收机的前端线路如下图所示。其工作频率是 1805 ~ 1880 MHz, 系统的物理温度是 300 K。有 $N_i = -95 \text{ dBm}$ 的噪声源加到接收机的输入。(a)在该工作频率范围内, 源的等效噪声温度是多少? (b)放大器的噪声系数(dB)是多少? (c)级联的传输线和放大器的噪声系数(dB)是多少? (d)接收机在工作频率上的总噪声功率输出(dBm)是多少?



- 10.8 无线局域网(WLAN)的接收机前端如下图所示, 其中带通滤波器的带宽为 100 MHz, 中心频率在 2.4 GHz。若系统处于室温下, 求出全部系统的噪声系数。假如输入信号功率电平是 -90 dBm, 问在输出端最终得到的信噪比是多少? 可否重新安排元件以获得较好的噪声系数?



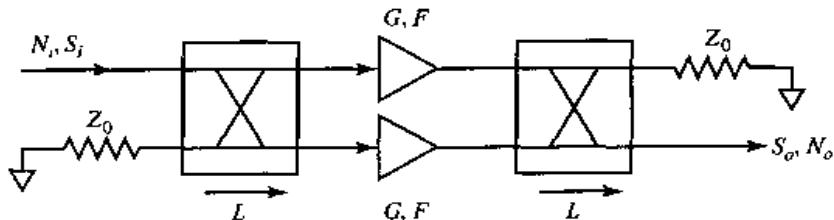
- 10.9 有一双路功分器, 一路输出端接匹配负载, 如下图所示。求出最终形成的二端口网络的噪声系数, 若功分器是:(a)等分双路电阻性功分器; (b)双路 Wilkinson 功分器; (c)3 dB 正交混合网络。假设在每种情况下功分器是匹配的, 并处于室温下。



- 10.10 对于固定损耗 $L > 1$, 证明由式(10.33)给出的失配、有耗传输线的等效噪声温度在 $|Γ| = 0$ 时最小。
- 10.11 一根在温度 T 下的有耗传输线馈接到有噪声系数 F 的放大器上, 如下图所示。若在放大器输入端存在阻抗失配 $Γ$, 求出系统的总噪声系数。

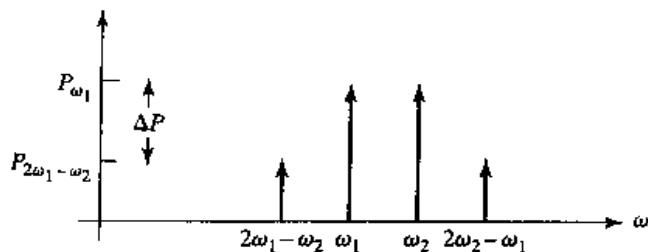


- 10.12 下图显示了一个平衡放大器电路。这两个放大器是等同的, 每个有功率增益 G 和噪声系数 F 。两个正交混合网络也是一样的, 各有从输入到任一端输出的插入损耗 $L > 1$ (不包括 3 dB 功率分配因子)。请推导出平衡放大器的总噪声系数的表达式。当混合网络无耗时, 该结果会降低多少?

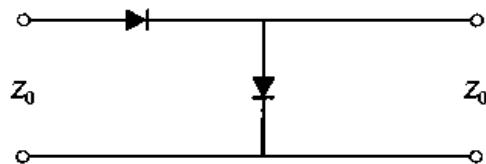


- 10.13 一个接收机子系统有噪声系数 6 dB、21 dBm(以输出作为参考)的 1 dB 压缩点、30 dB 的增益以及 33 dBm(以输出作为参考)的 3 阶截断点。假如有 $N_i = -105 \text{ dBm}$ 的噪声源馈送到该子系统, 且要求输出 SNR 为 8 dB, 求该子系统的线性和无寄生动态范围。假定系统的带宽为 20 MHz。

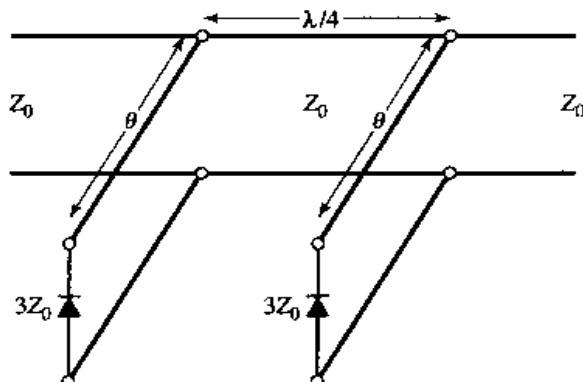
- 10.14 实际上,3 阶截断点是从测量数据外推出的(取输入功率电平远低于 P_3)。下图给出了频谱分析仪显示出的频谱。图中纵坐标上 ΔP 是 P_{ω_1} 和 $P_{2\omega_1-\omega_2}$ 之差。证明 3 阶截断点是由 $P_3 = P_{\omega_1} - \frac{1}{2}\Delta P$ 给出的。它是以输入作为参考还是以输出作为参考?



- 10.15 双频输入(两个信号电平相差 6 dB)加到一个非线性元件上。假如 ω_1 和 ω_2 靠得很近,问得到的两个 3 阶交调产物 $2\omega_1 - \omega_2$ 和 $2\omega_2 - \omega_1$ 的相对功率比是多少?
- 10.16 在例题 10.5 中,若放大器和混频器的位置颠倒,求 3 阶截断点。
- 10.17 一个二极管有以下参量: $C_j = 0.1 \text{ pF}$, $R_s = 15 \Omega$, $I_s = 0.1 \mu\text{A}$, $L_p = C_p = 0$ 。假设 $\alpha = 1/(25 \text{ mV})$, 并忽略偏置电流对结电容的影响。在 $I_0 = 0, 20 \mu\text{A}$ 和 $50 \mu\text{A}$ 时,计算 10 GHz 处的开路电压灵敏度。
- 10.18 单刀双掷开关使用在并联配置下的一个 PIN 二极管。频率是 4 GHz, $Z_0 = 50 \Omega$, 二极管参量是 $C_j = 0.5 \text{ pF}$, $R_s = 0.5 \Omega$, $R_f = 0.3 \Omega$, $L_i = 0.3 \text{ nH}$ 。一开路并联短截线横跨二极管放置,以使开关在 ON 态下插入损耗最小。求此短截线的电长度,计算出在 OFF 态和 ON 态下最终的插入损耗。
- 10.19 用两个等同的 PIN 二极管构成单刀单掷开关,其电路布局见下图。在 ON 态下,串联二极管是正向偏置的,而并联二极管是反向偏置的;而在 OFF 态下,情形正好相反。假设 $f = 6 \text{ GHz}$, $Z_0 = 50 \Omega$, $C_j = 0.1 \text{ pF}$, $R_s = 0.5 \Omega$, $R_f = 0.3 \Omega$, $L_i = 0.4 \text{ nH}$ 。求在 ON 态和 OFF 态下的插入损耗。



- 10.20 考虑如下图所示的负载线相移器。若 $Z_0 = 50 \Omega$, 求差分相移为 45° 时所需的短截线长度,并计算出相移器在两种状态下的最终插入损耗。假定所有线是无耗的,并认为二极管近似是理想短路的或开路的。



- 10.21 利用图 10.37 所示的等效电路,推导出双极型晶体管的短路电流增益的表达式。假定器件是单向的,其中 $C_e = 0$ 。
- 10.22 利用单向等效电路模型,推导出 FET 的 y 参量的表达式。FET 有以下特性: $R_i = 7 \Omega$, $R_o = 400 \Omega$, $C_{gs} = 0.3 \text{ pF}$, $C_{gd} = 0.12 \text{ pF}$, $C_{sd} = 0$, $g_m = 30 \text{ mS}$ 。在 5 GHz 频率下计算出这些参量。对于系统阻抗 50Ω ,把这些 y 参量转换成 S 参量,并求出当源和负载阻抗共轭匹配时的单向转换增益。

第 11 章 微波放大器设计

在近代 RF 和微波系统中, 放大是最基本和广泛存在的微波电路功能之一。早期的微波放大器依赖于电子管(诸如速调管和行波管)或基于隧道二极管或变容二极管的负阻特性的固态反射放大器。但自 20 世纪 70 年代以来, 固态技术已发生了惊人的进步和革新, 导致今天大多数 RF 和微波放大器使用的均是晶体管器件, 诸如 Si 或 SiGe BJT, GaAs HBT, GaAs 或 InP FET, 或 GaAs HEMT^{[1]-[4]}。微波晶体管放大器具有结实、价格低、可靠和容易集成在混合和单片集成电路上等优点。正如我们在第 10 章已经讨论过的那样, 晶体管放大器可以在频率超过 100 GHz 的范围内, 于需要小体积、低噪声系数、宽频带和中小功率容量的应用范围内使用。虽然在很高功率和/或很高频率的应用中仍需要微波电子管, 但随着晶体管性能的不断提高, 对微波电子管的需求在稳定地下降。

我们对晶体管放大器的设计的讨论将依赖于晶体管的端口特性, 该特性用 S 参量或者在前一章介绍的等效电路模型之一表示。我们首先介绍对放大器设计有用的一些通用的二端口功率增益的定义, 然后讨论稳定性问题。再后, 我们将把这些结果应用到单级晶体管放大器中, 包括最大增益、指定增益和低噪声系数。宽带平衡和分布放大器将在 11.4 节中讨论, 最后将简短论述晶体管功率放大器。

11.1 二端口功率增益

在这一节中, 我们将根据晶体管的 S 参量推导出几种常用的二端口放大器的增益和稳定性的表示式。这些结果将用在随后几节的放大器和振荡器的设计中。

11.1.1 二端口功率增益的定义

考虑两端分别连接源和负载阻抗 Z_s 和 Z_L 的任意二端口网络 [S], 如图 11.1 所示。我们将根据二端口网络的 S 参量以及源和负载的反射系数 Γ_s 和 Γ_L 推导出三种类型功率增益的表示式。

- **功率增益** = $G = P_L / P_{in}$ 是耗散在负载 Z_L 的功率与传送到二端口网络的输入端功率之比。该增益与 Z_s 无关, 即使有些有源电路是与 Z_s 密切相关的。
- **可用增益** = $G_A = P_{avp} / P_{avs}$ 是来自二端口网络的可用功率与来自源的可用功率之比。这里假定与源和负载均共轭匹配, 且与 Z_s 有关, 但与 Z_L 无关。
- **变换功率增益** (Transducer Power Gain) = $G_T = P_L / P_{avs}$ 是传送到负载的功率与来自源的可用功率之比, 它与 Z_s 和 Z_L 都有关。

这些定义根本不同于源和负载与二端口器件相匹配的情况; 若输入和输出都与二端口共轭匹配, 则增益最大, $G = G_A = G_T$ 。

参考图 11.1, 向负载方向看, 反射系数是

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (11.1a)$$

而向源方向看,反射系数是

$$\Gamma_s = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \quad (11.1b)$$

式中, Z_0 是二端口网络的 S 参量所参照的特征阻抗。

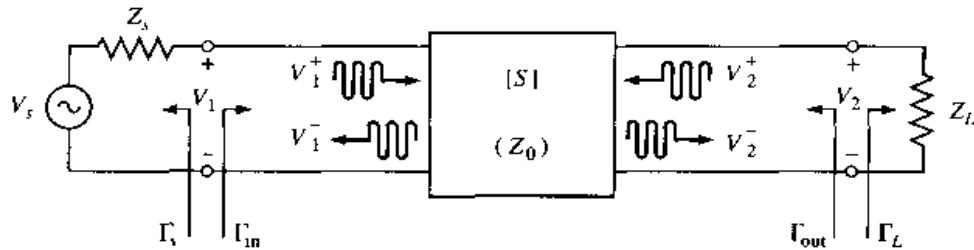


图 11.1 带有常规源和负载阻抗的二端口网络

在一般情况下,端接二端口网络的输入阻抗是失配的,用反射系数 Γ_{in} 给出。它可以用信号流图(见例题 4.7)或由下面的分析决定。从 S 参量的定义 $V_2^+ = \Gamma_L V_2^-$, 我们有

$$V_1^- = S_{11} V_1^+ + S_{12} V_2^+ = S_{11} V_1^+ + S_{12} \Gamma_L V_2^- \quad (11.2a)$$

$$V_2^- = S_{21} V_1^+ + S_{22} V_2^+ = S_{21} V_1^+ + S_{22} \Gamma_L V_2^- \quad (11.2b)$$

从式(11.2a)中消去 V_2^- , 并解出 V_1^- / V_1^+ 为

$$\Gamma_{in} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (11.3a)$$

式中, Z_{in} 是从端接网络的端口 1 向里看的阻抗。同样,当端口 1 接 Z_s 时,从网络的端口 2 向里看的反射系数是

$$\Gamma_{out} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} \quad (11.3b)$$

通过分压,

$$V_1 = V_s \frac{Z_{in}}{Z_s + Z_{in}} = V_1^+ + V_1^- = V_1^+ (1 + \Gamma_{in})$$

使用

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}}$$

从式(11.3a)解出 V_1^+ 与 V_s 的关系为

$$V_1^+ = \frac{V_s}{2} \frac{(1 - \Gamma_s)}{(1 - \Gamma_s \Gamma_{in})} \quad (11.4)$$

若上面表示的所有电压值都是峰值,则传送到网络的平均功率是

$$P_{in} = \frac{1}{2Z_0} |V_1^+|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2) = \frac{|V_s|^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{in}|^2} (1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (11.5)$$

其中使用了式(11.4)。传送到负载的功率是

$$P_L = \frac{|V_2^-|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2) \quad (11.6)$$

从式(11.2b)解出 V_2^- , 代入到式(11.6)并利用式(11.4), 给出

$$P_L = \frac{|V_1^+|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{2Z_0 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} = \frac{|V_S|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) |1 - \Gamma_S|^2}{8Z_0 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2 |1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2} \quad (11.7)$$

因而功率增益可以表示为

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (11.8)$$

来自源的可用功率 P_{avs} 是可以传送到网络的最大功率。正如 2.6 节已讨论的, 这种情况发生在当端接网络的输入阻抗与源阻抗共轭匹配时。所以由式(11.5)可得

$$P_{avs} = P_{in} \Big|_{\Gamma_{in} = \Gamma_S^*} = \frac{|V_S|^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_S|^2}{(1 - |\Gamma_S|^2)} \quad (11.9)$$

同样, 来自网络的可用功率 P_{avn} 是可以传送到负载的最大功率。由式(11.7)得到

$$P_{avn} = P_L \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*} = \frac{|V_S|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2) |1 - \Gamma_S|^2}{8Z_0 |1 - S_{22}\Gamma_{out}^*|^2 |1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2} \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*} \quad (11.10)$$

在式(11.10)中, Γ_{in} 必须对 $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$ 求值。由式(11.3a)可以证明

$$|1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2 \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*} = \frac{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)^2}{|1 - S_{22}\Gamma_{out}^*|^2}$$

该式使式(11.10)简化为

$$P_{avn} = \frac{|V_S|^2}{8Z_0} \frac{|S_{21}|^2 |1 - \Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (11.11)$$

观察到 P_{avs} 和 P_{avn} 都用源电压 V_S 表示, V_S 是与输入或负载阻抗无关的。若这些量用 V_1^+ 表示, 则会发生混淆, 因为 V_1^+ 对 P_L , P_{avs} 和 P_{avn} 的计算都是不同的。

于是用式(11.11)和式(11.9)得出可用功率增益是

$$G_A = \frac{P_{avn}}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (11.12)$$

由式(11.7)和式(11.9)得出变换功率增益是

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (11.13)$$

变换功率增益是发生在输入和输出都匹配时的一种特定情况, 即零反射(不同于共轭匹配)的一种特定情况。这时 $\Gamma_L = \Gamma_S = 0$, 式(11.13)简化为

$$G_T = |S_{21}|^2 \quad (11.14)$$

另一种特殊情况是单向变换功率增益 G_{TU} , 此时, $S_{12} = 0$ (或者小到可以忽略)。这种非互易特性对多数实际放大电路是常见的。当 $S_{12} = 0$ 时, 由式(11.3a)给出 $\Gamma_{in} = S_{11}$, 所以式(11.13)给出单向变换增益为

$$G_{TU} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (11.15)$$

例题 11.1 功率增益定义的比较

一个带有 50Ω 参考阻抗的微波晶体管在 10 GHz 时有下列 S 参量：

$$S_{11} = 0.45 \angle 150^\circ$$

$$S_{12} = 0.01 \angle -10^\circ$$

$$S_{21} = 2.05 \angle 10^\circ$$

$$S_{22} = 0.40 \angle -150^\circ$$

源阻抗 $Z_S = 20\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 30\Omega$ 。计算功率增益、可用功率增益和变换功率增益。

解：

由式(11.1a, b)求出源和负载的反射系数是

$$\Gamma_S = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = \frac{20 - 50}{20 + 50} = -0.429$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{30 - 50}{30 + 50} = -0.250$$

由式(11.3a, b)得到向端接网络输入端和输出端看时的反射系数分别是

$$\begin{aligned}\Gamma_{in} &= S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = 0.45 \angle 150^\circ + \frac{(0.01 \angle -10^\circ)(2.05 \angle 10^\circ)(-0.250)}{1 - (0.40 \angle -150^\circ)(-0.250)} \\ &= 0.455 \angle 150^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{out} &= S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} = 0.40 \angle 150^\circ + \frac{(0.01 \angle -10^\circ)(2.05 \angle 10^\circ)(-0.429)}{1 - (0.45 \angle 150^\circ)(-0.429)} \\ &= 0.408 \angle -151^\circ\end{aligned}$$

然后, 由式(11.8)得出功率增益是

$$\begin{aligned}G &= \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} = \frac{(2.05)^2 [1 - (0.250)^2]}{|1 - (0.40 \angle -150^\circ)(-0.250)|^2 [1 - (0.455)^2]} \\ &= 5.94\end{aligned}$$

由式(11.12)得出可用功率增益是

$$\begin{aligned}G_A &= \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} = \frac{(2.05)^2 [1 - (0.429)^2]}{|1 - (0.45 \angle 150^\circ)(-0.429)|^2 [1 - (0.408)^2]} \\ &= 5.85\end{aligned}$$

由式(11.13)得出变换功率增益是

$$\begin{aligned}G_T &= \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \\ &= \frac{(2.05)^2 [1 - (0.429)^2] [1 - (0.250)^2]}{|1 - (0.40 \angle -150^\circ)(-0.250)|^2 |1 - (-0.429)(0.455 \angle -150^\circ)|^2} = 5.49\end{aligned}$$

11.1.2 二端口功率增益的进一步讨论

一个单级微波晶体管放大器可以用图 11.2 所示的电路模拟, 其中匹配网络用在晶体管的两侧, 它把输入和输出阻抗 Z_0 转换为源阻抗 Z_S 和负载阻抗 Z_L 。对于放大器的设计, 最有用的增

益定义是式(11.13)的变换功率增益,该式考虑到了源和负载均失配的情况。所以,从式(11.13)出发,我们能对输入(源)匹配网络、晶体管自身和输出(负载)匹配网络分别定义其有效增益系数如下:

$$G_S = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_{in}\Gamma_S|^2} \quad (11.16a)$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 \quad (11.16b)$$

$$G_L = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (11.16c)$$

然后,总变换增益是 $G_T = G_S G_0 G_L$ 。来自 G_S 和 G_L 的有效增益是由于晶体管阻抗匹配成阻抗 Z_0 。

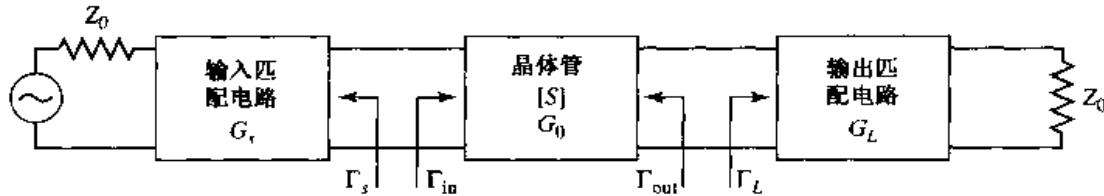


图 11.2 常用的晶体管放大器电路

若晶体管是单向的,因此 $S_{12} = 0$ 或是小到可以忽略,则式(11.3)可简化为 $\Gamma_{in} = S_{11}$, $\Gamma_{out} = S_{22}$, 单向晶体管增益可简化为 $G_{TU} = G_S G_0 G_L$, 其中,

$$G_S = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} \quad (11.17a)$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 \quad (11.17b)$$

$$G_L = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (11.17c)$$

上面这些结果是用晶体管的 S 参量推导出来的,但是它可以用另一种依据晶体管等效电路参量的增益表示式获得。作为一个例子,计算共轭匹配 GaAs FET 的单向变换增益,该 FET 等效电路如图 10.34 所示(有 $C_{gd} = 0$)。为了使晶体管共轭匹配,我们选择了如图 11.3 所示的源和负载阻抗。设串联源感性电抗 $X = 1/\omega C_{gs}$,使得 $Z_{in} = Z_S^*$,而设并联负载感性电纳 $B = -\omega C_{ds}$,使得 $Z_{out} = Z_L^*$,这就有效地从 FET 等效电路中消去了电抗性元件。然后通过分压 $V_c = V_S/2j\omega R_i C_{gs}$, 可容易地算出增益为

$$G_{TU} = \frac{P_L}{P_{avS}} = \frac{\frac{1}{8} |g_m V_c|^2 R_{ds}}{\frac{1}{8} |V_S|^2 / R_i} = \frac{g_m^2 R_{ds}}{4\omega^2 R_i C_{gs}^2} = \frac{R_{ds}}{4R_i} \left(\frac{f_T}{f} \right)^2 \quad (11.18)$$

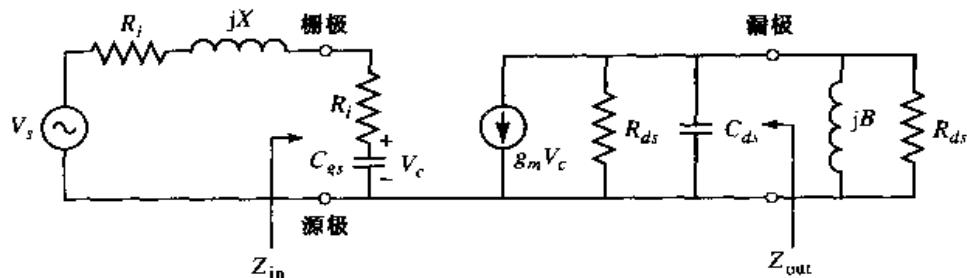


图 11.3 单向 FET 等效电路和用于计算单向变换功率增益的源和负载终端

式中最后一步是根据式(10.78)得到的截止频率 f_T 改写成的。该式表明共轭匹配 FET 放大器的增益是按 $1/f^2$ (或者 6 dB/倍频程)下降的有趣结果。图 11.4 显示了 MMIC 低噪声放大器的照片。

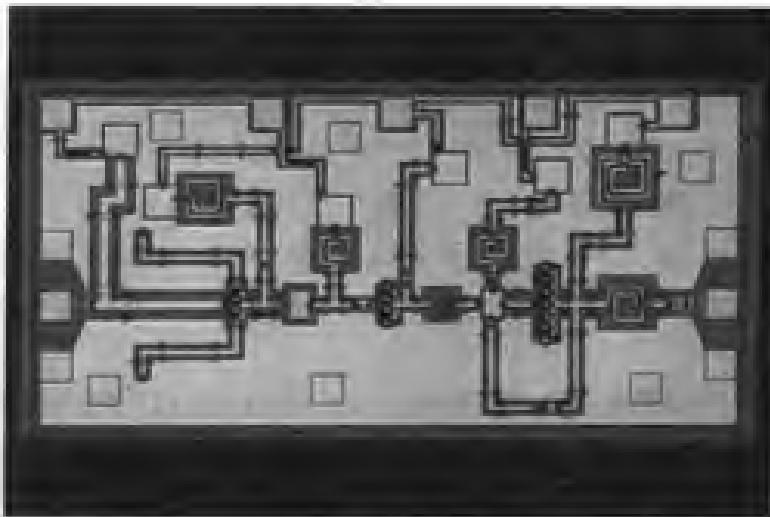


图 11.4 低噪声 MMIC 的照片,它使用了 3 个有共面波导电路的 HEMT。从 20 GHz 到 24 GHz, 放大器有增益 20 dB。在芯片左边和右边的接触垫片是用于 RF 的输入和输出接头的, 直流偏置连接位于顶部。芯片尺寸为 1.1×2.0 mm。承蒙 R. W. Jackson and B. Hou of the University of Massachusetts-Amherst, and J. Wessller of M/A-COM, Lowell, Mass 提供照片

11.2 稳定性

我们现在讨论晶体管放大器稳定工作的必要条件。在图 11.2 所示的电路中,假如输入或输出端口阻抗中有负实部,则该电路有可能发生振荡,这意味着 $|\Gamma_{in}| > 1$ 或 $|\Gamma_{out}| > 1$ 。因为 Γ_{in} 和 Γ_{out} 与源和负载匹配网络有关,因而放大器的稳定性依赖于通过匹配网络提供的 Γ_S 和 Γ_L 。所以我们定义两类稳定性:

- **无条件稳定:**假如对所有无源信号源和负载阻抗,有 $|\Gamma_{in}| < 1$ 和 $|\Gamma_{out}| < 1$ [即 $|\Gamma_S| < 1$ 和 $|\Gamma_L| < 1$],则这个网络是无条件稳定的。
- **条件稳定:**假如只对某些确定范围的无源信号源和负载阻抗,有 $|\Gamma_{in}| < 1$ 和 $|\Gamma_{out}| < 1$,则这个网络是条件稳定的。这种情况也称为潜在的不稳定。

注意,放大器电路的稳定性条件常常是与频率相关的,因为输入和输出匹配网络通常与频率有关。所以,一个放大器在它的设计频率处稳定而在其他频率处不稳定是可能的。放大器的设计要精心地考虑这种可能性。我们还必须指出,下面讨论的稳定性仅限于图 11.2 所示的二端口放大器电路类型,并且在此处测量有源器件的 S 参量时,在整个感兴趣的频带内没有振荡。通常,严格的稳定性的论述需要网络的 S 参量(或者其他网络参量)在复数频率右半平面上没有极点,外加条件 $|\Gamma_{in}| < 1$ 和 $|\Gamma_{out}| < 1$ ^[6]。在实际应用中,这种评定可能是困难的,但对于此处考虑的特定情况,已知 S 参量没有极点(用可测性证实),下面的稳定条件是适用的。

11.2.1 稳定性圆

假如放大器是无条件稳定的,则将上面讨论的无条件稳定所需的条件应用到式(11.3),可给出 Γ_S 和 Γ_L 必须满足的如下条件:

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| < 1 \quad (11.19a)$$

$$|\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| < 1 \quad (11.19b)$$

若该器件是单向的($S_{12} = 0$), 则这些条件可简化为 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$, 这对无条件稳定是充分的。另外, 不等式(11.19)限定了 Γ_S 和 Γ_L 值的范围, 在此范围放大器是稳定的。用 Smith 圆图可方便地求出 Γ_S 和 Γ_L 的范围并画成输入和输出稳定性圆(stability circles)。该稳定性圆被定义为 $|\Gamma_{in}| = 1$ [或 $|\Gamma_{out}| = 1$]在 Γ_L (或 Γ_S)平面上的轨迹。所以, 该稳定性圆确定了稳定的和潜在不稳定的 Γ_S 和 Γ_L 之间的边界。 Γ_S 和 Γ_L 必须位于 Smith 圆上[对于无源匹配网络有 $|\Gamma_S| < 1$ 和 $|\Gamma_L| < 1$]。

我们可按下面的方法推导输出稳定性圆的公式。首先用式(11.19a)表示 $|\Gamma_{in}| = 1$ 的条件为

$$\left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = 1 \quad (11.20)$$

或

$$|S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{12}S_{21}\Gamma_L| = |1 - S_{22}\Gamma_L|$$

现在规定 Δ 为散射矩阵的行列式:

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \quad (11.21)$$

于是可将上面的结果表示为

$$|S_{11} - \Delta\Gamma_L| = |1 - S_{22}\Gamma_L| \quad (11.22)$$

现在对该式两边平方并简化后得到

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |\Delta|^2|\Gamma_L|^2 - (\Delta\Gamma_L S_{11}^* + \Delta^*\Gamma_L^* S_{11}) &= 1 + |S_{22}|^2|\Gamma_L|^2 - (S_{22}^*\Gamma_L^* + S_{22}\Gamma_L) \\ (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)\Gamma_L\Gamma_L^* - (S_{22} - \Delta S_{11}^*)\Gamma_L - (S_{22}^* - \Delta^* S_{11})\Gamma_L^* &= |S_{11}|^2 - 1 \end{aligned} \quad (11.23)$$

$$\Gamma_L\Gamma_L^* - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)\Gamma_L + (S_{22}^* - \Delta^* S_{11})\Gamma_L^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{|S_{11}|^2 - 1}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}$$

接着, 在等式的两边加上 $|S_{22} - \Delta S_{11}^*|^2/(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)^2$, 配成完全平方:

$$\left| \Gamma_L - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right|^2 = \frac{|S_{11}|^2 - 1}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} + \frac{|S_{22} - \Delta S_{11}^*|^2}{(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)^2}$$

或

$$\left| \Gamma_L - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad (11.24)$$

在复数 Γ 平面上, 形式为 $|\Gamma - C| = R$ 的方程代表一个圆, 其圆心在 C (复数)点, 半径为 R (实数)。所以式(11.24)定义了圆心在 C_L 、半径为 R_L 的输出稳定性圆, 其中,

$$C_L = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad (\text{圆心}) \quad (11.25a)$$

$$R_L = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad (\text{半径}) \quad (11.25b)$$

通过将 S_{11} 和 S_{22} 互换, 能获得输入稳定性圆的相似结果:

$$C_S = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \quad (\text{圆心}) \quad (11.26a)$$

$$R_S = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad (\text{半径}) \quad (11.26b)$$

在给出了晶体管的 S 参量后, 我们就能画出由 $|\Gamma_{in}| = 1$ 和 $|\Gamma_{out}| = 1$ 定义的输入和输出稳定性圆。在输入稳定性圆的一侧, 我们将有 $|\Gamma_{in}| < 1$, 而在另一侧将有 $|\Gamma_{in}| > 1$ 。同样, 在输出稳定性圆的一侧, 我们有 $|\Gamma_{out}| < 1$, 而在另一侧有 $|\Gamma_{out}| > 1$ 。所以我们现在需要确定 Smith 圆图上的哪个区域代表 $|\Gamma_{in}| < 1$ 和 $|\Gamma_{out}| < 1$ 的稳定性区域。

考虑画在 Γ_L 平面上的对于 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| > 1$ 的输出稳定性圆, 如图 11.5 所示。假如我们设 $Z_L = Z_0$, 则 $\Gamma_L = 0$, 式(11.19)表明 $|\Gamma_{in}| = |S_{11}|$ 。现在, 若 $|S_{11}| < 1$, 则 $|\Gamma_{in}| < 1$, 所以 $\Gamma_L = 0$ 必定在稳定区域内。这意味着 Smith 圆图的中心 ($\Gamma_L = 0$) 在稳定区域内, 所以在稳定性圆的外界, 所有 Smith 圆图上的点 ($|\Gamma_L| < 1$) 定义为 Γ_L 的稳定区。这个区域是图 11.5(a) 中的阴影部分。另一种情况是, 假如我们设 $Z_L = Z_0$, 但是有 $|S_{11}| > 1$, 则对于 $\Gamma_L = 0$, $|\Gamma_{in}| > 1$, Smith 圆图的中心必定在非稳定区域。在这种情况下, 稳定区域是稳定性圆的内部区域与 Smith 圆图的相交部分, 如图 11.5(b) 所示。类似的结果适用于输入稳定性圆。

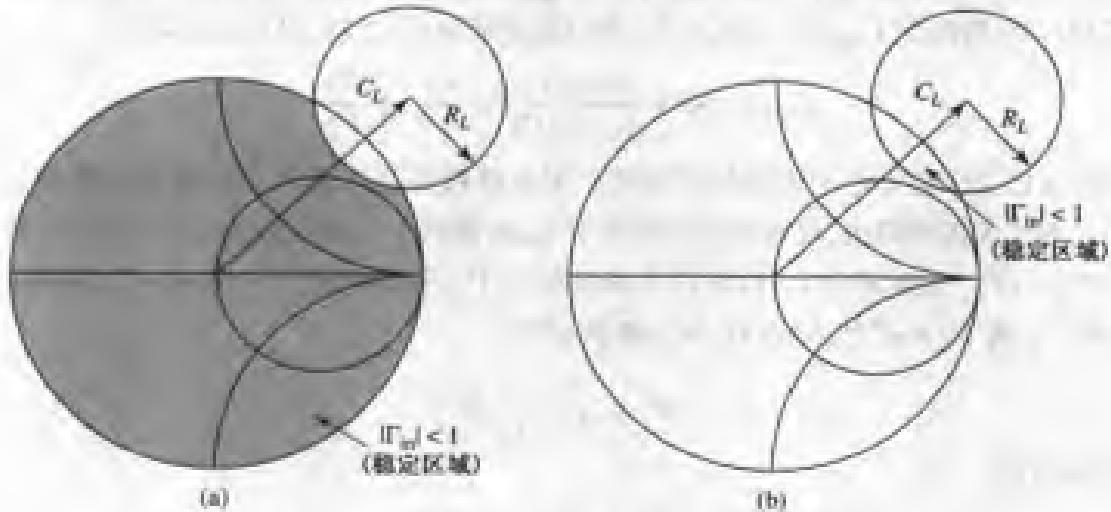


图 11.5 条件稳定的器件的输出稳定性圆:(a) $|S_{11}| < 1$; (b) $|S_{11}| > 1$

若器件是无条件稳定的, 则稳定性圆必须全部在 Smith 圆图的外边(或者完全包围 Smith 圆图)。我们能用数学式表示这个结果如下:

$$|C_L - R_L| > 1, \quad |S_{11}| < 1 \quad (11.27a)$$

$$|C_S - R_S| > 1, \quad |S_{22}| < 1 \quad (11.27b)$$

若 $|S_{11}| > 1$ 或 $|S_{22}| > 1$, 则该放大器不能是无条件稳定的, 因为我们总能具有 Z_0 的源或负载阻抗, 使得 $\Gamma_S = 0$ 或 $\Gamma_L = 0$, 所以引起 $|\Gamma_{in}| > 1$ 或 $|\Gamma_{out}| > 1$ 。若器件只是条件稳定的, 则 Γ_S 和 Γ_L 的工作点必须选择在稳定区域, 并且实践证明在几个接近设计频率点检查其稳定性是最为可取的。若设计中可以接受小于最大增益的要求, 则通常使用电阻性负载可使晶体管成为无条件稳定的。

11.2.2 无条件稳定的检验

上面讨论的稳定性圆可以用于确定 Γ_S 和 Γ_L 的区域, 那里放大器电路是条件稳定的, 但是

可以用更为简单的检验方法来确定无条件稳定。方法之一是 $K - \Delta$ 检验, 若定义为

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} > 1 \quad (11.28)$$

的 Rollet 条件以及辅助条件

$$|\Delta| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| < 1 \quad (11.29)$$

同时满足, 则可以证明器件是无条件稳定的。这两个条件对无条件稳定是必要和充分的, 并且是容易计算的。假如器件的 S 参量不满足 $K - \Delta$ 检验标准, 则该器件就不是无条件稳定的; 若该器件存在 Γ_s 和 Γ_L 值使其条件稳定的话, 则必需用稳定性圆确定。还要记住, 若器件是无条件稳定的, 还必须有 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$ 。

但式(11.28)~式(11.29)的 $K - \Delta$ 检验标准只是无条件稳定的数学上的严格条件, 不能用它比较两个或多个器件的相对稳定性, 因为它涉及到两个单独存在的参量。然而, 近年来提出了一种新的判据^[7], 它是用 S 参量组合成的检测标准, 只有单一参量 μ , 其定义为

$$\mu = \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{22} - \Delta S_{11}^*| + |S_{12}S_{21}|} > 1 \quad (11.30)$$

所以, 若 $\mu > 1$, 则该器件无条件稳定。另外, 可以说较大的 μ 值意味着较大的稳定性。

从式(11.3b)给出的 Γ_{out} 的表示式出发, 我们能够推导出式(11.30)的 μ 检验:

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s} = \frac{S_{22} - \Delta\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s} \quad (11.31)$$

式中, Δ 是式(11.21)定义的 S 矩阵的行列式。无条件稳定意味着对于任意无源端口 Γ_s , 有 $|\Gamma_{out}| < 1$ 。对于无源端口, 反射系数必须位于 Smith 圆图上的单位圆内, 而且该圆的外边界可以表示为 $\Gamma_s = e^{j\phi}$ 。表示式(11.31)将这个圆映射为 Γ_{out} 平面中的另一个圆。我们能证明这一点, 方法如下。将 $\Gamma_s = e^{j\phi}$ 代入式(11.31), 解出 $e^{j\phi}$ 为

$$e^{j\phi} = \frac{S_{22} - \Gamma_{out}}{\Delta - S_{11}\Gamma_{out}}$$

两边求幅值给出

$$\left| \frac{S_{22} - \Gamma_{out}}{\Delta - S_{11}\Gamma_{out}} \right| = 1$$

两边平方并展开给出

$$|\Gamma_{out}|^2(1 - |S_{11}|^2) + \Gamma_{out}(\Delta^*S_{11} - S_{22}^*) + \Gamma_{out}^*(\Delta S_{11}^* - S_{22}) = |\Delta|^2 - |S_{22}|^2$$

接着, 上式除以 $1 - |S_{11}|^2$ 得到

$$|\Gamma_{out}|^2 + \frac{(\Delta^*S_{11} - S_{22}^*)\Gamma_{out} + (\Delta S_{11}^* - S_{22})\Gamma_{out}^*}{1 - |S_{11}|^2} = \frac{|\Delta|^2 - |S_{22}|^2}{1 - |S_{11}|^2}$$

现在, 在等式的两边加上 $\frac{|\Delta^*S_{11} - S_{22}^*|^2}{(1 - |S_{11}|^2)^2}$, 配成完全平方:

$$\left| \Gamma_{out} + \frac{\Delta S_{11}^* - S_{22}}{1 - |S_{11}|^2} \right|^2 = \frac{|\Delta|^2 - |S_{22}|^2}{1 - |S_{11}|^2} + \frac{|\Delta^*S_{11} - S_{22}^*|^2}{(1 - |S_{11}|^2)^2} = \frac{|S_{12}S_{21}|^2}{(1 - |S_{11}|^2)^2} \quad (11.32)$$

这个公式是 $|\Gamma_{out} - C| = R$ 的形式, 它代表在 Γ_{out} 平面上圆心在 C 点、半径为 R 的圆。所以映射

的 $|\Gamma_s| = 1$ 的圆, 其圆心和半径为

$$C = \frac{S_{22} - \Delta S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2} \quad (11.33a)$$

$$R = \frac{|S_{12}S_{21}|}{1 - |S_{11}|^2} \quad (11.33b)$$

若在这个圆内的点满足 $|\Gamma_{\text{out}}| < 1$, 则我们必须有

$$|C| + R < 1 \quad (11.34)$$

将式(11.33)代入到式(11.34)中, 得出

$$|S_{22} - \Delta S_{11}^*| + |S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{11}|^2$$

重新整理后可给出 μ 检验的判断条件式(11.30):

$$\frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{22} - \Delta S_{11}^*| + |S_{12}S_{21}|} > 1$$

式(11.28)~式(11.29)的 $K - \Delta$ 检验能从相似的出发点或者从更简单的式(11.30)的 μ 检验推导出来。重新整理式(11.30)并平方, 给出

$$|S_{22} - \Delta S_{11}^*|^2 < (1 - |S_{11}|^2 - |S_{12}S_{21}|)^2 \quad (11.35)$$

通过直接展开可以证明

$$|S_{22} - \Delta S_{11}^*|^2 = |S_{12}S_{21}|^2 + (1 - |S_{11}|^2)(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)$$

所以式(11.35)展开为

$$|S_{12}S_{21}|^2 + (1 - |S_{11}|^2)(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) < (1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{11}|^2 - 2|S_{12}S_{21}|) + |S_{12}S_{21}|^2$$

简化得出

$$|S_{22}|^2 - |\Delta|^2 < 1 - |S_{11}|^2 - 2|S_{12}S_{21}|$$

经重新整理后, 给出式(11.28)的 Rollet 条件:

$$\frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = K > 1$$

为了保证无条件稳定, 除了式(11.28)以外, $K - \Delta$ 检验还需要一个辅助条件。虽然我们能从 μ 检验的必要和充分的结果中推导出 Rollet 条件, 但对式(11.35)进行平方这一步骤使得等式右侧的正负号不明确, 所以需要一个附加条件。这可通过在平方之前要求式(11.35)的右侧是正数推导出来。所以,

$$|S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{11}|^2$$

因为对电路的输入侧也可推出相似的条件, 所以我们可将 S_{11} 和 S_{22} 互换得到类似的条件为

$$|S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{22}|^2$$

这两个不等式相加给出

$$2|S_{12}S_{21}| < 2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2$$

从三角不等式我们知道

$$|\Delta| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| \leq |S_{11}S_{22}| + |S_{12}S_{21}|$$

所以我们有

$$|\Delta| < |S_{11}||S_{22}| + 1 - \frac{1}{2}|S_{11}|^2 - \frac{1}{2}|S_{22}|^2 < 1 - \frac{1}{2}(|S_{11}|^2 - |S_{22}|^2) < 1$$

这与式(11.29)完全相同。

例题 11.2 晶体管稳定性

一个 HP HFET-102 GaAs FET 在频率为 2 GHz、偏置电压为 $V_g = 0$ 时的 S 参量给出如下 ($Z_0 = 50 \Omega$)：

$$S_{11} = 0.894 \angle -60.6^\circ$$

$$S_{21} = 3.122 \angle 123.6^\circ$$

$$S_{12} = 0.020 \angle 62.4^\circ$$

$$S_{22} = 0.781 \angle -27.6^\circ$$

用 $K - \Delta$ 检验和 μ 检验，确定该晶体管的稳定性，并在 Smith 圆图上画出稳定性圆。

解：

由式(11.28)和式(11.29)我们算得 K 和 $|\Delta|$ 为

$$|\Delta| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| = |0.696 \angle -83^\circ| = 0.696$$

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = 0.607$$

所以我们有 $|\Delta| = 0.696 < 1$ ，但是 $K < 1$ ，因而式(11.28)~式(11.29)的无条件稳定的检验不满足，所以该器件是潜在不稳定的。该器件的稳定性也能用 μ 检验计算得到，由式(11.30)给出 $\mu = 0.86$ ，再次表明该器件是潜在不稳定的。

由式(11.25)和式(11.26)给出稳定性圆的中心和半径为

$$C_L = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = 1.361 \angle 47^\circ$$

$$R_L = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = 0.50$$

$$C_S = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = 1.132 \angle 68^\circ$$

$$R_S = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = 0.199$$

我们可用这些数据画出输入和输出稳定性圆，如图 11.6 所示。因为 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$ ，所以 Smith 圆图的中心部分代表 Γ_S 和 Γ_L 的稳定工作区域，不稳定区域用暗黑的部分表示。■

11.3 单级晶体管放大器设计

11.3.1 最大增益设计(共轭匹配)

确定晶体管的稳定性且在 Smith 圆图上定位 Γ_S 和 Γ_L 的稳定区域后，就能设计输入和输出匹配节。因为式(11.16b)的 G_0 对于给定的晶体管是固定的，所以放大器的总增益由匹配节的增

益 G_S 和 G_L 控制。当这些节在放大器源或负载阻抗和晶体管之间提供共轭匹配时, 可实现最大增益。因为多数晶体管表现为明显的阻抗失配 [大的 $|S_{11}|$ 和 $|S_{22}|$], 因而导致频率响应将是窄带的。在下一节中, 我们将讨论如何设计小于最大增益而相应带宽提高的放大器。宽带放大器的设计将在 11.4 节中讨论。

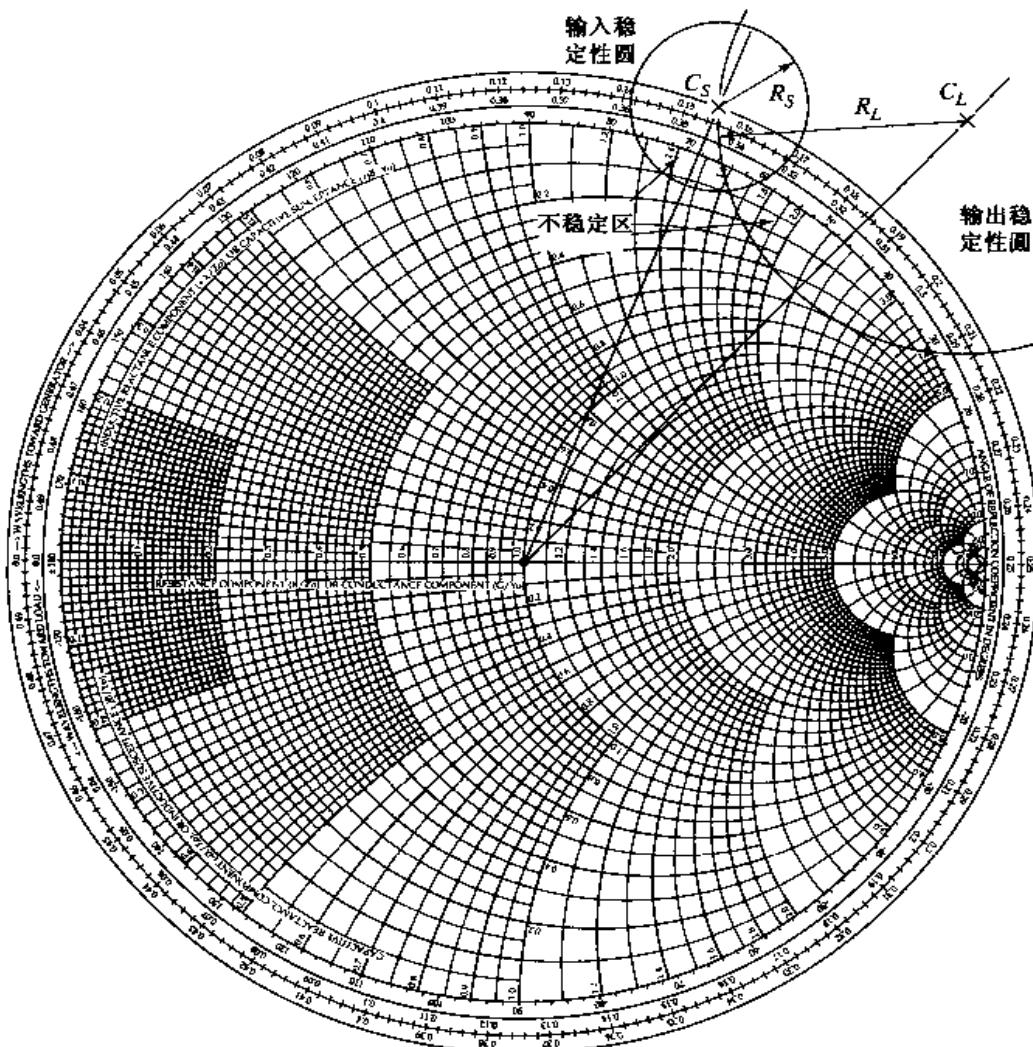


图 11.6 例题 11.2 中的稳定性圆

参考图 11.2 和在 2.6 节中讨论的共轭阻抗匹配, 我们知道从输入匹配网络到晶体管传递的最大功率发生在

$$\Gamma_{in} = \Gamma_S^* \quad (11.36a)$$

时。而从晶体管到输出匹配网络传递的最大功率发生在

$$\Gamma_{out} = \Gamma_L^* \quad (11.36b)$$

时。所以, 假定无耗匹配节, 这些条件将使总的变换增益最大。由式(11.13)给出最大增益为

$$G_{T_{max}} = \frac{1}{1 - |\Gamma_S|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (11.37)$$

在一般情况下使用双向晶体管, Γ_{in} 会受 Γ_{out} 的影响, 反之亦然, 所以输入和输出节必须是同时匹配的。式(11.36)代入到式(11.3)中可给出所要的公式:

$$\Gamma_S^* = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (11.38a)$$

$$\Gamma_L^* = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad (11.38b)$$

我们能够解出 Γ_S , 首先改写这两个方程如下:

$$\Gamma_S = S_{11}^* + \frac{S_{12}^*S_{21}^*}{1/\Gamma_L^* - S_{22}^*}$$

$$\Gamma_L^* = \frac{S_{22} - \Delta\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

其中 $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ 。将上面关于 Γ_L^* 的式子代入到 Γ_S 的表示式中, 展开后给出

$$\begin{aligned} \Gamma_S(1 - |S_{22}|^2) + \Gamma_S^2(\Delta S_{22}^* - S_{11}) &= \Gamma_S(\Delta S_{11}^*S_{22}^* - |S_{11}|^2 - \Delta S_{12}^*S_{21}^*) \\ &\quad + S_{11}^*(1 - |S_{22}|^2) + S_{12}^*S_{21}^*S_{22} \end{aligned}$$

使用 $\Delta(S_{11}^*S_{22}^* - S_{12}^*S_{21}^*) = |\Delta|^2$ 这个结果, 并改写上式, 可得 Γ_S 的二次方程:

$$(S_{11} - \Delta S_{22}^*)\Gamma_S^2 + (|\Delta|^2 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - 1)\Gamma_S + (S_{11}^* - \Delta^*S_{22}) = 0 \quad (11.39)$$

此方程的解是

$$\Gamma_S = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} \quad (11.40a)$$

同样, Γ_L 的解能表示为

$$\Gamma_L = \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} \quad (11.40b)$$

变量 B_1, C_1, B_2, C_2 定义为

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 \quad (11.41a)$$

$$B_2 = 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 \quad (11.41b)$$

$$C_1 = S_{11} - \Delta S_{22}^* \quad (11.41c)$$

$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^* \quad (11.41d)$$

只有平方根内的数为正数时, 式(11.40)才可能有解, 且可以证明这等效于所需要的 $K > 1$ 。所以为了最大增益, 无条件稳定器件总是被共轭匹配; 而潜在不稳定器件在 $K > 1$ 和 $|\Delta| < 1$ 时, 可以共轭匹配。这些结果对于单向情况更为简单。当 $S_{12} = 0$ 时, 式(11.38)表示为 $\Gamma_S = S_{11}^*$ 和 $\Gamma_L = S_{22}^*$, 则最大变换增益式(11.37)简化为

$$G_{TU_{max}} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} \quad (11.42)$$

当按照式(11.36)给出的条件, 源和负载与晶体管共轭匹配时, 由式(11.37)给出的最大变换功率增益才可能出现。若晶体管是无条件稳定的, 以便 $K > 1$, 则最大变换功率增益式(11.37)可以简化并改写为

$$G_{T_{max}} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} (K - \sqrt{K^2 - 1}) \quad (11.43)$$

这个结果可以通过将表示 Γ_S 和 Γ_L 的式(11.40)和式(11.41)代入到式(11.37)中并简化后得到。最大变换功率增益有时也称为匹配增益。若器件只是条件稳定的，则最大增益提供的结果不是很有趣，因为 $K < 1$ 时源和负载不能同时共轭匹配(见习题 11.7)。在这种情况下，有用的品质因数是最大稳定增益，它定义为 $K = 1$ 时式(11.43)的最大变换功率增益，所以

$$G_{\text{msg}} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \quad (11.44)$$

最大稳定增益是容易计算的，并提供了一种用于比较在稳定工作条件下各种器件增益的方便方法。

例题 11.3 共轭匹配放大器设计

用单短截线匹配节设计一个在 4.0 GHz 的最大增益放大器，计算和画出 3~5 GHz 范围内输入回波损耗和增益的变化。所用的 GaAs FET 有下列 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$)：

$f(\text{GHz})$	S_{11}	S_{21}	S_{12}	S_{22}
3.0	$0.80/-89^\circ$	$2.86/99^\circ$	$0.03/56^\circ$	$0.76/-41^\circ$
4.0	$0.72/-116^\circ$	$2.60/76^\circ$	$0.03/57^\circ$	$0.73/-54^\circ$
5.0	$0.66/-142^\circ$	$2.39/54^\circ$	$0.03/62^\circ$	$0.72/-68^\circ$

解：

我们首先通过计算在 4.0 GHz 处的 Δ 和 K 的值来检查晶体管的稳定性：

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 0.488/-162^\circ$$

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = 1.195$$

因为 $|\Delta| < 1$ 和 $K > 1$ ，所以该晶体管在 4.0 GHz 处是无条件稳定的，从而没有必要画稳定性圆。

为了得到最大增益，我们应该设计与晶体管共轭匹配的匹配节。所以 $\Gamma_S = \Gamma_{in}^*$ 和 $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$ ，且 Γ_S 和 Γ_L 可以由式(11.40)确定：

$$\Gamma_S = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} = 0.872/123^\circ$$

$$\Gamma_L = \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} = 0.876/61^\circ$$

于是式(11.16)的有效增益系数可计算为

$$G_S = \frac{1}{1 - |\Gamma_S|^2} = 4.17 = 6.20 \text{ dB}$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 6.76 = 8.30 \text{ dB}$$

$$G_L = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} = 1.67 = 2.22 \text{ dB}$$

所以总变换增益为

$$G_{T_{\max}} = 6.20 + 8.30 + 2.22 = 16.7 \text{ dB}$$

匹配网络容易用 Smith 圆图确定。对于输入匹配节, 我们首先在圆图上标出 Γ_S , 如图 11.7(a)所示。该反射系数代表的阻抗 Z_S 是向着匹配节看到的源阻抗 Z_0 。所以, 此匹配节必须将 Z_0 转换为阻抗 Z_S 。这样做的方法有多种, 而我们将使用后接有一段传输线的开路并联短截线作为匹配节。因此, 我们变换到归一化导纳 y_s , 从 y_s 出发, 沿着等反射系数圆反向旋转(在 Smith 圆图上向着负载方向), 与电导为 1 的圆相交在 $1+jb$ 处(由图看出 $b=3.5$)。由该点求出传输线的长度为 0.120λ , 所需短截线的电纳是 $+j3.5$, 该电纳值可由长度为 0.206λ 的开路短截线提供。对于输出匹配电路, 用相似的步骤可以给出传输线的长度为 0.206λ , 短截线的长度为 0.206λ 。

最终的放大器电路如图 11.7(b)所示。这个电路只显示了 RF 元件, 放大器还需要一些未画出的偏置电路。回波损耗和增益用 CAD 软件包计算。为了计算, 在题中给出的 S 参量表中插入一些值是必要的。计算结果画在图 11.7(c)中, 这表明在 4.0 GHz 处, 预期的增益是 16.7 dB, 有很好的回波损耗。增益下降 1 dB 的带宽约为 2.5%。 ■

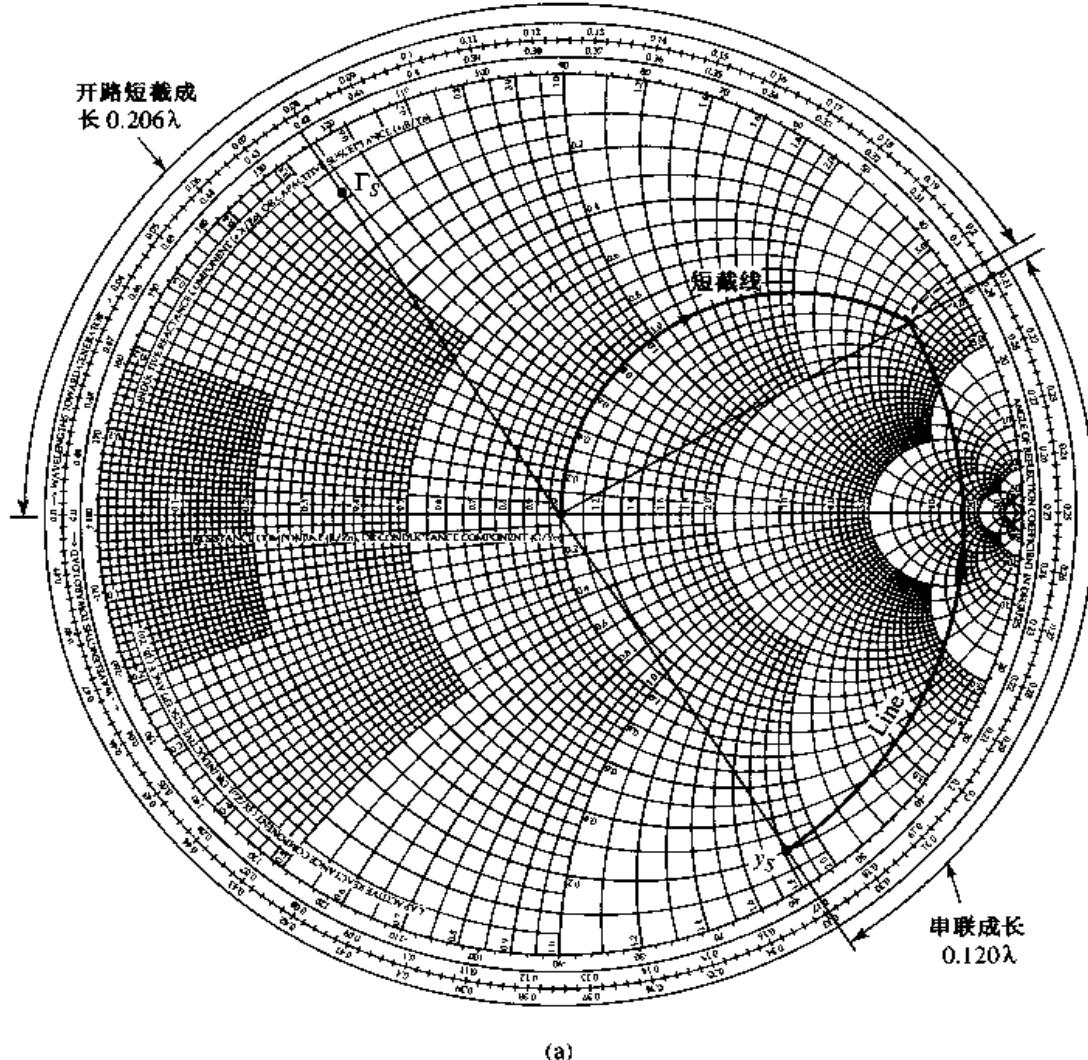


图 11.7 例题 11.3 中的晶体管放大器的电路设计和频率响应:(a)用于输入匹配网络设计的 Smith 圆图

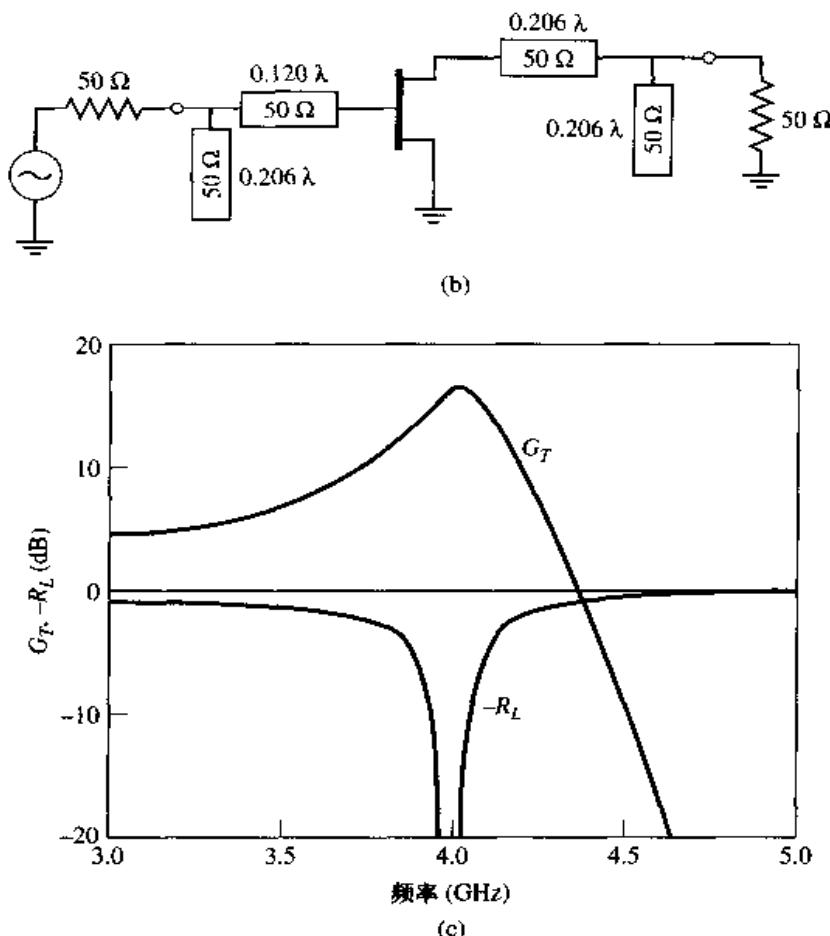


图 11.7(续) 例题 11.3 中的晶体管放大器的电路设计和频率响应:(b)RF 电路;(c)频率响应

11.3.2 等增益圆和固定增益的设计

在许多情况下,更可取的设计是使增益小于可获得的最大增益,以便增进带宽或者获得放大器增益的设定值。这可以通过设计所需增益的输入和输出匹配节来完成;换言之,为了降低总增益要故意引入失配。通过在 Smith 圆图上画出等增益圆,可使设计过程简便,等增益圆代表给定固定增益(G_s 和 G_t)值的 Γ_s 和 Γ_t 轨迹。为了简化我们的讨论,这里将只涉及单向器件的情况;在实际中,有时需要考虑更为普遍的双向器件的情况,详细的讨论见参考文献[1]、参考文献[2]和参考文献[3]。

在许多实际情况下, $|S_{12}|$ 小到可以忽略,所以器件可以假定为单向的。这在很大程度上简化了设计过程。将 $|S_{12}|$ 近似为零引起的变换增益误差由 G_T/G_{Tu} 给出。这个比值的界限可表示为

$$\frac{1}{(1+U)^2} < \frac{G_T}{G_{Tu}} < \frac{1}{(1-U)^2} \quad (11.45)$$

式中 U 定义为单向品质因数,

$$U = \frac{|S_{12}||S_{21}||S_{11}||S_{22}|}{(1-|S_{11}|^2)(1-|S_{22}|^2)} \quad (11.46)$$

通常误差是十分之几 dB 或更小,证实了这种单向假定是合理的。

单向情况下 G_s 和 G_t 表达式可以由式(11.17a)和式(11.17c)给出如下:

$$G_s = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_s|^2}$$

$$G_L = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

当 $\Gamma_S = S_{11}^*$ 和 $\Gamma_L = S_{22}^*$ 时, 该增益是最大的, 求出该最大值为

$$G_{S_{\max}} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \quad (11.47a)$$

$$G_{L_{\max}} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} \quad (11.47b)$$

现在定义归一化增益系数 g_S 和 g_L 为

$$g_S = \frac{G_S}{G_{S_{\max}}} = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} (1 - |S_{11}|^2) \quad (11.48a)$$

$$g_L = \frac{G_L}{G_{L_{\max}}} = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} (1 - |S_{22}|^2) \quad (11.48b)$$

则我们有 $0 \leq g_S \leq 1$ 和 $0 \leq g_L \leq 1$ 。

对于固定的 g_S 和 g_L 值, 式(11.48)代表在 Γ_S 和 Γ_L 平面上的圆。为了证明这一点, 将式(11.48a)展开为

$$\begin{aligned} g_S |1 - S_{11}\Gamma_S|^2 &= (1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |S_{11}|^2) \\ (g_S |S_{11}|^2 + 1 - |S_{11}|^2) |\Gamma_S|^2 - g_S (S_{11}\Gamma_S + S_{11}^*\Gamma_S^*) &= 1 - |S_{11}|^2 - g_S \\ \Gamma_S \Gamma_S^* - \frac{g_S (S_{11}\Gamma_S + S_{11}^*\Gamma_S^*)}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} &= \frac{1 - |S_{11}|^2 - g_S}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} \end{aligned} \quad (11.49)$$

在该式两边加上 $(g_S^2 + |S_{11}|^2)/[1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2]^2$, 配成完全平方:

$$\left| \Gamma_S - \frac{g_S S_{11}^*}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} \right|^2 = \frac{(1 - |S_{11}|^2 - g_S)[1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2] + g_S^2 |S_{11}|^2}{[1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2]^2}$$

简化后给出

$$\left| \Gamma_S - \frac{g_S S_{11}^*}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} \right| = \frac{\sqrt{1 - g_S}(1 - |S_{11}|^2)}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} \quad (11.50)$$

该式是圆的方程, 其圆心和半径为

$$C_S = \frac{g_S S_{11}^*}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} \quad (11.51a)$$

$$R_S = \frac{\sqrt{1 - g_S}(1 - |S_{11}|^2)}{1 - (1 - g_S)|S_{11}|^2} \quad (11.51b)$$

可以证明, 对于输出节的等增益圆, 结果为

$$C_L = \frac{g_L S_{22}^*}{1 - (1 - g_L)|S_{22}|^2} \quad (11.52a)$$

$$R_L = \frac{\sqrt{1 - g_L}(1 - |S_{22}|^2)}{1 - (1 - g_L)|S_{22}|^2} \quad (11.52b)$$

每个圆族的中心位于沿着 S_{11}^* 或 S_{22}^* 的幅角给出的直线上。注意, 当 g_S (或 g_L) = 1 时 (最大增益), 正像预期的那样, 半径 R_S (或 R_L) = 0, 而圆心约化为 S_{11}^* (或 S_{22}^*)。此外, 可以看出 0 dB 增

益圆($G_S = 1$ 或 $G_L = 1$)总是通过 Smith 圆图的中心。可以利用这些结果画出输入节和输出节的一系列等增益圆。这样,就可沿着这些增益圆来选择 Γ_S 和 Γ_L 以得到所需要的增益。选择的 Γ_S 和 Γ_L 不是惟一的,但是,为了达到最小失配并得到最大带宽,选择这些点靠近 Smith 圆图的中心。还有一种选择是,正像我们将在下一节中看到的那样,为了提供低噪声的设计,可以选择输入网络失配。

例题 11.4 固定增益放大器设计

设计一个在 4.0 GHz 处增益为 11 dB 的放大器,画出 $G_S = 2$ dB 和 3 dB 以及 $G_L = 0$ dB 和 1 dB 的等增益圆。计算和画出从 3 GHz 至 5 GHz 范围内的输入回波损耗和总放大器增益。FET 有下列 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$):

f (GHz)	S_{11}	S_{21}	S_{12}	S_{22}
3	$0.80/-90^\circ$	$2.8/100^\circ$	0	$0.66/-50^\circ$
4	$0.75/-120^\circ$	$2.5/80^\circ$	0	$0.60/-70^\circ$
5	$0.71/-140^\circ$	$2.3/60^\circ$	0	$0.58/-85^\circ$

解:

因为 $S_{12} = 0$ 以及 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$, 所以该晶体管是单向和无条件稳定的。由式(11.47)计算出最大匹配节增益为

$$G_{S_{\max}} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = 2.29 = 3.6 \text{ dB}$$

$$G_{L_{\max}} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = 1.56 = 1.9 \text{ dB}$$

失配晶体管的增益是

$$G_o = |S_{21}|^2 = 6.25 = 8.0 \text{ dB}$$

所以最大单向变换增益是

$$G_{TU_{\max}} = 3.6 + 1.9 + 8.0 = 13.5 \text{ dB}$$

因此,比规格要求的可用增益多了 2.5 dB。

我们用式(11.48)、式(11.51)和式(11.52)对等增益圆计算出下列数据:

$G_S = 3$ dB	$g_S = 0.875$	$C_S = 0.706/120^\circ$	$R_S = 0.166$
$G_S = 2$ dB	$g_S = 0.691$	$C_S = 0.627/120^\circ$	$R_S = 0.294$
$G_L = 1$ dB	$g_L = 0.806$	$C_L = 0.520/70^\circ$	$R_L = 0.303$
$G_L = 0$ dB	$g_L = 0.640$	$C_L = 0.440/70^\circ$	$R_L = 0.440$

等增益圆如图 11.8(a)所示。对于总放大器增益为 11 dB 的放大器,我们选择 $G_S = 2$ dB 和 $G_L = 1$ dB。然后,我们沿着这些圆选择 Γ_S 和 Γ_L ,使其距圆心的距离最小,如图所示(Γ_S 和 Γ_L 分别位于 120° 和 70° 的径向线上)。所以 $\Gamma_S = 0.33/120^\circ$ 和 $\Gamma_L = 0.22/70^\circ$,从而可以按照例题 11.3 的方法设计所用的并联短截线。

最终放大器的电路如图 11.8(b)所示。利用 CAD 软件包和所给的 S 参量数据的插值计算响应。结果如图 11.8(c)所示,我们看到在 4.0 GHz 达到所希望的增益 11 dB,增益变化 ± 1 dB 的带宽约为 25%,这明显地好于例题 11.3 中设计的最大增益的带宽。然而,回波损耗不是很好,在设计频率处仅为 5 dB。这是由于为了达到设定的增益,在匹配节有意引入了失配。■

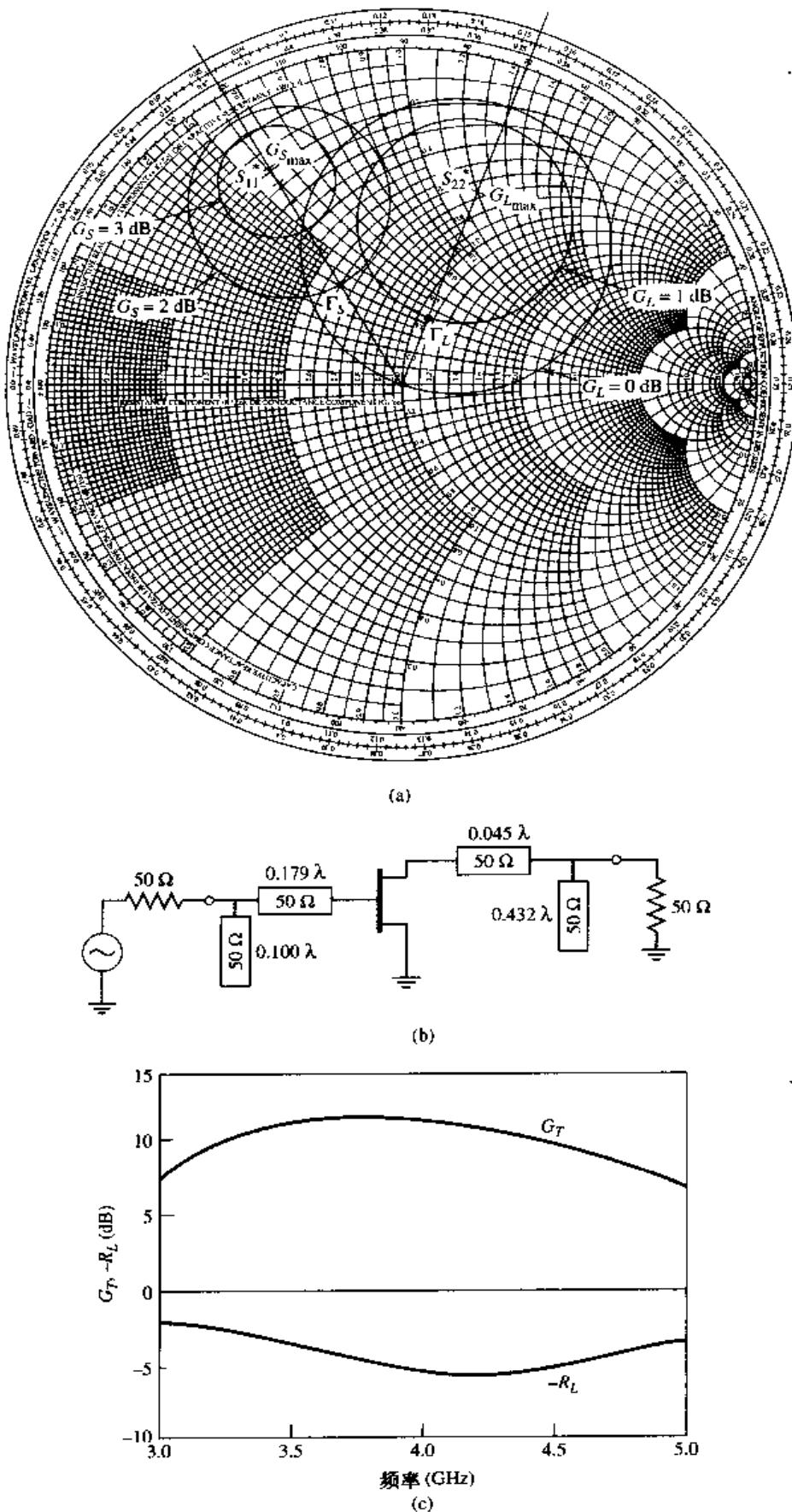


图 11.8 例题 11.4 中的晶体管放大器的电路设计和频率响应：
(a)等增益圆；(b)RF电路；(c)晶体管增益和回波损耗

11.3.3 低噪声放大器设计

为设计微波放大器,除了考虑稳定性和增益之外,另一个重要的设计考虑是噪声系数。特别是在接收机的应用中,前放需要有尽可能低的噪声系数,正像我们在 10.1 节中看到的那样,在整个系统的噪声特性上,接收机前端的第一级起着决定性的作用。对于一个放大器,通常不可能同时获得最小噪声和最大增益,所以必须进行某种程度的兼顾。为了在噪声系数和增益之间进行有用的折中,可利用等增益圆和等噪声系数圆来完成。此处我们将推导等噪声系数圆的公式,并说明它们如何用在晶体管放大器的设计中。

按照参考文献[4]和参考文献[5]的推导方法,二端口放大器的噪声系数能表示为

$$F = F_{\min} + \frac{R_N}{G_S} |Y_S - Y_{\text{opt}}|^2 \quad (11.53)$$

此处应用了下面的定义:

$Y_S = G_S + jB_S$ 表示呈现在晶体管处的源导纳

Y_{opt} 表示得出最小噪声系数的最佳源导纳

F_{\min} 表示当 $Y_S = Y_{\text{opt}}$ 时获得的晶体管的最小噪声系数

R_N 表示晶体管的等效噪声电阻

G_S 表示源导纳的实部

我们能用反射系数 Γ_S 和 Γ_{opt} 替代导纳 Y_S 和 Y_{opt} , 其中,

$$Y_S = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - \Gamma_S}{1 + \Gamma_S} \quad (11.54a)$$

$$Y_{\text{opt}} = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - \Gamma_{\text{opt}}}{1 + \Gamma_{\text{opt}}} \quad (11.54b)$$

Γ_S 是在图 11.1 中定义的源反射系数。 F_{\min} , Γ_{opt} 和 R_N 这些量是所用的特定晶体管的特性, 称为器件的噪声参量, 它们可由生产厂商提供或者测量得到。

利用式(11.54), $|Y_S - Y_{\text{opt}}|^2$ 能用 Γ_S 和 Γ_{opt} 表示为

$$|Y_S - Y_{\text{opt}}|^2 = \frac{4}{Z_0^2} \frac{|\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|^2}{|1 + \Gamma_S|^2 |1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2} \quad (11.55)$$

此外,

$$G_S = \text{Re}\{Y_S\} = \frac{1}{2Z_0} \left(\frac{1 - \Gamma_S}{1 + \Gamma_S} + \frac{1 - \Gamma_S^*}{1 + \Gamma_S^*} \right) = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 + \Gamma_S|^2} \quad (11.56)$$

把这些结果用到式(11.53)中, 得出噪声系数为

$$F = F_{\min} + \frac{4R_N}{Z_0} \frac{|\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|^2}{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 + \Gamma_{\text{opt}})^2} \quad (11.57)$$

对于固定的噪声系数 F , 我们能证明这个结果定义了一个在 Γ_S 平面上的圆。首先定义噪声系数参量 N 为

$$N = \frac{|\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|^2}{1 - |\Gamma_S|^2} = \frac{F - F_{\min}}{4R_N/Z_0} |1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2 \quad (11.58)$$

对于给定的噪声系数和给定一组噪声参量, N 是定值。然后改写式(11.58)为

$$(\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}})(\Gamma_S^* - \Gamma_{\text{opt}}^*) = N(1 - |\Gamma_S|^2)$$

$$\Gamma_S \Gamma_S^* - (\Gamma_S \Gamma_{\text{opt}}^* + \Gamma_S^* \Gamma_{\text{opt}}) + \Gamma_{\text{opt}} \Gamma_{\text{opt}}^* = N - N|\Gamma_S|^2$$

$$\Gamma_S \Gamma_S^* - \frac{(\Gamma_S \Gamma_{\text{opt}}^* + \Gamma_S^* \Gamma_{\text{opt}})}{N+1} = \frac{N - |\Gamma_{\text{opt}}|^2}{N+1}$$

现在,在等式两边加上 $|\Gamma_{\text{opt}}|^2/(N+1)^2$,得到完全平方:

$$\left| \Gamma_S - \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{N+1} \right| = \frac{\sqrt{N(N+1-|\Gamma_{\text{opt}}|^2)}}{(N+1)} \quad (11.59)$$

这个结果定义了等噪声系数圆,其中心在

$$C_F = \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{N+1} \quad (11.60a)$$

而半径为

$$R_F = \frac{\sqrt{N(N+1-|\Gamma_{\text{opt}}|^2)}}{N+1} \quad (11.60b)$$

例题 11.5 低噪声放大器设计

一个 GaAs FET 偏置在最小噪声系数条件下,在 4 GHz($Z_0 = 50 \Omega$)时有下列 S 参量和噪声参量:
 $S_{11} = 0.6/-60^\circ$, $S_{21} = 1.9/81^\circ$, $S_{12} = 0.05/26^\circ$, $S_{22} = 0.5/-60^\circ$, $F_{\min} = 1.6 \text{ dB}$, $\Gamma_{\text{opt}} = 0.62/100^\circ$, $R_N = 20 \Omega$ 。为设计起见,假定该器件是单向的,计算由这个假定引出的 G_T 的最大误差。然后设计一个噪声系数为 2.0 dB 以及与此噪声系数相兼容的最大增益的放大器。

解:

首先由式(11.46)计算单向品质因数:

$$U = \frac{|S_{12} S_{21} S_{11} S_{22}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)} = 0.059$$

然后由式(11.45)得出 G_T/G_{TU} 的比值范围为

$$\frac{1}{(1+U)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1-U)^2}$$

或

$$0.891 < \frac{G_T}{G_{TU}} < 1.130$$

用 dB 表示是

$$-0.50 < G_T - G_{TU} < 0.53 \text{ dB}$$

式中, G_T 和 G_{TU} 现在用 dB 表示。因此,我们预计增益的误差小于 $\pm 0.5 \text{ dB}$ 。

接着,我们用式(11.58)和式(11.60)计算 2 dB 噪声系数圆的中心和半径:

$$\begin{aligned} N &= \frac{F - F_{\min}}{4R_N/Z_0} |1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2 = \frac{1.58 - 1.445}{4(20/50)} |1 + 0.62/100|^2 \\ &= 0.0986 \end{aligned}$$

$$C_F = \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{N+1} = 0.56/100^\circ$$

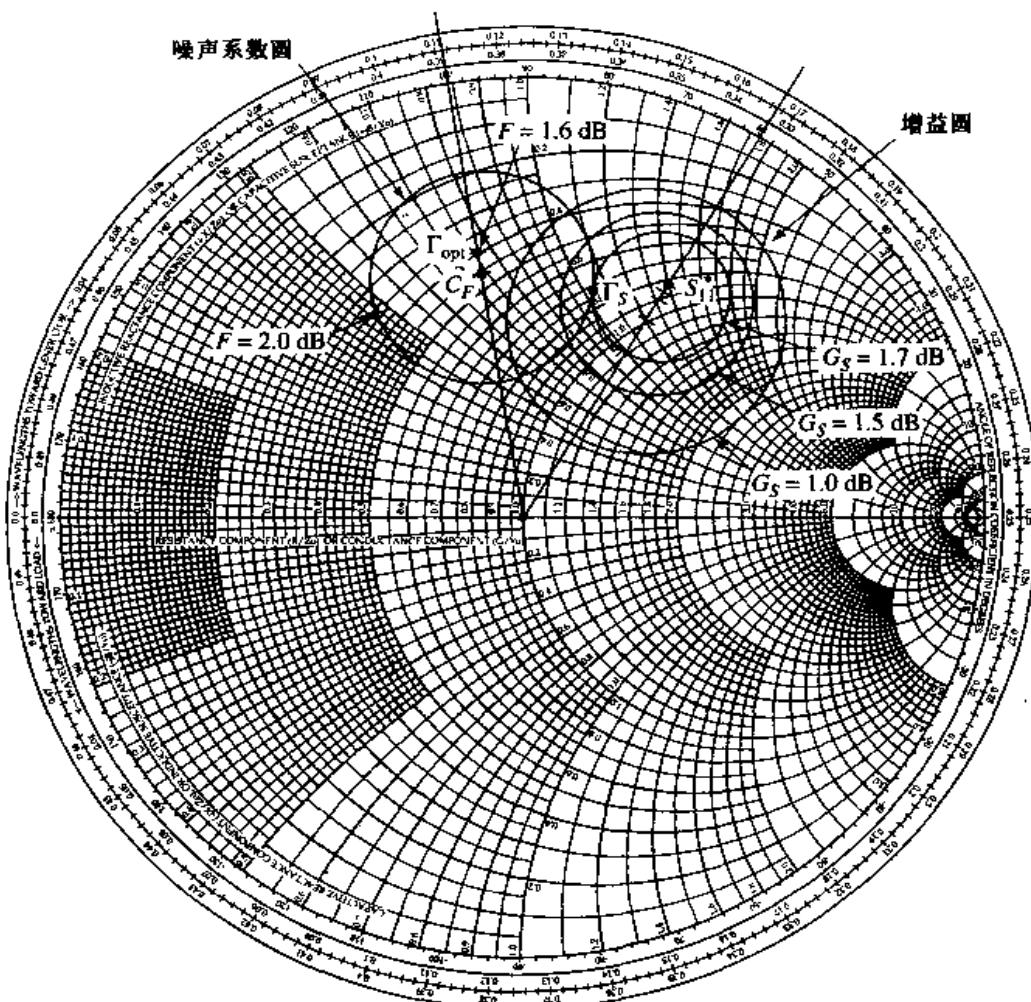
$$R_F = \frac{\sqrt{N(N+1-|\Gamma_{\text{opt}}|^2)}}{N+1} = 0.24$$

该噪声系数圆画在图 11.9(a)中。最小噪声系数($F_{\min} = 1.6 \text{ dB}$)产生在 $\Gamma_s = \Gamma_{\text{opt}} = 0.62 \angle 100^\circ$ 处。

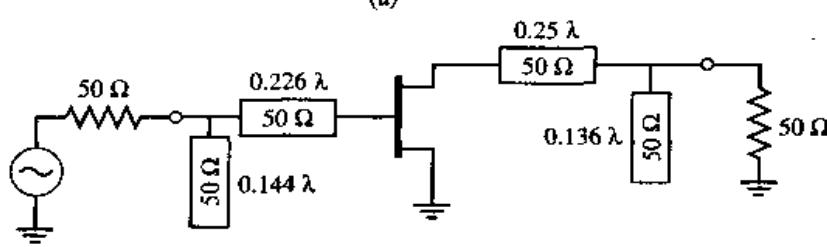
下一步, 我们由式(11.51)计算几个输入节的等增益圆的数据:

$G_S(\text{dB})$	g_s	C_s	R_s
1.0	0.805	$0.52/60^\circ$	0.300
1.5	0.904	$0.56/60^\circ$	0.205
1.7	0.946	$0.58/60^\circ$	0.150

这些圆也画在图 11.9(a)中。我们看到 $G_S = 1.7 \text{ dB}$ 增益圆恰好与 $F = 2 \text{ dB}$ 噪声系数圆相切, 且任何较高增益将导致更坏的噪声系数。然后从 Smith 圆图得出最佳解 $\Gamma_S = 0.53 \angle 75^\circ$, 可给出 $G_S = 1.7 \text{ dB}$ 和 $F = 2.0 \text{ dB}$ 。



(a)



(b)

图 11.9 例题 11.5 中的晶体管放大器的电路设计:(a)等增益和噪声系数圆;(b)RF 电路

关于输出节,我们选择有最大的 G_L 的 $\Gamma_L = S_{22}^* = 0.5 \angle 60^\circ$, 所以

$$G_L = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = 1.33 = 1.25 \text{ dB}$$

晶体管增益是

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 3.61 = 5.58 \text{ dB}$$

所以总变换增益将是

$$G_{TU} = G_S + G_0 + G_L = 8.53 \text{ dB}$$

一个在匹配节使用开路并联短截线的放大器的完整交流电路如图 11.9(b)所示。这个电路的计算机分析给出增益为 8.36 dB。 ■

11.4 宽带晶体管放大器设计

理想的微波放大器在所希望的频带内具有相等增益和良好的输入匹配。正如在上一节的例题中看到的那样,共轭匹配只在相对窄的带宽上给出最大增益,而对于小于最大增益的设计将提高增益带宽,但是放大器的输入和输出端口匹配会很差,这些问题主要是由于典型的微波晶体管与 50Ω 不好匹配,而大的阻抗失配决定于 5.9 节讨论过的 Bode-Fano 增益-带宽限制条件。另外一个原因是 $|S_{21}|$ 随频率以 6 dB/倍频程的速率降低。由于这些原因,必须对宽带放大器的设计问题给予特殊的考虑。处理这个问题的一些常用方法如下所述;办法是多样的,但对每种情况都只有降低增益才能达到带宽的提高。

- 补偿匹配网络: 输入和输出匹配节的设计考虑了对 $|S_{21}|$ 引起的增益下降进行补偿, 但通常会使输入和输出匹配更复杂化。
- 阻抗匹配网络: 用电阻性匹配网络可以获得较好的输入输出匹配, 但随之相应地降低了增益并提高了噪声系数。
- 负反馈: 负反馈可用于平坦晶体管的增益响应, 改进输入和输出匹配, 提高器件的稳定性。使用这种方法, 放大器的带宽超过倍频程是可能的, 但它是以牺牲增益和噪声系数为代价的。
- 平衡放大器: 在它们的输入和输出端有 90° 耦合器的两个放大器能在 1 个倍频程或更大的带宽内提供良好的匹配。增益等于单个放大器的增益, 但设计要求有两个晶体管和两倍的 DC 功率。
- 分布放大器: 几个晶体管沿着传输线级联在一起, 在较宽的带宽上给出良好的增益、匹配和噪声系数。该电路较庞大, 而且不能给出与同样级数级联放大器一样多的增益。

下而我们详细地讨论平衡和分布放大器的工作原理。

11.4.1 平衡放大器

正如我们在例题 11.4 中看到的那样, 若所设计的放大器小于最大增益, 则可得到相当平坦的增益响应, 但是输入和输出匹配很差。平衡放大器电路解决了这个问题, 它通过用两个 90° 耦合器消除了来自两个相同的放大器的输入和输出反射。平衡放大器的基本电路如图 11.10 所示。第一个 90° 混合耦合器将输入信号分成两路有着相等幅值但有 90° 相位差的分量, 用以驱动这两个放大器。第二个耦合器把两个放大器的输出重新组合在一起。因为混合耦合器的相位

特性,来自放大器输入端的反射在混合网络的输入端被相消了,从而改进了阻抗匹配;相似的效应也发生在平衡放大器的输出端。增益带宽与单级放大器节相比没有提高。这种类型的电路比单级放大器复杂,因为它需要两个混合耦合器和两个分开的放大器节,但是它有许多令人感兴趣的优点:

- 单独的放大器级可以工作在增益平坦或噪声系数的最优化状态,不涉及输入和输出匹配。
- 反射在耦合器的端口被吸收了,提高了输入/输出匹配以及各个放大器的稳定性。
- 若单个放大器节损坏,则电路会提供适度的增益下降(-6 dB)。
- 带宽能达到1个倍频程或更大,主要受限于耦合器的带宽。

实际上,平衡MMIC放大器常常使用Lange耦合器,这种耦合器是宽带的而且结构非常紧凑,但也可使用正交混合网络和Wilkinson功率分配器(在一个臂上有额外的90°线)。

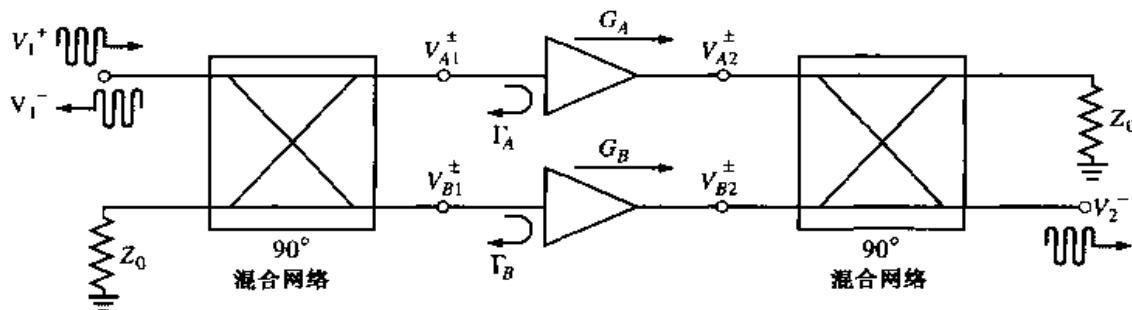


图11.10 使用90°混合耦合器的平衡放大器

若我们假定是理想的混合耦合器,则参考图11.10可知放大器的入射电压能表示为

$$V_{A1}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} V_1^+ \quad (11.61a)$$

$$V_{B1}^+ = \frac{-j}{\sqrt{2}} V_1^+ \quad (11.61b)$$

式中, V_1^+ 是入射输入电压。而输出电压表示为

$$V_2^- = \frac{-j}{\sqrt{2}} V_{A2}^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} V_{B2}^+ = \frac{-j}{\sqrt{2}} G_A V_{A1}^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} G_B V_{B1}^+ = \frac{-j}{2} V_1^+ (G_A + G_B) \quad (11.62)$$

此处使用了式(11.61)。于是我们能将 S_{21} 表示为

$$S_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+} = \frac{-j}{2} (G_A + G_B) \quad (11.63)$$

该式表明平衡放大器的总增益是各个放大器电压增益的平均。

在输入端,总反射电压可以表示为

$$V_1^- = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{A1}^- + \frac{-j}{\sqrt{2}} V_{B1}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma_A V_{A1}^+ + \frac{-j}{\sqrt{2}} \Gamma_B V_{B1}^+ = \frac{1}{2} V_1^+ (\Gamma_A - \Gamma_B) \quad (11.64)$$

因此,我们能将 S_{11} 表示为

$$S_{11} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{1}{2} (\Gamma_A - \Gamma_B) \quad (11.65)$$

若放大器是相同的，则有 $G_A = G_B$ 和 $\Gamma_A = \Gamma_B$ ，且式(11.65)表明 $S_{11} = 0$ ，而式(11.63)表明平衡放大器的增益和单个放大器的增益一样。若一个放大器损坏，则总增益将下降 6 dB，剩余的功率损耗在耦合器终端。它也表明平衡放大器的噪声系数 $F = (F_A + F_B)/2$ ，其中 F_A 和 F_B 是单个放大器的噪声系数。

例题 11.6 平衡放大器的特性和最佳化

将例题 11.4 中的放大器用到工作在 3 GHz 至 5 GHz 的平衡放大器的配置中。使用正交混合网络，并画出在这个频率范围内的增益和回波损耗。用微波 CAD 软件优化该放大器匹配网络，以在该带宽上给出 10 dB 增益。

解：

例题 11.4 中的放大器是按 4 GHz 有 11 dB 增益设计的。正像由图 11.8(c)所见的那样，从 3 GHz 至 5 GHz 增益变化几个 dB，回波损耗不会好于 5 dB。我们能按照在 7.5 节的讨论，设计中心频率为 4 GHz 的正交混合网络。然后采用图 11.10 所示的平衡放大器的配置，用微波 CAD 软件包仿真，得出如图 11.11 所示的结果。注意到回波损耗在整个带宽内与图 11.8(c)中原来的放大器的结果相比有明显的提高。输入匹配在 4 GHz 时最好，因为这是耦合器的设计频率。有更宽频带的耦合器还能改善带边的效果。还可看到在 4 GHz 处增益保持为 11 dB，在带边下降少数几个 dB。

最新的微波 CAD 软件包有优化功能，使用该功能可调整一小批变量，以便优化某一个特定的工作变量。在现在的这个例子中，我们降低增益的设定值到 10 dB，并允许 CAD 软件调整图 11.8(b)所示放大器电路中的 4 条传输线和短截线的长度，给出在频率 3 GHz 至 5 GHz 范围内最合适的增益。在平衡电路中，两个放大器保持一致，所以可看到输入匹配的改善。

优化的结果如图 11.11 所示，此处可看到在整个工作带宽内增益响应是很平坦的，在中心频率附近输入匹配仍是很好的，在低频率一侧慢慢变坏。优化放大器匹配网络的短截线的线长如下表所示：

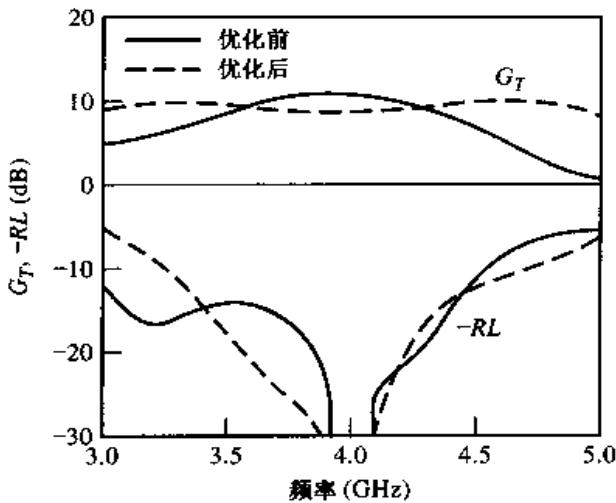


图 11.11 例题 11.6 中平衡放大器优化前、后的增益和回波损耗

匹配网络参数	优化前	优化后
输入节短截线长度	0.100λ	0.109λ
输入节传输线长度	0.179λ	0.113λ
输出节传输线长度	0.045λ	0.134λ
输出节短截线长度*	0.432λ	0.461λ

表中所示内容表明与原始的匹配网络长度偏离很小。

11.4.2 分布放大器

分布放大器的概念要追溯到 20 世纪 40 年代，当时它用于宽带真空电子管放大器的设计。

随着近代微波集成电路和器件工艺技术的发展,分布放大器在宽带微波放大器中得到了新的应用。若有好的输入和输出匹配,则超过 10 个倍频程的带宽是可能的。分布放大器没有能力提供很高的增益和很低的噪声系数,且与增益相当的窄带放大器相比,它有较大的尺寸。

微波分布放大器的基本配置如图 11.12 所示。 N 个同样的 FET 级联,它们的栅极以间距 ℓ_g 依次连接到特征阻抗为 Z_g 的传输线上。而漏极以间距 ℓ_d 连接到特征阻抗为 Z_d 的传输线上。分布放大器的工作类似于 7.4 节中讨论过的多孔波导耦合器。输入信号沿着栅极线传播,并泄放一些输入功率给每个 FET,从 FET 输出的放大信号在漏极线上形成行波。传播常数以及栅极和漏极线的长度选择使得各管的输出信号同相叠加,线上的终端阻抗用于吸收反向行波。FET 的栅极和漏极电容有效地成为栅极和漏极线分布电容的一部分,而栅极和漏极电阻则成为这些线上的分布损耗。这类电路也称为行波放大器。

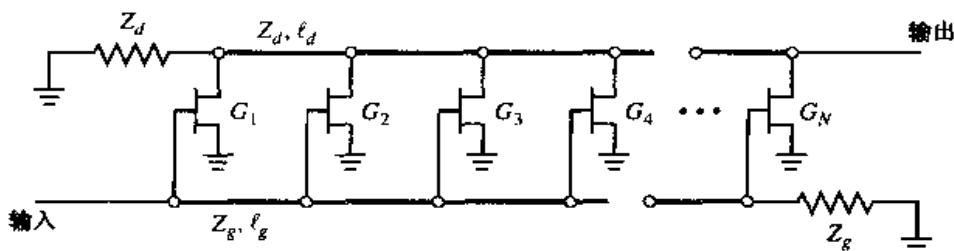


图 11.12 N 级分配放大器的配置

此处,我们将依照加载栅极和漏极传输线的方法来分析分布放大器^[8],尽管也可以应用镜像参量的概念^[9]或直接使用 CAD 软件包。这种分析方法具有图示放大器的基本工作原理的优点,而数值的 CAD 方法建议用在要求精度更高和优化的设计中。

在分布放大器的分析中,第一步是应用 FET 单向 ($C_{gd} = 0$) 方案的等效电路将图 11.12 所示的电路分解为分开的栅极和漏极端的加载传输线,如图 11.13 和图 11.14 所示。栅极和漏极传输线是典型的微带线,接地导体未在图 11.12 中显示,但它们在图 11.13 和图 11.14 中已显示出来。除了通过非独立电流源耦合之外,栅极和漏极线是隔离的,其中 $I_{dn} = g_m V_{gn}$,并且在两端是匹配的。图 11.13(b) 和图 11.14(b) 分别表示栅极和漏极线上单位元的等效电路。 L_g 和 C_g 是单位元长度栅极传输线的电感和电容,而 $R_i \ell_g$ 和 C_{gs}/ℓ_g 代表由于 FET 输入电阻 R_i 和栅-源电容 C_{gs} 引起的等效单位元长度加载。同样的定义也适用于漏极线上的 L_d , C_d , $R_{ds} \ell_d$ 和 C_{ds}/ℓ_d 这些量。所以我们把每个 FET 作为集总加载,并把它的电路参量分配到每单位元的传输线上。通常当单位元的电长度足够小时,这种近似是正确的。

我们现在能用基本传输线理论求出栅极线和漏极线的有效特征阻抗和传播常数。对于栅极线,每单位长度的串联阻抗和并联导纳能表示为

$$Z = j\omega L_g \quad (11.66a)$$

$$Y = j\omega C_g + \frac{j\omega C_{gs}/\ell_g}{1 + j\omega R_i C_{gs}} \quad (11.66b)$$

若我们假定在特征阻抗的计算中损耗可以忽略,则按照 2.7 节的讨论我们有

$$Z_g = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{L_g}{C_g + C_{gs}/\ell_g}} \quad (11.67)$$

对于传播常数的计算,我们保留电阻项,因为这会引起衰减:

$$\gamma_g = \alpha_g + j\beta_g = \sqrt{ZY} = \sqrt{j\omega L_g \left[j\omega C_g + \frac{j\omega C_{gs}/\ell_g}{1 + j\omega R_i C_{gs}} \right]}$$

若我们假定是小损耗, 致使 $\omega R_i C_{gs} \ll 1$, 则上面的结果能简化为

$$\begin{aligned} \gamma_g &= \alpha_g + j\beta_g \cong \sqrt{-\omega^2 L_g [C_g + C_{gs} (1 - j\omega R_i C_{gs})/\ell_g]} \\ &\cong \frac{\omega^2 R_i C_{gs}^2 Z_g}{2\ell_g} + j\omega \sqrt{L_g (C_g + C_{gs}/\ell_g)} \end{aligned} \quad (11.68)$$

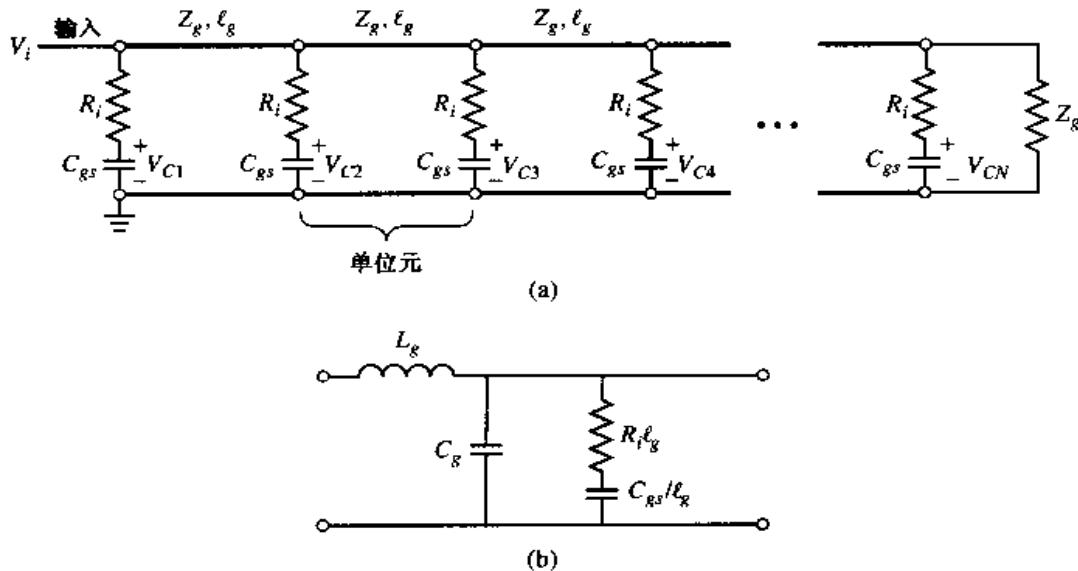


图 11.13 (a) 分布放大器栅极线的传输线电路;(b) 单个单位元栅极线的等效电路

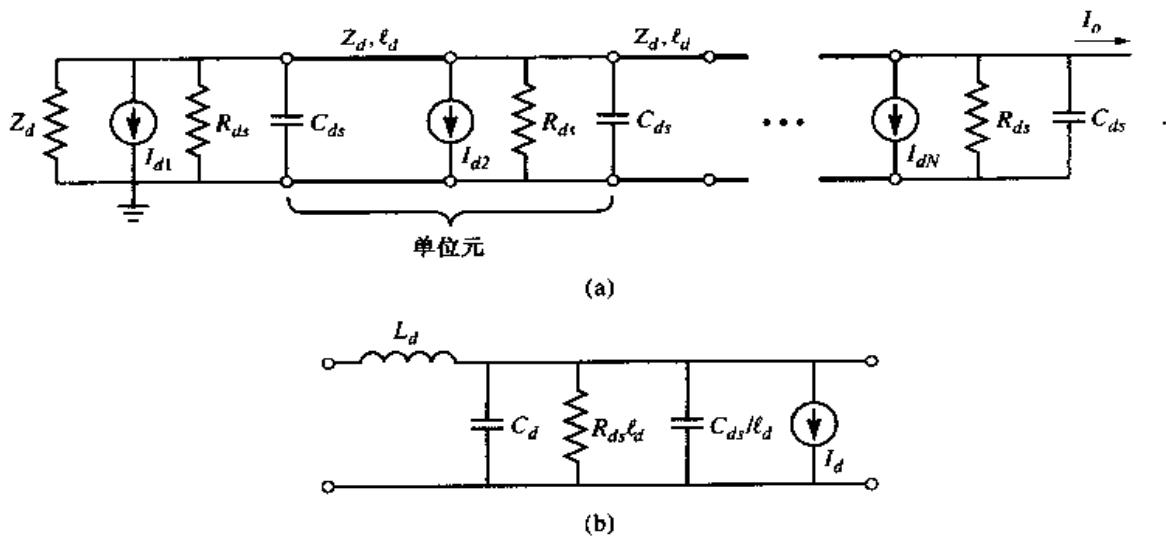


图 11.14 (a) 分布放大器漏极线的传输线电路;(b) 单个单位元漏极线的等效电路

对于漏极线, 单位长度的串联阻抗和并联导纳是

$$Z = j\omega L_d \quad (11.69a)$$

$$Y = \frac{1}{R_{ds}\ell_d} + j\omega(C_d + C_{ds}/\ell_d) \quad (11.69b)$$

漏极线的特征阻抗可表示为

$$Z_d = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{L_d}{C_d + C_{ds}/\ell_d}} \quad (11.70)$$

用小损耗近似,简化的传播常数为

$$\begin{aligned} \gamma_d &= \alpha_d + j\beta_d = \sqrt{ZY} = \sqrt{j\omega L_d \left[\frac{1}{R_{ds}\ell_d} + j\omega(C_d + C_{ds}/\ell_d) \right]} \\ &\cong \frac{Z_d}{2R_{ds}\ell_d} + j\omega\sqrt{L_d(C_d + C_{ds}/\ell_d)} \end{aligned} \quad (11.71)$$

对于入射输入电压 V_i , 第 n 个 FET 棚-源电容上的电压可表示为

$$V_{cn} = V_i e^{-(n-1)\gamma_s \ell_s} \left(\frac{1}{1 + j\omega R_i C_{gs}} \right) \quad (11.72)$$

相位参考点在第一个 FET 处。式(11.72)中圆括号内的因子考虑了 R_i 和 C_{gs} 之间的分压;对于典型的 FET 参量 $\omega R_i C_{gs} \ll 1$, 所以该因子在整个放大器的带宽上可近似为 1。认识到每个电流源在每个方向上对波的贡献为 $-\frac{1}{2} I_{dn} e^{\pm \gamma_d \ell_d}$ 时, 就可求出在漏极线上的输出电流。因为 $I_{dn} = g_m V_{cn}$, 所以在漏极线的第 N 个端口处总输出电流是

$$I_o = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N I_{dn} e^{-(N-n)\gamma_d \ell_d} = -\frac{g_m V_i}{2} e^{-N\gamma_d \ell_d} e^{\gamma_s \ell_s} \sum_{n=1}^N e^{-n(\gamma_s \ell_s - \gamma_d \ell_d)} \quad (11.73)$$

只有当 $\beta_g \ell_g = \beta_d \ell_d$ 时, 求和项才是同相相加, 所以在栅极和漏极线上相位延迟是同步的。在漏极线上也有反向行进的波分量, 但是各个反向波的贡献不是同相的; 未被互相抵消的残余波将被终端负载 Z_d 吸收。使用下面的求和公式:

$$\sum_{n=1}^N x^n = \frac{x^{N+1} - x}{x - 1}$$

可将式(11.73)简化为

$$I_o = -\frac{g_m V_i}{2} \frac{e^{\gamma_d \ell_d} [e^{-N\gamma_s \ell_s} - e^{-N\gamma_d \ell_d}]}{e^{-(\gamma_s \ell_s - \gamma_d \ell_d)} - 1} = -\frac{g_m V_i}{2} \frac{e^{-N\gamma_s \ell_s} - e^{-N\gamma_d \ell_d}}{e^{-\gamma_s \ell_s} - e^{-\gamma_d \ell_d}} \quad (11.74)$$

对于匹配的输入和输出端口, 放大器增益可计算为

$$G = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{\frac{1}{2} |I_o|^2 Z_d}{\frac{1}{2} |V_i|^2 / Z_g} = \frac{g_m^2 Z_d Z_g}{4} \left| \frac{e^{-N\gamma_s \ell_s} - e^{-N\gamma_d \ell_d}}{e^{-\gamma_s \ell_s} - e^{-\gamma_d \ell_d}} \right|^2 \quad (11.75)$$

应用同步条件 $\beta_g \ell_g = \beta_d \ell_d$, 可将这个结果进一步简化为

$$G = \frac{g_m^2 Z_d Z_g}{4} \frac{(e^{-N\alpha_s \ell_s} - e^{-N\alpha_d \ell_d})^2}{(e^{-\alpha_s \ell_s} - e^{-\alpha_d \ell_d})^2} \quad (11.76)$$

若损耗很小, 则式(11.76)中的分母可近似为 $(\alpha_g \ell_g - \alpha_d \ell_d)$ 。

由增益表示式(11.76)可以推断出与分布放大器有关的几个有意思的结论。对于无耗放大器的理想情况, 增益简化为

$$G = \frac{g_m^2 Z_d Z_g N^2}{4}$$

它表示增益按 N^2 提高, 这与 N 个放大器级联的增益按 $(G_0)^N$ 提高的情况有很大区别。当存在

损耗时,式(11.76)表示分布放大器增益在 $N \rightarrow \infty$ 时接近于零。该性质是令人惊异的,可解释为在栅极线上输入电压按指数衰减,所以在放大器的末端 FET 接收不到输入信号;类似地,在接近放大器始端 FET 的放大信号则沿着漏极线衰减。对于大的 N ,增益按 N 倍乘积的增加不足以补偿指数形式的衰减。这意味着对于给定的一组 FET 参量,有一个 N 的最佳值,使分布放大器的增益最大。通过用式(11.76)对 N 求导,并令导数为零,可求出 N 的最佳值为

$$N_{\text{opt}} = \frac{\ln(\alpha_g \ell_g / \alpha_d \ell_d)}{\alpha_g \ell_g - \alpha_d \ell_d} \quad (11.77)$$

可以看出,式(11.77)的结果与频率、FET 的参量和由式(11.68)、式(11.71)给出的通过线长的衰减常数有关。

例题 11.7 分布放大器特性

使用式(11.76)计算 $N = 2, 4, 8$ 和 16 级的分布放大器从 1 GHz 至 18 GHz 的增益。假定 $Z_d = Z_g = Z_0 = 50 \Omega$, FET 的参量如下: $R_i = 10 \Omega$, $R_{ds} = 300 \Omega$, $C_{gs} = 0.27 \text{ pF}$ 和 $g_m = 35 \text{ mS}$ 。求在 16 GHz 处给出最大增益的 N 的最佳值。

解:

我们用式(11.68)和式(11.71)计算衰减常数 α_g 和 α_d ,然后用式(11.76)计算增益与频率和 N 的关系曲线。注意乘积 $\alpha_g \ell_g$ 和 $\alpha_d \ell_d$ 是与 ℓ_g 和 ℓ_d 无关的:

$$\alpha_g \ell_g = \frac{\omega^2 R_i C_{gs}^2 Z_0}{2}$$

$$\alpha_d \ell_d = \frac{Z_0}{2R_{ds}}$$

计算结果如图 11.15 所示。注意,对于较大的 N ,增益随着频率的升高很快下降,而在高频处, $N = 16$ 的增益小于较小 N 的增益。使用式(11.77)可以计算在 16 GHz 处的最大增益的最佳 N 。在 16 GHz 处,我们有 $\alpha_g \ell_g = 0.184$ 和 $\alpha_d \ell_d = 0.083$ 。则 N 的最佳值为

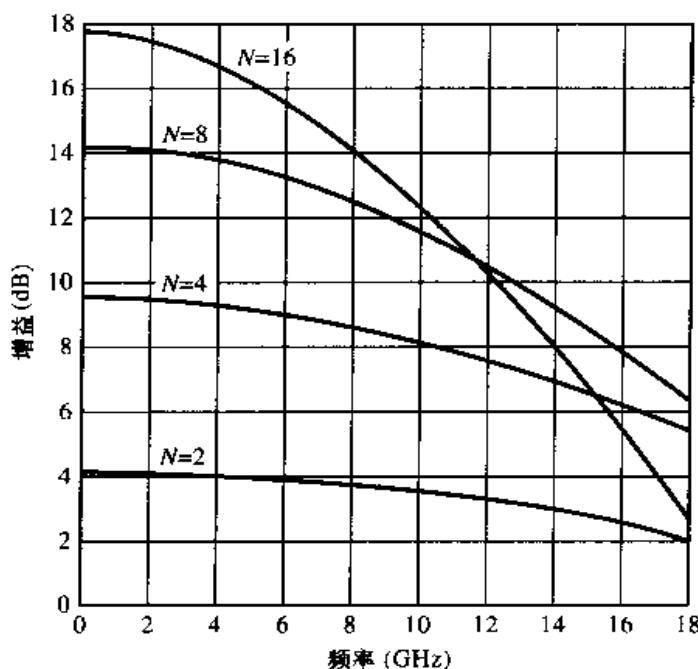


图 11.15 例题 11.7 中分布放大器的增益与频率的关系曲线

$$N_{\text{opt}} = \frac{\ln(\alpha_g \ell_g / \alpha_d \ell_d)}{\alpha_g \ell_g - \alpha_d \ell_d} = \frac{\ln(0.184/0.083)}{0.184 - 0.083} = 7.9$$

或者 N 为 8 级。最后, 注意在 18 GHz 处 $\omega R_i C_{gs} = 0.31$, 这说明把式(11.72)中的分压系数近似为 1 是正确的。 ■

11.5 功率放大器

功率放大器常用在雷达和无线电发射机的末级, 用以提高它们的辐射功率电平。对于移动话音或数据通信系统, 典型的输出功率是 100~500 mW 量级; 对于雷达或定点天线系统, 输出功率在范围 1~100 W 内。对于 RF 和微波功率放大器, 需要考虑的是效率、增益、互调产物和热效应。单个晶体管在 UHF 频率下能提供 10~100 W 的输出功率, 而在更高频率通常输出功率限于 1 W 以下。若需要较高的输出功率, 可利用不同的功率合成技术将多个晶体管组合在一起。

至此, 我们只考虑了小信号放大器, 在这种情况下, 输入信号功率足够小, 可假定晶体管是线性器件。线性器件的 S 参量的意义是明确的, 并且是与输入功率或输出负载阻抗无关的。这便大大简化了固定增益和低噪声放大器的设计。对于高输入功率(例如在 1 dB 压缩点或三次截断点范围内), 晶体管不是线性的, 在这种情况下, 在晶体管的输入端和输出端看到的阻抗将与输入功率电平有关, 这使得功率放大器的设计变得更为复杂。

11.5.1 功率放大器的特性和放大器类型

在大多数手持无线器件中, 功率放大器常常是直流功率的主要消耗者, 所以放大器的效率是要特别重点考虑的。放大器效率的一种量度是 RF 输出功率与直流输入功率之比:

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{DC}}} \quad (11.78)$$

这个定义的缺点是没有考虑传送到放大器输入处的 RF 功率。因为大多数功率放大器都有相对低的增益, 所以式(11.78)往往会高估实际效率。一个较好的量度包括输入功率的作用, 称为功率附加效率, 定义为

$$\eta_{PAE} = PAE = \frac{P_{\text{out}} - P_{\text{in}}}{P_{\text{DC}}} = \left(1 - \frac{1}{G}\right) \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{DC}}} = \left(1 - \frac{1}{G}\right) \eta \quad (11.79)$$

式中, G 是放大器的功率增益。硅晶体管在蜂窝电话波段 800~900 MHz, 功率附加效率约在 80% 左右, 但是随着频率的提高, 效率下降很快。功率放大器常常设计成有最好的效率, 这意味着结果增益小于最大可能值。

功率放大器另一个有用的参量是压缩增益 G_1 , 它定义为 1 dB 压缩点处的放大器增益。所以, 若 G_0 是小信号(线性)功率增益, 则有

$$G_1(\text{dB}) = G_0(\text{dB}) - 1 \quad (11.80)$$

正如我们在第 10 章看到的那样, 非线性能引起寄生频率的产生和交调失真。在无线通信发射机中, 这是一个严重的问题, 特别是在多载波系统中, 此处寄生信号可以出现在相邻通道。对非恒定包络调制也要求有严格的线性, 诸如幅移键控和更高的正交振幅调制方式。

A 类放大器本质上是线性电路, 此时晶体管在整个输入信号周期范围内被偏置在导通状态。因此, A 类放大器理论上的最大效率是 50%。多数小信号和低噪声放大器是按 A 类电路工作

的。相反,B类晶体管放大器在输入信号的半个周期上偏置在导通状态。通常两个互补晶体管工作在B类推挽放大器中,以提供整个周期内的放大,B类放大器理论上的效率是78%。C类放大器在大于输入信号的大半周期内使晶体管处于截止状态,它通常用输出级的谐振电路来恢复基频信号。C类放大器能达到的效率接近100%,但是只能用于恒定的包络调制。更高的类,诸如D类、E类、F类和S类,把晶体管用做开关,以便泵浦高度谐振的共振电路,并可达到很高的效率。工作在UHF或更高频率的大多数通信发射机信赖A类、AB类或B类功率放大器,因为需要低的干扰产物。

11.5.2 晶体管的大信号特性

当信号功率大大低于1dB压缩点(P_1)时,晶体管表现为线性特性,所以小信号S参量与输入功率电平或输出端负载阻抗无关。但在功率电平可比或大于 P_1 时,晶体管的非线性特性便表现出来,测量得到的S参量将与输入功率电平和输出端负载阻抗(以及频率、偏置条件和温度)有关。所以大信号S参量与定义的不同,而且不满足线性条件,不能用小信号参量代替(然而,对于器件稳定性计算,使用小信号S参量通常会有较好的结果)。

在大信号工作条件下,表征晶体管的一种较为有用的方法是测量作为源和负载阻抗函数的增益和输出功率。完成这个任务的一种方法是确定大信号源和负载的反射系数 Γ_{SP} 和 Γ_{LP} [它们在特定的输出功率(通常选择为 P_1)下使功率增益最大]与频率的关系曲线。表11.1显示了NPN硅双极型功率晶体管的典型大信号源和负载反射系数,同时显示了小信号S参量。

表11.1 小信号S参量和大信号反射系数(硅双极型功率晶体管)

f (MHz)	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}	Γ_{SP}	Γ_{LP}	G_P (dB)
800	$0.76/176^\circ$	$4.10/76^\circ$	$0.065/49^\circ$	$0.35/-163^\circ$	$0.856/-167^\circ$	$0.455/129^\circ$	13.5
900	$0.76/172^\circ$	$3.42/72^\circ$	$0.073/52^\circ$	$0.35/-167^\circ$	$0.747/-177^\circ$	$0.478/161^\circ$	12.0
1000	$0.76/169^\circ$	$3.08/69^\circ$	$0.079/53^\circ$	$0.36/-169^\circ$	$0.797/-187^\circ$	$0.491/185^\circ$	10.0

表征晶体管大信号特性的另一种方式是在Smith圆图上画出作为负载反射系数 Γ_{LP} 的函数的等输出功率曲线,晶体管在输入端共轭匹配。该曲线称为负载牵引等高线,它可用计算机控制的机电短截线调谐器组成的自动测量系统获得。一个典型的负载牵引等高线如图11.16所示,负载牵引等高线的作用类似于11.3节的等增益圆,但由于器件的非线性特性,它不是完美的圆。

非线性等效电路模型也已被开发出来用以预估FET和BJT的大信号特性^[10]。对于微波FET,主要的非线性参量是 C_{gs} , g_m , C_{gd} 和 R_{ds} 。在模拟大信号晶体管时,一个重要的考虑是多数参量与温度有关,当然,随着输出功率的提高,温度也会升高。与计算机辅助设计(CAD)软件结合时,等效电路模型非常有用。

11.5.3 A类功率放大器的设计

在这一节中,我们将讨论用大信号参量设计A类放大器。因为A类放大器理想上是线性的,所以我们有时使用小信号S参量进行设计;但若大信号参量可以得到,则通常能获得更好的结果。和小信号放大器设计一样,第一步是检查器件的稳定性。因为不稳定性起始于小信号电平时,为此可以使用小信号S参量。稳定性对功率放大器非常重要,因为高功率下产生振荡容易对有源器件和相关电路造成危险。

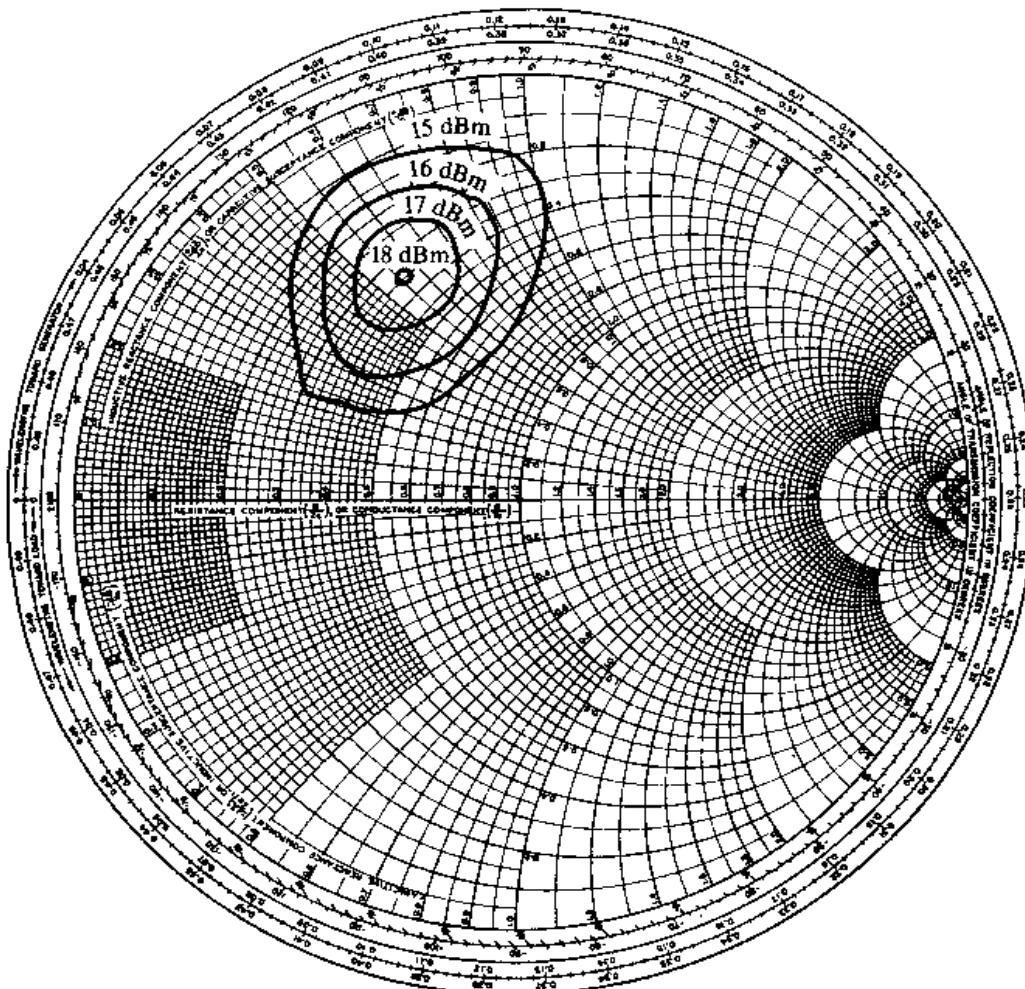


图 11.16 对于典型的功率 FET, 等输出功率随负载阻抗的变化

应该在频率范围和输出功率的基础上选择晶体管, 理想情况是选其功率容量比设计要求的高出 20%。硅双极型晶体管在频率高达几 GHz 时, 与 GaAs FET 相比有更高的功率输出, 而且一般也较便宜。晶体管外壳与散热片之间有好的热接触对于任意大于十分之几瓦的功率输出的放大器都是很重要的。输入匹配网络通常设计为有最大功率传递(共轭匹配), 而输出匹配网络设计为有最大输出功率(从 Γ_{LP} 推导出)。源和负载反射系数的最佳值与由式(11.40)给出的小信号 S 参量得到的不同。为了有好的效率, 低损耗匹配元件是重要的, 特别是在输出级, 此处电流最大。有时可以用有内部匹配的芯片状晶体管, 它有降低外壳寄生电抗影响的优点, 因而提高了效率和带宽。

例题 11.8 A 类功率放大器的设计

用 Motorola MRF858S NPN 硅双极型晶体管, 设计一个工作在 900 MHz 的功率放大器, 输出功率为 3 W。设计放大器的输入和输出阻抗匹配节, 求出所需输入功率并计算功率附加效率。用给出的 S 参量设计共轭匹配时源和负载的反射系数, 并与实际的大信号值 Γ_{LP} 和 Γ_{SP} 进行比较。

MRF858S 晶体管在 900 MHz 处的 S 参量是 $S_{11} = 0.940 \angle 164^\circ$, $S_{12} = 0.031 \angle 59^\circ$, $S_{21} = 1.222 \angle 43^\circ$, $S_{22} = 0.570 \angle -165^\circ$ 。用于发射极-集电极的电压为 $V_{CE} = 24$ V, 集电极电流为 $I_C = 0.5$ A, 在 1 dB 压缩点输出功率是 3.6 W, 功率增益为 12 dB, 源和负载阻抗为 $Z_{in} = 1.2 + j3.5 \Omega$ 和 $Z_{out} = 9.0 + j14.5 \Omega$ 。

解：

我们首先要证实器件的稳定性。将小信号 S 参量代入式(11.28)和式(11.29)给出

$$\begin{aligned} |\Delta| &= |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| \\ &= |(0.940 \angle 164^\circ)(0.570 \angle -165^\circ) - (0.031 \angle 59^\circ)(1.222 \angle 43^\circ)| = 0.546 \\ K &= \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = \frac{1 - (0.940)^2 - (0.570)^2 + (0.546)^2}{2(0.031)(1.222)} = 1.177 \end{aligned}$$

表明该器件是无条件稳定的。

把大信号输入和输出阻抗转换成反射系数给出

$$\Gamma_{in} = 0.953 \angle 172^\circ$$

$$\Gamma_{out} = 0.716 \angle -147^\circ$$

将小信号 S 参量代入式(11.40)，求出共轭匹配的源和负载的反射系数为

$$\begin{aligned} \Gamma_S &= \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} = 0.963 \angle -166^\circ \\ \Gamma_L &= \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} = 0.712 \angle 134^\circ \end{aligned}$$

注意，这些值近似满足式(11.36)给出的关系，即 $\Gamma_S = \Gamma_{in}^*$ 和 $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$ ，但不精确，因为用于计算 Γ_S 和 Γ_L 的 S 参量不对大功率电平生效。所以我们应该用大信号反射系数，并且令

$$\Gamma_S = \Gamma_{in}^* = 0.953 \angle -172^\circ$$

$$\Gamma_L = \Gamma_{out}^* = 0.716 \angle 147^\circ$$

然后可以像通常那样设计输入和输出匹配网络。完整的 AC 放大器电路如图 11.17 所示。

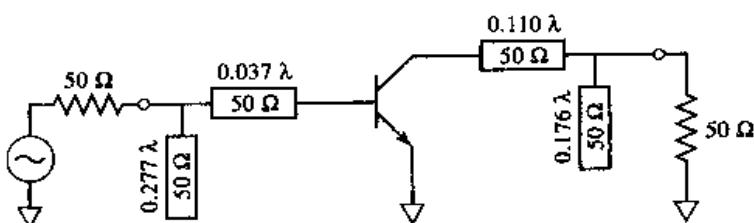


图 11.17 例题 11.8 中放大器的 RF 电路

对于 3 W 输出功率，所需的输入驱动功率是

$$P_{in}(dBm) = P_{out}(dBm) - G_p(dB) = 10lg(3000) - 12 = 22.8 dBm = 189 mW$$

于是，放大器的功率附加效率可以由式(11.79)求出为

$$\eta_{PAE} = \frac{P_{out} - P_{in}}{P_{DC}} = \frac{3.0 - 0.189}{(24)(0.5)} = 23.4\% \quad \blacksquare$$

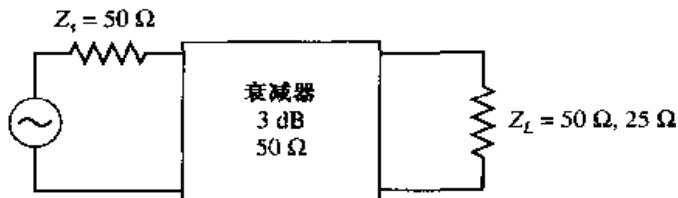
参考文献

- [1] G. D. Vendelin, A. M. Pavio, and U. L. Rohde, *Microwave Circuit Design Using Linear and Nonlinear Techniques*, Wiley, N.Y., 1990.

- [2] G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design*, 2nd edition, Prentice Hall, N.J., 1997.
- [3] I. Bahl and P. Bhartia, *Microwave Solid-State Circuit Design*, Wiley Interscience, N.Y., 1988.
- [4] K. Chang, ed., *Handbook of Microwave and Optical Components*, vol. 2, Wiley Interscience, N.Y., 1990.
- [5] C. Gentile, *Microwave Amplifiers and Oscillators*, McGraw-Hill, N.Y., 1987.
- [6] M. Ohtomo, "Proviso on the Unconditional Stability Criteria for Linear Twoports," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-43, pp. 1197-1200, May 1995.
- [7] M. L. Edwards and J. H. Sinsky, "A New Criteria for Linear 2-Port Stability Using a Single Geometrically Derived Parameter," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-40, pp. 2803-2811, December 1992.
- [8] Y. Ayasli, R. L. Mozzi, J. L. Vorhous, L. D. Reynolds, and R. A. Pucel, "A Monolithic GaAs 1-13 GHz Traveling-Wave Amplifier," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-30, pp. 976-981, July 1982.
- [9] J. B. Beyer, S. N. Prasad, R. C. Becker, J. E. Nordman, and G. K. Hohenwarter, "MESFET Distributed Amplifier Design Guidelines," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 268-275, March 1984.
- [10] W. R. Curtice and M. Ettenberg, "A Nonlinear GaAs FET Model for Use in the Design of Output Circuits for Power Amplifiers," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-33, pp. 1383-1394, December 1985.

习题

- 11.1 考虑下图所示的微波网络,它包括一个 50Ω 的源、一个 50Ω 的 3 dB 匹配衰减器和一个 50Ω 的负载。
 (a)计算可用功率增益、变换功率增益和实际功率增益;(b)若负载改为 25Ω ,则增益如何改变? (c)假如源阻抗改为 25Ω ,增益如何改变?



- 11.2 一个放大器所用的晶体管有下列 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.61 \angle -170^\circ$, $S_{12} = 0.06 \angle 70^\circ$, $S_{21} = 2.3 \angle 80^\circ$, $S_{22} = 0.72 \angle -25^\circ$ 。晶体管的输入连接到电压源 $V_i = 2 \text{ V}$ (峰值)和 $Z_s = 25 \Omega$,晶体管的输出连接到负载 $Z_L = 100 \Omega$ 。(a)功率增益、可用功率增益、变换功率增益和单向变换功率增益分别是多少?
 (b)计算来自源的可用功率和传递到负载的功率。
- 11.3 微波晶体管有下列 S 参量: $S_{11} = 0.34 \angle -170^\circ$, $S_{21} = 4.3 \angle 80^\circ$, $S_{12} = 0.06 \angle 70^\circ$ 和 $S_{22} = 0.45 \angle -25^\circ$ 。确定稳定性;若该器件是潜在不稳定的,画出稳定性圆。
- 11.4 用下列晶体管 S 参量重做习题 11.3: $S_{11} = 0.8 \angle -90^\circ$, $S_{21} = 5.1 \angle 80^\circ$, $S_{12} = 0.3 \angle 70^\circ$ 和 $S_{22} = 0.62 \angle -40^\circ$ 。
- 11.5 使用 μ 参量检验,确定下列器件中哪个是无条件稳定的,哪个有最大的稳定性。

器件	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
A	$0.34 \angle -170^\circ$	$0.06 \angle 70^\circ$	$4.3 \angle 80^\circ$	$0.45 \angle -25^\circ$
B	$0.75 \angle -60^\circ$	$0.2 \angle 70^\circ$	$5.0 \angle 90^\circ$	$0.51 \angle 60^\circ$
C	$0.65 \angle -140^\circ$	$0.04 \angle 60^\circ$	$2.4 \angle 50^\circ$	$0.70 \angle -65^\circ$

- 11.6 证明对于单向器件 $S_{12} = 0$, μ 参量检验式(11.30)对于无条件稳定意味着 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$ 。
- 11.7 证明式(11.40a)的正数判别式 $B_1^2 > 4|C_1|^2$ 等效于条件 $K^2 > 1$ 。

- 11.8 使用 GaAs FET 设计一个在 5.0 GHz 处有最大增益的放大器, 该 FET 有下列 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.65 \angle -140^\circ$, $S_{21} = 2.4 \angle 50^\circ$, $S_{12} = 0.04 \angle 60^\circ$, $S_{22} = 0.70 \angle -65^\circ$ 。设计出使用开路并联短截线的匹配节。
- 11.9 设计一个有最大 G_m 的放大器, 所用晶体管在 6 GHz 时有下列 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.61 \angle -170^\circ$, $S_{21} = 2.24 \angle 32^\circ$, $S_{12} = 0$, $S_{22} = 0.72 \angle -83^\circ$ 。用集总元件设计一个 L 型结匹配网络。
- 11.10 设计一个放大器, 在 6.0 GHz 处其增益为 10 dB, 所用晶体管有下列 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.61 \angle -170^\circ$, $S_{21} = 2.24 \angle 32^\circ$, $S_{12} = 0$, $S_{22} = 0.72 \angle -83^\circ$ 。画出(和使用) $G_s = 1$ dB 和 $G_L = 2$ dB 的等增益圆。匹配节用开路并联短截线。
- 11.11 对习题 11.3 的晶体管计算单向品质因数。若设计放大器的器件是单向的, 则最大变换增益的误差是多少?
- 11.12 证明用式(11.51)定义的 G_s 的 0 dB ($G_s = 1$) 增益圆将通过 Smith 圆的中心。
- 11.13 一个 GaAs FET 在 8 GHz 时有下列散射和噪声参量 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.7 \angle -110^\circ$, $S_{12} = 0.02 \angle 60^\circ$, $S_{21} = 3.5 \angle 60^\circ$, $S_{22} = 0.8 \angle -70^\circ$, $F_{\min} = 2.5$ dB, $\Gamma_{opt} = 0.70 \angle 120^\circ$, $R_N = 15 \Omega$ 。用开路并联短截线的匹配节, 设计一个有最小噪声系数和最大可能增益的放大器。
- 11.14 一个 GaAs FET 在 6 GHz 时有下列散射和噪声参量 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.6 \angle -60^\circ$, $S_{21} = 2.0 \angle 81^\circ$, $S_{12} = 0$, $S_{22} = 0.7 \angle -60^\circ$, $F_{\min} = 2.0$ dB, $\Gamma_{opt} = 0.62 \angle 100^\circ$, $R_N = 20 \Omega$ 。用开路并联短截线的匹配节, 设计一个有 6 dB 增益和在该增益下有最小可能噪声系数的放大器。
- 11.15 重做习题 11.14, 但设计噪声系数为 2.5 dB, 且在该噪声系数下达到最大可能增益。
- 11.16 用 3 dB 耦合线混合耦合器重复例题 11.6 的平衡放大器分析。用 CAD 软件包优化该放大器的输入和输出匹配网络, 以获得从 3 GHz 至 5 GHz 平坦的 10 dB 增益响应, 并与用正交混合网络获得的结果比较。
- 11.17 若在平衡放大器中, 单个放大器级在输出端有失配 Γ_A 和 Γ_B , 证明平衡放大器的输出失配是 $S_{22} = (\Gamma_A - \Gamma_B)/2$ 。
- 11.18 推导分布放大器最佳 N 值的表达式是式(11.77)。
- 11.19 考虑一个分布放大器, 所用的 FET 有下列参量: $R_i = 5 \Omega$, $R_o = 200 \Omega$, $C_{gs} = 0.35 \text{ pF}$ 和 $g_m = 40 \text{ mS}$ 。计算和画出对 $N = 4$ 和 $N = 16$ 节从 2 GHz 到 20 GHz 的增益。求出在 18 GHz 处能给出最大增益的最佳 N 值。
- 11.20 用表 11.1 给出的晶体管数据, 设计一个在 1 GHz 处功率输出为 1 W 的功率放大器。用给出的大信号反射系数设计输入和输出匹配电路, 计算所需输入功率电平。

第 12 章 振荡器和混频器

在所有现代雷达和无线通信系统中,广泛需要 RF 和微波振荡器,以便用做频率变换和产生载波的信号源。固体振荡器使用有源非线性器件(如二极管和晶体管)以及无源电路,将 DC 转换成稳态 RF 正弦信号。基本的晶体管振荡器电路通常可在低频下使用,并带有晶体谐振器以改善频率稳定性和低噪声性能。在较高频率处能够使用偏置于负阻工作点的二极管或晶体管,以及腔体、传输线或介质谐振器,以产生高达 100 GHz 的基频振荡。另一种办法可用频率倍增器产生毫米波频率的功率。因为需要使用非线性器件,所以振荡电路的严格分析和设计是很困难的,当前通常使用先进的 CAD 工具进行分析和设计。

在本章中,我们将首先概述低频晶体管振荡电路,包括著名的哈特莱(Hartley)和考毕兹(Colpitts)结构,以及晶体控制振荡器。接着,我们将考虑用于微波频率的振荡器,它与低频振荡器不同,主要是由于不同的晶体管特性以及实际使用负阻器件和高 Q 微波谐振器的能力。最后,我们将介绍频率倍增技术。一个相关的主题是频率变换或混频,所以本章也将讨论上变频和下变频的基本工作原理。还将讨论检波器、使用了二极管和 FET 的单端混频器,以及一些专用的混频器电路。

关于在 RF 和微波系统中使用的振荡器,需要重点考虑的问题如下:

- 调谐范围(对于电压调谐振荡器,以 MHz/V 表示)
- 频率稳定性(以 PPM/°C 表示)
- AM 和 FM 噪声(以偏离载波、低于载波的 dBc/Hz 表示)
- 谐波(以低于载波的 dBc 表示)

典型的频率稳定性要求在 2 PPM/°C 到 0.5 PPM/°C 的范围内,而相位噪声要求在偏离载波 10 kHz 处为 -80 dBc/Hz 到 -110 dBc/Hz 的范围内。

12.1 RF 振荡器

从最一般的意义上看,振荡器是一个非线性电路,它将 DC 功率转换成 AC 波形。大多数 RF 振荡器输出正弦信号,它应使不需要的谐频和噪声边带最小。正弦振荡器的基本工作原理在概念上可用如图 12.1 所示的线性反馈电路描述。具有电压增益 A 的放大器的输出电压为 V_o 。这一输出电压通过随频率变化的传递函数 $H(\omega)$ 的反馈网络,而加到电路的输入电压 V_i 上。因此,输出电压能够表示为

$$V_o(\omega) = AV_i(\omega) + H(\omega)AV_o(\omega) \quad (12.1)$$

求解该方程可以给出用输入电压表示的输出电压为

$$V_o(\omega) = \frac{A}{1 - AH(\omega)} V_i(\omega) \quad (12.2)$$

若在某个特定的频率下,式(12.2)的分母成为零,就有可能在输入电压为零时输出电压不为零,因此形成振荡器。这称为奈奎斯特准则(Nyquist criterion)或巴克豪森准则(Barkhausen criterion)。这和放大器设计不同,放大器设计应达到最大稳定性,而振荡器设计依赖于不稳定性电路。

图 12.1 所示的振荡电路在概念说明上是有用的,但是不能为实际的晶体管振荡器设计提供多少有用信息。为此,下面讨论晶体管振荡器电路的一般分析方法。

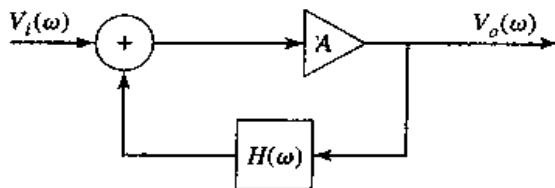


图 12.1 用带有频率相关反馈路径的放大器表示的正弦振荡器方框图

12.1.1 一般分析方法

存在许多可能的 RF 振荡电路,它们采用双极型晶体管或场效应晶体管,可以是共发射极/源极、共基极/栅极或共集电极/漏极结构。各种形式的反馈网络形成了著名的哈特莱(Hartley)、考毕兹(Colpitts)、克拉普(Clapp)和皮尔斯(Pierce)振荡器电路^{[1]~[3]}。图 12.2 所示的基本振荡电路可代表所有这些不同的电路。

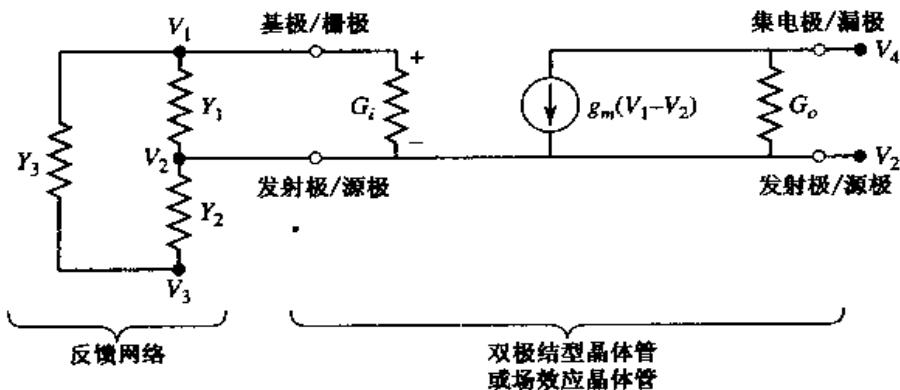


图 12.2 晶体管振荡器的一般电路。晶体管可以是双极结型晶体管或者是场效应晶体管。这一电路可以用于分别在 V_2 、 V_1 或 V_4 接地的共发射极/源极、共基极/栅极或共集电极/漏极结构。将节点 V_3 和 V_4 连接起来可产生反馈

图 12.2 的右边是双极结型或场效应晶体管的等效电路模型。正如第 10 章已讨论的那样,此处假定晶体管是单向的,这一假定在实际上通常是很好的近似。我们能简化分析,假定用晶体管的跨导 g_m 分别定义出晶体管的输入和输出实导纳 G_i 和 G_o 。电路左边的反馈网络用 T 型桥结构中的三个导纳组成。这些元件通常是电抗性的(电容或电感),用以得到具有频率选择性的高 Q 值传递函数。设 $V_2 = 0$, 得到共发射极/源极结构, 而 $V_1 = 0$ 或 $V_4 = 0$ 能够分别得到共基极/栅极或共集电极/漏极结构。如图 12.2 所示, 电路中没有引入反馈路径——将节点 V_3 和节点 V_4 连接就可得到反馈路径。

写出图 12.2 所示电路中四个电压节点的基尔霍夫方程,得出下面的矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_3 + G_i) & -(Y_1 + G_i) & -Y_3 & 0 \\ -(Y_1 + G_i + g_m) & (Y_1 + Y_2 + G_i + G_o + g_m) & -Y_2 & -G_o \\ -Y_3 & -Y_2 & (Y_2 + Y_3) & 0 \\ g_m & -(G_o + g_m) & 0 & G_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (12.3)$$

从电路分析中想到,若电路的第 i 个节点接地,使 $V_i = 0$, 则式(12.3)给出的矩阵可消去第 i 行和列,使矩阵阶数减 1。此外,若两个节点连接在一起,则需将矩阵的相应行和列相加。

12.1.2 使用共发射极的双极结型晶体管的振荡器

作为一个特定的例子,考虑采用共发射极结构的双极结型晶体管(BJT)的振荡器。在这个例子中, $V_2 = 0$, 并从集电极反馈以使 $V_3 = V_4$ 。此外, 晶体管的输出导纳可以忽略, 所以可取 $G_o = 0$ 。用这些条件, 式(12.3)的矩阵将变为下式:

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_3 + G_i) & -Y_3 \\ (g_m - Y_3) & (Y_2 + Y_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V \end{bmatrix} = 0 \quad (12.4)$$

其中, $V = V_3 = V_4$ 。

若电路按振荡器工作, 则对于非零的 V_1 和 V , 式(12.4)成立, 所以矩阵行列式必须为零。若反馈网络仅包含无耗电容和电感, 则 Y_1 , Y_2 和 Y_3 必须是虚数, 所以可以取 $Y_1 = jB_1$, $Y_2 = jB_2$ 和 $Y_3 = jB_3$ 。同时, 回想到跨导 g_m 和晶体管输入电导 G_i 是实数。因此, 式(12.4)的行列式简化为

$$\begin{vmatrix} G_i + j(B_1 + B_3) & -jB_3 \\ g_m - jB_3 & j(B_2 + B_3) \end{vmatrix} = 0 \quad (12.5)$$

分别使行列式的实部和虚部等于零得到两个方程:

$$\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \frac{1}{B_3} = 0 \quad (12.6a)$$

$$\frac{1}{B_3} + \left(1 + \frac{g_m}{G_i}\right) \frac{1}{B_2} = 0 \quad (12.6b)$$

若将电纳转换成电抗, 并取 $X_1 = 1/B_1$, $X_2 = 1/B_2$ 和 $X_3 = 1/B_3$, 则可以将式(12.6a)写为

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0 \quad (12.7a)$$

用式(12.6a)消去式(12.6b)中的 B_3 , 则上式成为

$$X_1 = \frac{g_m}{G_i} X_2 \quad (12.7b)$$

因为 g_m 和 G_i 是正值, 式(12.7b)意味着 X_1 和 X_2 具有相同的符号, 因而两者要么都是电容, 要么两者都是电感。因此, 式(12.7a)表明 X_3 必须与 X_1 和 X_2 的符号相反, 因而是相反电抗的元件。从这一结论导出了两种最常用的振荡器电路。

若 X_1 和 X_2 是电容, X_3 是电感, 就得到考毕兹振荡器。取 $X_1 = -1/\omega_0 C_1$, $X_2 = -1/\omega_0 C_2$ 和 $X_3 = \omega_0 L_3$, 则式(12.7a)变为

$$\frac{-1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \omega_0 L_3 = 0$$

由此式可以求解振荡器的频率 ω_0 为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right)} \quad (12.8)$$

在式(12.7)式中, 用同样的替换得到考毕兹电路振荡的必要条件为

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{g_m}{G_i} \quad (12.9)$$

图 12.3(a)中给出了得到的共发射极考毕兹振荡器电路。

换一种方法,若选择 X_1 和 X_2 是电感, X_3 是电容,则得到哈特莱振荡器。取 $X_1 = \omega_0 L_1$, $X_2 = \omega_0 L_2$ 和 $X_3 = -1/\omega_0 C_3$, 则式(12.7a)式变为

$$\omega_0(L_1 + L_2) - \frac{1}{\omega_0 C_3} = 0$$

由此解出 ω_0 为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C_3(L_1 + L_2)}} \quad (12.10)$$

在式(12.7b)式中,用同样的替换得到哈特莱电路振荡的必要条件为

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{g_m}{G_i} \quad (12.11)$$

图 12.3(b)中给出了得到的共发射极哈特莱振荡器电路。

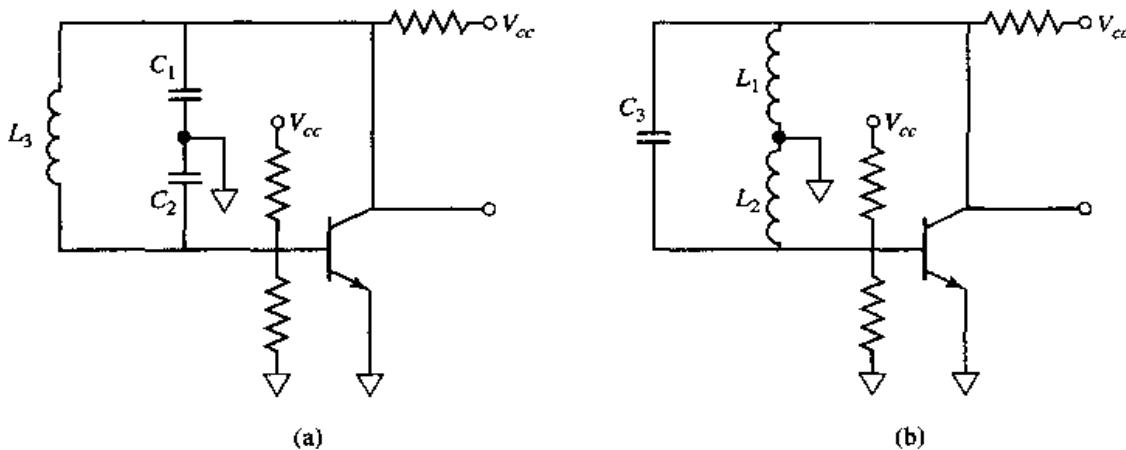


图 12.3 用共发射极 BJT 构成的晶体管振荡电路:(a)考毕兹振荡器;(b)哈特莱振荡器

12.1.3 使用共栅极场效应晶体管的振荡器

下面考虑使用共栅结构 FET 制作的振荡器。在这种情况下, $V_1 = 0$, 同样用 $V_3 = V_4$ 给出反馈路径。对于 FET, 输入导纳可以忽略, 所以取 $G_i = 0$ 。因此式(12.3)的矩阵简化为

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2 + g_m + G_o) & -(Y_2 + G_o) \\ -(G_o + g_m + Y_2) & (Y_2 + Y_3 + G_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V \end{bmatrix} = 0 \quad (12.12)$$

其中 $V = V_3 = V_4$ 。再一次假定反馈网络由无耗电抗元件组成, 以致 Y_1 , Y_2 和 Y_3 能够用它们的电纳代替。因此, 取式(12.12)的行列式等于零给出

$$\begin{vmatrix} (g_m + G_o) + j(B_1 + B_2) & -G_o - jB_2 \\ -(G_o + g_m) - jB_2 & G_o + j(B_2 + B_3) \end{vmatrix} = 0 \quad (12.13)$$

使其实部和虚部等于零得到两个方程:

$$\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \frac{1}{B_3} = 0 \quad (12.14a)$$

$$\frac{G_o}{B_3} + \frac{g_m}{B_1} + \frac{G_o}{B_1} = 0 \quad (12.14b)$$

和前面一样, X_1 , X_2 和 X_3 是相应的电纳的倒数。则式(12.14)能够重写为

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0 \quad (12.15a)$$

用式(12.14a)式消去式(12.14b)中的 B_3 , 则上式成为

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{g_m}{G_o} \quad (12.15b)$$

因为 g_m 和 G_o 是正值, 所以 X_1 和 X_2 必须同号, 而式(12.15b)表明 X_3 必须与它们反号。若选择 X_1 和 X_2 为负值, 则它们应是容性, X_3 应是感性。这就相当于考毕兹振荡器。因为式(12.15a)和式(12.7a)相同, 它的解给出了共栅极考毕兹振荡器的谐振频率为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right)} \quad (12.16)$$

这一式子与式(12.8)给出的共发射极考毕兹振荡器的结果相同。这是因为谐振频率取决于反馈网络, 在这两种情况下反馈网络是一样的。式(12.15b)给出的振荡条件变为

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{g_m}{G_o} \quad (12.17)$$

若选择 X_1 和 X_2 为正值, 则它们应是感性, X_3 应是容性。这就得到哈特莱振荡器。共栅极哈特莱振荡器的谐振频率成为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C_3(L_1 + L_2)}} \quad (12.18)$$

它与式(12.10)给出的共发射极哈特莱振荡器的结果相同。式(12.15b)成为

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{g_m}{G_o} \quad (12.19)$$

共栅极考毕兹和哈特莱振荡器的电路类似于图 12.3 给出的电路, 只要用 FET 器件代替 BJT 器件。

12.1.4 实际考虑

必须强调以上的分析是基于相当理想的假设得到的, 实际上成功的振荡器设计需要考虑到一些因素, 诸如联系着输入和输出晶体管端口的电抗、晶体管特性随温度的变化、晶体管偏置和去耦电路以及电感损耗的影响。为了考虑这些因素, 计算机辅助设计软件是有用的^[3]。

上述分析可以推广到更实际的反馈网络中(带有串联电阻的电感), 实际电感总是含有一定的电阻。例如, 考虑共发射极 BJT 考毕兹振荡器的情况, 其中电感的阻抗为 $Z_3 = 1/Y_3 = R + j\omega L_3$ 。将其代入式(12.4), 并设其行列式的实部和虚部为零得到谐振频率如下:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{G_i R}{C_1} \right)} = \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{1}{C'_1} + \frac{1}{C_2} \right)} \quad (12.20)$$

当电感有损耗时, 这一方程类似于式(12.8)的结果, 只是 C'_1 定义为

$$C'_1 = \frac{C_1}{1 + RG_i} \quad (12.21)$$

相应的振荡条件为

$$\frac{R}{G_i} = \frac{1 + g_m/G_i}{\omega_0^2 C_1 C_2} - \frac{L_3}{L_1} \quad (12.22)$$

这一结果给出了串联电阻 R 的最大值,通常应选择式(12.22)的左侧小于右侧,以保证实现振荡。

例题 12.1 考毕兹振荡器设计

用共发射极结构的晶体管设计出 50 MHz 的考毕兹振荡器,其中, $\beta = g_m/G_i = 30$, 晶体管输入电阻为 $R_i = 1/G_i = 1200 \Omega$ 。所用电感的 $L_3 = 0.10 \mu\text{H}$, Q 值为 100, 为了能够维持振荡,电感的最小 Q 值是多少?

解:

由式(12.20)求得 C'_1 和 C_2 串联组合的电容为

$$\frac{C'_1 C_2}{C'_1 + C_2} = \frac{1}{\omega_0^2 L_3} = \frac{1}{(2\pi)^2 (50 \times 10^6)^2 (0.1 \times 10^{-6})} = 100 \text{ pF}$$

能够用几种方法得到上式的值,但是此处选择 $C'_1 = C_2 = 200 \text{ pF}$ 。

从第 6 章可以知道,电感的 Q 值与其串联电阻的关系为 $Q = \omega L/R$, 所以 $0.10 \mu\text{H}$ 电感的串联电阻为

$$R = \frac{\omega_0 L_3}{Q} = \frac{(2\pi)(50 \times 10^6)(0.1 \times 10^{-6})}{100} = 0.31 \Omega$$

则式(12.21)给出 C_1 为

$$C_1 = C'_1 (1 + RG_i) = (200 \text{ pF}) \left(1 + \frac{0.31}{1200}\right) = 200 \text{ pF}$$

可以看到该值与忽略电感损耗求得的值实质上没有不同。用上述数值,式(12.22)给出

$$\begin{aligned} \frac{R}{G_i} &= \frac{1 + \beta}{\omega_0^2 C_1 C_2} - \frac{L_3}{C_1} \\ (0.31)(1200) &< \frac{1 + 30}{(2\pi)^2 (50 \times 10^6)^2 (200 \times 10^{-12})^2} - \frac{0.1 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-12}} \\ 372 &< 7852 - 500 = 7352 \end{aligned}$$

这些结果表明振荡条件是成立的。能够应用这一条件求最小的电感 Q 值。首先解出串联电阻 R 的最大值:

$$R_{\max} = \frac{1}{R_i} \left(\frac{1 + \beta}{\omega_0^2 C_1 C_2} - \frac{L_3}{C_1} \right) = \frac{7352}{1200} = 6.13 \Omega$$

所以最小 Q 值为

$$Q_{\min} = \frac{\omega_0 L_3}{R_{\max}} = \frac{(2\pi)(50 \times 10^6)(0.1 \times 10^{-6})}{6.13} = 5.1$$

■

12.1.5 晶体振荡器

正如从上面的分析所看到的那样,振荡器的谐振频率由振荡条件决定,即要求晶体管的输入和输出之间达到 180° 相移。若谐振反馈电路具有高 Q 值,以致相移随频率变化非常快速,则振荡器将具有好的频率稳定性。为了达到这一要求,可以采用石英晶体,特别是频率低于几

百 MHz 的情况,因为在此情况下,LC 谐振电路的 Q 值很难超过几百。石英晶体的 Q 值可以高达 100 000,并且频率漂移小于 $0.001\%/\text{°C}$ 。因而晶体控制振荡器广泛用做 RF 系统的稳定频率源。控制石英晶体的温度可以得到更好的稳定性。

石英晶体谐振器由安装在两个金属板之间的石英切片构成。通过压电效应可以在晶体中激励机械振荡。接近最低模式时石英晶体的等效电路如图 12.4(a)所示。这一电路的串联和并联谐振频率 ω_s 和 ω_p 为

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (12.23a)$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L \left(\frac{C_0 C}{C_0 + C} \right)}} \quad (12.23b)$$

图 12.4(a)所示电路中的电抗画在图 12.4(b)中,其中可以看到在串联和并联谐振之间的频率范围内电抗是感性的。这是晶体使用的工作点,在这一工作点晶体可以代替哈特莱或考毕兹振荡器中的电感。典型的晶体振荡器电路如图 12.5 所示。

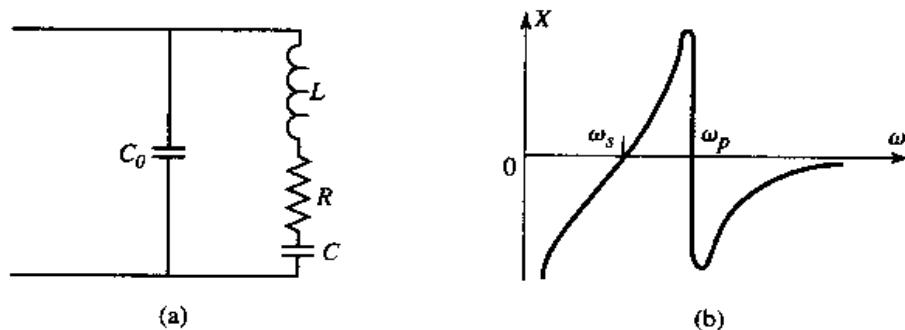


图 12.4 (a) 晶体的等效电路;(b) 晶体谐振器的输入电抗

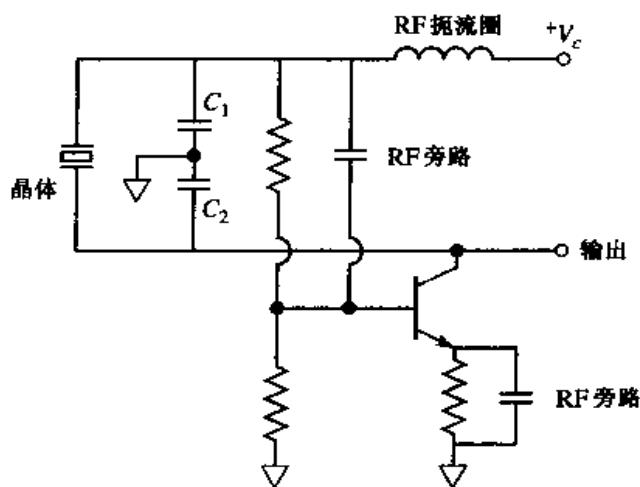


图 12.5 皮尔斯晶体振荡器电路

12.2 微波振荡器

本节集中讨论可用做微波频率振荡器的电路,主要是用负阻器件构成的电路。

图 12.6 示出了典型的单端口 RF 负阻振荡器电路,其中 $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ 是有源器件(即偏置

二极管)的输入阻抗。通常,这一阻抗与电流(或电压)有关,也与频率有关,可以写出这一关系为 $Z_{in}(I, j\omega) = R_{in}(I, j\omega) + jX_{in}(I, j\omega)$ 。器件的终端连接无源负载阻抗 $Z_L = R_L + jX_L$ 。应用基尔霍夫电压定律可得

$$(Z_L + Z_{in})I = 0 \quad (12.24)$$

若振荡产生,这使 RF 电流 I 不为零,则下述条件必须满足:

$$R_L + R_{in} = 0 \quad (12.25a)$$

$$X_L + X_{in} = 0 \quad (12.25b)$$

因为负载是无源的, $R_L > 0$, 所以式(12.25a)表明 $R_{in} < 0$ 。因此,正电阻表示能量消耗,而负电阻表示提供能量的源。式(12.25b)中的条件控制振荡频率。式(12.24)中的条件,即对于稳态振荡有 $Z_L = -Z_{in}$, 意味着反射系数 Γ_L 和 Γ_{in} 应有下述关系:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-Z_{in} - Z_0}{-Z_{in} + Z_0} = \frac{Z_{in} + Z_0}{Z_{in} - Z_0} = \frac{1}{\Gamma_{in}} \quad (12.26)$$

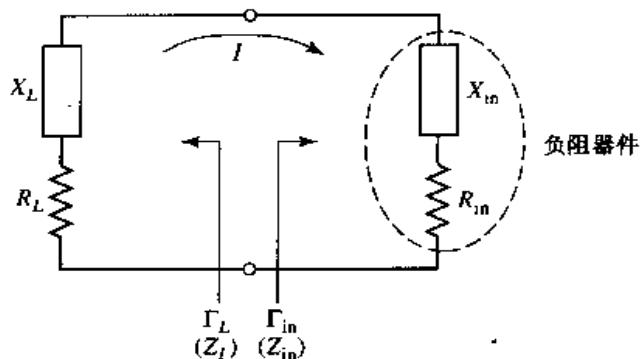


图 12.6 单端口负阻振荡器电路

振荡过程依赖于以下 Z_{in} 的非线性特性。开始,整个电路必须在某一频率下出现不稳定,即 $R_{in}(I, j\omega) + R_L < 0$ 。然后,任意的激励或噪声将在频率 ω 处引起振荡。当 I 增加时, $R_{in}(I, j\omega)$ 应变成较小的负值,直到电流达到 I_0 ,使得 $R_{in}(I_0, j\omega_0) + R_L = 0$ 和 $X_{in}(I_0, j\omega) + X_L(j\omega_0) = 0$ 。从而使振荡器在稳态下运行。最后形成的振荡频率 ω_0 通常不同于起振频率,因为 X_{in} 与电流有关,因此 $X_{in}(I, j\omega) \neq X_{in}(I_0, j\omega_0)$ 。

因此,可以看到式(12.25)的条件不足以保证稳态振荡。特别地,稳定性要求电流或频率的任何扰动都应该被阻尼掉,使得振荡器回到原来的状态。为了定量描述这一条件,考虑电流的微小变化 δI ,或复频率 $s = \alpha + j\omega$ 的微小变化 δs 。若设 $Z_T(I, s) = Z_{in}(I, s) + Z_L(s)$, 则可以写出 $Z_T(I, s)$ 在工作点 I_0, ω_0 处的泰勒级数为

$$Z_T(I, s) = Z_T(I_0, s_0) + \left. \frac{\partial Z_T}{\partial s} \right|_{s_0, I_0} \delta s + \left. \frac{\partial Z_T}{\partial I} \right|_{s_0, I_0} \delta I = 0 \quad (12.27)$$

因为若实现振荡,则 $Z_T(I, s)$ 仍然必须等于零。在式(12.27)中, $s_0 = j\omega_0$ 是初始工作点处的复频率。现在,应用 $Z_T(I_0, s_0) = 0$ 和 $\frac{\partial Z_T}{\partial s} = -j \frac{\partial Z_T}{\partial \omega}$ 求解式(12.27),求出 $\delta s = \delta\alpha + j\delta\omega$ 为

$$\delta s = \delta\alpha + j\delta\omega = \left. \frac{-\partial Z_T / \partial I}{\partial Z_T / \partial s} \right|_{s_0, I_0} \delta I = \frac{-j(\partial Z_T / \partial I)(\partial Z_T^* / \partial \omega)}{|\partial Z_T / \partial \omega|^2} \delta I \quad (12.28)$$

现在,若由 δI 和 $\delta\omega$ 引起的瞬态是衰减的,则当 $\delta I > 0$ 时必定有 $\delta\alpha < 0$ 。这意味着式(12.28)中有

$$I_m \left\{ \frac{\partial Z_T}{\partial I} \frac{\partial Z_T^*}{\partial \omega} \right\} < 0$$

或

$$\frac{\partial R_T}{\partial I} \frac{\partial X_T}{\partial \omega} - \frac{\partial X_T}{\partial I} \frac{\partial R_T}{\partial \omega} > 0 \quad (12.29)$$

对于无源负载, $\partial R_L / \partial I = \partial X_L / \partial I = \partial R_L / \partial \omega = 0$, 所以式(12.29)变成

$$\frac{\partial R_{in}}{\partial I} \frac{\partial}{\partial \omega} (X_L + X_{in}) - \frac{\partial X_{in}}{\partial I} \frac{\partial R_{in}}{\partial \omega} > 0 \quad (12.30)$$

正如上面的讨论,通常有 $\partial R_{in} / \partial I > 0$ ^[4]。所以,只要 $\partial (X_L + X_{in}) / \partial \omega > 0$, 式(12.30)就能成立,这就意味着高 Q 电路将得到振荡器最大的稳定性。腔和介质谐振器常常用于这种电路。

有效的振荡器设计需要考虑几个其他的问题,诸如选择工作点使振荡器工作稳定和功率输出最大、频率牵引、大信号效应和噪声特性。然而,我们必须将这些课题留给更高一级的教科书^[5]。

例题 12.2 负阻振荡器设计

单端口振荡器使用负阻二极管,对于 $f = 6 \text{ GHz}$, 在要求的工作点处具有 $\Gamma_{in} = 1.25 / 40^\circ$ ($Z_0 = 50 \Omega$)。为 50Ω 的负载阻抗设计匹配网络。

解:

从 Smith 圆图(参看习题 12.6)或者直接计算,可以求得输入阻抗为

$$Z_{in} = -44 + j123 \Omega$$

因此,由式(12.25)可知,负载阻抗必须是

$$Z_L = 44 - j123 \Omega$$

可以应用并联短截线或串联传输线段将 50Ω 转换为 Z_L , 如图 12.7 中的电路所示。 ■

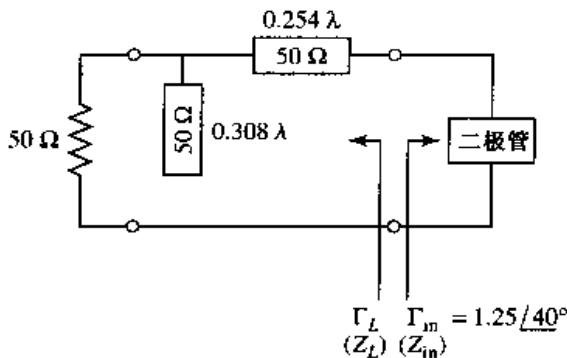


图 12.7 用于例题 12.2 中的单端口振荡器的负载匹配电路

12.2.1 晶体管振荡器

在晶体管振荡器中,把有潜在不稳定的晶体管终端连接一个阻抗,选择它的数值使得在不稳定区内驱动器件,就可以有效地建立负阻单端网络。电路模型如图 12.8 所示;实际功率输出可以在晶体管的任何一边。在放大器的情形下,我们希望器件具有高度稳定性——理想地说是无条件稳定器件。对于振荡器,我们需要具有高度不稳定性的器件。典型地,共源或共栅 FET 电路(对于双极晶体管器件是共发射极或共基极电路)常常带有正反馈以增强器件的不稳定。在选定晶体管电路结构以后,能够在 Γ_T 平面上画出输出稳定性圆,并且选择 Γ_T 使在晶体管输入

处产生大的负阻值。然后能够选择负载阻抗 Z_L 和 Z_{in} 匹配。由于这样的设计使用了小信号 S 参量，又由于当振荡功率建立起来后 R_{in} 将变得不够负，这就需要选择 R_L 使得 $R_L + R_{in} < 0$ 。否则，当上升的功率使得 R_{in} 增加到 $R_L + R_{in} > 0$ 的点时振荡将停止。实际上，典型应用的值是

$$R_L = \frac{-R_{in}}{3} \quad (12.31a)$$

选择使电路谐振的 Z_L 的电抗部分为

$$X_L = -X_{in} \quad (12.31b)$$

当振荡产生在负载网络和晶体管之间时，同时在输出端口也产生振荡，说明如下。对于输入端口的稳态振荡，必须有 $\Gamma_L \Gamma_{in} = 1$ ，如式(12.26)导出的那样。然后由式(11.3a)(在用 Γ_L 代替 Γ_T 以后)得到

$$\frac{1}{\Gamma_L} = \Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_T}{1 - S_{22}\Gamma_T} = \frac{S_{11} - \Delta\Gamma_T}{1 - S_{22}\Gamma_T} \quad (12.32)$$

其中 $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ 。求解 Γ_T 给出

$$\Gamma_T = \frac{1 - S_{11}\Gamma_L}{S_{22} - \Delta\Gamma_L} \quad (12.33)$$

则由式(11.3b)(在用 Γ_L 代替 Γ_S 以后)得到

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{11}\Gamma_L} = \frac{S_{22} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{11}\Gamma_L} \quad (12.34)$$

该式表明 $\Gamma_T \Gamma_{out} = 1$ ，因此 $\Gamma_T = -Z_{out}$ 。这样就满足了终端网络的振荡条件。注意，在上述推导中，使用的相应的 S 参量通常是晶体管的大信号参量。

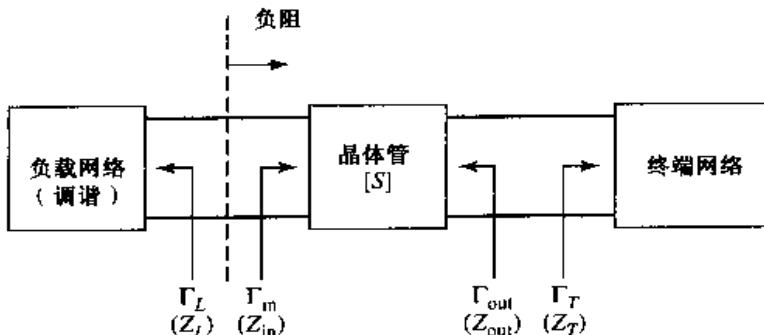


图 12.8 双端口晶体管振荡器电路

例题 12.3 晶体管振荡器设计

应用共栅电路结构的 GaAs FET 设计一个工作于 4 GHz 的晶体管振荡器，其中与栅极串联一个 5 nH 的电感以增加不稳定性。选择一个与 50Ω 匹配的终端网络和适当的调谐网络。共源电路结构的晶体管 S 参量为 ($Z_0 = 50 \Omega$)： $S_{11} = 0.72 \angle -116^\circ$, $S_{21} = 2.60 \angle 76^\circ$, $S_{12} = 0.03 \angle 57^\circ$, $S_{22} = 0.73 \angle -54^\circ$ 。

解：

第一步是将共源电路结构的 S 参量转换成带有串联电感的共栅电路结构的晶体管的 S 参量[见图 12.9(a)]。用微波 CAD 软件包很容易做到这一点。新的 S 参量是

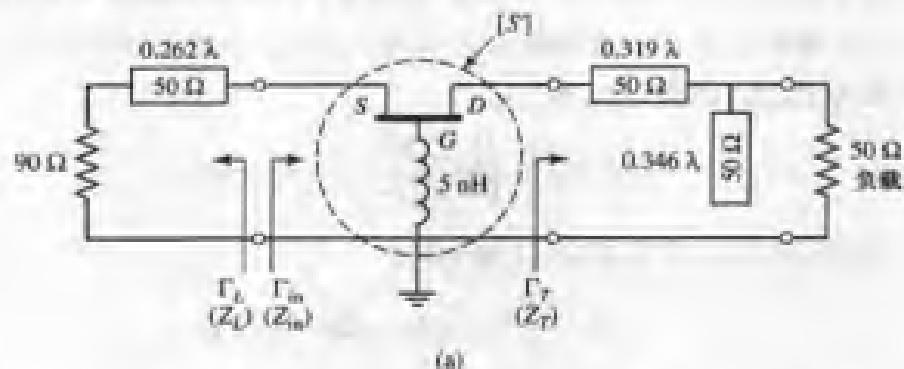
$$S'_{11} = 2.18/-35^\circ$$

$$S'_{21} = 2.75/96^\circ$$

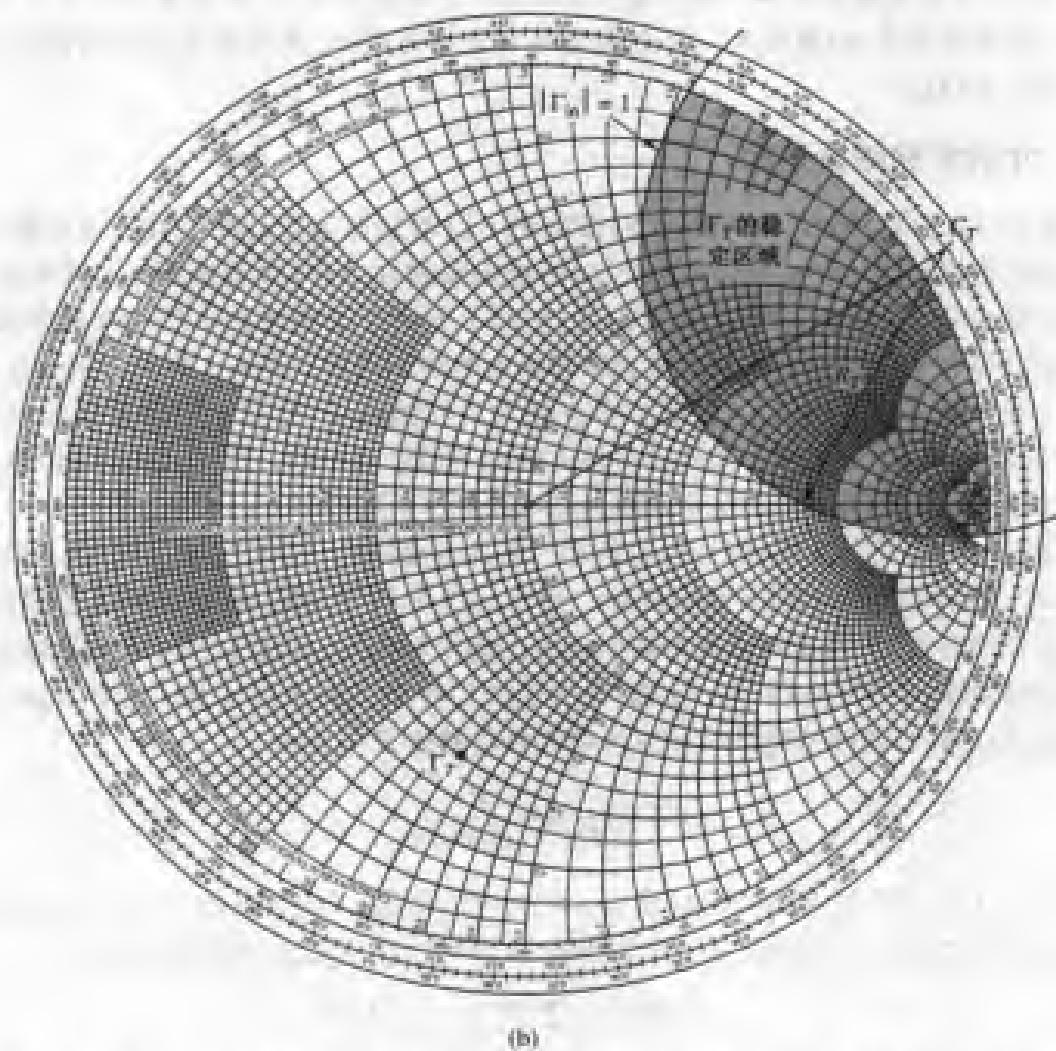
$$S'_{12} = 1.26/18^\circ$$

$$S'_{22} = 0.52/155^\circ$$

注意, $|S'_{11}|$ 要比 $|S_{11}|$ 大得多, 这就表明图 12.9(a) 的结构比共源极结构更不稳定。由式(11.25)计算输出稳定性圆(Γ_r 平面)的参数, 得到



(a)



(b)

图 12.9 例题 12.3 的晶体管振荡器的电路设计:(a)振荡电路;(b)确定 Γ_r 的 Smith 圆图

$$C_T = \frac{(S'_{22} - \Delta'/S'^*_1)^*}{|S'_{22}|^2 - |\Delta'|^2} = 1.08/33^\circ$$

$$R_T = \left| \frac{S'_{12} S''_{21}}{|S'_{22}|^2 - |\Delta'|^2} \right| = 0.665$$

因为 $|S'_{11}| = 2.18 > 1$, 所以稳定区域在圆内, 如图 12.9(b) 中的 Smith 圆图所示。

在选择 Γ_T 时, 存在的自由度很大, 但是一个目的是使得 $|\Gamma_{in}|$ 取大值。因此我们试用了处于圆图中稳定圆的相对一边的几个 Γ_T 值, 并选择 $\Gamma_T = 0.59/-104^\circ$ 。然后就能够设计一个单短截线匹配网络将 50Ω 负载转换成 $Z_T = 20 - j35 \Omega$, 如图 12.9(b) 所示。

对于给定的 Γ_T 值, 计算出 Γ_{in} 如下:

$$\Gamma_{in} = S'_{11} + \frac{S'_{12} S'_{21} \Gamma_T}{1 - S'_{22} \Gamma_T} = 3.96/-2.4^\circ$$

或者 $Z_{in} = -84 - j1.9 \Omega$ 。然后由式(11.86)求得

$$Z_L = \frac{-R_{in}}{3} - jX_{in} = 28 + j1.9 \Omega$$

应用 $R_{in}/3$ 应该能保证建立振荡所需的不稳定性。实现阻抗 Z_L 的最简方法是采用 90Ω 负载加一段短传输线, 如图所示。由于晶体管参数的非线性, 因此有可能得到的稳态振荡频率不同于 4 GHz。 ■

12.2.2 介质谐振器振荡器

正如从式(12.30)看到的, 采用高 Q 调谐网络可以增加振荡器的稳定性。应用集总元件或者微带线和短截线构成的谐振网络的典型 Q 值量级限制在几百(参看例题 6.1 和例题 6.2), 而波导腔谐振器的 Q 值能够达到 10^4 或者更高, 它们不太适合于集成在小型的微波集成电路中。金属谐振腔的另一个缺点是温度的变化会引起很大的频率漂移。在 6.5 节中讨论的介质腔谐振器克服了上述大部分缺点, 因为它的未加载 Q 值可以达到几千, 它是紧凑的并且容易与平面电路集成, 它能够用陶瓷材料制作, 这种材料具有极好的温度稳定性。由于这些原因, 晶体管介质谐振器振荡器越来越普遍应用于整个微波和毫米波频率范围。

介质谐振器通常放在微带线附近, 以使它与振荡电路耦合, 如图 12.10(a) 所示。谐振器工作于 TE_{01s} 模式, 并与微带线的边缘磁场耦合。耦合强度取决于谐振器与微带线之间的间隔 d 。由于通过磁场进行耦合, 谐振器表现为在微带线上的串联负载, 如图 12.10(b) 的等效电路所示。谐振器的模型是 RLC 并联电路, 与馈线耦合的模型为变压器的圈数比 N 。应用 RLC 并联谐振电路阻抗的式(6.19), 能够将微带线看到的等效串联阻抗 Z 表示为

$$Z = \frac{N^2 R}{1 + j2Q\Delta\omega/\omega_0} \quad (12.35)$$

其中 $Q = R/\omega_0 L$ 是未加载谐振器的 Q 值, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ 是谐振频率, 且 $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ 。由式(6.76)定义的谐振器与馈线之间的耦合因子是未加载 Q 值与外 Q 值之比, 并且可以得到

$$g = \frac{Q}{Q_c} = \frac{R/\omega_0 L}{R_L/N^2 \omega_0 L} = \frac{N^2 R}{2Z_0} \quad (12.36)$$

其中 $R_L = 2Z_0$ 是带有源和终端电阻 Z_0 的馈线负载电阻。在某些情况下, 馈线端接距谐振器

$\lambda/4$ 的开路线, 以使该点的磁场最大; 在这一情况下 $R_L = Z_0$ 并且耦合因子两倍于式(12.36)给出的值。

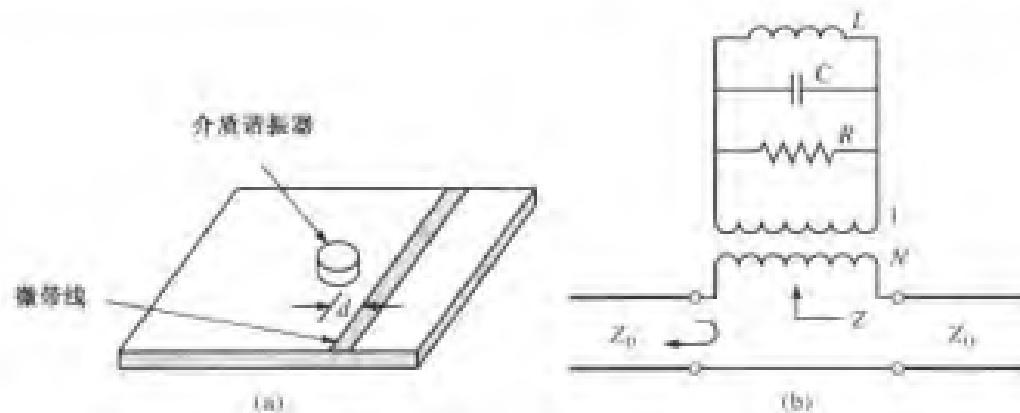


图 12.10 (a)与微带线耦合的介质谐振器的几何结构;(b)等效电路

在终端微带线向着谐振器看到的反射系数能够写为

$$\Gamma = \frac{(Z_0 + N^2 R) - Z_0}{(Z_0 + N^2 R) + Z_0} = \frac{N^2 R}{2Z_0 + N^2 R} = \frac{R}{1 + g} \quad (12.37)$$

通过测量谐振器处的 Γ , 可以从 $g = \Gamma/(1 - \Gamma)$ 得到耦合系数; 通过测量也可以得到谐振频率和 Q 值。另一方面, 也能够用近似解析解求得这些量^[6]。注意, 这一步骤在 N 和 R 之间留下了一个自由度, 因为仅仅有乘积 $N^2 R$ 是惟一确定的。

存在许多使用 FET 或双极晶体管的共源(共发射极)、共栅(共基极)或共漏(共集电极)连接的振荡器结构, 此外还选择应用串联或并联元件以增加器件的不稳定性^{[4]-[5]}。电路中可以加进介质谐振器以保证频率稳定性, 它们可以使用图 12.11(a)所示的并联反馈布局, 或者如图 12.11(b)所示的串联反馈布局。并联结构采用谐振器耦合到两条微带线, 其功能是作为高 Q 带通滤波器将一部分晶体管输出返回到输入。耦合量由谐振器和微带线之间的间隔控制, 而相位由微带线的长度控制。串联结构比较简单, 仅用单条微带馈线, 但是典型情况下它没有并联反馈那样宽的调谐范围。用微波 CAD 软件包很方便进行并联反馈振荡器设计, 但是应用串联反馈的介质谐振器振荡器可以用与上节讨论的双端口振荡器同样的步骤进行设计。

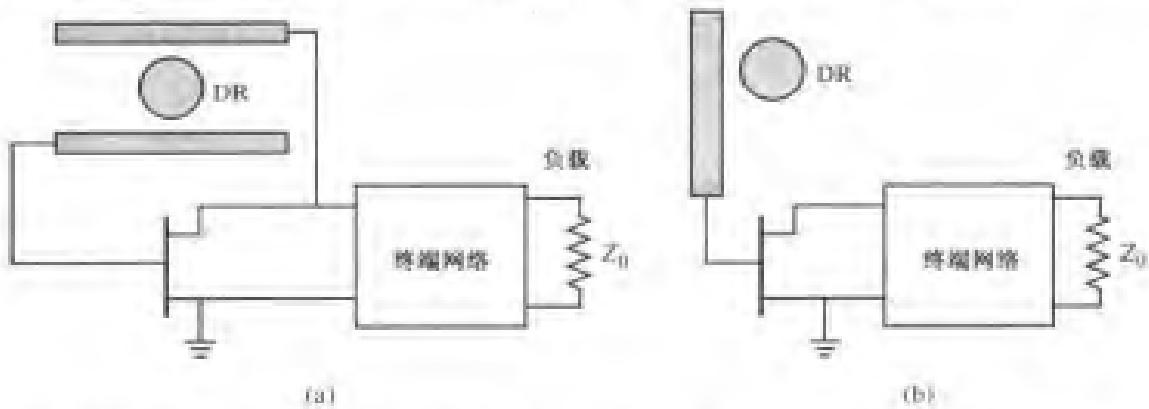


图 12.11 (a)使用并联反馈的介质谐振器振荡器;(b)使用串联反馈的介质谐振器振荡器

例题 12.4 介质谐振器振荡器设计

无线局域网应用中需要工作于 2.4 GHz 的本机振荡器。使用具有下述 S 参量 ($Z_0 = 50 \Omega$) 的

双极型晶体管,按图 12.11(b)所示的串联反馈电路设计介质谐振器振荡器: $S_{11} = 1.8 \angle 130^\circ$, $S_{12} = 0.4 \angle 45^\circ$, $S_{21} = 3.8 \angle 36^\circ$, $S_{22} = 0.7 \angle -63^\circ$ 。确定介质谐振器所需要的耦合系数,以及用做终端网络的微带匹配网络。该终端网络应该包括输出负载阻抗。画出在频率设计值附近微小变化时 Γ_{out} 的幅值与 $\Delta f/f_0$ 的关系曲线,假定未加载谐振器的 Q 值为 1000。

解:

DRO(介质谐振器振荡器)电路示于图 12.12(a)中。介质谐振器放在距微带线开路终端 $\lambda/4$ 处;能够调节传输线长度 ℓ_r ,以便与需要的 Γ_L 值的相位匹配。对照前一例题中的振荡器,此处电路的输出负载阻抗是终端网络的一部分。

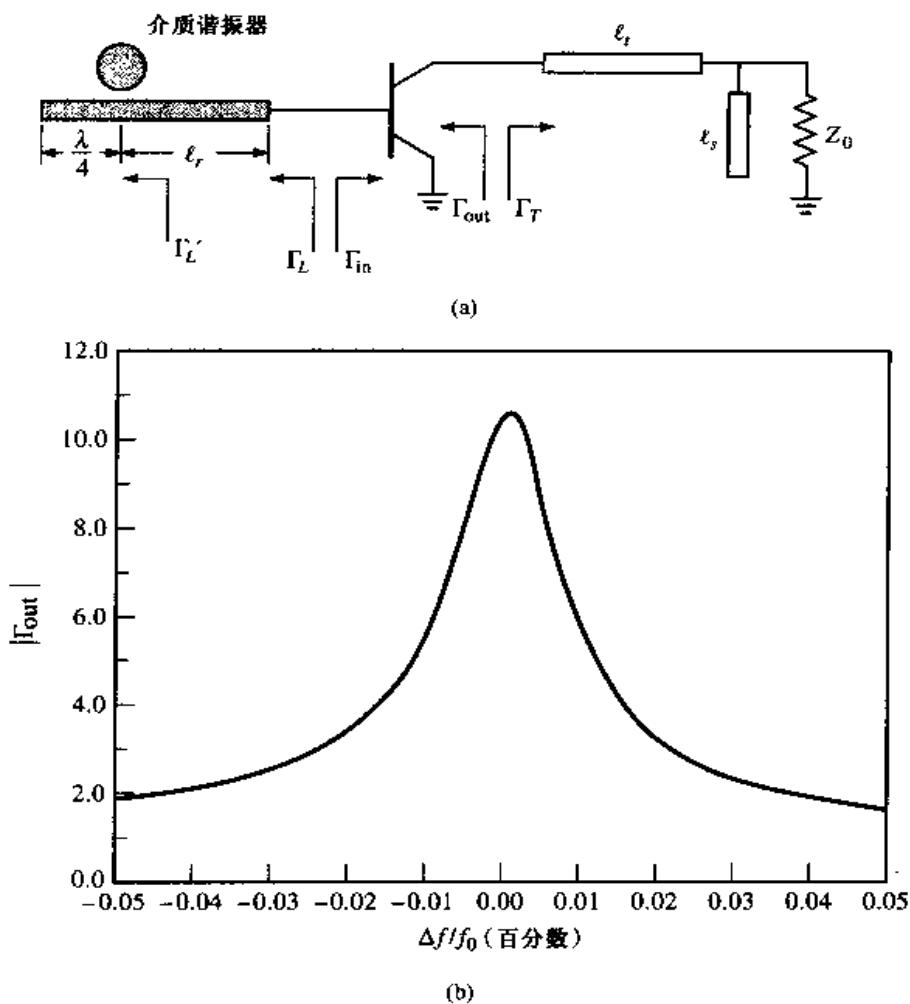


图 12.12 (a)例题 12.4 中的介质谐振器电路;(b)例题 12.4 中 $|\Gamma_{\text{out}}|$ 随频率变化的曲线

若需要,能够画出晶体管的负载和终端一边的稳定性圆,但是设计中没有必要画出它,因为我们可以从选择给出大的 $|\Gamma_{\text{out}}|$ 的 Γ_L 值开始。由式(12.34)可得

$$\Gamma_{\text{out}} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{11}\Gamma_L}$$

该式表明可以取 $1 - S_{11}\Gamma_L$ 接近零使 Γ_{out} 最大。因此选择 $\Gamma_L = 0.6 \angle -130^\circ$, 它给出 $\Gamma_{\text{out}} = 10.7 \angle 132^\circ$:

$$Z_{\text{out}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{\text{out}}}{1 - \Gamma_{\text{out}}} = 50 \frac{1 + 10.7 \angle 132^\circ}{1 - 10.7 \angle 132^\circ} = -43.7 + j6.1 \Omega$$

对于终端一边应用类似于式(12.31)的起始条件,可给出需要的终端阻抗为

$$Z_T = \frac{-R_{out}}{3} - jX_{out} = 5.5 - j6.1 \Omega$$

现在能够用 Smith 圆图设计终端匹配网络。为了使 Z_T 和负载阻抗 Z_0 匹配的最短传输线长度为 $\ell_t = 0.481\lambda$, 需要的开路短截线长度为 $\ell_s = 0.307\lambda$ 。

下一步是使 Γ_L 与谐振器网络匹配。由式(12.35)可知, 由微带线看到的谐振器等效阻抗在谐振频率处是实数, 所以在这一点反射系数 Γ'_L 的相角必须是零或 180° 。对于欠耦合并联 RLC 谐振器有 $R < Z_0$, 所以合适的相位值应是 180° , 通过传输线长度 ℓ_t 的变换可以达到这一值。反射系数的幅值没有变化, 所以存在关系式

$$\Gamma'_L = \Gamma_L e^{2j\beta\ell_t} = (0.6/-130^\circ) e^{2j\beta\ell_t} = 0.6/180^\circ$$

该式给出 $\ell_t = 0.431\lambda$ 。因此在谐振时谐振器的等效阻抗是

$$Z'_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma'_L}{1 - \Gamma'_L} = 12.5 \Omega$$

用式(12.36), 考虑 $\lambda/4$ 短截线终端应有因子 2, 因此可得耦合系数为

$$g = \frac{N^2 R}{Z_0} = \frac{12.5}{50} = 0.25$$

$|\Gamma_{out}|$ 随着频率的变化将成为振荡器频率稳定性的指标。首先用式(12.35)计算 Z'_L, Γ'_L , 然后经过传输线长度 ℓ_t 变换到 Γ_L , 以后就能够由式(12.34)计算 Γ_{out} 。和这一计算相联系, 对于频率的微小变化, 传输线的电长度能够近似为常量。可应用一个短的计算机程序或者微波 CAD 包产生范围 $-0.01 < \Delta f/f_0 < 0.01$ 内的数据, 如图 12.12(b) 所示。可以看到, 哪怕频率只变化一个百分数的几百分之一, $|\Gamma_{out}|$ 也会快速下降, 这证明了使用介质谐振器能够获得的尖锐选择性。 ■

12.3 振荡器相位噪声

由振荡器和其他信号源产生的噪声在实际应用中有重要影响, 因为它可使雷达或其他通信接收系统的性能严重恶化。除了增加接收机的噪声电平以外, 有噪声的本机振荡器将把不希望得到的邻近信号一起进行下变频, 所以限制了接收器的选择性并使得如此靠近的相邻通道被隔开。相位噪声归因于振荡器信号频率(或相位)的短期随机起伏, 相位噪声也会引起在检测数字调制信号时的不确定性。

一个理想的振荡器在工作频率处有单个 δ 函数组成的频率谱, 但是实际的振荡器的频谱更像图 12.13 所示。由振荡器的谐波或互调产物引起的寄生信号像分立的尖峰一样出现在频谱中。由热和其他噪声源引起的随机起伏在输出信号附近出现宽的连续分布的谱。相位噪声定义为: 来自信号频率特定的偏离 f_m 处, 一个相位调制边带的单位带宽(1 Hz)功率与总信号功率之比, 表示为 $\mathcal{L}(f_m)$, 它通常用每 Hz 带宽内的噪声功率相对于载波功率的分贝数表示(dB/Hz)。

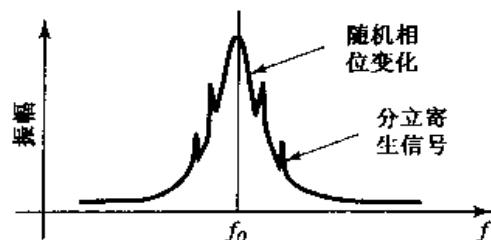


图 12.13 典型的 RF 振荡器的输出谱

例如,对于无线蜂窝 FM 系统,典型振荡器的相位噪声特性在距载波 25 kHz 处为 -110 dBc/Hz。在下一节中,我们将说明如何表示相位噪声,并展示表征振荡器的相位噪声的广泛采用的模型。

12.3.1 相位噪声的表示

通常,振荡器或频率合成器的输出电压可以表示为

$$v_o(t) = V_o[1 + A(t)] \cos[\omega_o t + \theta(t)] \quad (12.38)$$

其中, $A(t)$ 代表输出的振幅起伏, $\theta(t)$ 代表输出波形的相位变化。其中, 振幅变化通常是易控制的,一般对系统性能的影响也较小。相位变化可以是分立的(由于混频器的寄生产物或谐波)或具有随机性(由于热或其他随机噪声源)。由式(12.38)可以看出,在频率变化中是难以分辨出瞬时相位的变化的。

振荡器频率的小的改变可以表示为载波的频率调制,假定

$$\theta(t) = \frac{\Delta f}{f_m} \sin \omega_m t = \theta_p \sin \omega_m t \quad (12.39)$$

其中 $f_m = \omega_m / 2\pi$ 是调制频率。相位偏离的最大值为 $\theta_p = \Delta f / f_m$ (也称为调制指数)。将式(12.39)代入式(12.38)并展开,得到

$$v_o(t) = V_o[\cos \omega_o t \cos(\theta_p \sin \omega_m t) - \sin \omega_o t \sin(\theta_p \sin \omega_m t)] \quad (12.40)$$

此处我们设 $A(t) = 0$,即忽略振幅起伏。假定相位偏离小到可使 $\theta_p \ll 1$,如此小的幅角使 $\sin x \approx x$ 及 $\cos x \approx 1$,用以简化式(12.40)可得

$$\begin{aligned} v_o(t) &= V_o[\cos \omega_o t - \theta_p \sin \omega_m t \sin \omega_o t] \\ &= V_o \left\{ \cos \omega_o t - \frac{\theta_p}{2} [\cos(\omega_o + \omega_m)t - \cos(\omega_o - \omega_m)t] \right\} \end{aligned} \quad (12.41)$$

该式表明,振荡器输出信号的相位或频率的小的偏离,将导致调制边带在 $\omega_o \pm \omega_m$ 处,位于载波信号频率 ω_o 的两侧。当偏离是由温度或器件噪声的随机改变引起时,振荡器的输出谱的形状在图 12.13 中可以看到。

按照相位噪声的定义,即单边带噪声功率与载波功率之比,式(12.41)的波形有对应的相位噪声为

$$\mathcal{L}(f) = \frac{P_n}{P_c} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_o \theta_p}{2} \right)^2}{\frac{1}{2} V_o^2} = \frac{\theta_p^2}{4} = \frac{\theta_{rms}^2}{2} \quad (12.42)$$

其中, $\theta_{rms} = \theta_p \sqrt{2}$ 是相位偏离的均方根值。而与相位噪声相关联的双边带功率谱密度中包括在两个边带中的功率为

$$S_\theta(f_m) = 2\mathcal{L}(f_m) = \frac{\theta_p^2}{2} = \theta_{rms}^2 \quad (12.43)$$

由无源或有源器件产生的白噪声可以用同样定义的相位噪声来描述。从第 10 章我们知道,在有噪二端口网络的输出处,噪声功率是 $kT_0 BG$,其中 $T_0 = 290$ K, B 是测量带宽, G 是网络的噪声系数,而 G 是网络的增益。对于 1 Hz 带宽,输出噪声功率密度与输出信号功率之比给出功率谱密度为

$$S_\theta(f_m) = \frac{kT_0 F}{P_c} \quad (12.44)$$

其中, P_c 是输入信号(载波)功率。注意, 在这个表示式中, 已消去了网络增益。

12.3.2 振荡器相位噪声的 Leeson 模型

在这一节中, 我们将介绍表征振荡器相位噪声功率谱密度的 Leeson 模型^{[2],[7]}。与在 12.1 节中一样, 我们将振荡器模拟为一个有反馈通道的放大器, 如图 12.14 所示。假定放大器的电压增益已包含了反馈传递函数 $H(\omega)$, 则该振荡器的电压传递函数是

$$V_o(\omega) = \frac{V_i(\omega)}{1 - H(\omega)} \quad (12.45)$$

若我们考虑在反馈环中采用高 Q 谐振电路的振荡器(即考毕兹、哈特来、克拉普以及类似的振荡器), 则 $H(\omega)$ 可以用 RLC 并联谐振电路的电压传递函数表示:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{1}{1 + 2jQ\Delta\omega/\omega_0} \quad (12.46)$$

其中, ω_0 是振荡器的谐振频率, 而 $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ 是相对于谐振频率的频率偏离。

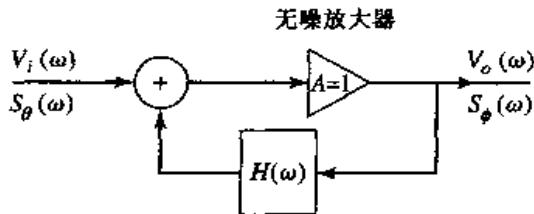


图 12.14 表征振荡器相位噪声的反馈放大器模型

因为输入与输出功率谱密度与电压传递函数的幅值平方有关^[8], 所以可利用式(12.45)~式(12.46)表示为

$$\begin{aligned} S_\phi(\omega) &= \left| \frac{1}{1 - H(\omega)} \right|^2 S_\theta(\omega) = \frac{1 + 4Q^2\Delta\omega^2/\omega_0^2}{4Q^2\Delta\omega^2/\omega_0^2} S_\theta(\omega) \\ &= \left(1 + \frac{\omega_0^2}{4Q^2\Delta\omega_0^2} \right) S_\theta(\omega) = \left(1 + \frac{\omega_h^2}{\Delta\omega_0^2} \right) S_\theta(\omega) \end{aligned} \quad (12.47)$$

其中, $S_\theta(\omega)$ 是输入功率谱密度, 而 $S_\phi(\omega)$ 是输出功率谱密度。在式(12.47)中, 还定义了 $\omega_h = \omega_0/2Q$ 为谐振器的半功率(3 dB)带宽。

频率为 f_0 的外加正弦信号的典型晶体管放大器的噪声谱如图 12.15 所示。除了 kTB 热噪声之外, 晶体管产生的附加噪声在低于 f_0 的频率处是按 $1/f$ 变化的。这个 $1/f$ 噪声或称闪烁噪声看来是由有源器件中载流子密度的随机起伏引起的。由于晶体管的非线性, $1/f$ 噪声将调制在外加信号 f_0 上, 而且在 f_0 附近出现 $1/f$ 噪声边带。因为在靠近载波频率处相位噪声功率是 $1/f$ 噪声成分占优势, 所以将它包含在我们的模型中是重要的。因此我们考虑如图 12.16 所示的输入功率谱密度, 其中 $K/\Delta f$ 代表在载波附近的 $1/f$ 噪声分量, 而 $kT_0 F/P_0$ 代表热噪声。所以施加到振荡器输入端的功率谱密度可以表示为

$$S_\theta(\omega) = \frac{kTF}{P_0} \left(1 + \frac{K\omega_a}{\Delta\omega} \right) \quad (12.48)$$

其中, K 是用于计算 $1/f$ 噪声强度的常数, 而 $\omega_a = 2\pi f_a$ 是 $1/f$ 噪声的半功率点频率(corner frequency)。该半功率点频率主要与振荡器所用的晶体管的类型有关。例如, 硅结型 FET 半功率点频率的典型范围是 50~100 Hz, 而 GaAs FET 半功率点频率的范围是 2~10 MHz, 双极型晶体管的半功率点频率范围是 5~50 kHz。

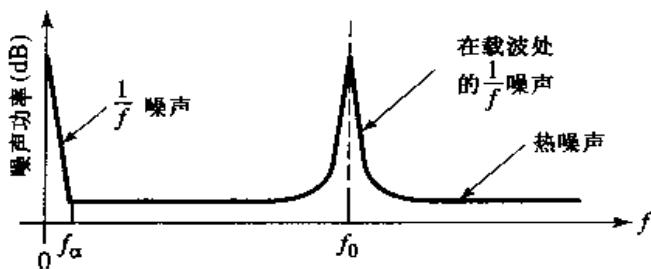


图 12.15 外加输入信号的放大器的噪声功率与频率的关系曲线

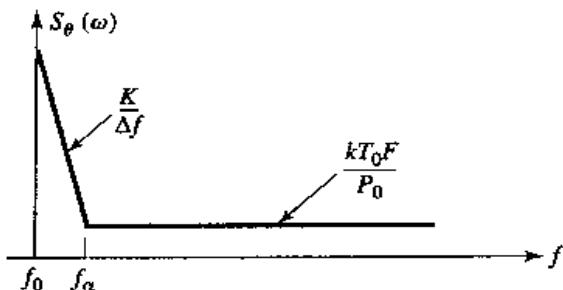


图 12.16 放大器噪声理想化的功率谱密度, 包括 $1/f$ 噪声和热噪声分量

将式(12.48)用到式(12.47)中, 得出输出相位噪声的功率谱密度为

$$\begin{aligned} S_\phi(\omega) &= \frac{kT_0F}{P_0} \left(\frac{K\omega_0^2\omega_a}{4Q^2\Delta\omega^3} + \frac{\omega_0^2}{4Q^2\Delta\omega^2} + \frac{K\omega_a}{\Delta\omega} + 1 \right) \\ &= \frac{kT_0F}{P_0} \left(\frac{K\omega_a\omega_h^2}{\Delta\omega^3} + \frac{\omega_h^2}{\Delta\omega^2} + \frac{K\omega_a}{\Delta\omega} + 1 \right) \end{aligned} \quad (12.49)$$

该结果的示意图如图 12.17 所示。根据式(12.49)中间的两项哪一项占优势, 可分为两种情况。在这两种情况下, 在频率靠近载波频率 f_0 处, 噪声功率按 $1/f^3$ 或 -18 dB/倍频程下降。若谐振器有相对低的 Q , 使得 3 dB 带宽 $f_h > f_a$, 则频率在 f_a 和 f_h 之间噪声功率按 $1/f^2$ 或 -12 dB/倍频程下降。若谐振器有相对高的 Q , 使得 $f_h < f_a$, 则对于在 f_h 和 f_a 之间的频率, 噪声功率按 $1/f$ 或 -6 dB/倍频程下降。

在更高频率处热噪声占优势, 噪声功率不随频率变化, 而与放大器的噪声系数成正比。 $F = 1(0$ dB) 的无噪放大器产生最小噪声本底 $kT_0 = -174$ dBm/Hz。根据图 12.13, 在频率最靠近载波频率时噪声功率最大, 但是式(12.49)表明, $1/f^3$ 分量正比于 $1/Q^2$, 所以用高 Q 谐振腔在靠近载波频率处有较好的相位噪声特性。最后, 回顾一下式(12.43), 单边带相位噪声是式(12.49)的功率谱密度的一半。这些结果对振荡器相位噪声给出了一个合理的模型, 并对噪声功率随偏离载波频率的下降做了定量的解释。

在接收机中, 相位噪声的影响使信噪比(或比特错误率)和选择性变坏^[9]。其中, 对选择性的影响通常是最严重的。相位噪声使接收机选择性变坏是由位于所需要信号频率近处的信号

下变频引起的。这个过程如图 12.18 所示。频率为 f_0 的本机振荡器使所需要的信号下变频到 IF 频率。然而,由于本振相位噪声谱的存在,一个邻近的不希望得到的信号也能下变频到同样的 IF 频率。导致这个变换的相位噪声位于偏离载波的距离等于不希望得到的信号的 IF 频率处。这个过程称为相互混频(reciprocal mixing)。从该图容易看出,为了使相邻通道抑制率(或选择性)达到 S dB($S \geq 0$),最大可容许相位噪声可以用下式表示:

$$\mathcal{L}(f_m) = C \text{ (dBm)} - S \text{ (dB)} - I \text{ (dBm)} - 10 \lg(B), \text{ (dBc/Hz)} \quad (12.50)$$

其中 C 是所需要的信号电平(用 dBm 表示), I 是不希望得到的(干扰)信号电平(用 dBm 表示), B 是 IF 滤波器带宽(用 Hz 表示)。

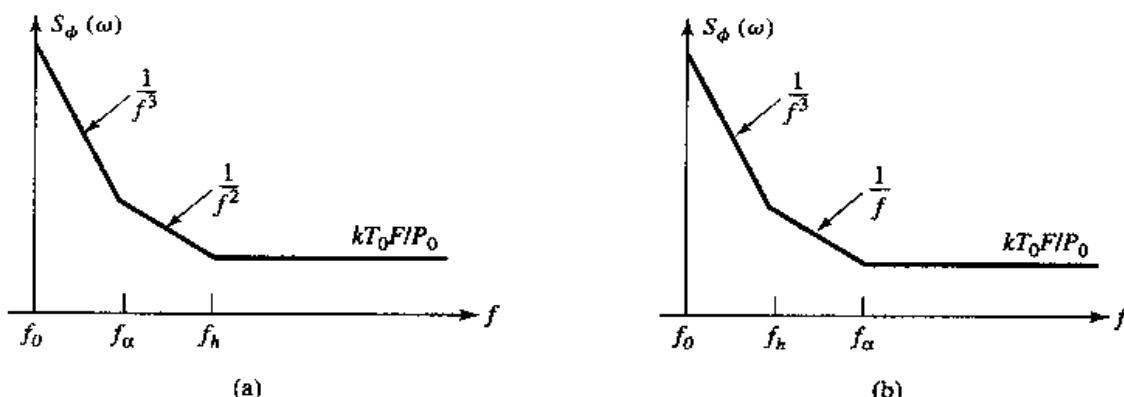


图 12.17 在振荡器的输出端,相位噪声的功率谱密度:(a)对 $f_h > f_a$ (低 Q)的响应;(b)对 $f_h < f_a$ ^①(高 Q)的响应

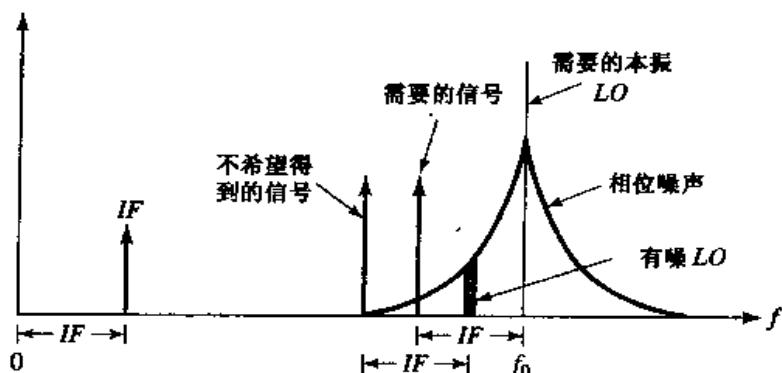


图 12.18 图示说明本机振荡的相位噪声如何导致邻近于所需信号的干扰信号的接收

例题 12.5 GSM 接收机相位噪声的要求

GSM(全球移动通信系统)蜂窝标准要求最小干扰信号抑制度为 9 dB,当载波电平为 -99 dBm 时,干扰信号电压在离载波 3 MHz 处为 -23 dBm,离载波 1.6 MHz 处为 -33 dBm,离载波 0.6 MHz 处为 -43 dBm。确定在这些载波频率偏移处,所需本振的相位噪声。通道带宽是 200 kHz。

解:

由式(12.50)我们有

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f_m) &= C \text{ (dBm)} - S \text{ (dB)} - I \text{ (dBm)} - 10 \lg(B) \\ &= -99 \text{ dBm} - 9 \text{ dB} - I \text{ (dBm)} - 10 \lg(2 \times 10^5) \end{aligned}$$

① 原书中为 $f_h > f_a$,疑有误。——译者注

由上式可计算出所需本振的相位噪声,列表如下:

频率偏离 f_m (MHz)	干扰信号电平(dBm)	$L(f_m)$ dBc/Hz
3.0	-23	-138
1.6	-33	-128
0.6	-43	-118

这种相位噪声电平需要使用锁相频率合成器。GSM 系统中的比特错误率通常是相互混频效应起主要作用,而由天线和接收机的热噪声引起的错误率,通常是可以忽略的。■

12.4 频率倍增器

当频率提高到毫米波段范围时,制造具有良好的功率、稳定性和噪声特性的基频振荡器变得更加困难了。一种替代的方法是利用频率倍增器(frequency multiplier)使较低频率的振荡器产生高次谐频。正如在 10.2 节看到的那样,一个非线性元件可以使输入的正弦信号产生多个谐频,所以是在有二极管和晶体管的电路中自然产生的倍频现象。然而,设计一个质量好的频率倍增器却是一项艰辛的任务,通常需要进行非线性分析、在倍频工作点的匹配、稳定性分析以及散热的考虑。我们将讨论二极管和晶体管的频率倍增器的一般工作原理和特性,更实用的细节请参阅参考文献[10]。

频率倍增器电路可分为电抗性二极管倍频器、电阻性二极管倍频器或晶体管倍频器。电抗性二极管倍频器采用变容二极管或采用阶跃恢复二极管,在非线性结电容上加偏置而成。因为此类二极管损耗小,所以变换效率(转换到所希望的谐频与 RF 输入功率的比值)是相对较高的。事实上,正像我们将要看到的那样,理想的(无耗)电抗性倍频器的效率在理论上能达到 100%。变容二极管倍频器,多用于低谐频变换(倍频系数为 2~4),而阶跃恢复二极管可以在更高次谐频处产生较大的功率。电阻性倍频器利用肖特基势垒检波二极管前向偏置的 I-V 非线性特性。我们可以看到电阻性倍频器,其变换效率按谐频次数的平方下降,所以这类倍频器通常用于低倍频系数。晶体管倍频器可以用双极型和 FET 器件,而且可提供变换增益。但晶体管倍频器受其截止频率限制,所以其谐频不能高于其截止频率。

频率倍频器的缺点是噪声电平随着倍频系数的增加而升高。这是因为频率倍增与相位倍增过程是等效的。所以在同一种方法中,频率倍增了,相位噪声的变化也得到了倍增。噪声电平的增加用 $20 \lg n$ 表示,其中 n 是倍增系数。所以,频率增加 2 倍时,基本振荡器噪声电平至少增加 6 dB,而频率增加 3 倍,噪声电平至少增加 9.5 dB。典型的电抗性二极管倍频器自身固有的附加噪声很小,因为变容二极管和阶跃势垒二极管有很小的串联电阻,但电阻性二极管倍频器能产生明显的附加噪声功率。

12.4.1 电抗性二极管倍频器(Manley-Rowe 关系)

我们从 Manley-Rowe 关系开始讨论。该关系是在非线性电抗性元件中,联系到频率变换的功率变换的最一般的分析中导出的^[11]。考虑图 12.19 所示的电路,其中频率为 ω_1 和 ω_2 的两个源驱动非线性电容 C 。在电路上还可看到多个理想带通滤波器,这些滤波器在概念上是用来隔离所有谐频 $n\omega_1 + m\omega_2$ 功率的。因为电容是非线性的,所以它的电荷 Q 可以表示为电容器电压 v 的幂级数:

$$Q = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + \dots$$

和10.2节中一样,非线性关系包括了形式为 $n\omega_1 + m\omega_2$ 的所有频率成分的产物,所以我们可以把电容器电压表示成傅里叶级数形式:

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_{nm} e^{j(n\omega_1 + m\omega_2)t} \quad (12.51)$$

同样,电容器电荷和电流也可以表示为

$$Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Q_{nm} e^{j(n\omega_1 + m\omega_2)t} \quad (12.52)$$

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} j(n\omega_1 + m\omega_2) Q_{nm} e^{j(n\omega_1 + m\omega_2)t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_{nm} e^{j(n\omega_1 + m\omega_2)t} \quad (12.53)$$

因为 $v(t)$ 和 $i(t)$ 是实函数,所以我们必须有 $V_{-n,-m} = V_{nm}^*$ 和 $Q_{-n,-m} = Q_{nm}^*$ 。

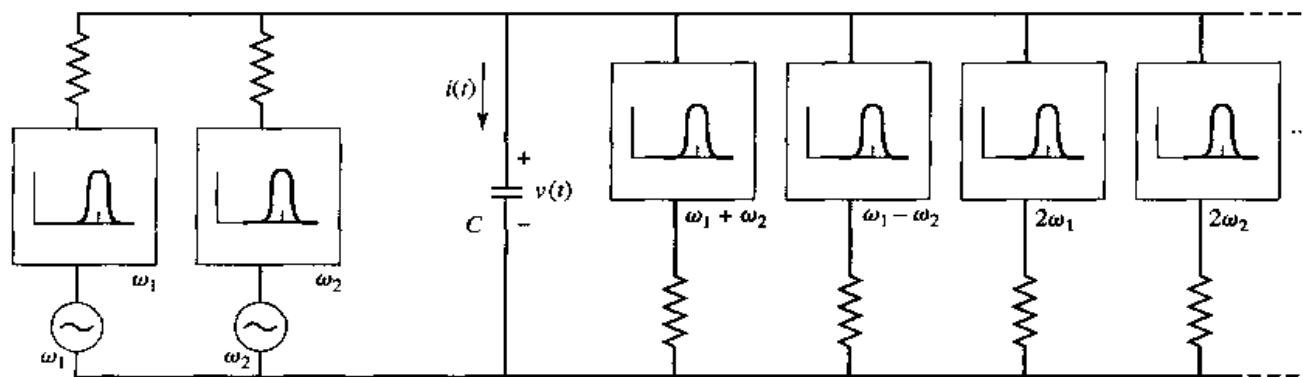


图 12.19 导出 Manley-Rowe 关系的概念性电路

在无耗电容器上没有实功率的耗散。若 ω_1 和 ω_2 彼此不相乘,则由互作用谐频引起的平均功率不存在。从而在频率 $\pm |n\omega_1 + m\omega_2|$ 处的平均功率(忽略系数 4)为

$$P_{nm} = 2 \operatorname{Re}\{V_{nm} I_{nm}^*\} = V_{nm} I_{nm}^* + V_{nm}^* I_{nm} = V_{nm} I_{nm}^* + V_{-n,-m} I_{-n,-m}^* = P_{-n,-m} \quad (12.54)$$

功率守恒可以表示为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_{nm} = 0 \quad (12.55)$$

现在用 $\frac{n\omega_1 + m\omega_2}{n\omega_1 + m\omega_2}$ 乘以式(12.55),得到

$$\omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{n P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} + \omega_2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} = 0 \quad (12.56)$$

使用式(12.54)和 $I_{nm} = j(n\omega_1 + m\omega_2) Q_{nm}$ 得

$$\begin{aligned} & \omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} n(-j V_{nm} Q_{nm}^* - j V_{-n,-m} Q_{-n,-m}^*) \\ & + \omega_2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} m(-j V_{nm} Q_{nm}^* - j V_{-n,-m} Q_{-n,-m}^*) = 0 \end{aligned} \quad (12.57)$$

在式(12.57)中,双重求和因式与 ω_1 或 ω_2 无关。因为我们总能调整外电路使全部 V_{nm} 保持为常量,而且 Q_{nm} 也保持为常量,因为电容器的电荷直接依赖于电压。所以在式(12.56)中,每个求和项必须恒等于零:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{n P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} = 0 \quad (12.58a)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} = 0 \quad (12.58b)$$

用 $P_{-n-m} = P_{nm}$ 可以消去双重求和中的负号, 实现一些简化。例如, 由式(12.58a)得

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{n P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{n P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{-n P_{-n,-m}}{-n\omega_1 - m\omega_2} \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{n P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} = 0 \end{aligned}$$

这导致了 Manley-Rowe 关系的常用形式:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{n P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} = 0 \quad (12.59a)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m P_{nm}}{n\omega_1 + m\omega_2} = 0 \quad (12.59b)$$

Manley-Rowe 关系表示, 对于任意无耗非线性电抗, 功率是守恒的, 而且该关系式可用于谐频振荡器、参量放大器以及在 RF、微波和光频波段的频率变换器, 可预示出最大可能功率增益和变换效率。

电抗性频率倍增器是 Manley-Rowe 关系的一种特定情况, 因为它只用了一个信号源。若我们假定源频率是 ω_1 , 则在假设式(12.59a)中的 $m = 0$ 时, 得出

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_{n0} = 0$$

或

$$\sum_{n=2}^{\infty} P_{n0} = -P_{10} \quad (12.60)$$

其中, P_{n0} 代表与 n 次谐频有关的功率(对于 $n = 0$ 直流项是零)。实际上 $P_{10} > 0$, 因为它代表由源传送的功率, 而在式(12.60)中的总求和如同发生在非线性电容器中一样, 代表保持在输入信号所有谐频中的总功率。若除了 n 次谐频外所有谐频都端接无耗电抗性负载, 则式(12.60)的功率平衡简化为

$$\left| \frac{P_{n0}}{P_{10}} \right| = 1 \quad (12.61)$$

它表示, 对于任意谐频, 理论上达到 100% 的变换效率是可能的。当然, 实际上在二极管和匹配电路中存在损耗, 使得可达到的效率明显地下降。

二极管频率倍增器的方框图如图 12.20 所示。频率为 f_0 的输入信号施加到二极管。除了所希望的谐频 nf_0 外, 其他所有频率处都端接电抗性负载。若二极管结电容有平方律 $I-V$ 特性, 假定还产生有高于二次谐频的话, 则必须将不要的谐频的终端短路。这是因为较高次谐频不会产生电压, 除非允许较低次谐频电流流过。这些电流通常称为空闲电流(idler current)。例如, 变容二极管三倍频器, 通常要求在终端允许 $2f_0$ 的空闲电流流过。变容二极管倍增器, 在 50 GHz 下的双倍频器和三倍频器的典型变换效率是 50% ~ 80%。更高的频率主要受二极管的截止频率 f_c 限制, 截止频率与串联电阻和动态结电容有关。典型的变容二极管的截止频率能超过 1000 GHz, 但是有效频率倍增量需要满足 $nf_0 \ll f_c$ 。

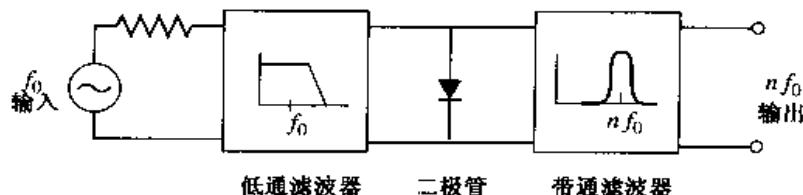


图 12.20 二极管频率倍增器的方框图

12.4.2 电阻性二极管倍频器

电阻性倍频器通常用正向偏置的肖特基势垒检波二极管提供非线性 $I-V$ 特性。因为电阻性倍频器的效率较低,特别是在较高次谐频下,所以不如电抗性倍频器普及。但是,电阻性倍频器能提供较好的带宽,且比电抗性倍频器工作更加稳定。另外,在更高的毫米波频率处,即使是好的变容二极管也开始展现电阻特性。此时电抗性频率倍增器不是无耗的,因此不能应用 Manley-Rowe 关系。但是我们可以对非线性电阻推导出一组相似的关系式并证明用非线性电阻做的频率变换器可得到重要结果。

考虑如图 12.21 所示的电阻性倍频电路。通过设定频率倍增器只考虑单个频率源(两个频率源的更普遍的情况在参考文献[12]中讨论),简化了分析。对于源频率 ω ,非线性电阻产生形式为 $n\omega$ 的波,所以电阻上的电压和电流可用傅里叶级数表示为

$$v(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_m e^{j m \omega t} \quad (12.62a)$$

$$i(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_m e^{j m \omega t} \quad (12.62b)$$

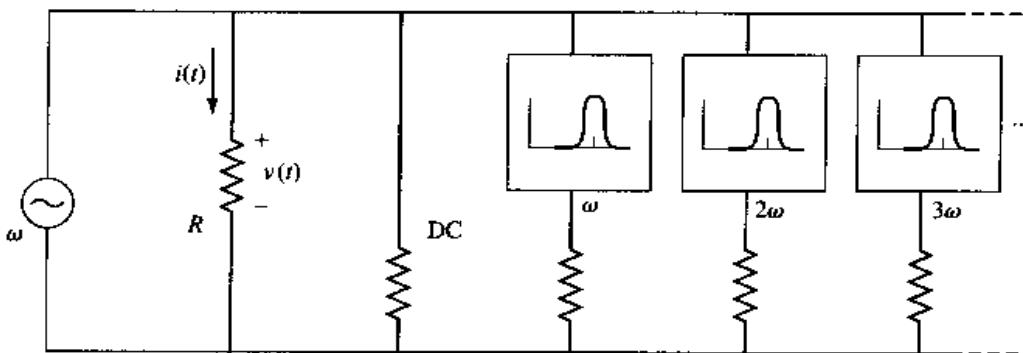


图 12.21 推导电阻性频率变换器功率关系的概念性电路

傅里叶系数被确定为

$$V_m = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T v(t) e^{-j m \omega t} dt \quad (12.63a)$$

$$I_m = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T i(t) e^{-j m \omega t} dt \quad (12.63b)$$

因为 $v(t)$ 和 $i(t)$ 是实函数,所以必须有 $V_m = V_{-m}^*$ 和 $I_m = I_{-m}^*$ 。与 m 次谐频相联系的功率是(忽略系数 4)

$$P_m = 2 \operatorname{Re}\{V_m I_m^*\} = V_m I_m^* + V_m^* I_m \quad (12.64)$$

现在用 $-m^2 I_m^*$ 乘以式(12.63a)的 V_m 并求和, 可得

$$-\sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 V_m I_m^* = \frac{-1}{T} \int_0^T v(t) \sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 I_m^* e^{-jm\omega t} dt \quad (12.65)$$

接着, 使用结果

$$\frac{\partial^2 i(t)}{\partial t^2} = -\sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 \omega^2 I_m e^{jm\omega t} = -\sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 \omega^2 I_m^* e^{-jm\omega t}$$

将式(12.65)表示为

$$\begin{aligned} -\sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 V_m I_m^* &= \frac{1}{\omega^2 T} \int_0^T v(t) \frac{\partial^2 i(t)}{\partial t^2} dt \\ &= \frac{1}{2\pi\omega} v(t) \frac{\partial i(t)}{\partial t} \Big|_{t=0}^T - \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^T \frac{\partial v(t)}{\partial t} \frac{\partial i(t)}{\partial t} dt \end{aligned} \quad (12.66)$$

因为 $v(t)$ 和 $i(t)$ 是周期性函数(周期为 T), 所以有 $v(0) = v(T)$ 和 $i(0) = i(T)$ 。 $i(t)$ 的导数有同样的周期性, 所以式(12.66)中的第二项到最后一项为零。另外, 我们能写出

$$\frac{\partial v(t)}{\partial t} \frac{\partial i(t)}{\partial t} = \frac{\partial v(t)}{\partial t} \frac{\partial i}{\partial v} \frac{\partial v(t)}{\partial t} = \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v(t)}{\partial t} \right)^2$$

则式(12.66)简化为

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 V_m I_m^* = \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^T \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v(t)}{\partial t} \right)^2 dt = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 (V_m I_m^* + V_m^* I_m) = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 P_m$$

或

$$\sum_{m=0}^{\infty} m^2 P_m = \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^T \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v(t)}{\partial t} \right)^2 dt \quad (12.67)$$

对于正的非线性电阻(定义为斜率总为正的 $I-V$ 曲线), 式(12.67)的积分总是正的。所以式(12.67)可简化为

$$\sum_{m=0}^{\infty} m^2 P_m \geq 0 \quad (12.68)$$

若除了 ω (基频)和 $m\omega$ (所希望的谐频)以外, 所有谐频都端接电抗性负载, 则式(12.68)可简化为 $P_1 + m^2 P_m > 0$ 。源输送功率 $P_1 > 0$, 而代表器件提供的谐频功率 $P_m < 0$ 。所以理论上的最大变换效率为

$$\left| \frac{P_m}{P_1} \right| \leq \frac{1}{m^2} \quad (12.69)$$

这个结果表示电阻性频率倍增器的效率是按倍增系数的平方下降的。

通常可以用平衡结构的两个二极管来改进二极管频率倍增器的性能。这能提高输出功率、改进输入阻抗特性以及抑制某些(全部偶数或全部奇数)谐频。两个二极管能用正交混合网络馈入, 或者两个二极管可用逆并联(反向极性背对背)结构来配置。逆并联结构可以抑制所有输入频率的偶次谐频。

12.4.3 晶体管倍频器

与二极管频率倍增器相比,晶体(三极)管倍频器可提供较好的带宽并具有变换效率大于100% (变换增益) 的可能性。FET 倍频器需要的输入功率和直流功率也比二极管倍频器的小。在过去,固态放大器可应用于毫米波频率之前,高功率二极管倍频器是产生毫米波功率的少得可怜的几种方法之一。然而,在今天,它可以在所需高频率处产生低功率输出,然后用晶体管放大器放大到所期望的功率电平。这种方法可得到较好的效率,所需的直流功率较小,并且可以将信号的产生和放大功能分别加以最优化。晶体管倍频器最适合此种应用。

用于产生谐频的 FET 器件存在几种非线性:接近夹断点的跨导,接近夹断点的输出电导,肖特基栅极的整流特性和在栅极以及漏极之间的类变容管电容。对于倍频器的工作,在这些非线性中,最常用的是整流特性,此时 FET 偏置为只使输入信号波形的正半周导通。这个结果在使用上类似于 B 类放大器,并提供一个在频率高达 60 ~ 100 GHz 的低输出功率(典型值小于 10 dBm) 的有用倍频器电路。双极型晶体管也能用做频率倍增,它用集电极-基极的结电容提供必需的非线性。

B 类 FET 频率倍增器的基本电路如图 12.22 所示。为了简化分析,此处假定是单向器件。源是频率为 ω_0 (周期 $T = 2\pi/\omega_0$) 的发生器,源阻抗 $R_s + jX_s$ 与 FET 匹配,FET 的漏极端接负载阻抗 $R_L + jX_L$,选择在所需要的谐振频率 $n\omega_0$ 处,与 C_{ds} 形成 RLC 并联谐振电路。栅极偏置在使 $V_{gs} < 0$ 的直流电压下,而漏极偏置在使 $V_{dd} > 0$ 的直流电压下。

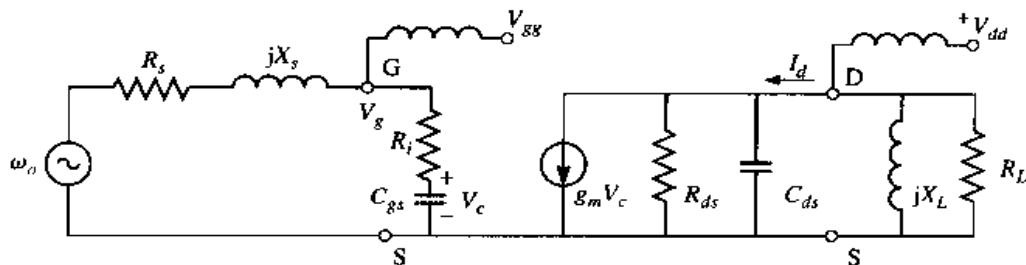


图 12.22 FET 频率倍增器的电路图。晶体管用单向等效电路模拟

使用图 12.23 所示的波形,可以帮助我们理解 FET 倍频器的工作原理。正像在图 12.23(a) 中看到的那样,FET 偏置在低于导通电压 V_t 处,所以直到栅极电压超过 V_t 时晶体管才导通。所得到的漏极电流如图 12.23(b) 所示,可看出它类似于栅极电压的半波整流波形。这个波形有丰富的谐波,所以漏极谐振器可以设计为在基频和所有不想要的谐频处短路,而在所需要的谐波频率处开路。对于 $n = 2$,所得到的漏极电压如图 12.23(c) 所示。

我们将漏极电流表示成傅里叶级数,能对 FET 倍频器进行近似分析。若假定漏极电流波形是半余弦函数形式

$$i_d(t) = \begin{cases} I_{\max} \cos \frac{\pi t}{\tau}, & |t| < \tau/2 \\ 0, & \tau/2 < |t| < T/2 \end{cases} \quad (12.70)$$

其中 τ 是漏极电流脉冲的持续时间(脉宽),则该傅里叶级数可以表示为

$$i_d(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \cos \frac{2\pi n t}{T} \quad (12.71)$$

傅里叶系数由下式给出:

$$I_0 = I_{\max} \frac{2\tau}{\pi T} \quad (12.72a)$$

和

$$I_n = I_{\max} \frac{4\tau}{\pi T} \frac{\cos(n\pi\tau/T)}{1 - (2n\tau/T)^2}, \quad n > 0 \quad (12.72b)$$

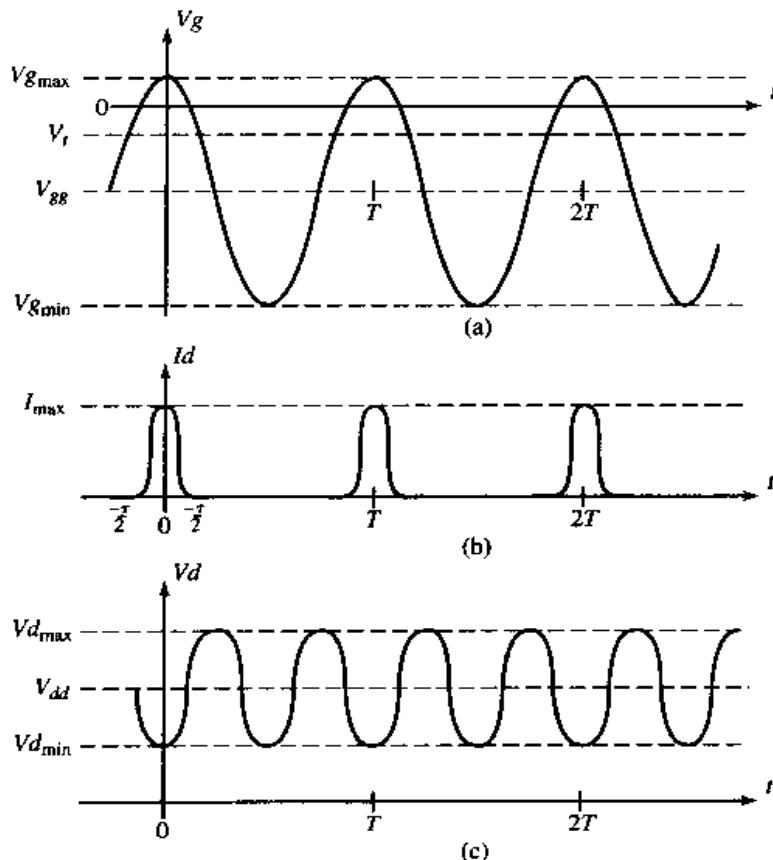


图 12.23 图 12.22 中的 FET 倍频器(二倍频)电路的电压与电流:(a)晶体管偏置在恰好低于夹断点的栅极电压处;(b)栅极电压大于门限电压导通时的漏极电流;(c)负载谐振器调谐到二次谐频时的漏极电压

系数 I_n 代表谐波频率 $n\omega_0$ 的漏极电流。所以倍频器的最大效率是使 I_n 取极大值。因为式(12.72b)明确指出 I_n 的最大值随着 n 值的增加而下降, 所以这种类型的电路通常限制在二倍频器或三倍频器。对于给定的 n 值, I_n/I_{\max} 的最大值与比值 τ/T 有关: 对于 $n=2$, 最佳值产生在 $\tau/T=0.35$ 处, 而对于 $n=3$, 最佳值产生在 $\tau/T=0.22$ 处。然而, 因为器件和偏置是受限制的, 设计者通常对脉冲宽度 τ 的可调节范围很小, 所以 τ/T 的实际值通常大于最佳值。对图 12.23(a)进行分析可以看出, 归一化脉冲宽度与栅极电压 V_t , $V_{g\min}$ 和 $V_{g\max}$ 的关系为

$$\cos \frac{\pi \tau}{T} = \frac{2V_t - V_{g\max} - V_{g\min}}{V_{g\max} - V_{g\min}} \quad (12.73)$$

栅极偏置电压满足关系式

$$V_{gg} = (V_{g\max} - V_{g\min})/2 \quad (12.74)$$

栅极电压 AC 分量的峰值(频率 ω_0)为

$$V_g = V_{g\max} - V_{g\min} \quad (12.75)$$

则传送到 FET 的输入功率可以表示为

$$P_{in} = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_i = \frac{|V_g|^2 R_i}{2|R_i - j/\omega_0 C_{gs}|^2} \quad (12.76)$$

若源与晶体管共轭匹配, 则输入功率将等于可用功率 P_{avail} 。

在负载侧, 得到栅极电压的 AC 分量(频率 $n\omega_0$)的峰值为

$$V_L = I_n R_L = (V_{d\max} - V_{d\min})/2 \quad (12.77)$$

假定 X_L 和 C_{ds} 谐振, 则可得到最佳负载电阻为

$$R_L = \frac{V_{d\max} - V_{d\min}}{2I_n} \quad (12.78)$$

从而谐频 $n\omega_0$ 的输出功率是

$$P_o = \frac{1}{2} |I_n|^2 R_L \quad (12.79)$$

最后, 得出变换增益为

$$G_v = \frac{P_o}{P_{avail}} \quad (12.80)$$

例题 12.6 FET 倍频器的设计

用 FET 设计一个 12~24 GHz 倍频器, FET 有以下参数: $V_t = -2.0$ V, $R_i = 10 \Omega$, $C_{gs} = 0.20$ pF, $C_{ds} = 0.15$ pF, $R_d = 40 \Omega$ 。假定选择的晶体管工作点满足 $V_{g\max} = 0.2$ V, $V_{g\min} = -6.0$ V, $V_{d\max} = 5.0$ V, $V_{d\min} = 1.0$ V 和 $I_{max} = 80$ mA, 求倍频器的变换增益。

解:

我们首先用式(12.74)和式(12.75)求出 AC 输入电压的峰值。栅极偏置电压是

$$V_{gg} = (V_{g\max} - V_{g\min})/2 = (0.2 - 6.0)/2 = -2.9 \text{ V}$$

AC 输入电压的峰值是

$$V_g = V_{g\max} - V_{gg} = 0.2 + 2.9 = 3.1 \text{ V}$$

则由式(12.76)得出输入功率是

$$\begin{aligned} P_{in} &= \frac{|V_g|^2 R_i}{2|R_i - j/\omega_0 C_{gs}|^2} = \frac{(3.1)^2 (10)}{2[(10)^2 + (1/2\pi(12 \times 10^9)(0.2 \times 10^{-12}))^2]} \\ &= 10.7 \text{ mW} \end{aligned}$$

由式(12.73)求出脉冲宽度为

$$\cos \frac{\pi \tau}{T} = \frac{2V_t - V_{g\max} - V_{g\min}}{V_{g\max} - V_{g\min}} = \frac{2(-2.0) - 0.2 + 6.0}{0.2 + 6.0} = 0.29$$

对应于 $\frac{\tau}{T} = 0.406$ 。

由式(12.72b)求出二次谐频的负载电流是:

$$I_2 = I_{max} \frac{4\tau}{\pi T} \frac{\cos(2\pi\tau/T)}{1 - (4\tau/T)^2} = 0.262 I_{max} = 21.0 \text{ mA}$$

由式(12.78)求出与晶体管匹配时所需的负载电阻为

$$R_L = \frac{V_{\text{dmax}} - V_{\text{dmin}}}{2f_2} = \frac{5 - 1}{2(0.021)} = 95.2 \Omega$$

由式(12.79)得出在 24 GHz 时输出功率是

$$P_2 = \frac{1}{2}|I_2|^2 R_L = \frac{1}{2}(0.021)^2(95.2) = 21.0 \text{ mW}$$

最后,假定输入是共轭匹配的,得出变换增益为

$$G_e = \frac{P_2}{P_{\text{avail}}} = \frac{21.0}{10.7} = 2.9 \text{ dB}$$

所需要的二次谐频谐振时的负载电抗是 $X_L = 1/2\omega_0 C_{ab} = 44.2 \Omega$, 它相等于一个 0.293 nH 的电感。 ■

12.5 微波源概述

任何微波系统,都需要有微波功率源。对于通信和雷达系统,在发射机中通常采用相对高功率的源,而在接收机中用于本振和下变频功能的是一个或多个小功率源。雷达发射机常常工作在脉冲方式,它的峰值功率远大于源能达到的连续波功率额定值。电子战系统所用的源多数和雷达系统的相同,另外,需要在宽频带上可调谐。辐射计和射电天文接收系统,需要小功率源用于本振(虽然也有谈到此种系统的初始的微波功率源是被观测到的随机热辐射),测试和测量系统通常需要宽频带可调谐的小功率微波源。而在所有微波系统中最通用的微波炉需要单频高功率源。

当今,这些需求是用各种固态和微波电子管作为源来满足的。一般的分为:固态源用于小功率和低频,而微波电子管用于高功率和/或高频率。图 12.24 图示了这两种类型源的功率与频率的关系特性。固体源的优点是体积小,坚固耐用,价格低,适用于微波集成电路,所以只要它能满足所需的功率和频率时,通常都推荐使用它。但是在很高功率应用时,微波电子管占主要地位。即使固态源的功率和频率特性在稳定地提高,微波管的必要性在短期内也不会排除。此处我们将简短地描述和总结几种最通用类型的固态和微波管源的特性。

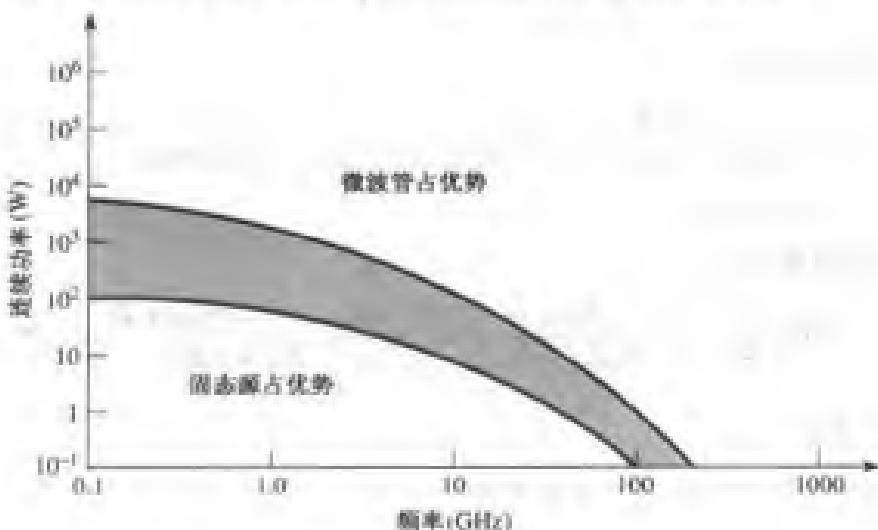


图 12.24 固态源和微波电子管功率与频率的关系特性

12.5.1 固态源

固态微波源可以分类为 2 端子器件(二极管)或 3 端子器件(晶体管振荡器)。最通用的二极管源是耿氏二极管和 IMPATT 二极管,这两种器件都工作在 2~100 GHz 频率范围内,直接将 DC 偏置功率转化为 RF 功率。耿氏二极管是一种电子转移器件,它使用体半导体(通常用 GaAs 或 InP),与 pn 结不同^[13]。这个效应导致负阻特性,可使用外谐振器产生稳定的振荡。DC 到 RF 的效率一般小于 10%。图 12.25 显示了各种可选用的商品化的耿氏二极管的功率(连续和脉冲)与频率的关系特性。耿氏二极管也可用做负阻反射型放大器。图 12.26 显示了两种可选用的商品化的耿氏二极管源的照片。

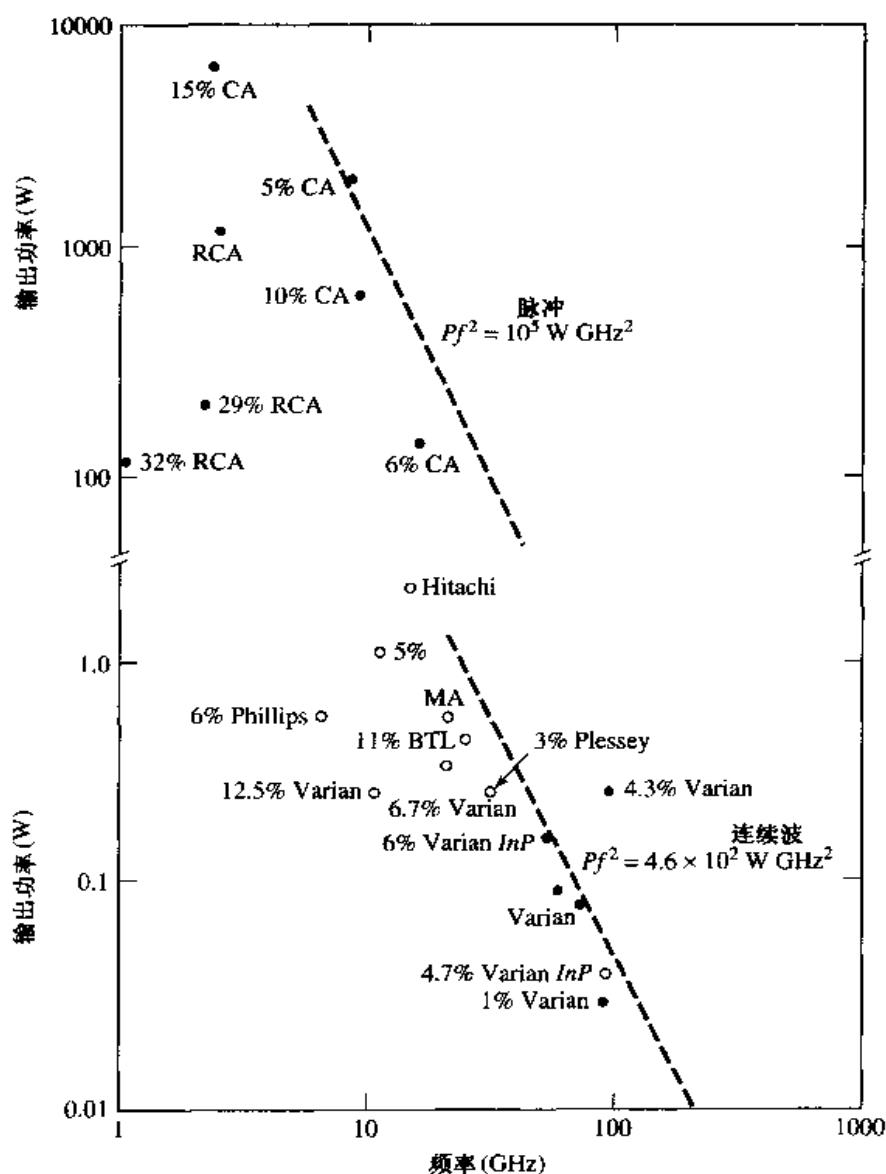


图 12.25 耿氏二极管功率与频率的关系特性:●表示脉冲;○表示连续波,MA 表示微波联合公司;BTL 表示贝尔电话实验室;CA 表示 Cayuga

IMPATT 二极管用反向偏置 pn 结产生微波功率^[13]。材料通常是硅或锗的砷化物,为了得到反向偏置雪崩击穿电流,二极管工作电压相对较高(70~100 V)。当与高 Q 腔耦合且偏置在合适的工作点时,可以在 RF 工作频率产生负阻效应并产生振荡。IMPATT 源一般比耿氏二极管源

的噪声高,但是它有较高的功率和较高的 DC 到 RF 的转换效率。IMPATT 二极管与耿氏二极管相比,也有较好的温度稳定性。图 12.27 显示了典型的商品化的 IMPATT 源的功率与频率的关系特性。IMPATT 二极管也可用做负阻放大器。

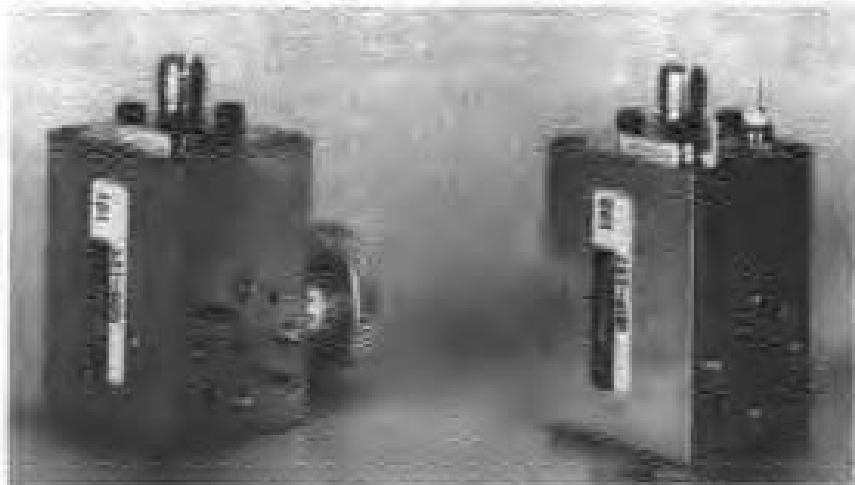


图 12.26 两个耿氏二极管源。左边的单元是机械调谐 CW 波段源,右边的单元是变容管调谐 VHF 波段源。承蒙 Millitech Corporation, Northampton, Mass 提供照片并允许使用

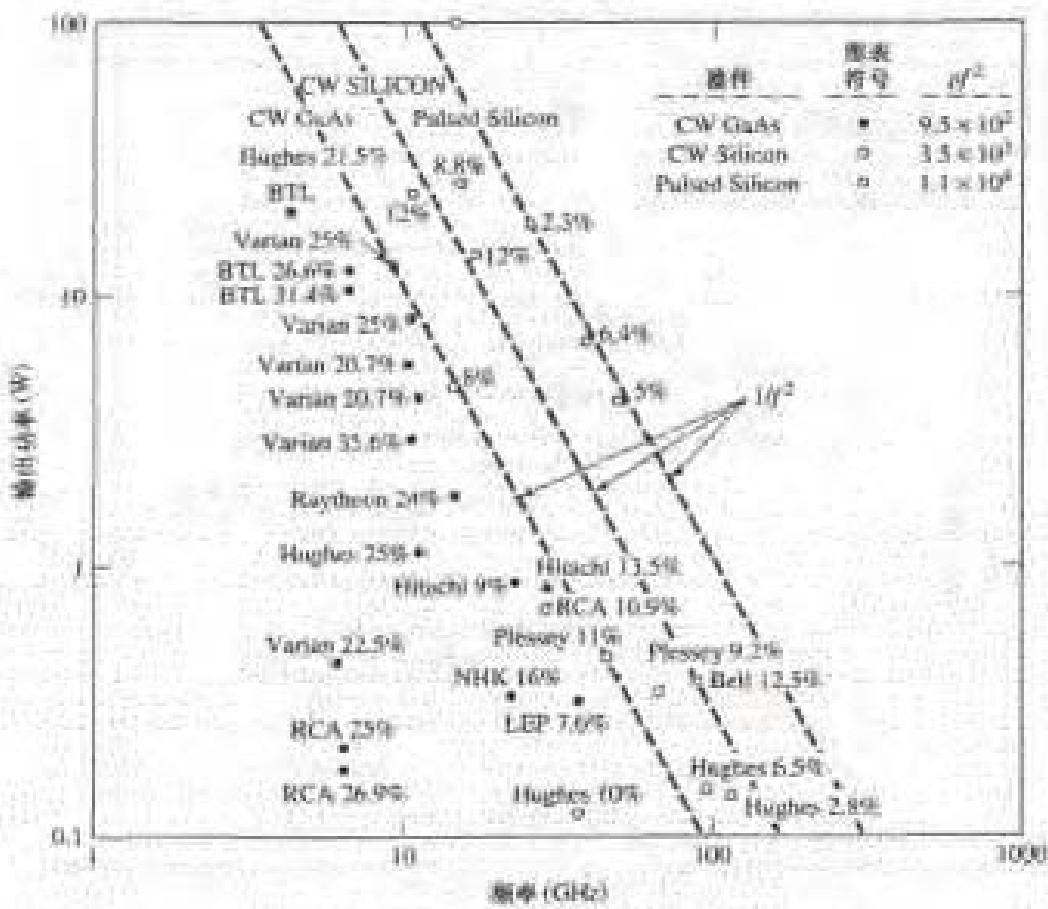


图 12.27 IMPATT 二极管的功率与频率的关系特性

晶体管振荡器与耿氏管或 IMPATT 源相比,通常有较低的频率和功率,但是有几个优于二极管的特性。首先,使用 GaAs FET 的振荡器容易与 MIC 或 MMIC 电路兼容,并且可以与 FET 放大

器和混频器集成在一起,而二极管器件兼容性很差。另外,晶体管振荡器电路比二极管源有更大的灵活性。这是因为二极管的负阻振荡机构取决于器件自身的物理特性,而晶体管源的工作特性在很大程度上是通过振荡电路调整的。所以,晶体管振荡器与二极管源相比,可以对振荡频率、温度稳定性和输出噪声进行更多的调整。晶体管振荡器电路也适用于频率调谐、相位或注入锁定以及各种调制的需要。晶体管源的相对效率较高,但到现在为止,还没有很高输出功率的能力。

在多种类型的电子战系统、跳频雷达和通信系统以及测试系统中,需要可调谐源。晶体管振荡器可以通过在谐振负载中的可调整元件实现调谐,诸如变容二极管或者磁偏置 YIG 球。所以,压控振荡器(VCO)能用晶体管振荡器槽电路中的反向偏置变容二极管制成。在 YIG 调谐振荡器(YTO)中,单晶体 YIG 球用于调整振荡器槽电路中线圈的电感。因为 YIG 是亚铁磁性材料,它的有效磁导率能用外部的直流磁偏置场控制,因而能调谐振荡器的频率。YIG 振荡器能调谐十倍频程或更大的带宽,而变容二极管调谐振荡器的调谐范围限制在一个倍频程。可是,YIG 调谐振荡器的调谐速度不如变容二极管振荡器的快。

在许多应用中所需要的 RF 功率,超过了单个固态源可用的输出功率。但由于固态源有许多优点,通过利用各种功率合成技术,实际上可提供的输出功率日渐提高。所以,两个或更多源在相位上的组合输出,可通过有效地把各个源的输出功率倍乘得到。在原理上,用这种方法能产生无限大的 RF 功率;但实际上,高阶模式和合成器的损耗将复用系数限制在 10~20 dB。

功率合成能通过在器件层次或在线路层次上组合功率来完成。在某些应用中,功率可以专门用天线阵列来合成,此时每个阵元有独立的源馈入。在器件层次上,几个二极管或晶体管连接实际上是在小区域内实现电并联连接,做得像单个器件一样。所以这种技术只是限制于几个相对少的器件连接。在电路层次上,来自 N 个器件的功率输出可以用 N 路合成器组合。合成电路可以是 N 路 Wilkinson 型网络或者相似类型的平面组合网络。对于这个目的,也能用谐振腔。所有这些不同的技术都有它们自身的优点和缺点,它们与效率、带宽、源之间的隔离和线路复杂性有关。

12.5.2 微波电子管

最早真正实用的微波电子管是磁控管(magnetron tube),它是 20 世纪 30 年代在英国开发的。后来,在第二次世界大战期间,它有力地促进了微波雷达的开发。自此以后,人们设计出了大量用于微波功率的产生和放大的各种类型的微波电子管。近年来,固态器件以其具有的许多优点,逐渐替代了以前被微波管独占的领域。但是电子管对产生很高功率(10 kW~10 MW)仍起主要作用。此处,我们将简单论述一些最通用的微波电子管以及它们的基本特性。其中的几种电子管自身不是直接产生功率的源,而是高功率放大器。此类电子管在发射系统中连同较低的功率源(通常是固态源)一起使用。

电子管的外形是多种多样的,而电子管的基本工作原理也是多样化的,但所有电子管都有几个共同的特性。首先,所有电子管在玻璃或金属真空外壳的内部,都包含有电子束和电磁场的相互作用。所以必须提供一种途径使 RF 能量耦合到管壳的外部,这通常是用微波透明窗口或同轴耦合探头或环来完成的。另外,用热阴极通过热电子发射产生电子流。阴极通常由涂有氧化钡的金属面或浸渍钡钨面制成。然后电子流通过有高压偏置的聚焦阳极聚焦成窄的电子束。另一种方法是用螺旋线圈的电磁铁聚焦电子束。要用阴极和阳极之间的束调制电极来实现脉冲工作:正偏置电压时从阴极拉出电子并出现电子流,而负偏置时关闭电子束。电子束离

开阳极进入电子管的区域后与所需的 RF 场发生相互作用,集电极元件用以提供完整的电流通道,电流通过供电电源回到阴极。阴极、聚焦极和调制电极的组件称为电子枪。因为管子需要高真空,同时必须耗散大量的热,所以微波电子管通常会大而笨重。另外,电子管通常还需要又大又重的聚焦磁场和高电压供电电源。当选择使用哪种特定类型的电子管时,要考虑包括输出功率、频率、带宽、调谐范围和噪声等因素。

微波电子管根据电子束和场相互作用的类型,可以分成两大类。在直线型束或“O”型电子管中,电子束沿着电子管的长度方向行进,且它平行于轴向电场。在交叉场或“m”型电子管中,偏置磁场垂直于加速直流电场。微波电子管还能按振荡器或放大器分类。

速调管(klystron)是直线型束电子管,广泛用做放大器和振荡器。在速调管放大器中,电子束通过两个或多个谐振腔。第一个腔接收 RF 输入信号并调制电子束使其群聚,电流出现周期性的高密度和低密度区域。群聚后的电子束进入下一个腔,增强了群聚效应,在最后的腔处,提取出高倍数放大的 RF 功率电平。两个腔可产生高达 20 dB 的增益,而用 4 个腔能给出 80~90 dB 的增益(接近实际限制)。速调管可以产生兆瓦范围的峰值功率,RF 输出功率/DC 输入功率的转换效率为 30%~50%。

反射速调管是单腔速调管,用做振荡器,用腔后面的反射电极使电子束折返以提供正反馈。能用机械方法调节腔体的大小。速调管的主要缺点是它们的带宽窄,因为电子群聚需要高 Q 腔。速调管有很低的 AM 和 FM 噪声电平。

行波管(TWT, Traveling Wave Tube)是直线型束放大器,它弥补了速调管放大器带宽窄的不足。电子枪和聚焦磁场用于产生加速电子束并使束通过相互作用区域,通常相互作用区域是由在电子枪端有 RF 输入、在集电极端有 RF 输出的慢波螺旋线结构组成的。该螺旋线结构使传播 RF 波变慢,使波的行进速度与电子束沿着相互作用区域行进的速度接近相同,并有效地放大。然后被放大的信号从螺旋线的末端耦合出去。TWT 在任意的放大真空管中有最宽的带宽,带宽范围是 30%~120%,这对需要在宽的带宽上有高功率的电子战系统是非常有用的。它有几百瓦(典型值)的输出功率。但是通过使用由一串耦合腔组成的相互作用区域,可使功率提高到几千瓦,不过带宽将下降^①。TWT 的效率是相对较低的,典型范围是 20%~40%。

行波管的变体是返波振荡器(BWO, Backward Wave Oscillator)。BWO 和 TWT 之间的区别是:在 BWO 中,RF 波是沿着螺旋线从集电极向电子枪端行进的,所以放大的信号是由群聚电子束自身提供的,并产生振荡。BWO 的一个很有用的特性是,它的输出频率可以通过改变阴极到螺旋线之间的直流电压进行调谐,调谐范围能达到一个倍频程或更大。但 BWO 的输出功率是相对低的(典型值小于 1 W),所以这种真空管通常被面态源替代。

直线型电子束振荡管的另一种类型是扩展的相互作用振荡器(EIO, Extended Interaction Oscillator)。EIO 与速调管很相似,它用耦合在一起的几个腔组成相互作用区域,用正反馈提供振荡。它的调谐带宽较窄,效率中等,但是它能在频率高达几百 GHz 时提供高功率。只有回旋管能在如此高的频率下提供更大的功率。

正交场电子管,包括磁控管(magnetron)、正交场放大器(CFA, Crossed-Field Amplifier)和回旋管(gyatron)。如同前而提到的,磁控管是最早的高功率微波源,它是由圆柱形阴极外面包围一个圆柱形阳极,并在圆柱形阳极的内部周界表面分布几个空腔谐振器组成的。应用的磁偏置场平行于阴极-阳极轴。当工作时,在相互作用区域形成围绕阴极旋转的电子云。和直线型电子束器

^① 这是指耦合腔行波管。——译者注

件一样,产生电子群聚并将电子束的能量传递给 RF 波,RF 功率可以通过探针、环或小孔窗从真空管中耦合出去。

磁控管具有很高的功率输出能力——在几千瓦量级,而且磁控管的效率可达到 80% 或更高。然而,它的主要缺点是,噪声大且在脉冲方式时不能维持频率或相位相干性。这些因素对于工作在返回脉冲序列处理技术的高性能脉冲雷达是重要的(这种类型的现代雷达通常采用稳定的低噪声固态源后接 TWT 做功率放大)。现今,磁控管的主要应用是微波炉。

正交场放大器(CFA, Crossed-Field Amplifier)在几何结构上与 TWT 相似,但是应用了与磁控管相似的正交场相互作用。RF 输入加到 CFA 相互作用区域的慢波结构一端,而负偏置电极垂直于慢波结构,施力于束而使电子束偏转。另外,磁偏置场垂直于电子束方向。磁场在电子束上施加的力与底板来的电场力相反,当不存在 RF 输入时,电场和磁场力调整到使得它们对电子束的作用抵消,电子束平行于慢波结构行进。当 RF 场加到电子束上时,会引起束的速度调制并产生群聚。束还是向着慢波电路做周期波动,使 RF 信号产生放大。正交场放大器有很高的效率——可达 80%,但是增益限制在 10~15 dB。另外,CFA 噪声输出比速调管放大器或 TWT 的大,它的带宽可达到 40%。

另一种正交场电子管是回旋管,它能用做放大器或振荡器。做放大器时,除有电子枪外,沿着电子束轴有输入和输出腔,类似于速调管放大器。但是,回旋管也有螺旋线圈的电磁铁,用于提供一个轴向磁场,该场迫使电子沿着螺旋线向管子长度的方向行进。其电子速度足够高,所产生的相对论效应会产生显著的相位群聚,并把电子速度横向分量产生的高频能量耦合给 RF 场。

回旋管的一个主要特性是,工作频率由聚束磁场和电子速度决定,并与管子的自身尺寸成反比。这使得回旋管对毫米波频率特别有用,它提供在这个频率范围内比其他电子管都高的输出功率(10~100 kW)。在毫米波段的电子管中,它也有高的效率。回旋管是一种较为新型的电子管,它迅速替代了反射速调管和 EIO,作为毫米波功率源。

图 12.28 和图 12.29 概括了微波管振荡器和放大器的功率与频率的关系特性。

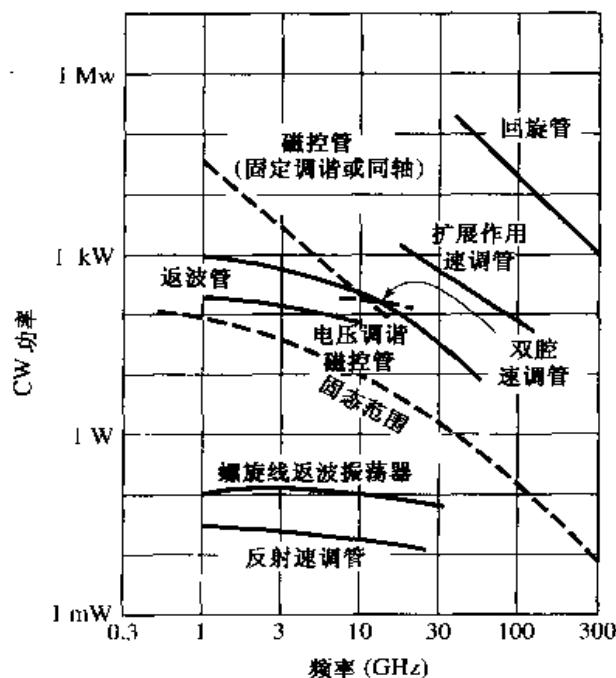


图 12.28 微波振荡电子管功率
与频率的关系特性

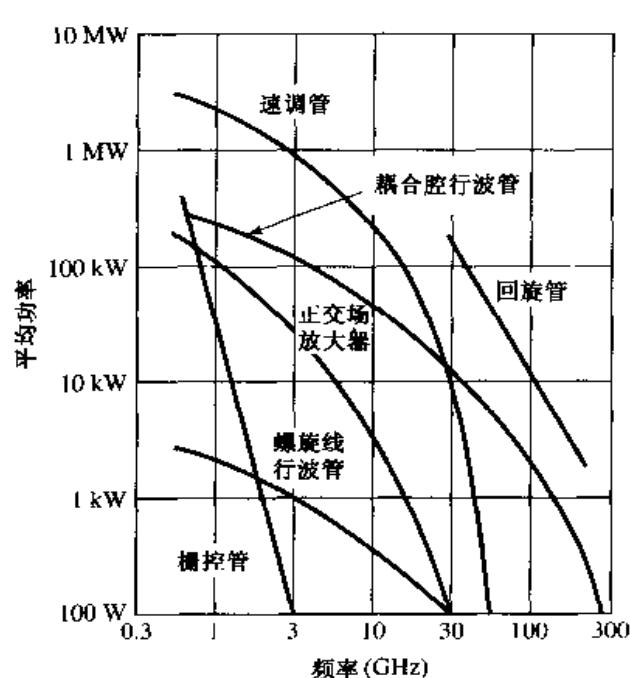


图 12.29 微波放大电子管功率
与频率的关系特性

12.6 混频器

混频器是一个三端口器件,为了达到频率变换的目的,它采用非线性或时变元件。正如10.3节介绍的那样,一个理想的混频器的输出由两个输入信号的和频与差频组成。实际的RF和微波混频器的工作,通常是以二极管或晶体管提供的非线性为基础的。正如我们已经知道的那样,非线性元件能产生品种繁多的谐波或输入频率的其他产物,所以必须通过滤波来选取所希望的频率分量。近代微波系统为了实现基带信号频率和RF载波频率之间的上变频和下变频功能,经常采用几个混频器和滤波器。

我们首先讨论混频器的一些重要特性,诸如镜像频率、变换损耗、噪声效应和互调失真。接着,我们讨论采用单个二极管或FET作为非线性元件的单端混频器的工作。然后,描述平衡二极管混频器电路,最后简短地描述一些较为专用的混频器电路。

12.6.1 混频器特性

混频器的符号和功能图如图12.30所示。混频器符号的意思是,输出是与两个输入信号的乘积成比例的。我们将看到这是混频器工作的理想化的观点,而在实际中会产生大量输入信号的各种各样的谐波和其他不希望的产物。图12.30(a)显示了在发射机中产生的上变频(frequency up-conversion)的工作状况。相对高的本振频率 f_{LO} 连接到混频器的一个输入端口。LO信号可以表示为

$$v_{LO}(t) = \cos 2\pi f_{LO} t \quad (12.81)$$

一个较低的基带频率或者中频(IF)信号施加到混频器的另一个输入端口,这个信号一般含有发送的信息或者数据。为此,可将IF信号表示为

$$v_{IF}(t) = \cos 2\pi f_{IF} t \quad (12.82)$$

理想的混频器的输出是用LO和IF信号的乘积给出的:

$$\begin{aligned} v_{RF}(t) &= K v_{LO}(t) v_{IF}(t) = K \cos 2\pi f_{LO} t \cos 2\pi f_{IF} t \\ &= \frac{K}{2} [\cos 2\pi(f_{LO} - f_{IF})t + \cos 2\pi(f_{LO} + f_{IF})t] \end{aligned} \quad (12.83)$$

其中K是考虑到混频器的电压变换损耗而引入的常量。RF输出包含了输入信号的和与差:

$$f_{RF} = f_{LO} \pm f_{IF} \quad (12.84)$$

输入和输出信号的谱显示在图12.30(a)中,可以看出混频器具有用IF信号调制LO信号的作用。和频与差频 $f_{LO} \pm f_{IF}$ 称为载波频率 f_{LO} 的边带,其中 $f_{LO} + f_{IF}$ 是上边带(USB, Upper Sideband),而 $f_{LO} - f_{IF}$ 是下边带 LSB, Lower Sideband。双边带(DSB, Double-Sideband)信号拥有上和下两个边带,如式(12.83)所示,而单边带(SSB, Single-Sideband)信号可通过滤波器或用单边带混频器产生。

相反地,12.30(b)显示的是下变频(frequency down-conversion)的过程,与用在接收机中的一样。在这种情况下,RF输入信号的形式为

$$v_{RF}(t) = \cos 2\pi f_{RF} t \quad (12.85)$$

它与式(12.81)给出的本振信号同时施加到混频器的输入端。混频器的输出为

$$\begin{aligned} v_{IF}(t) &= K v_{RF}(t) v_{LO}(t) = K \cos 2\pi f_{RF} t \cos 2\pi f_{LO} t \\ &= \frac{K}{2} [\cos 2\pi(f_{RF} - f_{LO})t + \cos 2\pi(f_{RF} + f_{LO})t] \end{aligned} \quad (12.86)$$

所以混频器的输出包括输入信号频率的和与差。这些信号的谱表示在图12.30(b)中。实际上，RF和LO频率是靠得相当近的，所以和频近似为两倍RF频率，而差频远小于 f_{RF} 。在接收机中希望的IF输出是差频 $f_{RF} - f_{LO}$ ，用低通滤波器容易选出：

$$f_{IF} = f_{RF} - f_{LO} \quad (12.87)$$

注意，上面的讨论只考虑了输入信号相乘产生的和频和差频输出，而实际的混频器由于二极管或晶体管有较为复杂的非线性，因而会产生出较多的产物，这些产物通常是不希望有的，需要用滤波器滤掉。

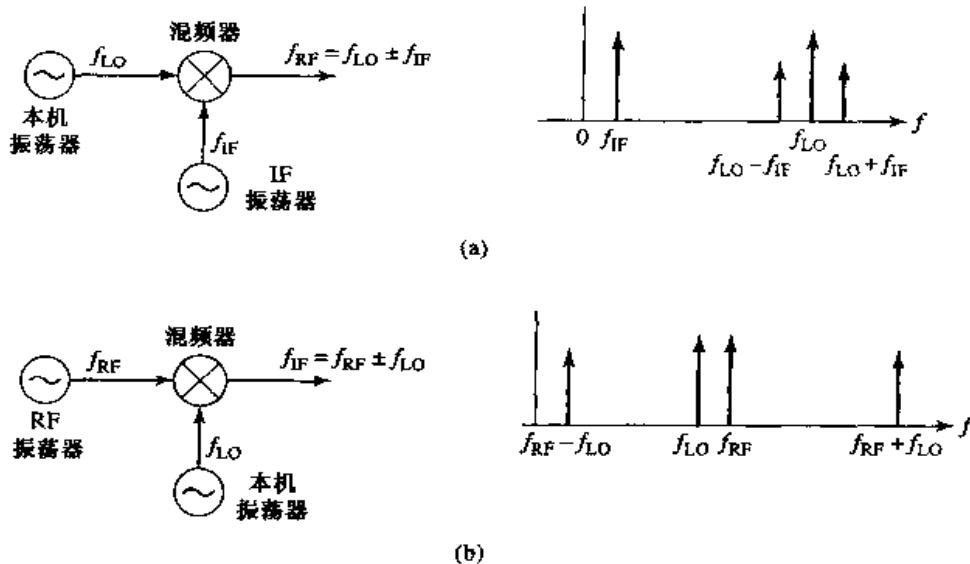


图12.30 使用混频器做频率变换；(a)上变频；(b)下变频

镜像频率。在接收机中，频率为 f_{RF} 的RF输入信号是由天线传送来的，而天线可以接收相对宽频带的RF信号。对于有本振频率 f_{LO} 和中频 f_{IF} 的接收机，式(12.87)给出下变频到IF频率的RF输入频率为

$$f_{RF} = f_{LO} + f_{IF} \quad (12.88a)$$

因为将式(12.88a)代入式(12.87)可得到 f_{IF} (通过低通滤波器后)。现在考虑RF输入频率：

$$f_{IM} = f_{LO} - f_{IF} \quad (12.88b)$$

将式(12.88b)代入式(12.87)可得 $-f_{IF}$ (通过低通滤波器后)。数学上这个频率与 f_{IF} 是相同的，因为任何实信号的傅里叶谱在零频率周围是对称的，所以有负频率和正频率。按式(12.88b)定义的RF频率称为镜像响应(image response)。在接收机的设计中，镜像响应是很重要的，因为接收到的RF信号在式(12.88b)的镜像频率下，与所要的式(12.88a)给出的频率在IF级是无法分辨的，除非对接收机的RF级采取措施进行RF信号预选，从而只允许所要的RF频段内的信号通过。

式(12.88)中选择的RF频率，是所要的频率，且镜像响应频率是随意的，这取决于LO频率是大于或是小于所要的RF频率。观测这种区别的另一种方法是，使式(12.88)中的 f_{IF} 符号为负。我们可以观察到，所要的式(12.88a)给出的频率和式(12.88b)给出的镜像频率被 $2f_{IF}$ 分隔开。

式(12.87)的另一种应用以及 f_{IF} 可以为负这个事实，对于给定的RF和IF频率可以有两个本振频率：

$$f_{LO} = f_{RF} \pm f_{IF} \quad (12.89)$$

因为 f_{RF} 和这两个 LO 频率的差给出 $\pm f_{IF}$ 。当混频器工作为上变频时,这两个频率对应于上边带和下边带。实际上,多数接收机是将 LO 设置在上边带 $f_{LO} = f_{RF} + f_{IF}$, 当接收机必须在给定的带宽内选取 RF 信号时,这种选择需要较小的 LO 调谐率。

变频损耗。混频器需要阻抗在三个端口上匹配,由于它包含了几个频率及它们的谐频,所以很复杂。理想情况下是使混频器的每个端口在特定的频率(RF、LO 或 IF)下匹配,而用电阻性负载吸收不需要的频率产物,或者用电抗性终端加以阻断。电阻性负载会增加混频器损耗,但电抗性负载则对频率很敏感。此外,在频率变换过程中,由于会产生不需要的谐频和其他频率产物,所以会有固有损耗。因此,混频器的一个重要的品质因数是变频损耗(conversion loss),它定义为可用 RF 输入功率与可用 IF 输出功率之比,用 dB 表示:

$$L_c = 10 \lg \frac{\text{可用 RF 输入功率}}{\text{可用 IF 输出功率}} \geq 0 \text{ dB} \quad (12.90)$$

变频损耗考虑了在混频器中的电阻损耗以及在频率变换过程中从 RF 端口到 IF 端口的损耗。变频损耗适用于上变频和下变频,尽管上面的定义从字义看针对的是后一种下变频情况。因为接收机的 RF 级比发射机的工作功率电平低很多,所以对接收机而言,最小变频损耗是更加至关重要的,因为在 RF 级损耗最小化的重要性在于接收机噪声系数极大化。

实际的二极管混频器变频损耗在 1~10 GHz 范围内的典型值为 4~7 dB。晶体管混频器有较低的变频损耗,甚至可以有几 dB 的变频增益(conversion gain)。严重影响变频损耗的一个因数是本振功率电平;对于 LO 功率,最小变频损耗常常产生在 0 和 10 dBm 之间。这样的功率电平相当大,以致在准确地表征混频器特性时常需要做非线性分析。

噪声系数。在混频器中,噪声是由二极管或晶体管元件以及造成电阻性损耗的热源产生的。实际混频器的噪声范围是 1~5 dB,二极管混频器通常可达到的噪声系数比晶体管混频器的低。混频器的噪声取决于它的输入是单边带信号还是双边带信号。这是因为混频器下变频在两个边带频率处(因为有同样的 IF),但是 SSB 信号的功率是 DSB 信号的一半(对于同样的振幅)。为了推导这两种情况下的噪声系数之间的关系,首先考虑如下形式的 DSB 输入信号:

$$v_{DSB}(t) = A[\cos(\omega_{LO} - \omega_{IF})t + \cos(\omega_{LO} + \omega_{IF})t] \quad (12.91)$$

与 LO 信号 $\cos\omega_{LO}t$ 混频,并使用低通滤波,可得下变频 IF 信号为

$$v_{IF}(t) = \frac{AK}{2} \cos(\omega_{IF}t) + \frac{AK}{2} \cos(-\omega_{IF}t) = AK \cos\omega_{IF}t \quad (12.92)$$

其中 K 是计算每个边带变频损耗引入的常数。式(12.91)的 DSB 输入信号的功率为

$$S_i = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} = A^2$$

输出 IF 信号的功率是

$$S_o = \frac{A^2 K^2}{2}$$

对于噪声系数,输入噪声功率定义为 $N_i = kT_0 B$, 其中 $T_0 = 290 \text{ K}$, B 是 IF 带宽。输出噪声功率等于输入噪声加上由混频器附加的噪声功率 N_{added} 再除以变频损耗(假定以混频器的输入作为参考):

$$N_o = \frac{(K T_0 B + N_{\text{added}})}{L_c}$$

然后用噪声系数定义得出混频器的 DSB 噪声系数为

$$F_{DSB} = \frac{S_i N_o}{S_o N_i} = \frac{2}{K^2 L_c} \left(1 + \frac{N_{\text{added}}}{k T_0 B} \right) \quad (12.93)$$

对于 SSB 情况的相应分析,先假定 SSB 输入信号为

$$v_{SSB}(t) = A \cos(\omega_{LO} - \omega_{IF}) t \quad (12.94)$$

与 LO 信号 $\cos \omega_{LO} t$ 混频,并使用低通滤波,可得下变频的 IF 信号是

$$v_{IF}(t) = \frac{AK}{2} \cos(\omega_{IF} t) \quad (12.95)$$

式(12.94)的 SSB 输入信号的功率是

$$S_i = \frac{A^2}{2}$$

输出 IF 信号的功率是

$$S_o = \frac{A^2 K^2}{8}$$

输入和输出噪声与 DSB 情况下的相同,所以 SSB 输入信号的噪声系数是

$$F_{SSB} = \frac{S_i N_o}{S_o N_i} = \frac{4}{K^2 L_c} \left(1 + \frac{N_{\text{added}}}{k T_0 B} \right) \quad (12.96)$$

与式(12.93)比较,可以看出 SSB 情况下的噪声系数是双边带情况下的两倍:

$$F_{SSB} = 2 F_{DSB} \quad (12.97)$$

混频器的其他特性。因为混频器包含有非线性,所以将产生互调产物。混频器 P_3 的典型值范围是 15~30 dBm。混频器的另一个重要特性是 RF 和 LO 端口之间的隔离。理想情况下,LO 和 RF 端口是去耦的,但内部阻抗失配以及耦合器的局限性常常导致一些 LO 功率耦合到 RF 端口。这对接收机是一个潜在的问题,接收机由天线直接驱动 RF 端口,这样 LO 功率通过混频器耦合到 RF 端口将通过天线辐射。所以这种信号很可能妨碍其他业务或用户,美国通信委员会(FCC)严格地限制接收机的功率辐射。通过在天线和混频器之间采用带通滤波器或者在混频器的前面使用 RF 放大器,可使这个问题大大减轻。LO 和 RF 端口之间的隔离主要依赖于耦合器的类型,对于同向双工的这两个输入端,隔离度的典型值是 20~40 dB。

例题 12.7 镜像频率

IS-54 数字蜂窝电话系统所用的接收频带为 869~894 MHz,第一个 IF 频率为 87 MHz,通道带宽为 30 kHz。问两个可能的 LO 频率是多少?若用较高的 LO 频率范围,请确定出镜像频率的范围。该镜像频率是否落在接收机的通带内?

解:

使用式(12.89)得出这两个可能的 LO 频率范围是

$$f_{LO} = f_{RF} \pm f_{IF} = (869 \sim 894) \pm 87 = \begin{cases} 956 \sim 981 \text{ MHz} \\ 782 \sim 807 \text{ MHz} \end{cases}$$

使用 956~981 MHz 的 LO,由式(12.87)得出 IF 频率是

$$f_{IF} = f_{RF} - f_{LO} = (869\text{~}894) - (956\text{~}981) = -87 \text{ MHz}$$

所以由式(12.88b)得出 RF 镜像频率范围是

$$f_{IM} = f_{LO} + f_{IF} = (956\text{~}981) + 87 = 1043\text{~}1068 \text{ MHz}$$

它正好落在接收机的通带外。 ■

上面对混频器的论述是理想的。因为假定混频器的输出正比于输入信号的乘积，所以只产生和频与差频(对于正弦输入)。我们现在讨论更为实际的混频器，看到的输出确有正比于输入乘积的项，但也有许多更高阶的产物。

12.6.2 单端二极管混频器

一个混频器的基本电路如图 12.31(a)所示。这种类型的混频器称为单端混频器(single-ended mixer)，因为它用了单个二极管元件。RF 和 LO 输入到同相双工器(diplexer)中合成，叠合的两个输入电压去驱动二极管，这种同相双工功能可以用一个定向耦合器或混合结实现，以便在两个输入之间进行合成与隔离。二极管用 DC 偏置，该 DC 偏置电压必须与 RF 信号通道去耦。可在二极管的两侧都用隔直电容来完成，二极管和偏置电压源之间用一个 RF 扼流圈。二极管的 AC 输出通过低通滤波器提供所要的 IF 输出电压。这些描述适用于下变频，但同样的混频器也可以用于上变频，因为每个端口可以互换作为输入或输出端口。

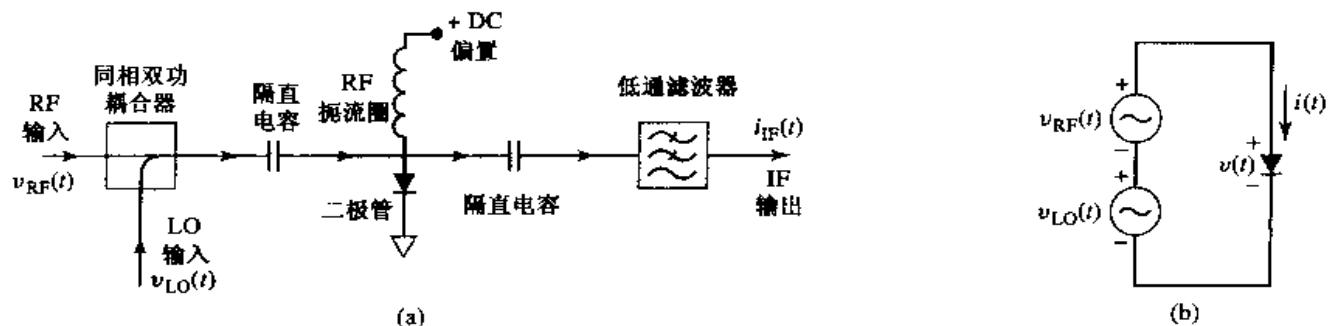


图 12.31 (a)单端二极管混频器电路;(b)理想的等效电路

混频器的 AC 等效电路如图 12.31(b)所示。其中 RF 和 LO 输入电压用两个串联电压源表示。设 RF 输入电压是频率为 ω_{RF} 的余弦波：

$$v_{RF}(t) = V_{RF} \cos \omega_{RF} t \quad (12.98)$$

并设 LO 输入电压是频率为 ω_{LO} 的余弦波：

$$v_{LO}(t) = V_{LO} \cos \omega_{LO} t \quad (12.99)$$

用式(10.60)的小信号近似得出总的二极管电流为

$$i(t) = I_0 + G_d [v_{RF}(t) + v_{LO}(t)] + \frac{G'_d}{2} [v_{RF}(t) + v_{LO}(t)]^2 + \dots \quad (12.100)$$

式(12.100)的第一项是 DC 偏置电流，用隔直电容与 IF 输出断开；第二项是 RF 和 LO 输入信号的复制，可由低通 IF 滤波器滤出；余下的第三项用三角恒等式改写为

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{G'_d}{2} [V_{RF} \cos \omega_{RF} t + V_{LO} \cos \omega_{LO} t]^2 \\ &= \frac{G'_d}{2} [V_{RF}^2 \cos^2 \omega_{RF} t + 2V_{RF} V_{LO} \cos \omega_{RF} t \cos \omega_{LO} t + V_{LO}^2 \cos^2 \omega_{LO} t] \end{aligned}$$

$$= \frac{G'_d}{4} [V_{RF}^2(1 + \cos 2\omega_{RF}t) + V_{LO}^2(1 + \cos 2\omega_{LO}t) + 2V_{RF}V_{LO}\cos(\omega_{RF} - \omega_{LO})t + 2V_{RF}V_{LO}\cos(\omega_{RF} + \omega_{LO})t]$$

这个结果包含了几个新的信号分量，在这些产物中，只有一项是所要的 IF 信号。两个直流项再用隔直电容阻断，而 $2\omega_{RF}$, $2\omega_{LO}$ 和 $\omega_{RF} + \omega_{LO}$ 项可以用低通滤波器阻断。剩下的 IF 输出电流为

$$i_{IF}(t) = \frac{G'_d}{2} V_{RF}V_{LO} \cos \omega_{IF}t \quad (12.101)$$

其中 $\omega_{IF} = \omega_{RF} - \omega_{LO}$ 是 IF 频率，所以下变频单端混频器的谱与图 12.30(b) 所示的理想混频器的谱是相同的。

12.6.3 单端 FET 混频器

有几个 FET 参量能提供非线性，可用于混频，但非线性最强的是跨导 g_m ，当采用共源结构 FET 时，用负的栅极偏置。图 12.32 显示了典型的 FET 跨导随栅-源电压的变化。做放大器时，栅偏压选择接近于零或者稍有一点正值，所以跨导接近最大值，晶体管按线性器件工作。当栅偏压接近夹断区时，跨导近似为零，小的正栅压变化能引起跨导的大改变，导致非线性响应。所以 LO 电压可施加到 FET 的栅极上，用以泵浦使跨导在高的和低的跨导之间转换，从而提供所希望的混频功能。

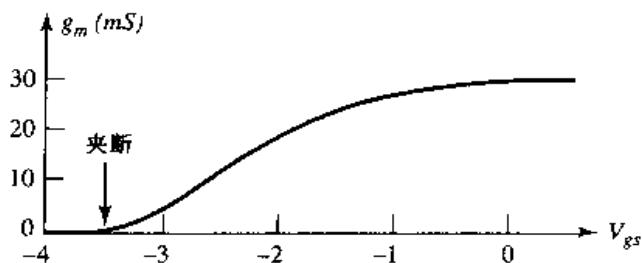


图 12.32 FET 的跨导随栅-源电压的变化

单端 FET 混频器的电路如图 12.33 所示。同相双工耦合器用于合成在 FET 栅极处的 RF 和 LO 信号。在输入和 FET 之间也需要阻抗匹配网络。典型的 FET 输入阻抗很低，RF 振流圈用于使栅极偏置在接近夹断的负电压上并对 FET 的漏极提供正偏压。在漏极的旁路电容为 LO 信号提供返回通道，而低通滤波器提供最终的 IF 输出信号。

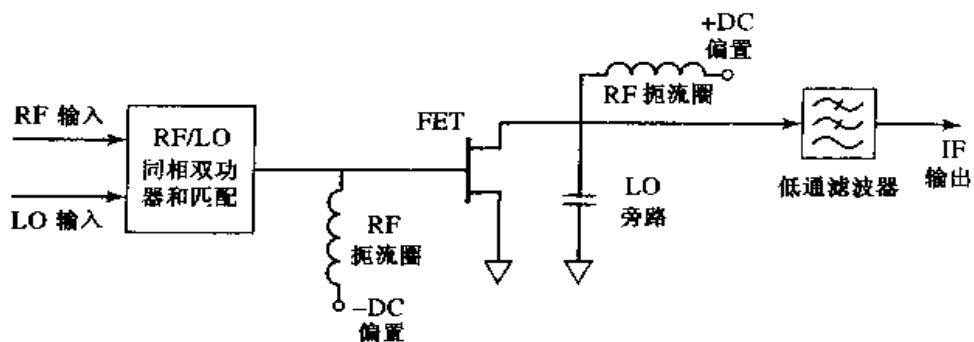


图 12.33 单端 FET 混频器的电路

下面我们分析图 12.33 所示的混频器，原始的工作描述在参考文献[14]中。图 12.33 的简化等效电路如图 12.34 所示，它是以在 10.4 节介绍的 FET 的单向等效电路为基础的。RF 和 LO 输

入电压由式(12.98)和式(12.99)给出。设 $Z_g = R_g + jX_g$ 为 RF 输入端口的戴维南源阻抗, 而 $Z_L = R_L + jX_L$ 为 IF 输出端口的戴维南源阻抗。这些阻抗是复数, 为了最大功率传递, 使其在输入和输出端口共轭匹配。LO 端口有实数源阻抗 Z_0 , 因为 LO 信号与最大功率传递毫无关系。

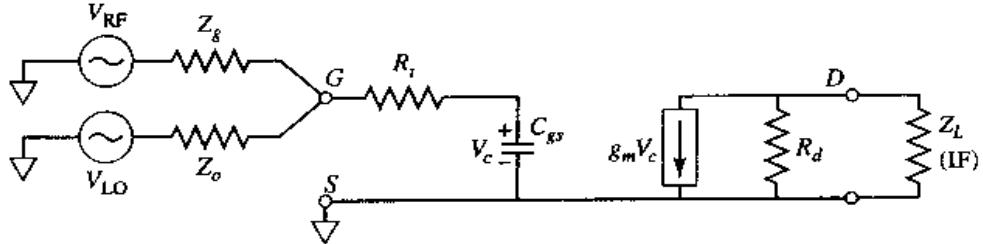


图 12.34 图 12.33 中的 FET 混频器的等效电路

因为 FET 跨导是由 LO 信号驱动的, 所以它的时间变化可以用 LO 的谐频的傅里叶级数表示:

$$g(t) = g_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} g_n \cos n\omega_0 t \quad (12.102)$$

因为我们没有跨导的显式公式, 因而不能直接计算式(12.102)的傅里叶系数, 所以这些值必须依靠测量给出。正像我们看到的那样, 所希望的下变频的结果是由于选择了傅里叶级数中的 $n = 1$ 项, 所以我们只需要 g_1 系数, 测量给出 g_1 的典型值是 10 mS。

可以得到 FET 混频器的变频增益为

$$G_c = \frac{P_{IF-avail}}{P_{RF-avail}} = \frac{\frac{|V_D^{IF}|^2 R_L}{|Z_L|^2}}{\frac{|V_{RF}|^2}{|Z_L|^2}} = \frac{4R_g R_L}{|Z_L|^2} \left| \frac{V_D^{IF}}{V_{RF}} \right|^2 \quad (12.103)$$

其中 V_D^{IF} 是 IF 漏极电压, Z_g 和 Z_L 是在 RF 和 IF 端口按最大功率传递选择的阻抗值, 跨越栅板-源极电容的相量电压的 RF 频率分量依据 Z_g , R_i 和 C_{gs} 之间的分压给出:

$$V_c^{RF} = \frac{V_{RF}}{j\omega_{RF} C_{gs} \left[(R_i + Z_g) - \frac{j}{\omega_{RF} C_{gs}} \right]} = \frac{V_{RF}}{1 + j\omega_{RF} C_{gs} (R_i + Z_g)} \quad (12.104)$$

用 $v_c^{RF}(t) = I_c^{RF} \cos \omega_{RF} t$ 乘以式(12.102)的跨导得出

$$g_m(t)v_c^{RF}(t) = g_0 V_c^{RF} \cos \omega_{RF} t + 2g_1 V_c^{RF} \cos \omega_{RF} t \cos \omega_{LO} t + \dots \quad (12.105)$$

下变频 IF 频率分量可以由式(12.105)的第二项用常用的三角恒等式得到:

$$g_m(t)v_c^{RF}(t)|_{\omega_{IF}} = g_1 V_c^{RF} \cos \omega_{IF} t \quad (12.106)$$

其中 $\omega_{IF} - \omega_{RF} = \omega_{LO}$ 。从而, 漏极电压的 IF 分量可用相量形式表示为

$$V_D^{IF} = -g_1 V_c^{RF} \left(\frac{R_d Z_L}{R_d + Z_L} \right) = \frac{-g_1 V_{RF}}{1 + j\omega_{RF} C_{gs} (R_i + Z_g)} \left(\frac{R_d Z_L}{R_d + Z_L} \right) \quad (12.107)$$

此处已用到了式(12.104)。用式(12.103)的结果给出变频增益(共轭匹配之前)为

$$G_c \Big|_{不匹配} = \left(\frac{2g_1 R_d}{\omega_{RF} C_{gs}} \right)^2 \frac{R_g}{\left[(R_i + R_g)^2 + \left(X_g - \frac{1}{\omega_{RF} C_{gs}} \right)^2 \right]} \frac{R_L}{[(R_d + R_L)^2 + X_L^2]}$$

现在,为了得到最大的变频增益,我们对 RF 和 IF 端口进行共轭匹配。所以我们设 $R_g = R_i$, $X_g = 1/\omega_{RF}C_{gs}$, $R_L = R_d$ 和 $X_L = 0$, 这将上面的结果简化为

$$G_c = \frac{g_1^2 R_d}{4\omega_{RF}^2 C_{gs}^2 R_i} \quad (12.108)$$

g_1 , R_d , R_i 和 C_{gs} 是 FET 的全部参量。实际的混频器电路一般是在 RF, LO 和 IF 端口用匹配电路将 FET 阻抗变换到 50Ω 。

例题 12.8 混频器变频增益

设计一个用于无线局域网的单端 FET 混频器,接收机工作在 2.4 GHz 。FET 的参量是 $R_d = 300 \Omega$, $R_i = 10 \Omega$, $C_{gs} = 0.3 \text{ pF}$ 和 $g_1 = 10 \text{ mS}$ 。计算最大可能变频增益。

解:

直接用式(12.108)给出的变频增益公式得到

$$G_c = \frac{g_1^2 R_d}{4\omega_{RF}^2 C_{gs}^2 R_i} = \frac{(10 \times 10^{-3})^2 (300)}{4(2\pi)^2 (2.4 \times 10^9)^2 (10)} = 36.6 = 15.6 \text{ dB}$$

注意,这个值不包括必需的阻抗匹配网络引起的损耗。■

12.6.4 平衡混频器

采用平衡混频器(balanced mixer)可使 RF 输入匹配和 RF-LO 的隔离得到改善,平衡混频器用混合连接把两个单端口混频器组合在一起。图 12.35 描述了用 90° 混合网络[见图 12.35(a)]或 180° 混合网络[见图 12.35(b)]的基本结构。正如我们看到的那样,使用 90° 混合结的平衡混频器在概念上可有很宽的频率范围,且在 RF 端口得到完全的输入匹配,而用 180° 混合网络在概念上能在很宽的频率范围内得到完全的 RF-LO 隔离。另外,两种混频器都可去除全部偶数阶互调产物。图 12.36 显示了含有几个平衡混频器的微带电路的照片。

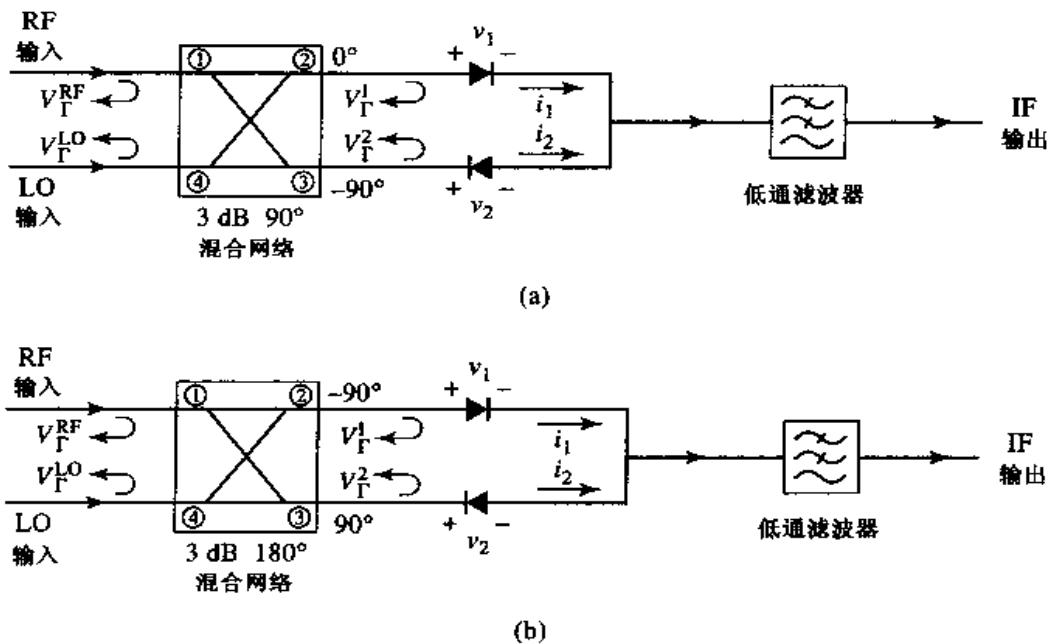


图 12.35 平衡混频器电路:(a)用 90° 混合网络;(b)用 180° 混合网络



图 12.36 35 GHz 微带单脉冲雷达接收机电路的照片。图中显示了环形混合网络的 3 个平衡混频器，除此之外，还有 3 个阶梯阻抗低通滤波器和 6 个正交混合网络。8 根馈线是通过小孔耦合到在微带天线的背面的。该电路还包含作为本振的耿氏二极管，承蒙 Millitech Corporation, Northampton, Mass 提供照片并允许使用。

使用已经用于单端二极管混频器的小信号近似方法，我们可分析平衡混频器的特性。此处，我们将重点介绍图 12.35(a)所示的 90°混合网络的平衡混频器，而把 180°混合网络的情况作为一个习题。像通常一样，设 RF 和 LO 电压为

$$v_{RF}(t) = V_{RF} \cos \omega_{RF} t \quad (12.109)$$

和

$$v_{LO}(t) = V_{LO} \cos \omega_{LO} t \quad (12.110)$$

从 7.5 节得知 90°混合连接的散射矩阵是

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (12.111)$$

其中端口的编号如图 12.35(a)所示。施加到两个二极管上的总 RF 和 LO 电压可表示为

$$v_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [V_{RF} \cos(\omega_{RF} t - 90^\circ) + V_{LO} \cos(\omega_{LO} t - 180^\circ)] \quad (12.112a)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [V_{RF} \sin \omega_{RF} t - V_{LO} \cos \omega_{LO} t]$$

$$v_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [V_{RF} \cos(\omega_{RF} t - 180^\circ) + V_{LO} \cos(\omega_{LO} t - 90^\circ)] \quad (12.112b)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [-V_{RF} \cos \omega_{RF} t + V_{LO} \sin \omega_{LO} t]$$

在式(10.60)给出的小信号二极管近似中只使用二次项,得出近似的二极管电流为

$$i_1(t) = Kv_1^2 = \frac{K}{2} [V_{RF}^2 \sin^2 \omega_{RF} t - 2V_{RF}V_{LO} \sin \omega_{RF} \cos \omega_{LO} t + V_{LO}^2 \cos^2 \omega_{LO} t] \quad (12.113a)$$

$$i_2(t) = -Kv_2^2 = \frac{-K}{2} [V_{RF}^2 \cos^2 \omega_{RF} t - 2V_{RF}V_{LO} \cos \omega_{RF} \sin \omega_{LO} t + V_{LO}^2 \sin^2 \omega_{LO} t] \quad (12.113b)$$

其中, i_2 中的负号考虑到了二极管的极性倒相, K 是二极管响应二次项的常数。在低通滤波器输入处,这两个电流相加为

$$i_1(t) + i_2(t) = \frac{-K}{2} [V_{RF}^2 \cos 2\omega_{RF} t + 2V_{RF}V_{LO} \sin \omega_{IF} t - V_{LO}^2 \cos 2\omega_{LO} t]$$

此处用到了常用的三角恒等式,而 $\omega_{IF} = \omega_{RF} - \omega_{LO}$ 是 IF 频率。注意,二极管电流的 DC 分量已在合成中消去。低通滤波之后,IF 输出是

$$i_{IF}(t) = -KV_{RF}V_{LO} \sin \omega_{IF} t \quad (12.114)$$

这正是我们所需要的。

我们还能计算在 RF 端口的输入匹配,以及 RF 和 LO 端口之间的耦合。若我们假定二极管是匹配的,而且在 RF 频率每个端口呈现的电压反射系数为 Γ ,则在二极管处反射的 RF 电压相量表示为

$$V_{\Gamma_1} = \Gamma V_1 = \frac{-j\Gamma V_{RF}}{\sqrt{2}} \quad (12.115a)$$

和

$$V_{\Gamma_2} = \Gamma V_2 = \frac{-\Gamma V_{RF}}{\sqrt{2}} \quad (12.115b)$$

这些反射电压分别出现在混合网络的端口 2 和端口 3,并在 RF 和 LO 端口组合成如下输出:

$$V_{\Gamma}^{RF} = \frac{-jV_{\Gamma_1}}{\sqrt{2}} - \frac{V_{\Gamma_2}}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}\Gamma V_{RF} + \frac{1}{2}\Gamma V_{RF} = 0 \quad (12.116a)$$

$$V_{\Gamma}^{LO} = \frac{-V_{\Gamma_2}}{\sqrt{2}} - j\frac{V_{\Gamma_1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\Gamma V_{RF} + \frac{1}{2}j\Gamma V_{RF} = j\Gamma V_{RF} \quad (12.116b)$$

从而我们看到 90°混合网络的相位特性导致完全消除了在 RF 端口的反射。然而,RF 和 LO 端口的隔离度与二极管的匹配有关,在整个合理的频率范围内保持好的匹配是很困难的。

12.6.5 镜像抑制混频器

我们已经讨论这样一个事实,即两个性质截然不同的 RF 输入信号在频率 $\omega_{RF} = \omega_{LO} \pm \omega_{IF}$ 处与 ω_{LO} 混频时,将下变频到同样的 IF 频率。这两个频率是双边带信号的高边带和低边带。所需要的响应可任意选择为低边带 LSB($\omega_{LO} - \omega_{IF}$)或高边带 USB($\omega_{LO} + \omega_{IF}$),假定取正 IF 频率。镜像抑制混频器(image reject mixer)如图 12.37 所示,能用以隔离这两个响应,将它们分开为独立的输出信号。同一个电路也能用于上变频,此种情况通常称为单边带调制器(single-sideband modulator)。在这种情况下,IF 输入信号传送到 IF 混合网络的 LSB 或 USB 端口,而相关联的单边带信号产生在混频器的 RF 端口。

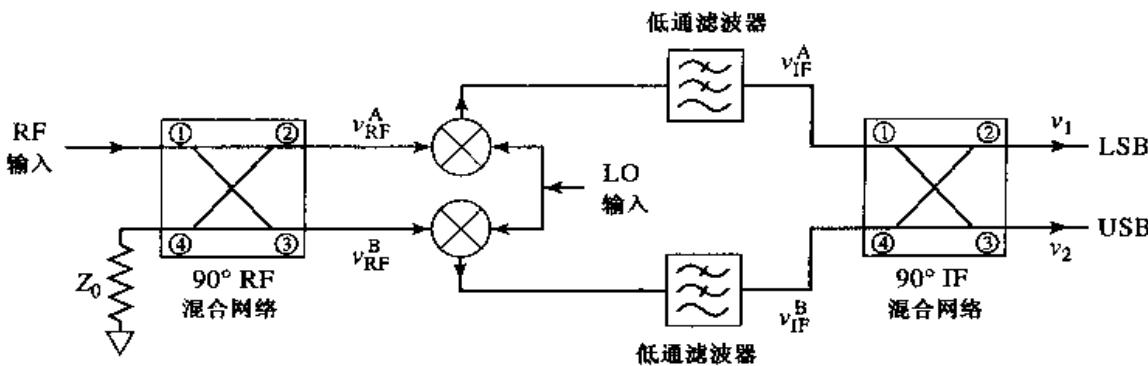


图 12.37 镜像抑制混频器的电路

我们能够利用小信号近似式分析镜像抑制混频器。设 RF 输入信号表示为

$$v_{RF}(t) = V_U \cos(\omega_{LO} + \omega_{IF})t + V_L \cos(\omega_{LO} - \omega_{IF})t \quad (12.117)$$

其中, V_U 和 V_L 分别代表高边带和低边带的振幅。利用式(12.111)给出的 90° 混合网络的 [S] 矩阵, 可得在二极管处的 RF 电压为

$$\begin{aligned} v_A(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[V_U \cos(\omega_{LO}t + \omega_{RF}t - 90^\circ) + V_L \cos(\omega_{LO}t - \omega_{RF}t - 90^\circ)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[V_U \sin(\omega_{LO} + \omega_{IF})t + V_L \sin(\omega_{LO} - \omega_{IF})t] \end{aligned} \quad (12.118a)$$

$$\begin{aligned} v_B(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[V_U \cos(\omega_{LO}t + \omega_{IF}t - 180^\circ) + V_L \cos(\omega_{LO}t - \omega_{IF}t - 180^\circ)] \\ &= \frac{-1}{\sqrt{2}}[V_U \cos(\omega_{LO} + \omega_{IF})t + V_L \cos(\omega_{LO} - \omega_{IF})t] \end{aligned} \quad (12.118b)$$

与式(12.110)的 LO 信号混频并通过低通滤波器后, 到 IF 混合网络的 IF 输入是

$$v_{IF}^A(t) = \frac{KV_{LO}}{2\sqrt{2}}(V_U - V_L) \sin \omega_{IF} t \quad (12.119a)$$

$$v_{IF}^B(t) = \frac{-KV_{LO}}{2\sqrt{2}}(V_U + V_L) \cos \omega_{IF} t \quad (12.119b)$$

其中, K 是二极管响应平方项的混频器常数。式(12.119)的 IF 信号的相量表示式是

$$V_{IF}^A = \frac{-jKV_{LO}}{2\sqrt{2}}(V_U - V_L) \quad (12.120a)$$

$$V_{IF}^B = \frac{-jKV_{LO}}{2\sqrt{2}}(V_U + V_L) \quad (12.120b)$$

将这些电压在 IF 混合网络中组合, 得出下列输出:

$$V_1 = -j \frac{V_{IF}^A}{\sqrt{2}} - j \frac{V_{IF}^B}{\sqrt{2}} = \frac{KV_{LO}V_L}{2} \quad (\text{LSB}) \quad (12.121a)$$

$$V_2 = -j \frac{V_{IF}^A}{\sqrt{2}} - j \frac{V_{IF}^B}{\sqrt{2}} = \frac{-jKV_{LO}V_U}{2} \quad (\text{USB}) \quad (12.121b)$$

此处, 我们看到的是式(12.117)给出的下变频输入信号的分开的边带。这些输出表示成时域形式为

$$v_1(t) = \frac{KV_{LO}V_L}{2} \cos \omega_{IF} t \quad (12.122a)$$

$$v_2(t) = \frac{KV_{LO}V_U}{2} \sin \omega_{IF} t \quad (12.122b)$$

这清楚地表明两个边带之间存在 90° 相移。还要注意的是，除了惟一的抑制混频器的通常变频损耗外，镜像抑制混频器不产生任何附加的损耗。镜像抑制滤波器的实际困难是以相对低的 IF 频率制作一个好的混合网络。此外，损耗和噪声系数通常也大于较简单的混频器。

12.6.6 其他混频器

有几种其他混频器电路在带宽、谐波产生和互调产物上提供各种优点。图 12.38 所示的双平衡混频器(double-balanced mixer)用两个混合结或变换器，在所有三个端口之间提供良好的隔离度，并对所有 RF 和 LO 信号的偶次谐频进行抑制。这可有很好的变频损耗，但在 RF 端口处输入匹配要比理想情况差。双平衡混频器与单端混频器或平衡混频器相比，还提供较高的三阶截断点。

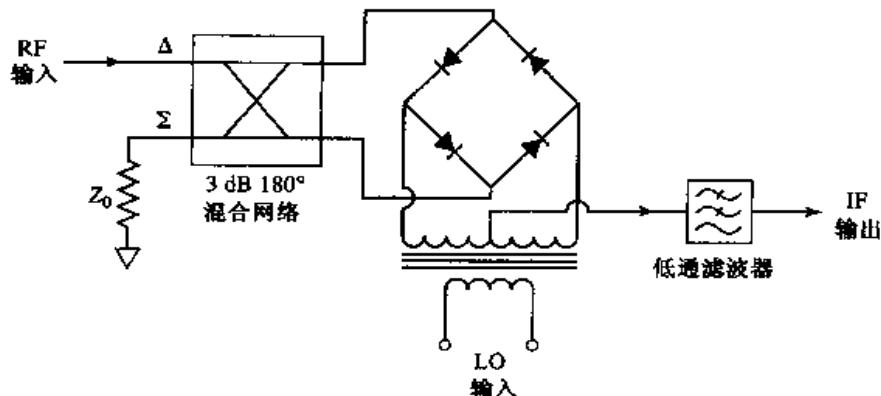


图 12.38 双平衡混频器电路

图 12.39 显示的混频器在一个差分放大器结构中使用两个 FET。在 LO 和 IF 端口的 balun(平衡-不平衡)网络提供对地平衡的双导线和对地不平衡的单导线之间的变换。balun 可以用中心抽头变压器或 180° 混合结实现。这种差分混频器可用做交替开关，用 LO 调谐上面的两个 FET 在 LO 的交替半周为开或关。FET 偏置电压略高于夹断电压，所以每个 FET 在略高于 LO 周期的一半时将导通。因为上面的 FET 中的一个总是导通的，而下面的 FET 保持在饱和状态。RF 和 LO 端口需要阻抗匹配，对于 LO 信号，IF 输出电路必须提供一个到地的回路。

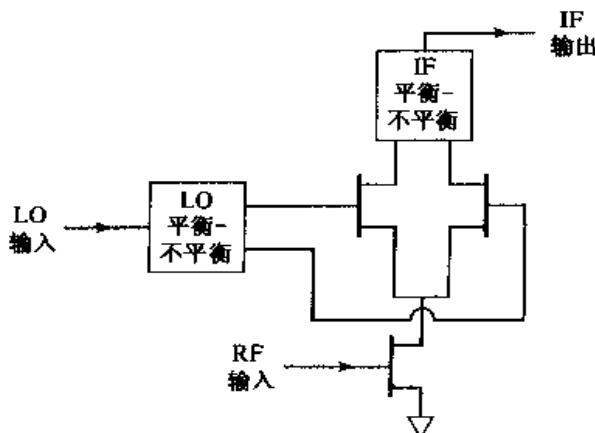


图 12.39 差分 FET 混频器

图 12.40 显示了逆并联二极管混频器(antiparallel diode mixer), 它经常用于次谐频泵激毫米波频率变换。背对背二极管的功能像一个频率倍增器, 所以需要一个正规值一半的 LO 频率。二极管的非线性工作得像一个电阻性频率倍增器。为了产生 LO 的二次谐波, 并与 RF 输入混频产生期望的输出频率, 这对二极管有一个对称的 $I-V$ 特性, 该特性可抑制 RF 和 LO 输入信号的基本混合产物, 导致较好的变频损耗。

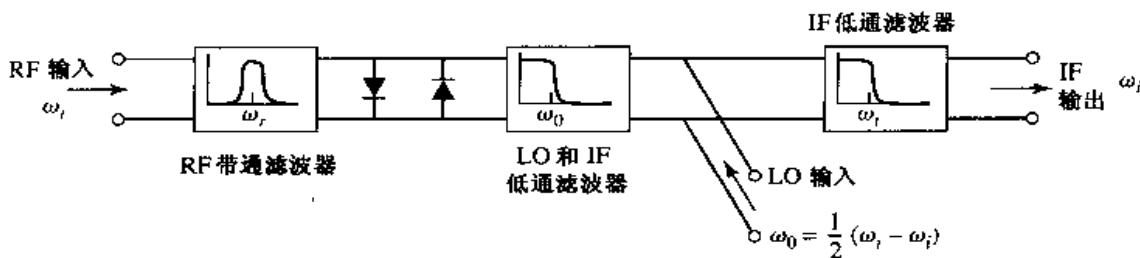


图 12.40 用逆并联二极管的次谐频泵激混频器

表 12.1 概括了我们已经讨论过的几种混频器的特性。

表 12.1 混频器的特性

混频器类型	二极管数	RF 输入匹配	RF-LO 隔离	变频损耗	三阶截取
单端	1	差	中等	好	中等
平衡(90°)	2	好	差	好	中等
平衡(180°)	2	中等	很好	好	中等
双平衡	4	差	很好	很好	很好
镜像抑制	2 或 4	好	好	好	好

参考文献

- [1] L. E. Larson, *RF and Microwave Circuit Design for Wireless Communications*, Artech House, 1996.
- [2] J. R. Smith, *Modern Communication Circuits*, 2nd edition, McGraw-Hill, N.Y., 1998.
- [3] U. L. Rohde, *Microwave and Wireless Synthesizers: Theory and Design*, Wiley Interscience, N.Y., 1997.
- [4] I. Bahl and P. Bhartia, *Microwave Solid-State Circuit Design*, Wiley Interscience, N.Y., 1988.
- [5] G. D. Vendelin, A. M. Pavio, and U. L. Rohde, *Microwave Circuit Design Using Linear and Nonlinear Techniques*, Wiley, N.Y., 1990.
- [6] Y. Komatsu and Y. Murakami, "Coupling Coefficient Between Microstrip Line and Dielectric Resonator," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-31, pp. 34–40, January 1983.
- [7] D. B. Leeson, "A Simple Model of Feedback Oscillator Noise Spectrum," *Proc. IEEE*, vol. 54, pp. 329–330, 1966.
- [8] A. Leon-Garcia, *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*, 2nd edition, Addison-Wesley, Reading, MA, 1994.
- [9] M. K. Nezami, "Evaluate the Impact of Phase Noise on Receiver Performance," *Microwaves & RF Magazine*, pp. 1–11, June 1998.
- [10] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, IEEE Press, N.Y., 1997.
- [11] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, 2nd edition, McGraw-Hill, N.Y., 1992.
- [12] R. H. Pantell, "General Power Relationships for Positive and Negative Resistive Elements," *Proc. IRE*, pp. 1910–1913, December 1958.
- [13] S. Y. Yngvesson, *Microwave Semiconductor Devices*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [14] R. A. Pucel, D. Masse, and R. Bera, "Performance of GaAs MESFET Mixers at X Band," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-24, pp. 351–360, June 1976.

习题

- 12.1 推导由式(12.3)给出的晶体管振荡器的导纳矩阵表示式。
- 12.2 推导用有串联电阻 R 的电感的共发射极晶体管的考毕兹振荡器的式(12.20)~式(12.22)。
- 12.3 设计一个工作在 30 MHz 的共发射极考毕兹振荡器, 所用的晶体管有 $\beta = 40$, $R = 800 \Omega$ 。对电感和两个电容选择合理的值。确定为了维持振荡所需电感 Q 的最小值。
- 12.4 工作在 10 MHz 的特定石英晶体有等效电路参量 $R = 30 \Omega$, $C = 27 \text{ fF}$ 和 $C_0 = 5.5 \text{ pF}$ ($1 \text{ fF} = 10^{-15} \text{ F}$)。在该等效电路中, 电感的值是多少? 晶体的 Q 值是多少? 串联和并联谐振频率之间的相对差值是多少?
- 12.5 对于图 12.6 所示的一端口负阻振荡器或图 12.8 所示的二端口晶体管振荡器, 证明稳态振荡时有 $\Gamma_L = \Gamma_m = 1$ 。
- 12.6 通过在圆图上画出 $1/\Gamma^*$ (代替 Γ), 证明标准的 Smith 圆图可用于负电阻。然后电阻圆的值读为负数, 而电抗圆的值不变。
- 12.7 设计一个 6 GHz 的晶体管振荡器, 用共源极结构的 FET 驱动在漏极侧的 50Ω 负载。晶体管的 S 参量是 ($Z_0 = 50 \Omega$): $S_{11} = 0.9 \angle -150^\circ$, $S_{21} = 2.6 \angle 50^\circ$, $S_{12} = 0.2 \angle -15^\circ$, $S_{22} = 0.5 \angle -105^\circ$ 。计算并画出输出稳定性圆和选择对于 $|\Gamma_m| \gg 1$ 的 Γ_T 。设计负载和终端网络。
- 12.8 重复例题 12.4 的设计, 用介质谐振腔和有单短截线调谐的微带馈线匹配 Γ_L 到 50Ω 负载。求出调谐器和 50Ω 负载的 Q , 然后计算并画出 $|\Gamma_{out}|$ 对 $\Delta \Omega/f_0$ 的曲线, 并与图 12.12(b) 所示的介质谐振腔的情况进行比较。
- 12.9 重复例题 12.4 中的介质谐振腔的设计, 使用一个 GaAs FET, 其 S 参量是 $S_{11} = 1.2 \angle 150^\circ$, $S_{12} = 0.2 \angle 120^\circ$, $S_{21} = 3.7 \angle -72^\circ$, $S_{22} = 1.3 \angle -67^\circ$ 。
- 12.10 用噪声系数为 6 dB 的放大器和 Q 为 500 的谐振腔组成的振荡器产生 100 MHz 输出, 功率为 10 dBm。若测量得到的 f_a 是 50 kHz, 画出输出噪声功率谱密度, 并确定在下列频率点的相位噪声 (用 dBc/Hz):
 - 离载波 1 MHz;
 - 离载波 10 kHz (假定 $K = 1$)。
- 12.11 重复习题 12.10, 但 $f_a = 200 \text{ kHz}$ 。
- 12.12 推导为特定接收机的选择性给出所需相位噪声的式(12.50)。
- 12.13 求出必需的本振相位噪声特性, 若在 860 MHz 蜂窝接收机中有 30 kHz 通道间隔, 需要有相邻通道抑制 80 dB, 假定这个干扰通道与所希望的通道具有同样的电平。最后的 IF 是 12 kHz 声频带宽。
- 12.14 应用 Manley-Rowe 关系到上变频混频器, 假定非线性电抗激励在频率 f_1 (RF) 和 f_2 (LO) 处, 且在除 $f_s = f_1 + f_2$ 外的所有其他频率处, 终端接开路线。证明最大可能变频增益为 $-P_{11}/P_{10} = 1 + \omega_2/\omega_1$ 。
- 12.15 推导由式(12.73)给出的 FET 频率倍增器的脉冲持续时间和栅极电压之间的关系式。
- 12.16 一个形式为 $v_{RF}(t) = V_{RF}[\cos(\omega_{LO} - \omega_{RF})t + \cos(\omega_{LO} + \omega_{RF})t]$ 的双边带信号, 施加到由式(12.99)给出的 LO 电压的混频器。推导经过低通滤波器以后的混频器的输出信号。
- 12.17 一个二极管的 $I-V$ 特性为 $i(t) = I_s(e^{3v(t)} - 1)$ 。设 $v(t) = 0.1 \cos \omega_1 t + 0.1 \cos \omega_2 t$ 并用 v 的幂级数展开 $i(t)$, 只保留 v , v^2 和 v^3 项。对于 $I_s = 1 \text{ A}$, 求在每个频率处的电流的幅值。
- 12.18 一个 900 MHz 的 RF 输入信号, 在混频器中下变频到 80 MHz。两个可能的 LO 频率是多少? 对应的镜像频率是多少?
- 12.19 考虑一个二极管混频器, 其变频损耗为 5 dB, 噪声系数为 4 dB。另一个 FET 混频器的变频增益为 3 dB, 噪声系数为 8 dB。若每个混频器后面接有增益为 30 dB、噪声系数为 F_A 的 IF 放大器, 如下图所示, 计算和画出这两种放大器混频器结构的总噪声系数(对于 $F_A = 0 \sim 10 \text{ dB}$)。



12.20 设 T_{SSB} 是混频器接收 SSB 信号时的等效噪声温度, 而 T_{DSB} 是接收 DSB 信号时的温度。计算在每种情况下的输出噪声功率, 并证明 $T_{SSB} = 2T_{DSB}$, 为此有 $F_{SSB} = 2F_{DSB}$ 。假定变频增益对信号和它的镜像信号是同样的。

12.21 假定噪声功率 $N_e = kTB$ 施加到混频器的 RF 输入端口, 混频器有噪声系数 F (DSB) 和本频损耗 L_c 。问在 IF 端口, 可用输出噪声功率是多少? 假定混频器的物理温度是 T_0 。

12.22 相位检测器产生的输出信号正比于两个 RF 输入信号的相位差。设输入信号表示为

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 \cos \omega t \\ v_2 &= v_0 \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

若这两个信号施加到使用 90° 混合网络的单平衡混频器, 证明经低通滤波器后的 IF 输出信号为

$$i = kv_0^2 \sin \theta$$

其中 K 是常数。若混频器使用 180° 混合网络, 证明相应的输出信号是

$$i = kv_0^2 \cos \theta$$

12.23 分析使用 180° 混合结的平衡混频器。求输出 IF 电流, 以及在 RF 和 LO 端口的输入反射系数。证明这种混频器抑制 LO 的偶次谐频。假定 RF 信号施加到混合网络的“和”端口, 而 LO 信号施加到“差”端口。

12.24 对于镜像抑制混频器, 设 RF 混合网络有耗散性插入损耗 L_R , 而 IF 混合网络有耗散性插入损耗 L_I 。若组成中的单端混频器每个都有变频损耗 L_v 和噪声系数 F , 推导镜像抑制混频器的总变频损耗和噪声系数。

第 13 章 微波系统导论

微波系统包括无源和有源微波元件，它们被安排完成一种有用的功能。两个可能最重要的例子是微波雷达系统和微波通信系统，不过还存在许多其他系统。在这一章中，我们将叙述几种微波系统的基本工作原理，以便于一般地了解微波技术的应用，并指出前面几章讨论的内容如何适用于整个微波系统的总体方案。

在雷达或通信系统中，一个重要的元件是天线，我们将在 13.1 节讨论天线的基本特性。然后将通信、雷达和辐射计系统作为微波技术的重要应用进行讨论。此外，我们还将简要讨论传播效应、生物效应以及多种其他应用。

以上的所有主题都具有足够的深度，并且每一项都有许多专著论述。因此，本书的目的不是给出这些主题的完整和严格的论述，而是作为一种方法来介绍这些主题，以便将本书中的其他内容放在更大的系统层次上处理。感兴趣的读者可以参阅本章末尾参考文献中的完整讨论。

13.1 天线的系统特征

在这一节中，我们将叙述天线的一些基本特征，这些特征是研究微波雷达、通信和遥感系统时需要用到的。这里，我们并不关心天线工作的详细电磁理论，而关心以辐射图、方向性、增益、效率和噪声特性表示的天线工作的系统特征。关于天线理论和设计方面的深入讨论，请读者参阅参考文献[1] 和 参考文献[2]。图 13.1 显示了用于商用无线系统的一些不同形式的天线。



图 13.1 各种毫米波天线的照片。从顶部按顺时针方向依次为：带有天线罩的高增益 38 GHz 反射器天线、主焦点抛物面天线、起皱的圆锥喇叭天线、38 GHz 平面微带阵列天线、带有耿氏二极管模块的角锥形喇叭天线和多波束反射器天线。承蒙 H. Syrigs, Alpha Industries, Inc., Woburn, Mass. 允许使用

天线可以看做是一种器件,它的功能是将传输线上的导引电磁波转换成真空传播的平面波。因此,天线的一侧为电路元件,而另一侧则提供了和传输平面波的界面。本质上,天线是可以双向工作的,能够用做发射天线,也可用做接收天线。图 13.2 显示了发射和接收天线的基本工作原理。发射机能够被模型化成戴维南信号源,它包括一个电压振荡器和一个串联阻抗,由此将发射功率 P_t 传送到发射天线。发射天线辐射球面波,在远距离可近似为平面波,至少在局部范围内可近似为平面波。接收天线截取传输过来的部分电磁波,并将接收功率 P_r 送到接收机的负载阻抗上。

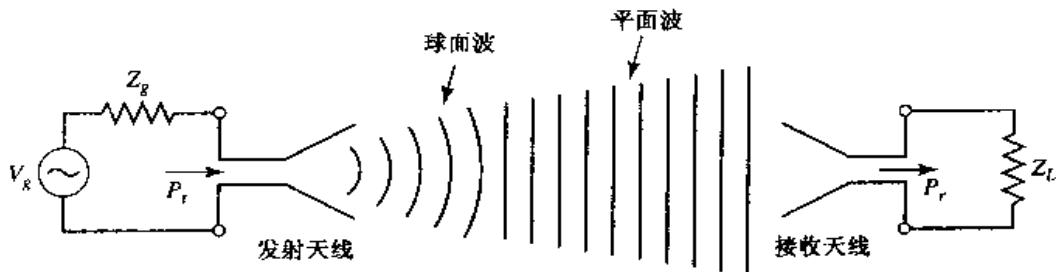


图 13.2 发射和接收天线的基本工作原理

为了不同的应用,人们已经开发了各种各样的天线,综述如下:

- **线天线(wire antenna)**包括偶极子天线、单极天线、环形天线、套管偶极子天线、Yagi-Uda 阵列天线以及其他相关结构。通常线天线的增益低,常用于较低频率(HF 到 UHF)。它们的优点是重量轻、价格低和设计简单。
- **孔径天线(aperture antenna)**包括终端开路波导、矩形或圆形口喇叭、反射器以及透镜。孔径天线是微波和毫米波频率最普遍应用的天线,它们具有中等到高的增益。
- **印制天线(printed antenna)**包括印制隙缝、印制偶极子和微带电路天线。这些天线可以用光刻方法制造,可以在介质基片上制造辐射元件和相应的馈送电路。印制天线最常用于微波和毫米波频率,并且容易列阵以达到高增益。
- **阵列天线(array antenna)**由规则排列的天线元件和一个馈送网络组成。通过调节阵列元的振幅和相位分布可以控制此种天线的波束指向角和旁瓣电平等辐射图特性。一个重要的阵列天线是相控阵天线(phased array),其中应用可变相移器实现电扫描天线的主波束方向。

13.1.1 天线辐射的场和功率

对于我们的目的,我们不要求解麦克斯韦方程的细节,而是需要熟悉天线辐射的远区电磁场。考虑处于球坐标系原点的天线。在局域近场可以忽略的远距离处,任意天线辐射的电场可以表示为

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = [\hat{\theta} F_\theta(\theta, \phi) + \hat{\phi} F_\phi(\theta, \phi)] \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \text{ V/m} \quad (13.1)$$

其中 E 是电场矢量, $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\phi}$ 是球坐标系中的单位矢量, r 为距原点的径向距离, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为真空传播常数, 波长 $\lambda = c/f$ 。在式(13.1)中也定义了辐射图函数 $F_\theta(\theta, \phi)$ 和 $F_\phi(\theta, \phi)$ 。式(13.1)的解释是,这一电场沿径向传输,其相位变化为 $e^{-jk_0 r}$, 而振幅变化为 $1/r$ 。电场可以在 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\phi}$ 方向偏振,但不能在径向偏振,因为它是 TEM 波。与式(13.1)的电场相应的磁场能够由式(1.76)得到,具体为

$$H_\phi = \frac{E_\phi}{\eta_0} \quad (13.2a)$$

$$H_\theta = \frac{-E_\phi}{\eta_0} \quad (13.2b)$$

其中 $\eta_0 = 377 \Omega$ 是真空的波阻抗。注意，磁场矢量也只在横向偏振。这一电磁波的坡印亭矢量由式(1.90)给出：

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}^* \text{ W/m}^2 \quad (13.3)$$

时间平均坡印亭矢量为

$$\bar{S}_{avg} = \frac{1}{2}\text{Re}\{\bar{S}\} = \frac{1}{2}\text{Re}\{\bar{E} \times \bar{H}^*\} \text{ W/m}^2 \quad (13.4)$$

前面已经提到在远距离处的天线的近场成分可以忽略，并且辐射电场可以用式(13.1)表示。我们能够定义远场距离(far-field distance)，以便给出这一概念的更确切的含义；在这样的距离上，由天线辐射的球面波前变成更近似于平面波的理想平面相位波前。这一近似应用在遍及天线的孔径口面上，所以与天线的最大线度有关。若将这一线度记为 D ，则远场距离定义为

$$R_f = \frac{2D^2}{\lambda} \text{ m} \quad (13.5)$$

推导这一结果的条件是，从天线最大延伸范围内辐射的实际球面波前偏离理想平面波前的角度小于 $\pi/8 = 22.5^\circ$ 。对于电小天线，诸如短偶极子和小环天线，这一结果可能给出了太小的远场距离值；在这一情况下，应该应用 $R_f = 2\lambda$ 的最小值。

例题 13.1 一天线的远场距离

一个用于定向广播系统(DBS, Direct Broadcast System)接收的抛物面反射器天线，其直径是 18 英寸，工作频率为 12.4 GHz。求这一天线的工作波长和远场距离。

解：

频率为 12.4 GHz 的工作波长为

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{12.4 \times 10^9} = 2.42 \text{ cm}$$

将 18 英寸转换成 0.457 m 后，由式(13.5)可求出远场距离为

$$R_f = \frac{2D^2}{\lambda} = \frac{2(0.457)^2}{0.0242} = 17.3 \text{ m}$$

从 DBS 卫星到地球的实际距离大约是 36 000 km，所以可以放心地说接收天线是在发射机的远场。■

接着，我们定义辐射电磁场的辐射强度为

$$\begin{aligned} U(\theta, \phi) &= r^2 |\bar{S}_{avg}| = \frac{r^2}{2} \text{Re}\{E_\theta \hat{\theta} \times H_\phi^* \hat{\phi} + E_\phi \hat{\phi} \times H_\theta^* \hat{\theta}\} \\ &= \frac{r^2}{2\eta_0} [|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2] = \frac{1}{2\eta_0} [|F_\theta|^2 + |F_\phi|^2] \text{ W} \end{aligned} \quad (13.6)$$

推导此式时使用了式(13.1)、式(13.2)和式(13.4)。辐射强度的单位是瓦，或者可用瓦/单位立体角，因为已经消除了径向依赖关系。辐射强度给出了辐射功率随环绕天线方位变化的关系。在包围天线的、半径为 r 的球面上对坡印亭矢量积分，能够求得天线辐射的总功率。它等效于积

分单位球面上的辐射强度：

$$P_{rad} = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \tilde{S}_{avg} \cdot \hat{r} r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (13.7)$$

13.1.2 天线辐射图特征

天线的辐射图是距天线固定距离处远场强度的幅值与环绕天线的方位的关系图。因此，辐射图可以绘制成图形函数 $F_\theta(\theta, \phi)$ 或 $F_\phi(\theta, \phi)$ 与角 θ (仰角平面的图形)或角 ϕ (方位角平面的图形)的关系图。选择画出 F_θ 或画出 F_ϕ 取决于天线的偏振。

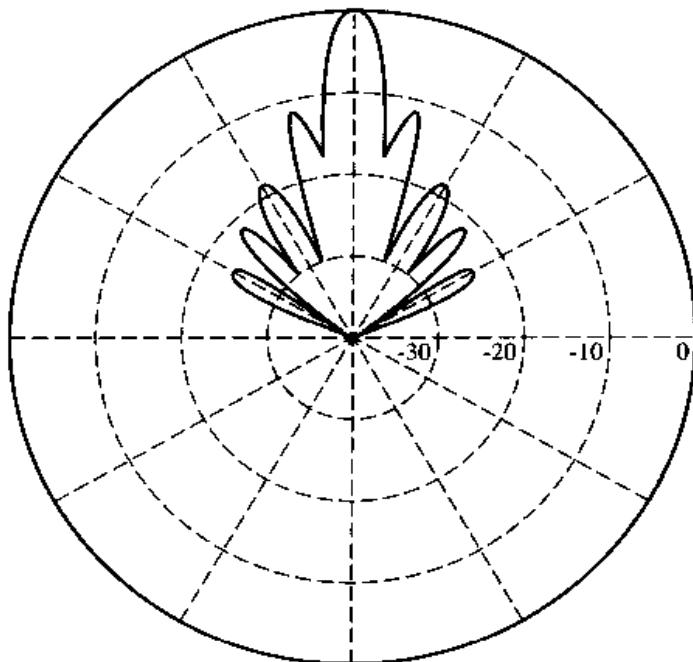


图 13.3 小型喇叭天线的 E 平面辐射图。该图形在波束最大值处归一化为 0 dB, 径向刻度每格 10 dB

典型的天线辐射图如图 13.3 所示。该图是垂直指向的小型喇叭天线在极坐标系中画出的对仰角 θ 的图形。该图是用分贝数表示的天线辐射功率的相对变化，并用其最大值归一化。既然图形函数正比于电压，该图的径向标尺就可用 $20 \lg |F(\theta, \phi)|$ 来计算；另一方面，若用辐射强度表示，则也可以用 $10 \lg |U(\theta, \phi)|$ 来计算。辐射图显示出几个不同的瓣，它们在不同方向具有不同的极大值。具有最大值的瓣称为主波束 (main beam)，而那些具有较低电平的瓣称为旁瓣 (sidelobes)。图 13.3 中的图形具有一个在 $\theta = 0$ 方向的主波束以及数个旁瓣，其中最大的旁瓣处在 $\theta = \pm 16^\circ$ 方向。这些旁瓣的电平比主波束电平低 13 dB。

天线的一个基本特性是在给定方向聚焦功率，而在其他方向不辐射功率的能力。因此，具有宽主波束的天线将在一个宽的角度范围内发射(或接收)功率，而具有窄主波束的天线将在小的角度范围内发射(或接收)功率。这一聚焦效应的量度是天线的 3 dB 波束宽度 (3 dB beam-width)，它定义为功率电平从最大值下降到 3 dB 处(它的半功率点)的主波束角宽度。图 13.3 所示辐射图的 3 dB 波束宽度是 10° 。在水平方向具有恒定辐射的天线称为全向天线 (omnidirectional)，在诸如广播或手持蜂窝电话的应用中这种天线是有用的，在这些情况下希望天线能够在所有方向相等地发射或接收功率。辐射图在两个平面上都具有相对较窄的主波束的天线称为锐锥形射束 (pencil beam) 天线，它被用于诸如雷达和点到点的无线通信链路中。

天线聚焦能力的另一个量度是方向性(directivity), 定义为主波束内最大辐射强度对整个空间平均辐射强度的比:

$$D = \frac{U_{\max}}{U_{\text{avg}}} = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} = \frac{4\pi U_{\max}}{\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (13.8)$$

其中辐射功率用式(13.7)代入。方向性是功率的无量纲比值, 通常以dB表示为 $D(\text{dB}) = 10 \lg(D)$ 。

在所有方向辐射相同功率的天线称为各向同性天线(isotropic antenna)。这对应于 $U(\theta, \phi) = 1$ 的情况, 在式(13.8)的分母中应用积分恒等式

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi$$

表明各向同性元件的方向性 $D = 1$, 或者是 0 dB。既然任何天线的最小方向性为 1, 有时可把天线的方向性用相对于各向同性辐射器的方向性来表示, 写为 dB_i 。某些典型天线的方向性如下: 线偶极子天线为 2.2 dB, 微带贴片天线为 7.0 dB, 波导喇叭天线为 23 dB, 抛物面反射器天线为 35 dB。

束宽和方向性两者都是天线聚焦能力的量度: 具有窄主波束的天线辐射图有较高的方向性, 而具有宽波束的辐射图有较低的方向性。因此我们可能期望得到束宽和方向性之间的直接关系, 但是实际上在这两个量之间没有精确的关系式。这是因为束宽仅依赖于主波束的尺寸和形状, 而方向性包含了对整个辐射图的积分。因此许多不同的天线辐射图具有同样的束宽, 但是由于旁瓣的差别, 或者由于存在不只一个主波束, 它们的方向性可能十分不同。然而将这一性质记在心中, 可能推导出束宽和方向性之间的近似关系式, 它们可以应用于大量的实际天线, 达到合理的精度。对于具有锐锥形射束辐射图的天线的一个很好近似如下:

$$D \cong \frac{32400}{\theta_1 \theta_2} \quad (13.9)$$

其中 θ_1 和 θ_2 是以“度”表示的两个正交平面上的主波束束宽。这一近似不适用于全向天线辐射图, 因为此种辐射图仅在一个平面上有确切定义的主波束。

例题 13.2 偶极子天线的辐射图特性

在 z 轴上电小线偶极子天线辐射的远场电场为

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = V_0 \sin \theta \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \text{ V/m}$$

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = 0$$

求这一偶极子的主波束位置、它的束宽和方向性。

解:

对于上述远场, 辐射强度为

$$U(\theta, \phi) = C \sin^2 \theta$$

其中常量 $C = V_0^2 / 2 \eta_0$ 。可以看出辐射图与方位角 ϕ 无关, 因此在方位角平面上是全向的。图形具有“面包圈”(donut)形状, 在 $\theta = 0$ 和 $\theta = 180^\circ$ 时(在 z 轴上)为零, 在 $\theta = 90^\circ$ 时(水平平面)束达到最大值。求解

$$\sin^2 \theta = 0.5$$

可以给出辐射强度下降 3 dB 处的角度,因此 3 dB 或半功率束宽是 $135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ 。

应用式(13.8)计算方向性,该式的分母为

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 2\pi C \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = 2\pi C \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{8\pi C}{3}$$

其中需要的积分恒等式列于附录 D。因为 $U_{\max} = C$, 所以方向性简化为

$$D = \frac{3}{2} = 1.76 \text{ dB}$$

■

13.1.3 天线的增益和效率

在所有种类的天线中,都存在由于非理想金属和介质材料而引起的电阻损耗。这样的损耗造成了送到天线输入端的功率与该天线的辐射功率不同。如同其他电子元件那样,能够定义天线的辐射效率为要求的输出功率对提供的输入功率的比值:

$$\eta_{rad} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} = 1 - \frac{P_{loss}}{P_{in}} \quad (13.10)$$

其中, P_{rad} 是天线辐射的功率, P_{in} 是提供到天线输入端的功率, P_{loss} 是天线损耗的功率。注意,还存在一些其他因素造成发送功率的有效损失,诸如天线输入端的阻抗失配,或者与接收天线的偏振失配。但是这些损耗产生于天线的外部,并且适当应用匹配网络或适当选择和定位接收天线可以消除这些因素。因而,这种类型的损耗将不归因于天线本身,天线的损耗是由于天线内部的金属导电性和介质损耗引起的耗散性损耗。

回忆可知,天线的方向性仅仅是天线辐射图(辐射场)形状的函数,并且不受天线损耗的影响。为了反映辐射效率小于 1 使天线不能将全部输入功率辐射出去的事实,定义天线增益为方向性和效率的乘积:

$$G = \eta_{rad} D \quad (13.11)$$

因此,增益总是小于或等于方向性。在式(13.8)的分母中用 P_{in} 代替 P_{rad} 可以直接计算增益,因为根据式(13.10)给出的辐射效率的定义,我们有 $P_{rad} = \eta_{rad} P_{in}$ 。通常增益以 dB 表示为 $G(\text{dB}) = 10 \lg(G)$ 。

13.1.4 孔径效率和有效面积

许多种类的天线可以归类为孔径天线(aperture antenna),其含义为这类天线具有明确定义的孔径面积,由此辐射出现。这类天线的例子包括反射器天线、喇叭天线、透镜天线和阵列天线。对于这样的天线,可以证明从孔径面积 A 能够获得的最大方向性为

$$D_{\max} = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (13.12)$$

例如,孔径为 $2\lambda \times 2\lambda$ 的矩形喇叭天线能够有的最大方向性为 24π 。事实上,存在一些能够降低方向性的因素,诸如非理想的孔径场振幅或相位特性、孔径遮挡或者在反射器天线情况下,馈电辐射图的溢出。由于这些原因,可以定义孔径效率(aperture efficiency)为孔径天线的实际方向性与由式(13.12)给出的最大方向性之比。因此能够将孔径天线的方向性写为

$$D = \eta_{ap} \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (13.13)$$

孔径效率总是小于或等于 1。

上面对天线方向性、效率和增益的定义是对发射天线而言的,但也可应用于接收天线。对于接收天线,我们同样感兴趣的是确定给定注入平面波场时的接收功率。这是求式(13.4)给出的发射天线的辐射功率密度的逆问题。对于推导 Friis 无线系统链路方程,求出接收功率是重要的,这一方程将在下一节讨论。可以预计到接收功率将正比于注入波的功率密度,或坡印亭矢量。因为坡印亭矢量具有 W/m^2 的量纲,则接收功率 P_r 具有 W 的量纲,比例常数必须具有面积单位。因此可以写出

$$P_r = A_e S_{avg} \quad (13.14)$$

其中 A_e 定义为接收天线的有效孔径面积(effective aperture area)。有效孔径面积的量纲为 m^2 ,它能够被解释为接收天线的“捕获面积”(capture area),即向着接收天线辐射的注入功率密度的截获部分。式(13.14)中的 P_r 是接收天线终端传递到匹配负载的可用功率。

如参考文献[1]和参考文献[2]所示,天线的最大有效孔径面积与天线方向性的关系可表示为

$$A_e = \frac{D\lambda^2}{4\pi} \quad (13.15)$$

其中 λ 是天线的工作波长。对于电大孔径天线,有效孔径面积常常接近于实际的物理孔径面积。但是对于许多其他种类的天线,诸如偶极天线和环形天线,天线的物理横截面积和它的有效孔径面积之间不存在简单的关系。上面定义的最大有效孔径面积不包括天线中的损耗效应,用天线的增益 G 代替式(13.15)中的 D 就能够考虑损耗效应。

13.1.5 背景温度和亮度温度

前面已经讨论了接收机中的有耗部件和有源器件是如何产生噪声的,但是噪声也能够由天线传递到接收机输入端。天线噪声可以从外部环境接收到,或者由内部产生,例如天线本身损耗引起的热噪声。在接收机内部产生的噪声可控制在一定程度内(用审慎的设计和部件的选择),而由接收天线从环境中接收到的噪声通常是不可控的,并可以超过接收机本身的噪声电平,因此,表征由天线传递到接收机的噪声功率是重要的。

考虑图 13.4 所示的三种情况。在图 13.4(a)中,我们显示了温度为 T 的电阻的简单情况,它产生的有效输出噪声功率为

$$N_o = kTB \quad (13.16)$$

其中 B 为系统带宽, k 为玻尔兹曼常数。在图 13.4(b)中,我们显示了封闭在温度为 T 的无回声室中的天线。无回声室具有完美吸收特性的围墙,并且与天线处于热平衡状态。因此天线终端(假定是阻抗匹配天线)和图 13.4(a)所示的电阻终端是不可区分的,因而产生和图 13.4(a)所示电阻同样的输出噪声功率。最后,图 13.4(c)显示了指向天空的同一天线。若天线的主波束足够窄,以至于它看到一个物理温度为 T 的均匀区域,则天线再一次表现为温度为 T 的电阻,并且产生由式(13.16)给出的输出噪声功率。不管天线的辐射效率如何,只要天线的物理温度为 T ,这一结论都是对的。

实际上,天线看到的是比图 13.4 显示的情况复杂得多的环境。图 13.5 显示了自然产生的和人为的噪声源的一般情景,其中可以看到,具有相当宽的主波束的天线可以从各种各样的来

源拾取噪声功率。此外,可以从天线辐射图的旁瓣接收到噪声,或者通过从地面或其他大物体的反射接收噪声。在第 10 章中,来自任意白噪声源的噪声功率被表示成一个等效噪声温度,类似地,背景噪声温度 T_B 定义为与天线看到的实际环境产生同样噪声功率所需要电阻的等效温度。在低微波频率下,某些典型的背景噪声温度是

- 天空(指向天空)3~5 K
- 天空(指向水平线)50~100 K
- 地面 290~300 K

3~5 K 的上空背景温度是宇宙的背景辐射,被认为是宇宙创建时大爆炸的残迹。这是由具有窄的波束、高的辐射效率、指向天空的天线看到的温度,天线应偏离“热”源,诸如太阳或恒星的射电辐射物体。当天线指向水平线时背景噪声温度增加,因为大气的厚度增加,以致天线看到的有效背景接近于图 13.4(b)所示的无回声室。将天线指向地面会进一步增加有效损耗,因而增加了噪声温度。

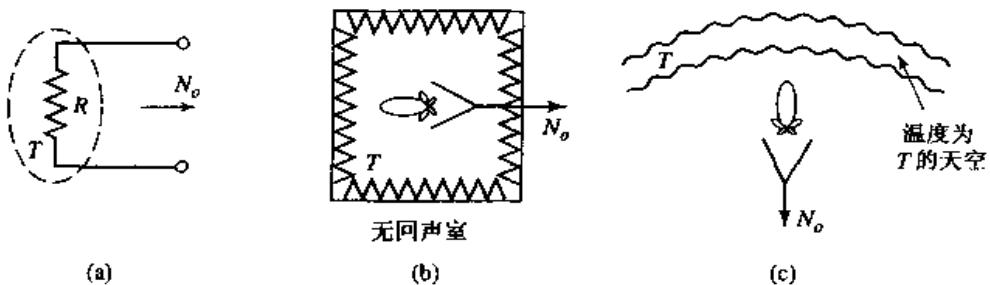


图 13.4 图形说明背景温度的概念:(a)温度为 T 的电阻;(b)在温度为 T 的无回声室中的天线;(c)温度为 T 的均匀天空背景下的天线

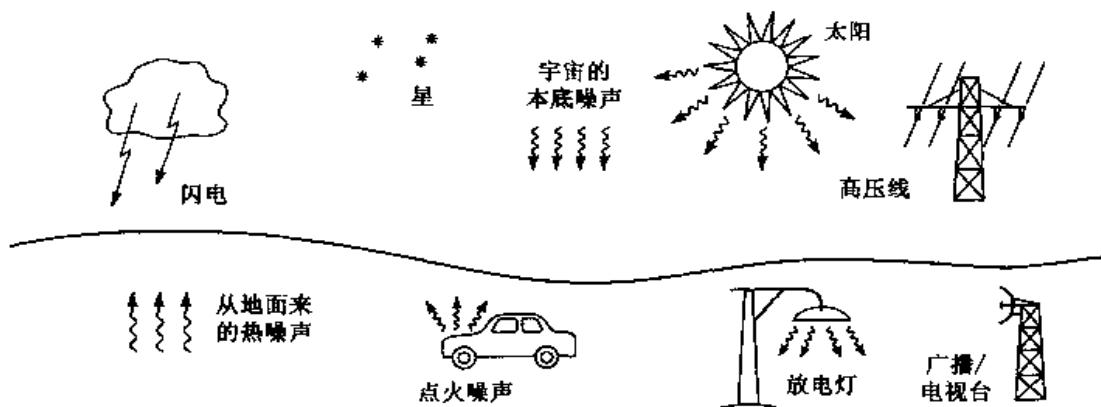


图 13.5 自然的和人为的背景噪声源

图 13.6 给出了背景噪声温度的更完全的图像,图中表示了几个仰角情况下 T_B 随频率的变化^[3]。注意,图中表示的噪声温度符合上面列出的趋势,其中上空($\theta = 90^\circ$)背景噪声温度最低,而接近水平线($\theta = 0^\circ$)最大。同样应注意,噪声温度的尖锐峰出现在 22 GHz 和 60 GHz。第一个峰是由于水分子的谐振,而第二个峰是由于氧分子的谐振。这两个谐振峰导致大气损耗的增加,进而导致噪声温度的增加。在 60 GHz 处的损耗足够大,以致一个指向大气的高增益天线在 290 K 时实际上成为一个匹配负载。虽然通常损耗是不希望存在的,但这些特殊的谐振峰还是能够用于遥感应用中,或是利用大气的固有衰减,使短距离无线通信的传播距离得以限制。

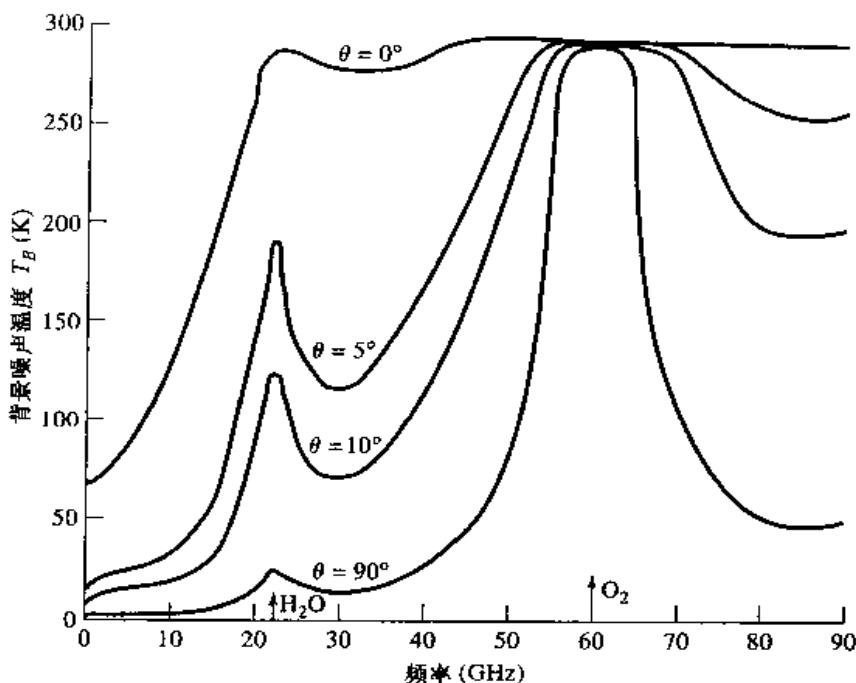


图 13.6 天空的背景噪声温度与频率的关系图。 θ 是从水平面量度的仰角。数据是在表面温度为 15°C、表面水蒸气密度为 7.5 gm/m² 的海平面得到的

当天线束宽足够宽以致天线辐射图的不同部分看到不同的背景温度时,用天线的辐射图函数权重背景温度的空间分布可以求得天线看到的有效亮度温度(brightness temperature)。数学上可以将天线看到的亮度温度 T_b 写为

$$T_b = \frac{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T_B(\theta, \phi) D(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} D(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (13.17)$$

其中, $T_B(\theta, \phi)$ 是背景温度的分布, $D(\theta, \phi)$ 是天线的方向性(或者是辐射功率函数)。天线的亮度温度是在天线终端得到的。当 T_B 为常量时,式(13.17)简化为 $T_b = T_B$,实际上这是图 13.4(b)^① 和图 13.4(c)表示的均匀背景温度的情况。同样需要注意的是,天线亮度温度的这一定义不包括天线的增益或效率,所以不包括天线损耗引起的热噪声。

13.1.6 天线的噪声温度和G/T

若接收天线存在耗散性损耗,以致它的辐射效率 η_{rad} 小于 1,则天线终端处的可用功率比天线截获的功率降低一个因子 η_{rad} (辐射效率的定义为输出与输入功率之比)。这一规律适用于接收的噪声功率,同样适用于接收的信号功率,所以天线的噪声温度将把式(13.17)给出的亮度温度降低一个因子 η_{rad} 。此外,热噪声将由天线的电阻损耗从内部产生,并将增加天线的噪声温度。用噪声功率表述,有损耗的天线的模型可以用无损耗的天线和功率损耗因子为 $L = 1/\eta_{rad}$ 的衰减器表示。因此,用表示衰减器的等效噪声温度的式(10.15),得到天线终端看到的合成噪声温度为

^① 此处原文为 13.3(b), 有误。——译者注

$$T_A = \frac{T_b}{L} + \frac{(L-1)}{L} T_p = \eta_{rad} T_b + (1 - \eta_{rad}) T_p \quad (13.18)$$

等效温度 T_A 称为天线噪声温度 (antenna noise temperature)，它是天线看到的外部亮度温度和天线产生的热噪声的组合结果。和其他等效噪声温度一样， T_A 的恰当解释是在这一温度下的匹配负载将产生和天线同样的有效噪声功率。注意，这一温度是在天线输出端表示的，因为天线不是二端口电路元件，在天线“输入”处表示等效噪声温度是没有意义的。

可以看到，对于 $\eta_{rad} = 1$ 的无耗天线，式(13.18)简化为 $T_A = T_b$ 。若辐射效率为零，则意味着天线表现为一个匹配负载，并且没有看到任何外部背景噪声，因此式(13.18)简化为 $T_A = T_p$ ，这是损耗产生的热噪声。若天线指向不同于 T_0 的已知背景温度，则式(13.18)能够用来量度天线的辐射效率。

例题 13.3 天线的噪声温度

一个高增益天线具有理想的半球形仰角平面辐射图，如图 13.7 所示，并且在方位角平面旋转对称。若天线面向具有背景温度 T_B (近似如图中给出)的一个区域，求天线的噪声温度。假定天线的辐射效率是 100%。

解：

因为 $\eta_{rad} = 1$ ，所以式(13.18)简化为 $T_A = T_b$ 。对方向性归一化使最大值为 1，则可由式(13.17)计算出亮度温度为

$$\begin{aligned} T_b &= \frac{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T_B(\theta, \phi) D(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} D(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} = \frac{\int_{\theta=0}^{\pi} 10 \sin \theta d\theta + \int_{\theta=\pi}^{30^\circ} 0.1 \sin \theta d\theta + \int_{\theta=30^\circ}^{90^\circ} \sin \theta d\theta}{\int_{\theta=0}^{\pi} \sin \theta d\theta + \int_{\theta=\pi}^{90^\circ} 0.01 \sin \theta d\theta} \\ &= \frac{-10 \cos \theta|_0^{\pi} - 0.1 \cos \theta|_{30^\circ}^{30^\circ} - \cos \theta|_{90^\circ}^{90^\circ}}{-\cos \theta|_0^{\pi} - 0.01 \cos \theta|_{30^\circ}^{90^\circ}} = \frac{0.00152 + 0.0134 + 0.866}{0.0102} = 86.4 \text{ K} \end{aligned}$$

在这个例子中，大部分的噪声功率是由天线的旁瓣区域收集的。

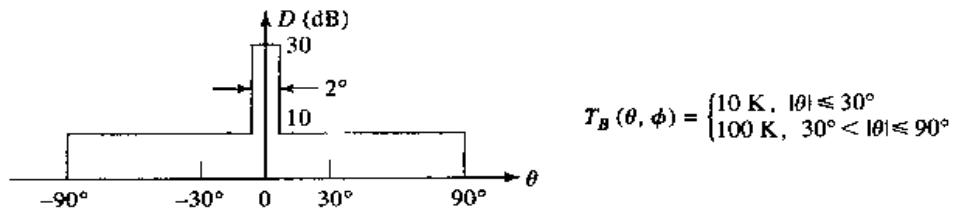


图 13.7 例题 13.3 的理想化天线辐射图和背景噪声温度

使用如图 13.8 所示的系统，可以表示具有有耗传输线和向着背景噪声温度分布 T_B 的天线的某种接收机的更一般问题。在物理温度为 T_p 的情况下，假定天线具有辐射效率 η_{rad} ，传输线功率损耗因子为 $L \geq 1$ 。系统中还包含了用反射系数 Γ 表示的天线和传输线之间的阻抗失配效应。从传输线输出端看到的等效噪声温度包含三方面的来源：由内部噪声和背景亮度温度引起的来自天线的噪声功率，传输线产生在前向传输的噪声功率，以及传输线产生在反向传输的噪声功率和从天线失配向接收机反射的噪声功率。由天线产生的噪声用式(13.18)给出，但是降低了传输线损耗因子 $1/L$ 和反射失配因子 $(1 - |\Gamma|^2)$ 。在降低了损耗因子 $1/L$ 后，从有耗线来的前向噪声功率用式(10.15)给出。在降低了功率反射系数 $|\Gamma|^2$ 和损耗因子 $1/L^2$ 后，有耗传输线中

从失配天线反射的贡献用式(10.15)给出[因为由式(10.15)给出的从有耗传输线来的反向噪声功率的参考点是在传输线的输出终端]。因此,在接收机输入处看到的整个系统的噪声温度为

$$\begin{aligned} T_S &= \frac{T_A}{L}(1 - |\Gamma|^2) + (L - 1)\frac{T_p}{L} + (L - 1)\frac{T_p}{L^2}|\Gamma|^2 \\ &= \frac{(1 - |\Gamma|^2)}{L}[\eta_{rad}T_b + (1 - \eta_{rad})T_p] + \frac{(L - 1)}{L}\left[1 + \frac{|\Gamma|^2}{L}\right]T_p \end{aligned} \quad (13.19)$$

观察到对于无耗传输线($L = 1$),天线失配的影响降低系统噪声温度的因子是 $(1 - |\Gamma|^2)$ 。当然,接收的信号功率将降低同样的量。也注意到,对于匹配天线的情况($\Gamma = 0$),式(13.19)简化为

$$T_S = \frac{1}{L}[\eta_{rad}T_b + (1 - \eta_{rad})T_p] + \frac{L - 1}{L}T_p \quad (13.20)$$

正如两个有噪声的元件级联所预期的情况。

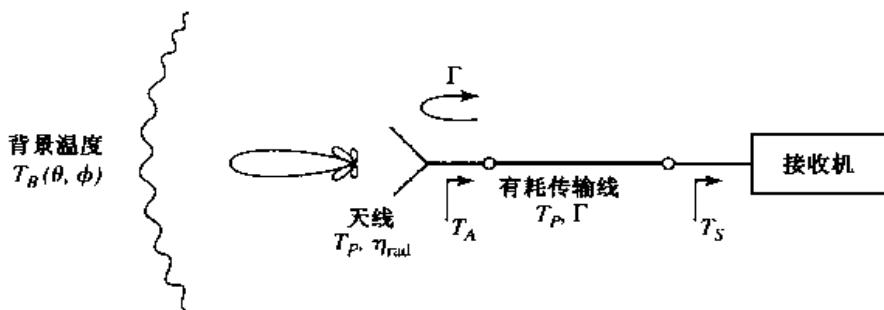


图 13.8 通过一段有耗传输线连接到接收机的接收天线。在天线和传输线之间存在阻抗失配

最后,应了解辐射效率和孔径效率之间的差别,以及它们对天线噪声温度的影响。辐射效率考虑了电阻性损耗,因此包含了产生的热噪声,而孔径效率不包含热噪声的贡献。孔径效率反映了由于馈送溢出或者次最佳孔径激励引起的孔径天线(诸如反射器天线、透镜天线或喇叭天线)中的方向性损失,并且它不能单独导致对噪声温度的附加效应(不包括通过天线辐射图产生的附加效应)。

上面定义的天线噪声温度是接收天线的有用品质因数,因为它表征了天线送到接收机输入处的总噪声功率。对于接收天线,另一个有用的品质因数是 G/T 比值,定义为

$$G/T(dB) = 10\lg \frac{G}{T_A} dB/K \quad (13.21)$$

其中 G 为天线增益, T_A 是天线噪声温度。正如我们将在 13.2 节中看到的那样,该量的重要性在于接收机输入处的信噪比正比于 G/T_A 。通常能够通过增加天线增益使 G/T 最大,因为这样可以使比值的分子增加,并且通常可以使低仰角处截获的、来自热源的噪声最小。当然,较高的增益要求较大的、价格高的天线,而且在要求全向覆盖的应用中(例如蜂窝电话或移动数据网)不希望高增益,所以要做一个折中。最后,注意在式(13.21)中对于 $10\lg(G/T)$ 给出的量纲实际上不是每开氏度的分贝数,但这是对该量通常使用的名称。

13.2 无线通信系统

无线通信涉及没有直接连线的两个点之间的信息传递。虽然无线通信可以用声、红外、光和射频能量实现,但是大多数现代无线系统依赖于射频(RF)或微波信号,通常在超高频(UHF)到毫米波频率范围。由于频谱拥挤和高数据率的要求,因而倾向于采用更高的频率范围,因此

当前大多数无线系统工作于 800 MHz 到几个 GHz 的频率范围内。RF 和微波信号提供了广阔的带宽，并且还有附加的优点，即能够一定程度地穿透雾、灰尘、树叶，甚至建筑物和车辆。历史上，用 RF 能量的无线通信开始于麦克斯韦的理论工作，接着赫兹做了电磁波传播的实验证明，20 世纪早期马可尼发展了实际的商用无线系统。今天，无线系统包括无线广播和电视系统、蜂窝电话系统、直接广播卫星(DBS)电视系统、无线局域网(WLAN)、呼叫系统、全球定位系统(GPS)业务和射频识别(RFID)系统。在历史上，这些系统首次允许提供世界范围内的声音、视频和数据通信。

无线系统分类的一种方法是根据用户的性质和分布。在点到点无线系统中，单个发射机和单个接收机通信。通常这类系统采用固定位置的高增益天线，以使接收功率最大，并使邻近存在的、工作于同一频率范围的其他无线系统的干扰最小。点到点无线系统通常应用于公用事业公司的专用数据通信和蜂窝电话与中心交换局之间的连接。点到多点系统将一个中心站和大量可能有的接收机连接。最普通的例子是商用 AM 和 FM 广播与电视，其中的中心发射机使用宽波束天线以达到许多听众和观众。多点到多点系统允许各个用户(它们可以不在固定位置)之间同时通信。这样的系统通常不是将两个用户直接连接，而是代之以依靠网格分布的基站提供用户之间需要的交叉连接。蜂窝电话系统和某种类型的无线局域网(WLAN)是这类应用的例子。

另一种表征无线系统的方法是依据通信的方向特性。在单工系统中，仅仅在从发射机到接收机的一个方向上实现通信。单工系统的例子包括无线广播、电视和呼叫系统。在半双工系统中，通信可以在两个方向上进行，但不能同时进行。早期的移动无线系统和民用频带的无线系统是半双工系统^①的例子，它们通常依靠按钮操纵通话功能以使单个信道能够被用来在不同时间间隔内实现发送和接收。全双工系统允许同时两路发送和接收，例子包括蜂窝电话和点到点无线系统。显然，全双工传输需要双工技术以避免发射和接收信号之间的干扰。为了做到这一点，可以用不同频带进行发送和接收(频分双工)，或者允许用户在某个预定的时间间隔内发送和接收(时分双工)。

尽管大多数无线系统是陆基系统，但人们同样有兴趣采用卫星系统进行声音、视频和数据通信。卫星系统提供了与广泛区域的大量用户进行通信的可能性，也许可以包括整个地球。在同步地球轨道(GEO)上的卫星近似定位在地球上空 36 000 km 处，并保持在相对于地面固定的位置。这样的卫星可用做广泛散布的地球站之间的点到点无线链路，通常用于遍布全球的电视和数据通信。跨洋电话业务有一段时间依靠这种卫星，但海底光缆已经大量代替了这种卫星以用于跨洋连接，因为这更加经济，并且避免了卫星和地球之间的来回路径引起的、令人烦恼的延迟。GEO 卫星的另一个缺点是它们所处的高度较高，从而大大降低了接收信号的强度，使得用很小的收发器实现双工通信不现实。低地球轨道(LEO)卫星的轨道很接近地球，一般在 500~2000 km 范围内。较短的路径长度使得 LEO 卫星与手持无线电话之间的通信成为可能。但是，在地面给定点上，仅仅在一段很短的时间内可以看到 LEO 轨道上的卫星，一般在几分钟到大约 20 分钟之间。因而，需要在不同轨道平面上的、大量的卫星，以得到有效的覆盖。

13.2.1 Friis 公式

一般的无线系统链路示于图 13.9，其中发射功率是 P_t ，发射天线增益是 G_t ，接收天线增益是 G_r ，(传送到匹配负载上的)接收功率是 P_r 。发射和接收天线是分置的，相距 R 。

^① 原文为“双工系统”，疑有误。——译者注

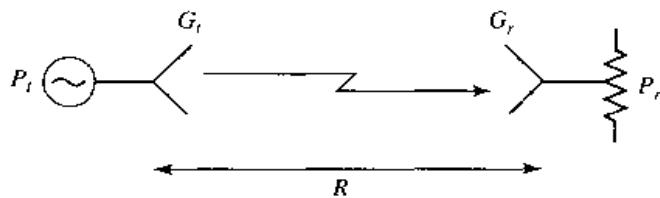


图 13.9 一个基本的无线系统

由式(13.6)~式(13.7)可得，在距离 R 处由各向同性天线 ($D = 1 = 0 \text{ dB}$) 辐射的功率密度为

$$S_{avg} = \frac{P_t}{4\pi R^2} \text{ W/m}^2 \quad (13.22)$$

这一结果反映了这样一个事实，即在环绕天线的、半径为 R 的球面上，积分一定能够恢复所有的辐射功率；因为功率是各向同性分布的，并且球面面积为 $4\pi R^2$ ，因此式(13.22)成立。若发射天线的方向性大于 0 dB ，则乘上方向性能够求得辐射功率密度，因为方向性定义为实际的辐射强度与等效各向同性辐射强度之比。同样，若发射天线有损耗，则能够引入辐射效率因子，它可以把方向性转换为增益。因此，由任一发射天线辐射的功率密度的一般表达式为

$$S_{avg} = \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \text{ W/m}^2 \quad (13.23)$$

若这个功率密度入射到接收天线上，则能够用式(13.14)定义的有效孔径面积的概念求出接收功率：

$$P_r = A_e S_{avg} = \frac{G_t P_t A_e}{4\pi R^2} \text{ W}$$

接着，能够用式(13.15)求得接收天线的有效面积和方向性的关系。再一次，用接收天线的增益（而不是用方向性）来考虑接收天线存在损耗的可能性。所以，接收功率的最后结果是

$$P_r = \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi R)^2} P_t \text{ W} \quad (13.24)$$

已知这一结果是 Friis 无线链路公式，它强调了多少功率被无线天线接收的基本问题。实际上，式(13.24)给出的值应该解释为最大可能的接收功率，因为存在许多因素降低了实际无线系统接收的功率。这些因素包括在任一天线处的阻抗失配、在天线之间的偏振失配、导致衰减和去偏振的传输效应，以及引起接收场部分相消的多径效应。

由式(13.24)可以看到，接收功率随着发射机和接收机之间距离的增加按 $1/R^2$ 规律减小。这一依赖关系是能量守恒的结果。对于长距离，这一衰减看起来过大了，但实际上， $1/R^2$ 的空间衰落比有线通信链路上损耗引起的功率指数减少好得多。这是因为在传输线上的功率衰减是按 $e^{-2\alpha z}$ 规律变化的（其中 α 是传输线的衰减常数）。在长距离情况下，指数函数比 $1/R^2$ 那样的代数关系的减小要快得多。因此，对于长距离通信，无线链路优于有线链路。这一结论适合于任一种传输线，包括同轴线、波导甚至光纤线路（然而，若通信链路是陆基或海基的情况，以致可以沿着链路插入中继站以恢复损失的信号功率，则这一结论不适用）^①。

正如从 Friis 公式可以看到的，接收功率正比于 $P_t G_t$ 积。这两个因子，即发射功率和发射天线增益，表征了发射机的特性，且在天线的主波束中， $P_t G_t$ 积等效地解释为输入功率为 $P_t G_t$ 的各

^① 由于光纤的衰减常数极小，因而光纤通信虽然是有线通信，但是在地球范围的长距离通信中，光纤通信常常比无线通信更优越。——译者注

向同性天线辐射的功率。因此,这一乘积定义为有效各向同性辐射功率(effective isotropic radiated power, EIRP):

$$EIRP = P_t G_t \text{ W} \quad (13.25)$$

对于给定频率、距离和接收机天线增益,接收功率正比于发射机的 EIRP,并且仅能用增加 EIRP 的方式来提高接收功率。要做到这一点,可以增加发射功率或增加发射天线增益,或者两者都增加。

上面给出的 Friis 公式的推导假定了发射和接收天线分别和发射机与接收机阻抗匹配。因为和任何 RF 或微波系统一样,阻抗失配将从源传送到负载的功率降低因子 $(1 - |\Gamma|^2)$,其中 Γ 是源和负载之间的反射系数。在无线链路中,可能存在发射机与发射天线之间以及接收天线与接收机之间的阻抗失配。因此,Friis 公式(13.24)应乘以阻抗失配因子 η_{imp} ,它定义为

$$\eta_{imp} = (1 - |\Gamma_t|^2)(1 - |\Gamma_r|^2) \quad (13.26)$$

其中考虑了由于发射机和接收机处的阻抗失配效应引起的接收功率的降低。在式(13.26)中, Γ_t 是在发射机处的反射系数, Γ_r 是在接收机处的反射系数。注意,阻抗失配未包括在天线增益的定义中。这是因为失配依赖于与天线连接的外部源和负载阻抗,因此不是天线本身的特性。应用适当的外部调谐网络将天线与给定的源或负载匹配总是可能的。

与 Friis 链路公式有关的最后一个问题是,在发射机和接收机之间实现最大的传输要求两个天线偏振在同一方向。例如,若发射天线在垂直方向偏振,则在垂直方向偏振的接收天线将接收到最大功率,而水平方向偏振的接收天线的接收功率将为零。因而,为了得到最佳通信系统性能,天线的偏振匹配将是一个重要问题。

例题 13.4 DBS 系统分析

直接广播系统(DBS)的工作频率为 12.2~12.7 GHz,发射的载波功率为 120 W,发射天线增益为 34 dB,中频带宽为 20 MHz,从地球同步卫星到地面的最坏倾角(30°)的距离是 39 000 km,18 英寸的盘形接收天线具有增益 33.5 dB,并且看到的平均背景亮度温度为 $T_b = 50$ K,接收机低噪声组件(LNB)具有噪声系数 1.1 dB。整个系统示于图 13.10。求(a)发射机的 EIRP,(b)接收天线和 LNB 系统的 G/T , (c)在接收天线终端接收到的载波功率,以及(d)在 LNB 输出处的载噪比(CNR)。

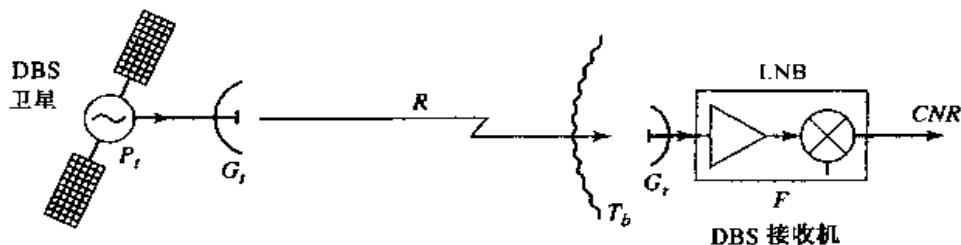


图 13.10 例题 13.4 中 DBS 系统示意图

解:

首先将 dB 量转换为数字值:

$$34 \text{ dB} = 2512$$

$$1.1 \text{ dB} = 1.29$$

$$33.5 \text{ dB} = 2239$$

取工作频率为 12.45 GHz,所以波长为 0.0241 m.

(a) 由式(12.25)求得发射机的 *EIRP* 为

$$EIRP = P_t G_t = (120)(2512) = 3.01 \times 10^5 \text{ W} = 54.8 \text{ dBm}$$

(b) 为了求 *G/T*, 首先求出以 LNB 输入处为参考的天线和 LNB 级联的噪声温度:

$$T_c = T_A + T_{LNB} = T_b + (F - 1)T_0 = 50 + (1.29 - 1)(290) = 134 \text{ K}$$

则天线和 LNB 的 *G/T* 是

$$G/T(\text{dB}) = 10 \lg \frac{2239}{134} = 12.2 \text{ dB/K}$$

(c) 由 Friis 公式(13.24)求得接收的载波功率为

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi R)^2} = \frac{(3.01 \times 10^5)(2239)(0.0241)^2}{(4\pi)^2 (3.9 \times 10^7)^2} \\ &= 1.63 \times 10^{-12} \text{ W} = -117.9 \text{ dBW} \end{aligned}$$

(d) 然后得到在 LNB 输出处的 *CNR* 为

$$CNR = \frac{P_r G_{LNB}}{k T_c B G_{LNB}} = \frac{1.63 \times 10^{-12}}{(1.38 \times 10^{-23})(134)(20 \times 10^6)} = 44.1 = 16.4 \text{ dB}$$

注意, 在输出 *CNR* 的比值中消去了 LNB 模块的增益 *G_{LNB}*。在具有纠错数字调制的 DBS 系统中, 16 dB 的 *CNR* 足以得到好的视频质量。 ■

13.2.2 无线接收机结构

为了从传来的源信号、干扰和噪声的宽频谱中可靠地恢复需要的信号, 接收机通常是无线系统中最重要的部件。在这一节中, 我们将叙述无线接收机设计的某些重要要求, 并综述某些最普通形式的接收机结构。

设计优良的无线接收机必须提供下面几种功能:

- **高增益**(high gain): 增益约为 100 dB, 将接收信号的低功率恢复到接近它的原始基带值的电平。
- **选择性**(selectivity): 为了在接收所希望信号的同时阻断相邻的信道、镜像频率和干扰。
- **下变频**(down-conversion): 由接收到的 RF 频率下变频到 IF 频率以便处理。
- **检测**(detection): 检测接收到的模拟或数字信息。
- **隔离**(isolation): 和发射机隔离, 以避免接收机饱和。

因为从接收天线来的典型信号功率电平可以低到 -100 ~ -120 dBm, 因而可能要求接收机提供高到 100 ~ 120 dB 的增益。这样大的增益应该分散到 RF、IF 和基带级, 以避免不稳定性和可能的振荡; 一般在任一频带内避免增益超过 50 ~ 60 dB 是好的实践经验。由于放大器的价格通常随着频率升高而增加, 这一事实是将增益分散到不同的频率级的进一步原因。

原则上, 在接收机的 RF 级采用窄的带通滤波器能够获得选择性, 但是在 RF 频率实现这一滤波器的带宽和截止频率的要求通常是不实际的。实现选择性的更有效方法是, 把需要的信号周边一个相当宽的频带进行下变频, 并在 IF 级采用锐截止的带通滤波器, 以便仅仅选出需要的频带。此外, 许多无线系统应用很多窄的但是紧密排列的信道, 必须用一个可调谐本振将它们选择出来, 而 IF 通带是固定的。而采用极窄频带电调谐 RF 滤波器的方法则是不现实的。

可调谐射频接收机。已开发的最早形式的接收电路是可调谐射频(tuned radio frequency, TRF)接收机。如图 13.11 所示,TRF 接收机应用几级射频放大和可调谐带通滤波器,以提供高增益和选择性。另一方法是用可调谐带通响应的放大器将滤波和放大集合在一起。在相对低的广播射频频率处,历史上采用机械的可变电容和电感实现这样的滤波器和放大器调谐。但是,这样的调谐方法是很困难的,因为需要并行地调谐几级电路,并且,由于这样的滤波器通带相当宽,因而选择性也不好。此外,都是在 RF 频率处实现 TRF 接收机的全部增益,这就限制了自激振荡出现前能够获得的增益量,并且增加了接收机的价格和复杂性。由于这些缺点,今天 TRF 接收机很少被采用,对于较高的 RF 和微波频率,这种选择尤其不好。

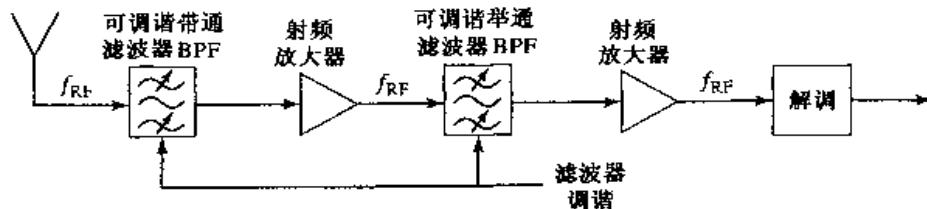


图 13.11 可调谐射频接收机的方框图

直接变频接收机。示于图 13.12 中的直接变频(direct conversion)接收机应用混频器和本振实现 IF 频率为零的频率下变换。设定本振频率和要求的 RF 信号相同,因此 RF 信号直接变换到基带。由于这一原因,直接变频接收机有时也称为零差(homodyne)接收机。对于振幅调制(AM)接收,接收的基带信号将不需要任何进一步的检测。直接变频接收机相对于 TRF 接收机具有一些优点,如能够用简单的低通基带滤波器控制选择性,增益可以分散到 RF 和基带级(虽然在很低的频率处很难获得稳定的增益)。直接变频接收机比超外差接收机简单和价格低,因为没有 IF 放大器、IF 带通滤波器或为了最后下变频的 IF 本机振荡器。直接变频的另一个重要优点是没有镜像频率,因为混频器的差频实际上是零,和频是本振频率的两倍,容易被滤除。但是一个严重的缺点是本振(LO)必须具有高精确度和稳定性,特别是对于高 RF 频率,以避免接收信号频率的漂移。这种形式的接收机常常用于多普勒雷达,其中精确的 LO 能够从发射机获得,而且许多新的无线系统采用直接变频接收机设计。

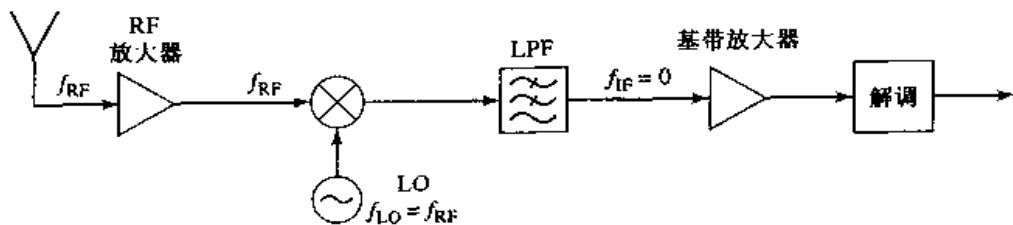


图 13.12 直接变频接收机的方框图

超外差接收机。当前用得最普遍的接收机是示于图 13.13 中的超外差(superheterodyne)电路。方框图类似于直接变频接收机,但是 IF 频率现在不是零,通常选择在 RF 频率和基带之间。中等频率范围的 IF 可以使用较尖锐截止的滤波器,以获得选择性的改善,并且应用 IF 放大器得到较高的 IF 增益。改变本振频率可方便地实现调谐,以使 IF 频率保持不变。超外差接收机代表了 50 多年来接收机发展的顶峰,并被用于大多数无线广播和电视、雷达系统、蜂窝电话系统和数据通信系统。

在微波和毫米波频率,常常需要应用两级下变频,以避免由于 LO 稳定性引起的问题。如此的双变频超外差接收机应用两个本振、两个混频器和两个 IF 频率以实现下变频到基带。

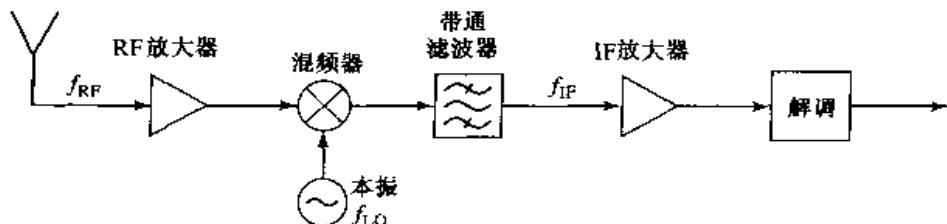


图 13.13 单变频超外差接收机的方框图

13.2.3 微波接收机的噪声特性

现在分析示于图 13.14 中的天线-传输线-接收机前端整个系统的噪声特性。在这一系统中，接收机输出处的总噪声功率 N_o 是由天线辐射图、天线的损耗、传输线的损耗以及来自接收机元件的损耗引起的。这一噪声功率将决定接收机的可检测的信号电平，对于给定的发射机功率，它将决定通信链路的最大距离。

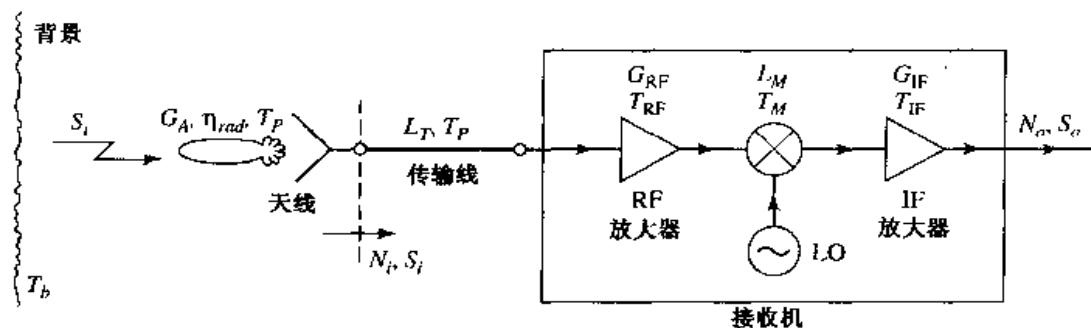


图 13.14 微波接收机前端的噪声分析，包括天线和传输线的贡献

图 13.14 中的接收机部件包括增益为 G_{RF} 和噪声温度为 T_{RF} 的 RF 放大器、RF 到 IF 的变换损耗因子为 L_M 和噪声温度为 T_M 的混频器，以及增益为 G_{IF} 和噪声温度为 T_{IF} 的 IF 放大器。后几级的噪声影响可以忽略，因为总噪声系数主要取决于前几级的特性。部件的噪声温度和噪声系数的关系为 $T = (F - 1)T_0$ 。由式(10.22)可以求得接收机的等效噪声温度为

$$T_{REC} = T_{RF} + \frac{T_M}{G_{RF}} + \frac{T_{IF}L_M}{G_{RF}} \quad (13.27)$$

连接天线和接收机的传输线具有损耗 L_T ，并处于物理温度 T_p 的环境。所以，由式(10.15)得到它的等效噪声温度为

$$T_{TL} = (L_T - 1)T_p \quad (13.28)$$

再一次应用式(10.22)，传输线(TL)和接收机级联的噪声温度为

$$\begin{aligned} T_{TL+REC} &= T_{TL} + L_T T_{REC} \\ &= (L_T - 1)T_p + L_T T_{REC} \end{aligned} \quad (13.29)$$

这一噪声温度定义在天线的终端(传输线的输入处)。

在 13.1 节的讨论中指出，整个天线辐射图都能够收集噪声功率。若天线具有适当高的增益，并具有相当低的旁瓣，则能够假定所有噪声功率都来自于主瓣，以致天线的噪声温度由式(13.18)给出：

$$T_A = \eta_{rad}T_b + (1 - \eta_{rad})T_p \quad (13.30)$$

其中, η_{rad} 是天线效率, T_p 是它的物理温度, T_b 是主波束看到的背景的等效亮度温度(必须小心对待这一近似, 因为若旁瓣正对着一个热的背景, 则很可能从旁瓣收集的噪声功率会超过从主波束收集的噪声功率)。在天线终端的噪声功率也是传送给传输线的噪声功率, 它是

$$N_i = kBT_A = kB[\eta_{rad}T_b + (1 - \eta_{rad})T_p] \quad (13.31)$$

其中 B 是系统带宽。若 S_i 是天线终端接收的功率, 则天线终端的输入信噪比为 S_i/N_i 。

输出信号功率为

$$S_o = \frac{S_i G_{RF} G_{IF}}{L_T L_M} = S_i G_{SYS} \quad (13.32)$$

其中 G_{SYS} 已经定义为系统的功率增益。输出噪声功率是

$$\begin{aligned} N_o &= [N_i + kB T_{TL+REC}] G_{SYS} \\ &= kB(T_A + T_{TL-REC}) G_{SYS} \\ &= kB[\eta_{rad}T_b + (1 - \eta_{rad})T_p + (L_T - 1)T_p + L_T T_{REC}] G_{SYS} \\ &= kB T_{SYS} G_{SYS} \end{aligned} \quad (13.33)$$

其中 T_{SYS} 已经定义为整个系统的噪声温度。输出信噪比成为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_i}{kB T_{SYS}} = \frac{S_i}{kB[\eta_{rad}T_b + (1 - \eta_{rad})T_p + (L_T - 1)T_p + L_T T_{REC}]} \quad (13.34)$$

我们可采用各种信号处理技术来改善这一信噪比。注意, 用总系统噪声系数计算上述系统输入到输出信噪比的恶化看起来是方便的, 但是必须小心对待这一方法, 因为噪声系数是对于 $N_e = kT_0 B$ 的情况定义的, 这里不是这一情况。直接应用噪声温度和噪声功率进行处理常常较少混淆, 正如我们在上面所做的那样。

例题 13.5 微波接收机的信噪比

如图 13.14 那样的微波接收机具有下述参量:

$$f = 4.0 \text{ GHz}, \quad G_{RF} = 20 \text{ dB}$$

$$B = 1 \text{ MHz}, \quad F_{RF} = 3.0 \text{ dB}$$

$$G_A = 26 \text{ dB}, \quad L_M = 6.0 \text{ dB}$$

$$\eta_{rad} = 0.90, \quad F_M = 7.0 \text{ dB}$$

$$T_p = 300 \text{ K}, \quad G_{IF} = 30 \text{ dB}$$

$$T_b = 200 \text{ K}, \quad F_{IF} = 1.1 \text{ dB}$$

$$L_T = 1.5 \text{ dB}$$

若天线终端接收的功率 $S_i = -80 \text{ dBm}$, 计算输入和输出信噪比。

解:

首先将上面的 dB 数转换成数字值, 并且将噪声系数转换成噪声温度:

$$G_{RF} = 10^{20/10} = 100$$

$$G_{IF} = 10^{30/10} = 1000$$

$$L_T = 10^{1.5/10} = 1.41$$

$$L_M = 10^{6/10} = 4.0$$

$$T_M = (F_M - 1)T_0 = (10^{7/10} - 1)(290) = 1163 \text{ K}$$

$$T_{RF} = (F_{RF} - 1)T_0 = (10^{3/10} - 1)(290) = 289 \text{ K}$$

$$T_{IF} = (F_{IF} - 1)T_0 = (10^{1.1/10} - 1)(290) = 84 \text{ K}$$

则由式(13.27)、式(13.28)和式(13.30)可得接收机、传输线和天线的噪声温度为

$$T_{\text{REC}} = T_{\text{RF}} + \frac{T_M}{G_{\text{RF}}} + \frac{T_{\text{IF}}L_M}{G_{\text{RF}}} = 289 + \frac{1163}{100} + \frac{84(4.0)}{100} = 304 \text{ K}$$

$$T_{\text{TL}} = (L_T - 1)T_p = (1.41 - 1)300 = 123 \text{ K}$$

$$T_A = \eta_{\text{rad}}T_b + (1 - \eta_{\text{rad}})T_p = 0.9(200) + (1 - 0.9)(300) = 210 \text{ K}$$

然后,由式(13.31)可得输入噪声功率为

$$N_i = kBT_A = 1.38 \times 10^{-23}(10^6)(210) = 2.9 \times 10^{-15} \text{ W} = -115 \text{ dBm}$$

所以输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = -80 + 115 = 35 \text{ dB}$$

由式(13.33)得到系统的总噪声温度为

$$T_{\text{SYS}} = T_A + T_{\text{TL}} + L_T T_{\text{REC}} = 210 + 123 + (1.41)(304) = 762 \text{ K}$$

这一结果清楚地表明了各个部件的噪声贡献。由式(13.34)可得输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_i}{kBT_{\text{SYS}}}$$

$$kBT_{\text{SYS}} = 1.38 \times 10^{-23}(10^6)(762) = 1.05 \times 10^{-14} \text{ W} = -110 \text{ dBm}$$

所以有

$$\frac{S_o}{N_o} = -80 + 110 = 30 \text{ dB}$$

■

13.2.4 无线系统

最后,我们简短叙述当前应用的一些无线系统。表13.1列出了无线系统的某些常用频带。

表 13.1 无线系统频率(T/R=移动单元的发射/接收频率)

无线系统	工作频率
现代移动电话业务(美国 AMPS)	T: 869 ~ 894 MHz R: 824 ~ 849 MHz
全球系统移动业务(欧洲 GSM)	T: 880 ~ 915 MHz R: 925 ~ 960 MHz
个人通信业务(PCS)	T: 1710 ~ 1785 MHz R: 1805 ~ 1880 MHz
美国寻呼	931 ~ 932 MHz
全球定位系统(GPS)	L1: 1575.42 MHz L2: 1227.60 MHz
直接广播卫星(DBS)	11.7 ~ 12.5 GHz
无线局域网(WLAN)	902 ~ 928 MHz 2.400 ~ 2.484 GHz 5.725 ~ 5.850 GHz
局域多点分配业务(LMDS)	28 GHz
美国工业、医药和科学频段(ISM)	902 ~ 928 MHz 2.400 ~ 2.484 GHz 5.725 ~ 5.850 GHz

蜂窝电话系统(Cellular telephone systems)。蜂窝电话系统是为了解决对城市广大用户提供移动无线业务的问题在 20 世纪 70 年代提出的。由于射频频谱没有有效地利用以及用户之间的干扰,早期移动无线系统仅能处理很有限的用户。蜂窝无线系统的概念解决了这一问题,这一方案将一个地理区域分成不重叠的“蜂窝”,每个蜂窝都有自己的发射机和接收机(基站),与工作于该蜂窝的移动用户通信。每个蜂窝的地段允许多达几百个用户同时与其他移动用户通信,或者通过陆基电话系统通信。被分配给某个特定的蜂窝的频带能够在其他非相邻的蜂窝中重用。

最早一批蜂窝电话系统于 1979 年和 1981 年在日本和欧洲建成,1983 年在美国建成了现代移动电话系统(AMPS)。这些系统采用模拟频率调制(FM),并将分配的频带分成几百个信道,每一个信道能够用于单个会话。由于建设基站基础设施和手机的初始费用,这些早期的业务开始增长缓慢,但到了 20 世纪 90 年代,则有明显的增长。

由于消费者对无线电话服务要求的快速增长,以及无线技术的发展,在美国、欧洲和亚洲完成了多个第二代标准。这些标准都应用了数字调制方法,与模拟系统相比,它们可提供更好的服务质量并且可更有效地利用无线频谱。在美国的系统应用 IS-136 时分多址(TDMA)标准、IS-95 码分多址(CDMA)标准或欧洲的全球系统移动(GSM)系统。在美国,许多新的个人通信系统(PCS)采用与 AMPS 系统相同的频带,以得到利用现有的基础设施的好处。美国联邦通信委员会(FCC)已经把 1.8 GHz 附近的频带也作为新增加的无线通信频谱,一些较新的 PCS 系统就应用了这一频带。在美国以外,全球系统移动(GSM)TDMA 系统是应用得最广泛的标准,在超过 100 个国家采用。在遍及欧洲和亚洲许多国家的无线电话采用同一标准,这种一致性使得旅行者可以在遍及这一区域内应用单一手机。

应用于无线语音和数据的卫星系统(Satellite systems for wireless voice and data)。卫星系统的最大优点是应用相当少的卫星就能够为任何位置的用户提供服务,包括海洋、沙漠和山区,否则这些区域是很难提供服务的。原则上,只要三颗地球同步卫星就能够提供全球的完全覆盖,但由于地球同步轨道非常高,信号强度很弱使得与手持终端的通信很困难。较低轨道的卫星能够提供可用的信号功率电平,但要提供全球覆盖则需要更多的卫星。

存在大量的用于无线通信的商用卫星系统,有些当前正在使用,有些处在开发阶段。这些系统的工作频率通常都在 1 GHz 以上,因为在此频带内存在可用频谱,也考虑到数据率提高的可能性,以及这样的频率容易通过大气层和电离层。诸如 INMARSAT 和 MSAT 的 GEO 卫星系统为具有 12 英寸和 18 英寸天线的用户提供语音和低数据率的通信。这些系统常常称为甚小孔径终端(VSAT, Very Small Aperture Terminals)。其他卫星系统工作于中等或低地球轨道,为全世界范围的用户提供移动电话和数据业务。

以 Motorola 牵头的一些公司组成的国际财团资助的 Iridium 计划,是第一个提供手持无线电话业务的商用卫星系统。它包括在近极地轨道上的 66 颗 LEO 卫星,并通过一系列卫星间的中继链路和陆基网关终端将无线电话和寻呼用户与公共电话系统连接起来。图 13.15 示出了 Iridium 系统中使用的一个相控阵天线的照片。Iridium 系统的价格约为 34 亿美元,它于 1998 年开始服务。卫星用于电话服务的一个缺点是信号电平低,以致要求从移动用户到卫星的路径在视线范围内,这就意味着卫星电话通常不能在建筑物、汽车内应用,或者甚至不能在很多树木或城市区域应用。它使得卫星电话业务相对于陆基蜂窝和 PCS 无线电话业务存在明显的性能缺陷。但是,无线电话业务的一个甚至更大的问题是采用和维护 LEO 卫星,这使得它在经济上很难和陆基蜂窝或 PCS 业务竞争。这些原因表明卫星电话业务的思想存在价格昂贵的问题。1999 年 8 月,Iridium LLC 公司宣布破产,类似的灾难已经落到其他卫星电话业务上。



图 13.15 Motorola Iridium 通信卫星的三个 L 波段天线阵之一的照片。Iridium 系统包括 66 颗低地球轨道卫星, 提供全球个人 TDMA 卫星通信业务。承蒙雷神公司提供照片

全球定位卫星系统 (Global positioning satellite system)。全球定位卫星系统 (GPS) 应用 24 颗中等地球轨道卫星为陆上、空中和海上的用户提供精确的位置信息 (纬度、经度和高度)。最初它是由美国军方开发的、价值大约为 120 亿美元的 NAVSTAR 系统, 现在已经迅速成为遍及全世界的消费者和企业最广泛应用的一种无线技术。今天, 我们能够在商用的和私人的飞机、舰船和地面车辆中找到 GPS 接收机。技术的进步使得尺寸和价格大大下降, 以致小型手持 GPS 接收机能够被徒步旅行者和运动员应用。使用差分 GPS, 精度能够达到 1 cm, 因而它有能力使大地测量业产生革命性的变化。

GPS 定位系统应用最少四颗卫星的三角测量法工作。GPS 卫星在地球上空 20 200 km 的轨道上, 轨道周期为 12 小时。用卫星和接收机之间的传播时延可以求得从用户接收机到这些卫星的距离。从星历表 (ephemeris) 可以很精确地知道卫星的位置, 并且每一颗卫星都带有一个极精确的钟, 以提供同一系列的定时脉冲。GPS 接收机将这一定时信息解码, 并完成必要的计算, 以求出接收机的位置和速度。GPS 接收机必须在 GPS 星座内的至少四颗卫星的视线上, 虽然在纬度位置已知 (正如在海上船舶的情况) 的情况下三个卫星就足够了。因为要求工作于低增益的天线, 因此从一颗 GPS 卫星接收的信号电平是很低的——一般在 -130 dBm 量级 (对于接收天线增益为 0 dB 的情况)。这一信号电平通常低于接收机的噪声功率, 但可用扩频技术改善接收信噪比。

GPS 工作在两个频带: L1, 在 1575.42 MHz, 以及 L2, 在 1227.60 MHz, 发送带有二元相移键控调制的扩展频谱信号。使用 L1 频率发送每颗卫星的星历表数据和定时码, 它们可用于任意商用或公共用户。这种工作模式称为导向/接收 (Course/Acquisition, C/A) 码。与此相对照, L2 频率被保留在军事应用, 它应用加密定时码, 称为保护 (Protected, P) 码 (在 L1 频率也发送 P 码信号)。P 码给出的精度比 C/A 码高得多。用 L1 GPS 接收机能够达到的典型精度大约是 100 英尺。卫星和接收机中的时钟定时误差, 以及假定的 GPS 卫星位置的误差, 限制了精度。通常, 最重要的误差来源于大气和电离层的影响, 在信号从卫星传递到接收机时它引起了小的而且可变的时延。

无线局域网 (Wireless local area network)。无线局域网 (WLAN) 提供了短距离内计算机之间的连接。典型的室内应用可以在医院、办公大楼和工厂, 在这些地方, 覆盖的距离通常小于几百英尺。在室外没有障碍物并且采用高增益天线的情况下, 工作距离可以高达几英里。当建筑物

内或建筑物之间不可能设置或费用过大不值得设置有线线路时,或者仅仅需要在计算机之间设置临时接口的情况下,无线网络特别有用。当然,汽车内的计算机用户只能通过无线链路和计算机网络连接。

当前,美国的大多数商用 WLAN 产品可工作于工业、科学和医疗(ISM)频带,并且采用跳频或直接序列扩频技术,它们符合 IEEE 标准 802.11a、802.11b、802.11g 或蓝牙标准。最大比特率在 1~11 Mbps 范围内。

直接广播卫星(Direct broadcast satellite)。美国直接广播卫星(DBS)系统提供从地球同步卫星直接到家庭用户的电视业务,家庭只要具有相当小的 18 英寸直径的天线。在这一技术发展前,卫星 TV 业务需要一个直径大到 6 英尺的笨重圆碟天线。通过采用数字调制技术,使这一优点成为可能,与以前的应用模拟调制技术的系统相比,数字技术降低了必需的接收信号电平。DBS 系统采用了具有数字复用和纠错能力的正交相移键控(QPSK),发送 40 Mbps 速率的数据。两颗卫星 DBS-1 和 DBS-2 定位于经度 101.2° 和 100.8°,每颗卫星提供 16 个信道,每个信道辐射 120 W 的功率。这些卫星采用相反的圆偏振,以减小由于雨雪引起的损耗,并避免相互之间的干扰(偏振双工)。

点到点无线系统(point-to-point radio systems)。点到点无线系统被企业用来提供两个固定点之间的专用数据连接。电力公共事业公司应用点到点无线系统在电站和变电站之间传送电功率的产生、传输和分配的遥测信息。点到点无线系统也用来连接蜂窝基站和公用交换电话网,通常比运行掩埋的大带宽同轴线或光纤线路便宜许多。这样的无线系统通常工作于 18 GHz、24 GHz 或 38 GHz 频带,并且应用各种数字调制方法以提供超过 10 Mbps 的数据率。典型地,采用高增益天线以减小功率需求和避免与其他用户的干扰。

13.3 雷达系统

雷达,或者称为无线检测和测距,是微波技术最普遍的应用之一。它的基本工作原理是,发射机发送探测信号,它被远距离的目标部分反射,然后被灵敏接收机检测。若应用窄波束天线,则目标的方向由天线的位置精确给出。目标的距离由信号行进到目标并返回所需的时间决定,目标的径向速度与返回信号的多普勒频移有关。下面列出了雷达系统的一些典型应用。

民用

- 机场监视
- 海洋导航
- 气象雷达
- 高度测量
- 飞行器着陆
- 防盗报警
- 速度测量(警用雷达)
- 绘制地图

军用

- 空中和海上导航
- 飞行器、导弹、航天器的探测和跟踪

- 导弹制导
- 导弹和火炮的点火控制
- 武器导爆
- 勘察

科学应用

- 天文学
- 制图和成像
- 精密距离测量
- 自然资源遥感

在美国和英国，早期的雷达研究工作开始于 20 世纪 30 年代，采用甚高频(VHF)源。在 20 世纪 40 年代初期出现了一个重大的突破，即英国发明了可用做可靠的高功率微波源的磁控管。使用较高的频率就可以应用具有高增益的、合理尺寸的天线，并允许以好的角分辨率机械跟踪目标。在第二次世界大战期间，在英国和美国雷达得到了很快的发展并起着重要的作用。

图 13.16 显示了用于 PATRIOT 导弹系统的相控阵雷达的照片。下面我们推导雷达方程，该方程用来确定大多数雷达的基本工作原理；然后，我们描述一些更常用类型的雷达系统。



图 13.16 PATRIOT 相控阵雷达的照片。这是 C 段多功能雷达，它提供空中战术防务，包括目标的搜索和跟踪，以及导弹点火控制。相控阵天线使用 5000 个铁氧体相移器，用于电扫描天线波束。照片由雷神公司提供

13.3.1 雷达方程

两种基本的雷达系统如图 13.17 所示。在单基地雷达(monostatic radar)中，同一个天线被用于发射和接收；而在双基地雷达(bistatic radar)中，两个分开的天线分别用于发射和接收。大多数雷达是单基地型的，但是在某些应用中(如导弹点火控制)，目标用分开的发射天线照射。有时也利用分开的天线以实现发射机和接收机之间必要的隔离。

这里将考虑单基地情况，但是双基地情况是很类似的。若发射机通过增益为 G 的天线辐射功率 P_t ，则由式(13.23)得到入射到目标上的功率密度为

$$S_i = \frac{P_t G}{4\pi R^2} \quad (13.35)$$

其中 R 是到目标的距离。假定目标在天线的主波束方向。目标将在各个方向散射入射的功率；在一个给定方向上的散射功率与注入功率密度的比定义为目标的雷达截面 σ 。数学上有

$$\sigma = \frac{P_s}{S_r} \quad (13.36)$$

其中 P_s 是目标散射的总功率。因此雷达截面具有面积的量纲，并且是目标本身的特性。它依赖于入射角和反射角，以及入射波的偏振态。

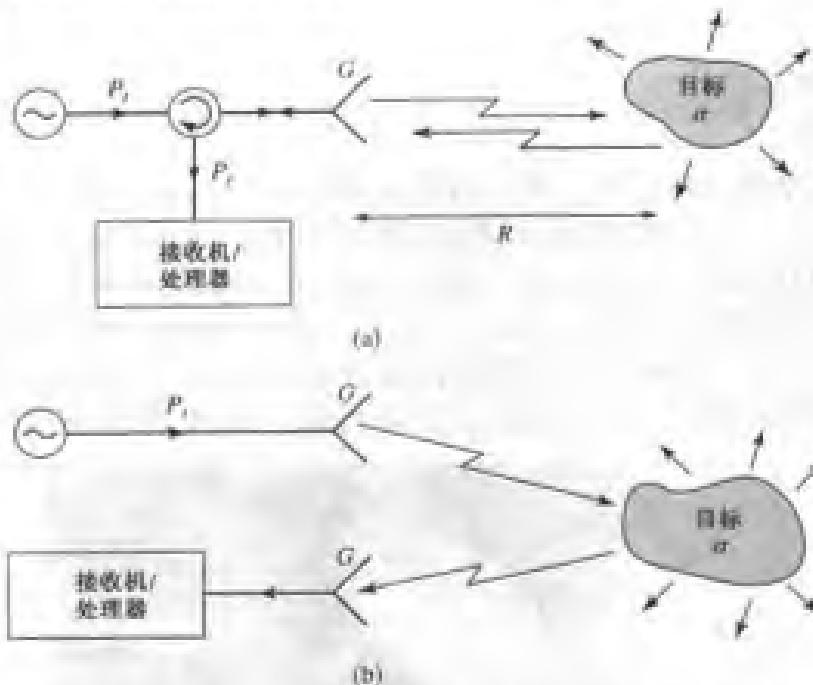


图 13.17 基本的单基地和双基地雷达系统：(a) 单基地雷达系统；(b) 双基地雷达系统

既然目标起着尺寸有限的源的作用，那么二次辐射场的功率密度必须随着离开目标的距离按 $1/(4\pi R^2)$ 规律衰落。返回到接收天线的散射场的功率密度必须是

$$S_r = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2} \quad (13.37)$$

然后，应用表示天线有效面积的式(13.15)，给出接收功率为

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad (13.38)$$

这就是雷达方程(radar equation)。注意接收功率按 $1/R^4$ 变化，这意味着为了检测远距离目标需要高功率发射机和灵敏的低噪声接收机。

由于天线接收的噪声和接收机产生的噪声，将存在接收机能够识别的某个最小可检测功率。若这一功率是 P_{min} ，则能够改写式(13.38)以给出最大探测距离为

$$R_{max} = \left[\frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 P_{min}} \right]^{1/4} \quad (13.39)$$

信号处理技术能够有效地降低最小可检测信号，因此增加了可用距离。用于脉冲雷达的很普通的处理技术是脉冲积分，即把 N 个接收脉冲序列在时间上进行积分。其效果是降低了噪声电平（相对于返回脉冲电平，它有零均值），得到的改善因子近似为 $N^{(s)}$ 。

当然,上面的结果很难说明实际雷达系统的性能。许多因素,诸如传输效应、检测过程的统计性质以及外部干扰,常常会降低雷达系统的可用距离。

例题 13.6 雷达距离方程的应用

某个脉冲雷达的工作频率为 10 GHz, 天线增益为 28 dB, 发射机功率为 2 kW(脉冲功率)。若希望检测的目标具有 12 m^2 的截面, 最小可检测信号为 $P_{\min} = -90 \text{ dBm}$, 问雷达的最大作用距离是多少?

解:

需要的数值是

$$\begin{aligned} G &= 10^{28/10} = 631 \\ P_{\min} &= 10^{-90/10} \text{ mW} = 10^{-12} \text{ W} \\ \lambda &= 0.03 \text{ m} \end{aligned}$$

因此雷达距离方程(13.39)给出最大作用距离为

$$\begin{aligned} R_{\max} &= \left[\frac{(2 \times 10^3)(631)^2(12)(0.03)^2}{(4\pi)^3(10^{-12})} \right]^{1/4} \\ &= 8114 \text{ m} \end{aligned}$$

13.3.2 脉冲雷达

脉冲雷达测量微波脉冲信号来回传输的时间以决定目标距离。图 13.18 显示了一个典型的脉冲雷达系统方框图。发射机部分包括一个单边带混频器,用以将频率为 f_0 的微波振荡器频率偏移等于中频频率的量。在功率放大后,这一信号脉冲由天线发射出去。发射/接收开关由脉冲发生器控制,给出发射脉冲宽度为 τ ,脉冲重复频率(PRF)为 $f_r = 1/T_r$ 。因此发射脉冲由频率为 $f_0 + f_{IF}$ 的微波信号的、短的突发脉冲组成。典型的脉冲持续时间在 100 ms 到 50 ns 之间;较短的脉冲给出较好的距离分辨率,而较长的脉冲经接收机处理后得到较好的信噪比。典型的脉冲重复频率在 100 Hz ~ 100 kHz 之间;较高的 PRF 给出每单位时间更多的返回脉冲数,而较低的 PRF 可以避免当 $R > cT_r/2$ 时出现的距离模糊。

在接收状态下,返回的信号被放大,并与频率为 f_0 的本振信号混频以产生需要的 IF 信号。在发射机中本振用于上变频,而在接收机中本振用于下变频;这一点简化了系统并避免了其频率漂移的问题,若用分开的两个本振,就要考虑这一问题。IF 信号被放大、检测并被馈送到视频放大器/显示器。搜索雷达常常使用能够覆盖 360°方位角的连续旋转天线;在这一情况下显示的应是目标距离对方位角的极坐标图。许多现代的雷达使用计算机处理检测的信号并显示出目标信息。

在脉冲雷达中,发射/接收(T/R)开关实际上完成两个功能:形成发射脉冲串,并在发射机和接收机之间转接天线。后一种功能也就是双工。原则上,双工功能能够用环形器达到,但是重要的要求是必须在发射机和接收机之间提供高的隔离度(大约 80 ~ 100 dB)以避免发射机信号泄漏到接收机中,它可能淹没返回的信号(或者可能损坏接收机)。由于典型的环形器仅能实现 20 ~ 30 dB 的隔离,因此需要某种具有高隔离度的开关。若有必要,可以在发射机电路的通道上使用附加的开关,以获得进一步的隔离。

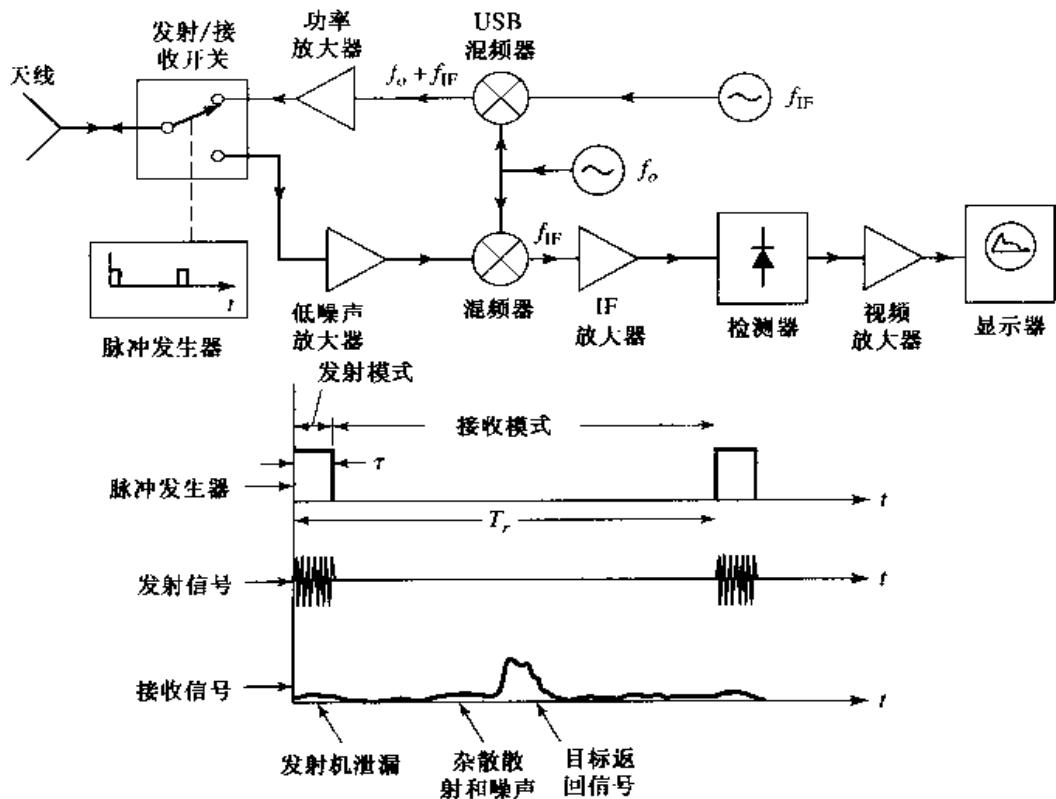


图 13.18 脉冲雷达系统和定时图

13.3.3 多普勒雷达

若目标沿雷达视线方向有速度分量，则由多普勒效应返回的信号相对于发射频率将有频率偏移。若发射频率为 f_o ，目标的径向速度为 v ，则频率偏移，或者称为多普勒频率，将是

$$f_d = \frac{2v f_o}{c} \quad (13.40)$$

其中 c 是光速。则接收频率为 $f_o \pm f_d$ ，其中正号相应于趋近的目标，而负号相应于远离的目标。

图 13.19 显示了基本的多普勒雷达系统。可看到它比脉冲雷达简单得多，因为用了连续波信号，并且因为接收信号的频率偏移了多普勒频率，发射振荡器也可用做接收混频器的本振。混频器后面的滤波器的通带应该相应于预期的最大和最小目标速度。滤波器应在零频率上具有很高的衰减，以消除频率为 f_o 的杂散回波和发射机泄漏的影响，这些信号都将下变频到零频率。这样，发射机和接收机之间的高度隔离不是必须的，因此能够采用环形器。这种形式的滤波器响应也有助于降低 $1/f$ 噪声的影响。

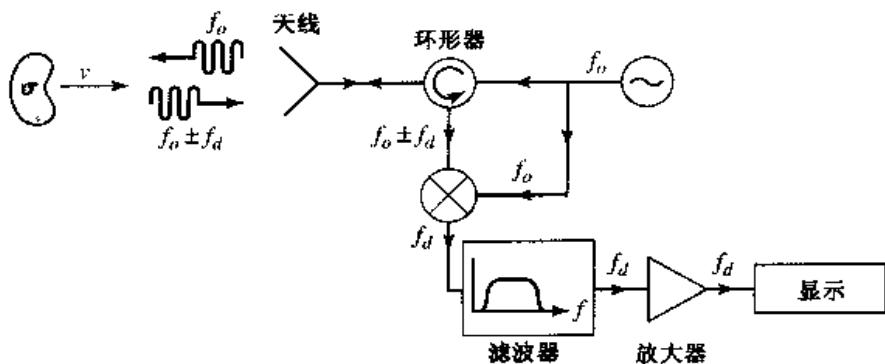


图 13.19 多普勒雷达系统

上述雷达不能区分趋近和远离的目标,因为 f_d 的符号在检测过程中丢失了。然而,采用一个混频器分别产生上、下边带信号,能够恢复这一信息。

由于从运动目标来的脉冲雷达回波包含了多普勒频移,因此有可能用单个雷达确定目标的距离和速度两者(若应用窄波束天线,也可以确定位置)。已知这样的雷达为脉冲多普勒雷达(pulse-doppler radar),相对于脉冲雷达或多普勒雷达,它具有一些优点。脉冲雷达的一个问题是它不能区别真正的目标和从地面、树林和建筑物等来的杂散回波。这样的杂散回波可以从天线旁瓣中检测到。但是,若目标是运动的(例如,在飞机场搜索雷达的应用中),应用多普勒频移就能够分开从静止物体来的杂散回波。

13.3.4 雷达截面

雷达目标可用式(13.36)定义的雷达截面来表征,它给出了散射功率和注入功率密度的比。目标的截面依赖于入射波的频率和偏振,以及相对于目标的入射角和反射角。因此可以定义单基地雷达截面(入射角和反射角相同)和双基地雷达截面(入射角和反射角不同)。

对于简单形状的目标,可以作为电磁边值问题计算雷达截面;更复杂的目标需要数值求解或测量求得截面。导体球的雷达截面能够精确计算;使用球的物理横截面 πa^2 归一化的单基地雷达结果如图13.20所示。注意,对于电小尺寸的球($a \ll \lambda$),截面随着球半径很快增加。这一区域称为瑞利区(Rayleigh region),在这一区域可以证明 σ 随着 $(a/\lambda)^4$ 变化(这种对频率的强烈依赖关系可以解释天空为什么是蓝色的,因为太阳光中的蓝色分量比较低频率的红色分量更容易被大气中的微粒散射)。

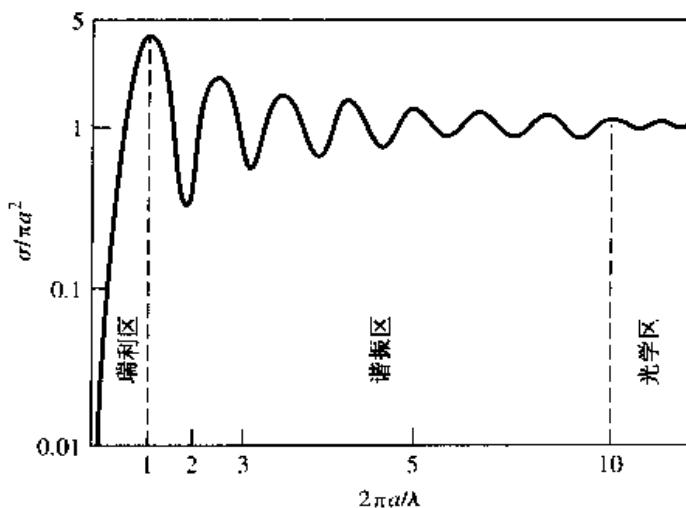


图13.20 导体球的单基地雷达截面

对于 $a \gg \lambda$ 的电大尺寸的球,其雷达截面等于其物理横截面 πa^2 。这是光学区(optical region),其中几何光学有效。许多其他形状的物体,如正入射下的平板,同样有电大尺寸物体的雷达截面趋于物理面积。

在瑞利区和光学区之间是谐振区(resonance region),这里球的电尺寸与波长同量级。在这一区域,由于不同散射场分量的相位相加和相消使得雷达截面随着频率波动变化。特别要注意的事实是在这一区域雷达截面可以达到很高的值。

如飞机或船舶那样的复杂物体的雷达截面随着频率和物体方位快速变化。在军事应用中,常常希望车辆的雷达截面最小化以避免检测到。在车辆的外结构上采用吸收材料(有耗介质)能够达到这一目的。表13.2列出了各种不同目标的近似雷达截面。

表 13.2 典型的雷达截面

目标	$\sigma(\text{m}^2)$
鸟	0.01
导弹	0.5
人	1
小飞机	1~2
自行车	2
小船	2
战斗机	3~8
轰炸机	30~40
大型客机	100
载重汽车	200

13.4 辐射计系统

雷达系统发射一个信号并接收从目标来的回波获得关于目标的信息,因此能够说成是有源遥感系统。然而辐射计采用的是无源技术,它得出的目标信息是来自黑体辐射(噪声)中的微波成分,这种黑体辐射是直接由目标发射来的,或是从周围物体反射的。辐射计是一个特别设计的灵敏接收机,用以测量该噪声功率。

13.4.1 辐射计的理论和应用

正如 10.1 节讨论的那样,温度为 T 的热力学平衡的物体根据普朗克辐射定律可推导出辐射能量。在微波范围,该结果退化为 $P = kTB$,其中 k 是玻尔兹曼常数, B 是系统带宽, P 是辐射功率。这一结果仅能严格应用于黑体,黑体定义为一个理想化的材料,吸收所有入射能量,没有反射;黑体辐射能量的速率与吸收能量速率一样,因此保持热平衡。非理想的物体部分地反射入射能量,所以辐射的功率没有同样温度下黑体辐射的功率多。某个物体辐射的功率相对于同样温度下黑体辐射功率的量度是发射率 e , 定义为

$$e = \frac{P}{kTB} \quad (13.41)$$

其中 P 是非理想物体辐射的功率, kTB 是完善黑体的辐射功率。因为 $0 \leq e \leq 1$, 所以对于完善的黑体有 $e = 1$ 。

正如 10.1 节看到的, 噪声功率也能够用等效温度定量描述。为了用于辐射计情况, 定义亮度温度 T_B 如下:

$$T_B = eT \quad (13.42)$$

其中 T 是物体的物理温度。此式表明从辐射计看来,一个物体看起来绝对没有实际温度热,因为 $0 \leq e \leq 1$ 。

现在考虑图 13.21, 它显示了接收各种噪声功率来源的辐射计天线。这个天线指向地球上的某一区域,它具有表观亮度温度 T_B 。大气在所有方向上发出辐射,直接指向天线的辐射分量为 T_{AD} ,而从地球反射到天线的功率为 T_{AR} 。同时可以存在从太阳或其他源进入天线旁瓣的噪声功率。因此,能够看到,被辐射计看到的总亮度温度是观察到的场景以及观察角、频率、偏振、大气衰减和天线辐射图的函数。辐射计的目的是从被测亮度温度信息以及根据辐射计机理(描述亮度温度与场景的物理条件的关系)的分析,推断出场景的信息。例如,从覆盖在土壤上的一

一个均匀雪层的反射功率能够处理成多层介质层的平面波反射,这就发展成一种算法,以便给出用各个频率下测量的亮度温度表示的雪层厚度。

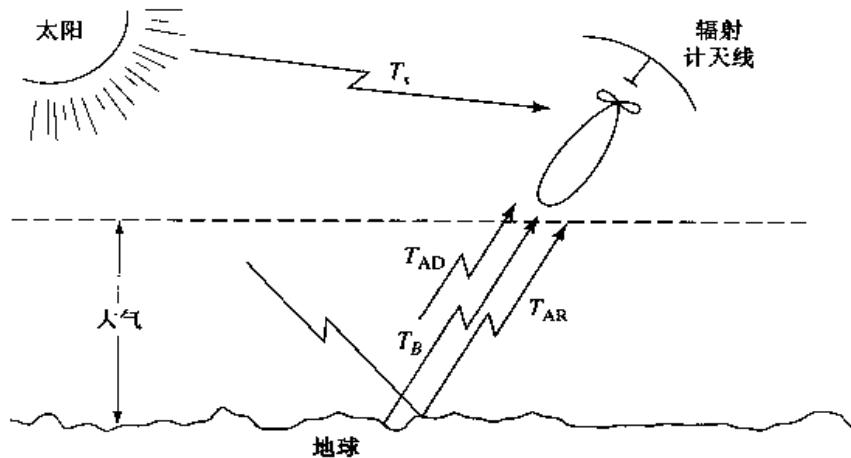


图 13.21 在典型的辐射计应用中的噪声功率源

微波辐射计是一个相当新的技术领域,并且也是很强的交叉学科领域,它利用了从电力工程、海洋学、地球物理学和大气以及空间科学等学科得到的结果。下面列举了微波辐射计的某些更有代表性的应用。

环境应用

- 测量土壤湿度
- 洪水的地域分布
- 雪/冰覆盖图
- 海洋表面风速
- 大气温度剖面
- 大气湿度剖面

军事应用

- 目标探测
- 目标识别
- 搜索
- 绘制地图

天文应用

- 行星位置测绘
- 太阳发射测绘
- 银河系天体测绘
- 宇宙背景辐射测量

图 13.22 显示了用于测量大气的水蒸气分布图的辐射计照片。

13.4.2 全功率辐射计

微波工程师最感兴趣的有关辐射计的问题是辐射计本体的设计。基本问题是制造一个接

收机,它能够将需要的辐射计噪声和接收机固有的噪声区分开来,虽然在通常情况下前者小于后者。我们将首先考虑全功率辐射计,虽然它不是一个很实际的仪器,但是它代表了解决问题的简单和直接的方法,因此也用来表示辐射计设计中包含的困难。

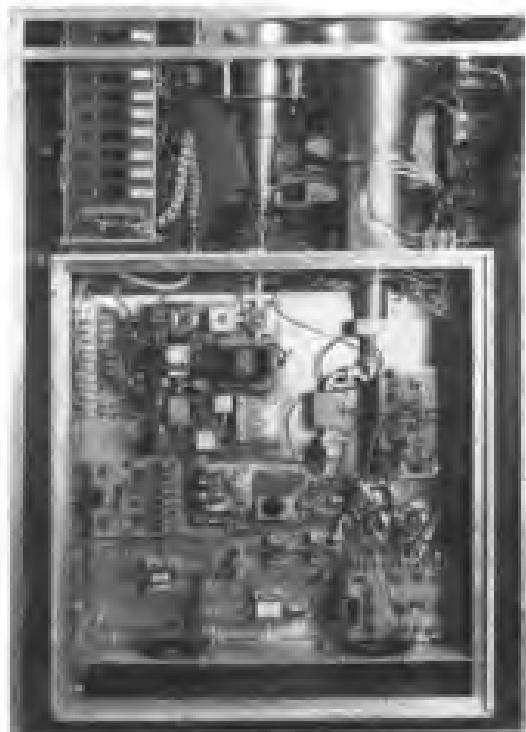


图 13.22 用于测量大气的水蒸气分布图的多通道微波辐射计照片。这一系统具有一个工作于 36.5 GHz 的接收机,用以传感大气中的液态水,以及工作于 16 – 28 GHz 的第二组接收机,用以取样 22 GHz 的水蒸气谐振峰。承蒙麻省大学微波遥感实验室允许采用

典型的全功率辐射计的方框图如图 13.23 所示。接收机前端是一个标准的超外差电路,包括 RF 放大器,混频器/本振以及 IF 级。IF 滤波器决定了系统的带宽 B 。通常,检波器是一个平方律器件,它的输出电压正比于输入功率。积分器实际上是截止频率为 $1/\tau$ 的低通滤波器,它用来平滑噪声功率中的短期变化。为了简化,我们假定天线是无损耗的,虽然在实际的天线中,损耗将影响天线的表现温度,如式(13.18)所指出的那样。

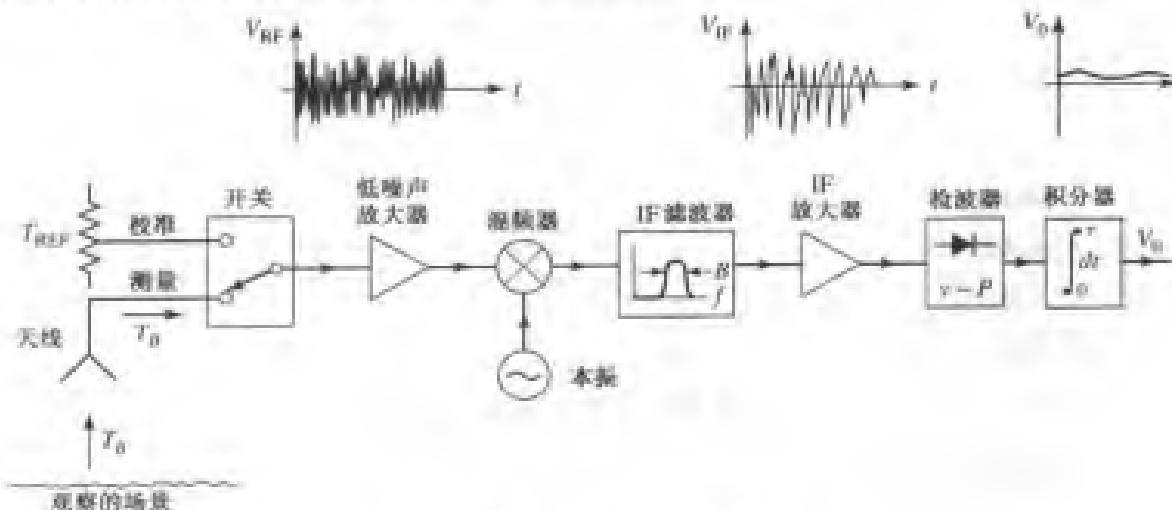


图 13.23 全功率辐射计的方框图

若天线指向亮度温度为 T_B 的背景场景, 天线功率将是 $P_A = kT_B B$; 这就是希望的信号。接收机产生的噪声能够用接收机输入处的功率 $P_R = kT_R B$ 表征, 其中 T_R 是接收机的总噪声温度。因此辐射计的输出电压是

$$V_o = G(T_B + T_R)kB \quad (13.43)$$

其中 G 是辐射计的总增益常数。从概念上说, 可以用两个校准的噪声源代替天线输入, 由此确定系统常数 GkB 和 GT_RkB (这一方法类似于测量噪声温度的 Y 因子法)。因此能够用此系统测量出期望的亮度温度 T_B 。

用此种辐射计可出现两种误差。第一个误差是测量亮度温度时由噪声起伏引起的误差 ΔT_N 。由于噪声是一个随机过程, 被测的噪声功率可以从一个积分周期到下一个积分周期变化。积分器(或低通滤波器)的作用就是平滑 V_o 中大于 $1/\tau$ 的频率分量的波纹。剩余误差能够表示为^[4]

$$\Delta T_N = \frac{T_B + T_R}{\sqrt{B\tau}} \quad (13.44)$$

这一结果表明若能够容忍较长的测量时间 τ , 则由噪声起伏引起的误差能够降到可忽略的大小。

一个更严重的误差是由系统增益 G 的随机变化引起的。这样的变化通常在 1 s 周期或更长的时间内在 RF 放大器、混频器或 IF 放大器中出现。所以, 若有某个 G 值(它随测量时刻变化)来校准系统, 见参考文献[4]给出的那样, 将出现的误差为

$$\Delta T_G = (T_B + T_R) \frac{\Delta G}{G} \quad (13.45)$$

其中 ΔG 是系统增益 G 的均方根(ms)变化量。

这里给出某些典型的数字。例如, 某个 10 GHz 全功率辐射计的带宽为 100 MHz, 接收机温度为 $T_R = 500$ K, 积分时间常数为 $\tau = 0.01$ s, 系统增益变化为 $\Delta G/G = 0.01$ 。若天线温度是 $T_B = 300$ K, 式(13.44)给出的由噪声起伏引起的误差为 $\Delta T_N = 0.8$ K, 而式(13.45)给出的由增益变化引起的误差为 $\Delta T_G = 8$ K。这些结果是基于合理的实际数据得到的, 表明增益变化是影响全功率辐射计精度的最不利因素。

13.4.3 迪克辐射计

我们已经看到影响全功率辐射计精度的决定因素是整个系统的增益变化。既然这样的增益变化具有相当长的时间常数(> 1 s), 概念上说用快速率重复校准辐射计消除该误差是有可能的。这就是迪克(Dicke)零平衡辐射计的工作原理。

系统框图如图 13.24 所示。超外差接收机与全功率辐射计相同, 但是其输入在天线和一个可变功率噪声源之间开关, 这一开关称为迪克开关。平方律检波器的输出驱动一个同步解调器, 后者由一个开关和一个差分电路组成。解调器开关与迪克开关同步工作, 使减法器的输出正比于从天线来的噪声功率 T_B 和参考噪声源来的噪声功率 T_{REF} 的差。然后, 减法器的输出用做误差信号送到反馈控制电路, 用以控制参考噪声源的功率电平, 使 V_o 趋于零。在该平衡状态下 $T_B = T_{REF}$, T_B 可由控制电压 V_c 导出。选择方波取样频率 f_s 比系统增益的漂移时间快得多, 以致这一效应实际上被消除。典型的取样频率在 10~1000 Hz 的范围。

典型的辐射计将测量大约 50~300 K 范围的亮度温度; 这就意味着参考噪声源也必须覆盖这一相同的范围, 而实际上这是难以做到的。因此, 对上述设计做了几种变化, 在参考噪声源的控制和加到系统中的方法有些不同。一种可能的方法是应用一个恒定的 T_{REF} , 它比测量的最大

T_B 热一些。然后,发送到系统的参考噪声功率的大小用改变取样波形的脉冲宽度控制。另一种方法是使用恒定的参考噪声功率,并在参考取样时间内改变 IF 级的增益以达到零输出。代替迪克辐射计的其他可能方案在参考文献[4]中讨论。

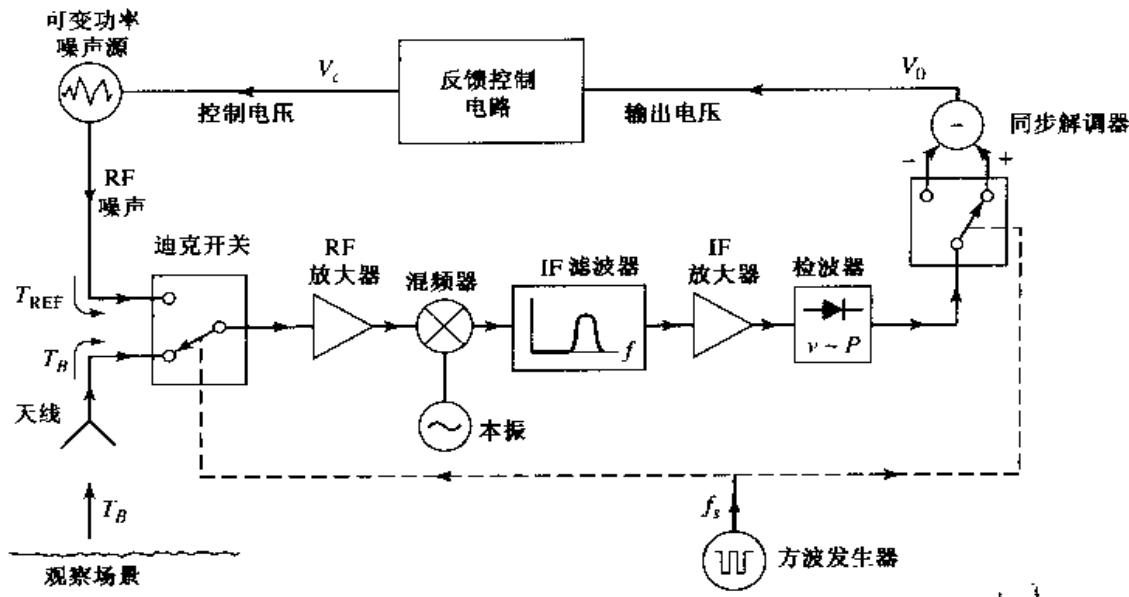


图 13.24 平衡迪克辐射计的框图

13.5 微波传输

在真空,电磁波直线传输,没有衰减和其他不利效应。然而真空只是微波能量在大气中或者地球存在的条件下传输时的一种近似的理想情况。实际上,通信、雷达或者辐射计系统严重地受传输效应的影响,诸如反射、折射、衰减或衍射。下面,我们将讨论能够影响微波系统工作的某些特殊的传输现象。传输效应通常不能在任何精确的或严格的意义上定量描述,而只能用它们的统计量描述,认识到这一点是很重要的。

13.5.1 大气的影响

大气的相对介电常数接近于 1,但是实际上它是空气的压力、温度和湿度的函数。一个在微波频率下有用的经验公式用下式给出^[5]

$$\epsilon_r = \left[1 + 10^{-6} \left(\frac{79P}{T} - \frac{11V}{T} + \frac{3.8 \times 10^5 V}{T^2} \right) \right]^2 \quad (13.46)$$

其中, P 是以毫巴为单位的大气压, T 是热力学温度, V 是以毫巴表示的水蒸气压。结果表明通常随高度增加,介电常数下降(趋于 1),因为压力和湿度比温度随着高度更快地减小。介电常数随着高度的这种变化引起了无线电波向着地球弯曲,如图 13.25 所示。这种无线电波的折射有时可能是有用的,因为它可以使得雷达和通信系统的工作距离延长到超过存在地平线引起的限制。

若天线在地面上高度 h 处,应用简单的几何关系可以给出到地平线的视线距离为

$$d = \sqrt{2Rh} \quad (13.47)$$

其中 R 是地球半径。从图 13.25 我们看到,折射对工作距离的影响可以用有效地球半径 kR 来考虑,这里 $k > 1$ 。通常应用的数值是 $k = 4/3$ ^[5],但这只是一个平均值,它随着天气条件变化。在一个雷达系统中,折射效应能够导致在确定接近地平线的目标的高度时产生误差。

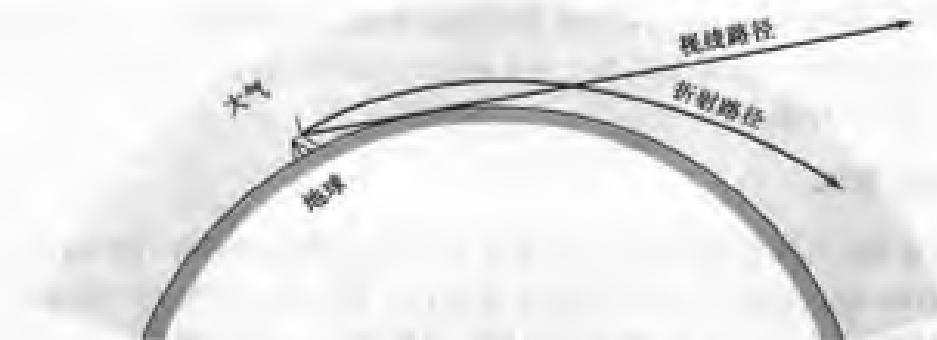


图 13.25 大气引起的无线电波折射

天气条件有时能够产生温度逆转,即温度随着高度增加。则式(13.46)表明随着高度的增加,大气的介电常数的降低将比通常快得多。这一条件有时能够导致波道效应(也称为捕获效应,或者称为异常传输),这时无线电波能够平行地球表面经过沿着温度逆转的空气层建立的波道传输很长距离。这一情况类似于介质波导中的传输。这样的波道能够在高度 50~500 英尺的范围内,可以接近地球表面,或者在较高的位置。

大气的另一个效应是主要由水蒸气和分子氧对微波能量的吸收引起的衰减。最大吸收出现在微波频率与水和氧气分子的谐振频率相同之处,因此在这些频率处存在特有的大气衰减峰。图 13.26 显示了大气衰减与频率的关系。在低于 10 GHz 的频率处,大气对信号强度影响很小。在 22.2 GHz 和 183.3 GHz 处出现了由水蒸气谐振引起的谐振峰,而分子氧的谐振引起的峰在 60 GHz 和 120 GHz 处。因此,在毫米波段接近 35 GHz、94 GHz 和 135 GHz 处存在“窗口”,这里雷达和通信系统具有最小的损耗。下雨、降雪和雾将增加衰减,特别是在高频处影响更大。应用 Friis 传输方程或雷达方程时,能够在系统设计中包括大气衰减的影响。

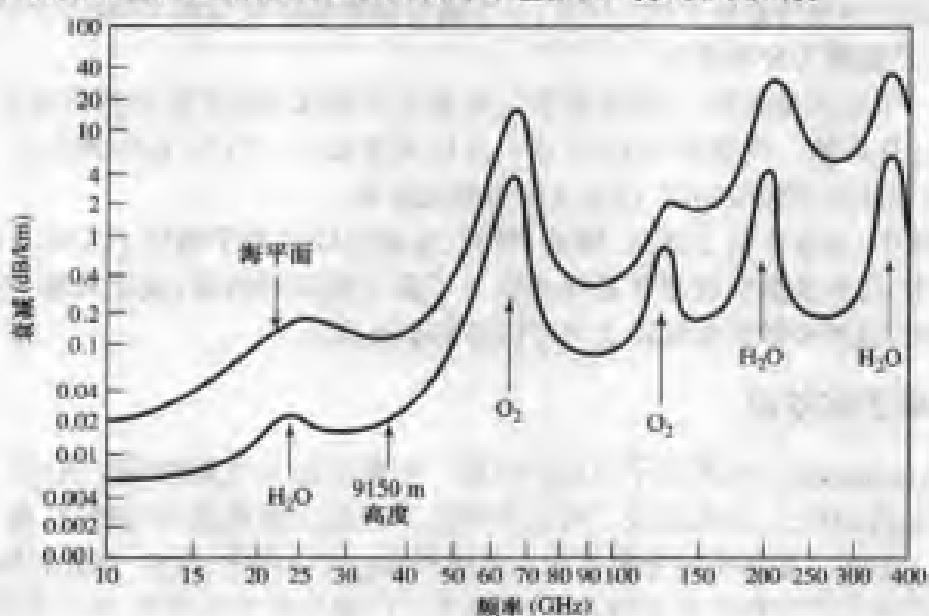


图 13.26 平均大气衰减与频率的关系(水平偏振)

在某些例子中,系统频率可以选择在大气最大衰减点。为了对大气条件的敏感性最大(见图 13.26)^①,常常使用工作于 20 GHz 或 55 GHz 附近的辐射计进行大气遥感(温度、水蒸气、降雨

① 原书为图 13.26,有误。——译者注

率)。另一个感兴趣的例子是在 60 GHz 的航天器与航天器之间的通信。这一毫米波频率具有大的带宽并有高增益的小型天线，并且因为在这个频率大气衰减很大，所以来自于地球的干扰、堵塞和窃听的可能性大大降低。

13.5.2 大地的影响

大地的存在对微波传输的最明显影响是来自大气表面(陆地和海洋)的反射。正如图 13.27 所示，一个雷达目标(或者接收机天线)可能会被来自发射机的直达波和大地的反射波共同照射。通常反射波的振幅小于直达波，因为反射波行进距离较大，而且通常它源自发射天线的旁瓣区域的辐射，并且大地不是一个完全的反射体。然而，目标或接收机接收的信号是这两个波分量的矢量和，并且依赖于两个波的相对相位，可以大于或小于单独的直达波。由于涉及以电波长表示的距离通常是很大的，甚至大气介电常数的微小变化都能够引起信号强度的衰落(fading，长期涨落)或闪烁(scintillation，短期涨落)。这些效应也能够由大气不均匀的反射引起。

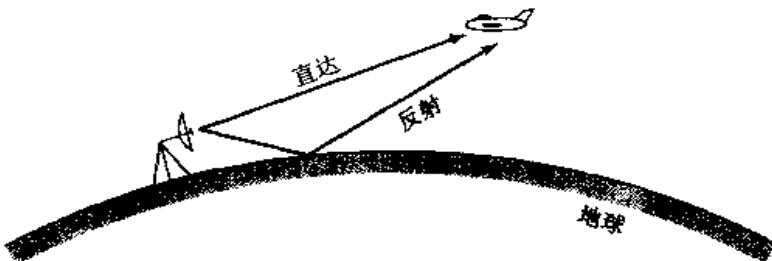


图 13.27 在地球表面上的直达波和反射波

在通信系统中，由于下述事实，这样的衰落有时能够降低，即具有不同频率、偏振或物理位置的两个通信信道的衰落是独立的。因此，一个通信链路能够联合两个(或多个)这样的信道以降低衰落，这一系统称为分集系统。

大地的另一个效应是绕射，无线电波靠它在地平线的视线边界附近散射能量，因此得到略超过地平线的工作距离。在微波频率处，这一效应通常很小。当然，在传播路径上存在诸如小丘、大山和建筑物这样的障碍物时，绕射效应可能比较强。

在雷达系统中，常有来自于地而、植被、树林、建筑物以及海平而的不希望有的反射。在搜索或跟踪雷达中，这些杂散回波通常恶化或掩盖了真实的目标回波，或者表现为假目标。在测绘或遥感应用中，这些杂散回波实际上可以构成期望的信号。

13.5.3 等离子体效应

等离子体(plasma)是由电离粒子组成的气体。电离层由大气的球面层组成，其中带有已经被太阳辐射而电离的粒子，因此形成了等离子体区。在航天器重返大气层时，由于摩擦产生的高温在其表面上形成了很浓密的等离子体。等离子体也可由闪电、流星、曳光和核爆炸产生。

等离子体用单位体积中的粒子数表征；电磁波可以被等离子体反射、吸收和在其中传输，具体取决于它的密度和频率。对于均匀等离子体区，能够定义有效介电常数为

$$\epsilon_e = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad (13.48)$$

其中，

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Nq^2}{m\epsilon_0}} \quad (13.49)$$

是等离子体频率。在式(13.49)中, q 是电子电荷, m 是电子质量, N 是单位体积中的电离粒子数。研究在这样的介质中平面电磁波传输的麦克斯韦方程的解, 可以证明仅仅在 $\omega > \omega_p$ 时电磁波才能通过等离子体传输。较低频率的电磁波将全部被反射。若存在磁场, 则等离子体变成各向异性, 从而分析将更加复杂。在某些情况下, 地球磁场可以强到足以产生这样的各向异性。

电离层由具有不同离子密度的几个不同的层组成; 以离子密度增加的顺序, 这些层称为 D , E , F_1 和 F_2 。这些层的特征依赖于季节天气和太阳周期, 但平均等离子体频率大约为 8 MHz, 因此, 频率小于 8 MHz 的信号(例如短波无线电)能够通过电离层反射行进到超过地平线的距离。然而较高频率的信号将穿过电离层。

类似的效果出现在进入大气层的航天器上。航天器的速度引起了围绕飞行器的很浓密的等离子体。根据式(13.49), 当电子密度足够高时, 会致使等离子体频率非常高, 因此地面和航天器的通信被阻断, 直到它的速度降低下来才恢复通信。除了这一阻断通信的效果外, 等离子体层还可能引起天线和它的馈线之间的大的阻抗失配。

13.6 其他应用和专题

13.6.1 微波加热

对于平常的消费者来说, “微波”一词就意指微波炉, 它在家庭中被用来加热食物, 在工业和医疗方面也应用微波加热。正如图 13.28 所示, 微波炉是一个相当简单的系统, 它包括一个高功率源、一条馈送线和一个微波炉腔。源通常是一个工作于 2.45 GHz 的磁控管, 当希望有较大的穿透力时, 有时使用 915 MHz 的频率。功率输出通常在 500 W 到 1500 W 之间。微波炉腔具有金属壁, 并且是电大尺寸。为了降低炉中驻波引起的不均匀加热的影响, 使用一个模式搅拌器以扰动炉内的场分布, 模式搅拌器就是一个金属扇片。食物放置在一个用马达驱动的圆盘上旋转。

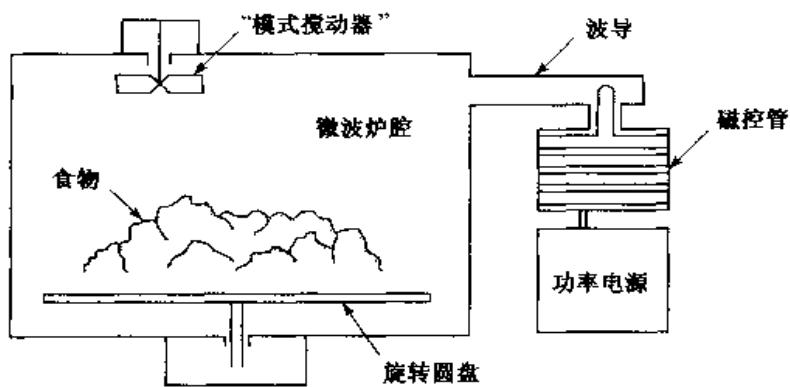


图 13.28 微波炉

在通常的炉子中, 用煤气、木炭火或者电加热的元件在被加热材料的外部产生热。通过对流对材料外部加热, 而通过传导对材料内部加热。与此不同, 在微波加热中, 首先对材料内部加热。实现这一点的过程主要包括带有大的损耗角正切的材料中的传热耗散^{[6],[7]}。一个感兴趣的事是, 随着温度增加, 许多食物的损耗角正切减小, 以致微波加热具有某种程度的自调节能力。结果是与通常的烹调相比, 微波烹调给出了更快和更均匀的食物加热。微波炉的效率定义

为转换到加热的功率与提供给炉子的功率的比,通常它小于 50%;然而,通常它大于一般的炉子的烹调加热效率。

微波炉设计中最关键的问题是安全性,因为使用的是很高的功率源,泄漏电平必须很小,以避免用户遭受有害的辐射。因此,磁控管、馈电波导和炉子腔体都必须仔细地屏蔽。炉门需要特别注意;除去关闭的机械容差外,门四周的连接处应用 RF 吸收材料,并且 $\lambda/4$ 的扼流法兰盘用来使泄漏降至可接受的水平。

13.6.2 功率传送

电功率传输线是使能量从一个点传送到另一点的很有效和方便的方法,因为它们具有相当低的损耗和初始费用,并且能够容易地路由。然而,在一些应用中,使用这样的功率传输线是不方便的或不可能的。在这种情况下,可以设想不用传输线而是用聚焦很好的微波束来发送电功率^[8]。

一个例子是太阳能卫星电站,其中建议用大轨道太阳能电池阵列在空间产生电力,然后用微波束发送到地球上的接收站。因此,这就提供了一个实际上不会耗尽的电力源。将太阳能电池阵列放在空间具有的优点是,功率传递不受黑夜、云层或雨雪的阻碍,这是地球基地太阳能电池阵列遇到的问题。

为了与其他功率源相比在经济上有竞争力,太阳能功率卫星站必须很大。一个建议是太阳能电池阵列尺寸达到 $5 \times 10 \text{ km}$,馈送到一个 1 km 直径的相控阵天线。送到地球的功率输出为 5 GW 量级。在价格和复杂性上看,这样的工程是庞大的。关心这样的方案的运行安全性是合理的要求,这存在两个方面的问题,一是当系统按设计运行时连带有它的辐射伤害问题,另一问题是系统失效的风险。这些考虑以及如此巨大的集中功率系统衍生的政治和哲学问题,使得太阳能卫星功率站的未来成为疑问。

概念上类似但尺度小得多的一种情况是,电功率从地球向飞行器传输,诸如小型无人驾驶直升机或飞机。其优点是这样的飞行器能够至少在有限范围内无限期地并且很安静地运行。战场搜索和天气预报是某些可能的应用。这一概念已经在包含小型无领航飞机的一些工程项目中得到了证明。

一个很高功率的脉冲微波源和一个高增益天线能够用来将强的能量脉冲传递到目标,因此被用做武器。脉冲可以足够强,在物质上破坏目标,或者它可以使灵敏的电子系统过载和损坏。

13.6.3 生物效应和安全性

已经证明人体暴露在微波辐射下的危险是由于热效应。身体吸收 RF 和微波能量并转换成热;就像微波炉的情况一样,这种加热出现在身体内部并且在低功率电平时可以感觉不到。这样的加热的最大危险在脑部、眼睛、生殖器和胃部等器官。过量的辐射能够导致白内障、不育或者癌症。因此,重要的问题是确定安全辐射电平的标准,以使微波设备的用户不会暴露在有伤害性的辐射电平之下。

对于暴露在电磁场之下的人体,最新美国安全标准由 IEEE 标准 C95.1-1991 给出。在 100 MHz 到 300 GHz 的 RF 和微波范围内,设定的辐照极限按功率密度 (W/cm^2) 作为频率的函数显示在图 13.29 中。在这个频率范围内的低端推荐的安全功率密度极限低到 0.2 mW/cm^2 ,因为在较低频率处,场能够更深地透进身体。在频率高于 15 GHz 处,功率密度极限上升到 100 mW/cm^2 ,因为在这样的频率下,大多数功率会被皮肤表面吸收。作为比较,在晴朗的天气下,太阳的辐射功

率密度大约为 100 mW/cm^2 ,但是这一辐射的效应远没有低频微波的相应辐射电平严重,因为太阳只在身体外加热,产生的热很多又被空气再吸收,而微波功率从身体内部加热。低于 100 MHz 的电磁场与身体的相互作用不同于较高频率的电磁场,所以对这些较低频率处的场分量设定了不同的极限。

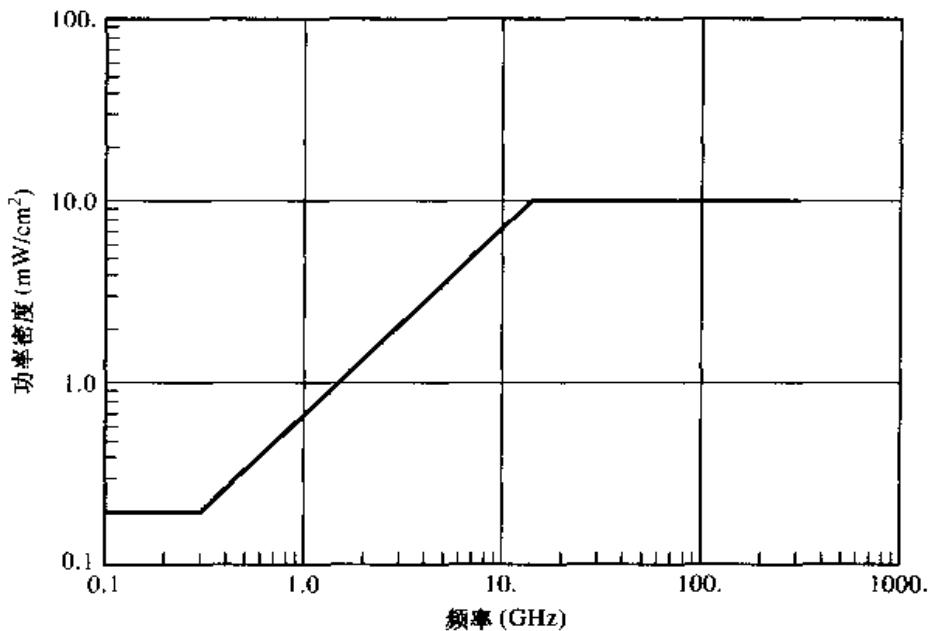


图 13.29 IEEE 标准 C95.1-1991 推荐的人体辐照在 RF 和微波电磁场的功率密度极限

其他国家有着不同的微波辐照极限的标准,其中有些低于美国的极限。这些标准中有些是辐照时间的函数,对于较长时间的辐照设定了较低的功率密度极限。在美国对于微波炉有另一个标准;法律要求所有的微波炉都要经过试验以保证距微波炉 5 cm 的任一点处的功率电平不超过 1 mW/cm^2 。

大多数专家认为上述极限代表了安全的功率电平,并有合理的裕度。然而某些研究者认为由于长期辐照下的非热效应可能出现健康伤害,甚至对较低的微波辐射电平。

例题 13.7 在微波无线链路邻近的功率密度

一个 6 GHz 公共载波微波通信链路使用一个增益为 40 dB 的塔式天线,发射机功率为 5 W ,为了估计这一系统的辐射伤害,计算距天线 20 m 处的功率密度。在天线的主波束位置和天线旁瓣区的位置上进行这一计算。假定最坏情况的旁瓣电平为 -10 dB 。

解:

用数值表示的天线增益为

$$G = 10^{40/10} = 10^4$$

则由式(13.23)可得在天线主波束区域距离 $R = 20 \text{ m}$ 处的功率密度为

$$S = \frac{P_{\text{in}} G}{4\pi R^2} = \frac{5 \times 10^4}{4\pi (20)^2} = 10. \text{ W/m}^2 = 1.0 \text{ mW/cm}^2$$

在旁瓣区域最坏情况的功率密度比该值低 10 dB ,或者是 0.10 mW/cm^2 。

因此,我们看到在主波束区域 20 m 处的功率密度低于美国标准。在旁瓣区的功率密度比这一标准低很多。这些功率密度随着距离增加,以 $1/r^2$ 的关系快速减小。■

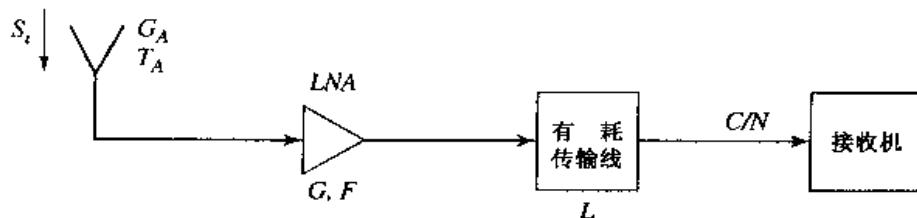
参考文献

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd edition, Wiley, N.Y., 1997.
- [2] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 2nd edition, Wiley, N.Y., 1998.
- [3] L. J. Ippolito, R. D. Kaul, and R. G. Wallace, *Propagation Effects Handbook for Satellite Systems Design*, 3rd. edition, NASA Publication 1082(03), June 1983.
- [4] F. T. Ulaby, R. K. Moore, and A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing: Active and Passive, Volume 1, Microwave Remote Sensing, Fundamentals and Radiometry*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1981.
- [5] M. I. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*, McGraw-Hill, N.Y., 1962.
- [6] F. E. Gardiol, *Introduction to Microwaves*, Artech House, Dedham, Mass., 1984.
- [7] E. C. Okress, *Microwave Power Engineering*, Academic Press, N.Y., 1968.
- [8] W. C. Brown, "The History of Power Transmission by Radio Waves," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 1230–1242, September 1984.

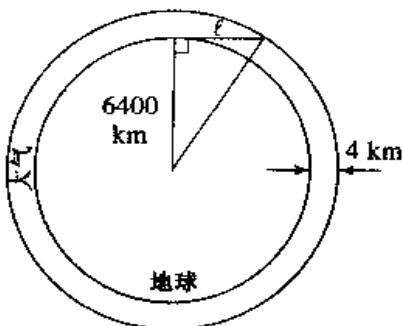
习题

- 13.1 一个天线的辐射图函数为 $F_\theta(\theta, \phi) = A \sin\theta \sin\phi$ 。求这一天线的主波束位置、3 dB 带宽和以 dB 表示的方向性。
- 13.2 在大的地面上的一个单极天线在 $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ 的范围内具有辐射图函数 $F_\theta(\theta, \phi) = A \sin\theta$ ，在 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 范围内辐射场为零。求这一天线以 dB 表示的方向性。
- 13.3 一个 DBS 反射器天线工作于 12.4 GHz，直径为 18 英寸。若孔径效率为 65%，求方向性。
- 13.4 一个用于蜂窝基站回程无线链路的反射器天线工作于 38 GHz，增益为 39 dB，辐射效率为 90%，直径为 12 英寸。(a)求这天线的孔径效率。(b)求半功率带宽，假定两个主平面上的带宽相同。
- 13.5 一个工作于 2.4 GHz 的高增益天线阵指向天空某一区域，假定背景具有 5 K 的均匀温度。对天线温度测得的噪声温度为 105 K。若天线的物理温度是 290 K，天线的辐射效率是多少？
- 13.6 将天线和有损耗传输线看做是两个网络的级联，它们的等效噪声温度由式(13.18)和式(10.15)给出。推导式(13.20)。
- 13.7 考虑用微带阵列天线代替一个 DBS 圆盘天线。一个微带阵提供了一个美学上合意的平坦剖面，但需要承受其馈送网络中的相当高的损耗。若背景噪声温度为 $T_B = 50$ K，天线增益为 33.5 dB，接收机 LNB 噪声系数是 1.1 dB，求微带阵天线的总 G/T 和 LNB，假设阵的总损耗为 2.5 dB。假定天线的物理温度为 290 K。
- 13.8 在距离工作于 5.8 GHz 的天线 300 m 处，测得主波束中辐射功率密度为 7.5×10^{-3} W/m²。若已知天线的输入功率是 85 W，求天线的增益。
- 13.9 若一个蜂窝基站与其位于 5 km 外的移动电话交换局(MTSO)相连，估算两种可能的相连情况：1)工作于 28 GHz 的无线链路，有 $G_t = G_r = 25$ dB；2)使用同轴线的有线链路，同轴线具有衰减为 0.05 dB/m，沿着线路有 4 个 30 dB 的中继放大器。若这两种情况需要的最小接收功率电平相同，哪一种选择需要的发射功率更小？
- 13.10 AMPS 蜂窝电话系统的移动接收机频率为 882 MHz。假设基站发射 20 W 的 EIRP，移动接收机天线的增益为 1 dBi，噪声温度为 400 K。若要求接收机输出处的最小 SNR 为 18 dB，求出其最大工作范围。信道带宽为 30 kHz，接收机噪声系数为 8 dB。假定这一理想问题可应用 Friis 公式。
- 13.11 考虑如下所示的 GPS 接收机系统。在地球上增益为 0 dBi 的天线接收到的有保证的最小 L1(1575 MHz)载波功率为 $S_r = -160$ dBW。一个 GPS 接收机通常指定为需要在 1 Hz 带宽下的最小载噪比 $C/N(\text{Hz})$ 。若实际上接收机天线具有增益 G_A ，噪声温度为 T_A ，假定放大器增益为 G ，连接线损耗为 L ，推导最大可

允许放大器噪声系数 F 的表达式。对于 $C/N = 32 \text{ dB-Hz}$, $G_A = 5 \text{ dB}$, $T_A = 300 \text{ K}$, $G = 10 \text{ dB}$ 和 $L = 25 \text{ dB}$ 的情况,用这个表达式进行计算。



- 13.12 科幻故事中有一个很重要的推理前提是,无线电和TV信号能够通过空间行进并被另一个星球系统的测听者接收。计算地球传递的信号能够以信噪比为0 dB的水平接收到的最大距离,可以证明上述思想是一个谬误。特别地,假定以67 MHz广播的TV信道4,具有4 MHz的带宽,发射机功率为1000 W,发射和接收天线增益都为4 dB,宇宙背景噪声温度为4 K,使用完善的无噪声接收机。若接收机要求SNR达到30 dB,这一距离下降到多大?30 dB是模拟视频信号很好接收的典型值。将它和太阳系中最近行星的距离联系起来。
- 13.13 在双基地情况下推导雷达方程,其中发射和接收天线的增益分别为 G_t 和 G_r ,到目标的距离分别为 R_t 和 R_r 。
- 13.14 某个脉冲雷达的脉冲重复频率为 $f_r = 1/T_r$ 。确定雷达的最大不模糊距离(当回波脉冲的来回传输时间大于脉冲重复时间时,将出现距离模糊,使给定的回波脉冲属于上一个发射脉冲,或是某个更早的发射脉冲变得不清楚)。
- 13.15 某个工作频率为12 GHz的多普勒雷达要求检测从1 m/s到20 m/s范围的目标速度。问该多普勒滤波器要求的带宽是多少?
- 13.16 某个脉冲雷达工作于2 GHz,具有1 kW的每个脉冲的功率。若该雷达被用来检测在10 km范围内有 $\sigma = 20 \text{ m}^2$ 的目标,问发射机和接收机之间的最小隔离度应该多大,才能使发射机泄漏信号比接收信号低10 dB?假定天线增益为30 dB。
- 13.17 具有增益为 G 的天线在它的终端短路。什么是主波束方向的最小单基地雷达截面?
- 13.18 大气没有一个确定的厚度,因为大气随着高度逐渐稀薄,因而衰减也逐渐减小。但是,若用一个简化的“橘子皮”模型,假定大气能够近似为固定厚度的均匀层,就能够估算通过大气看到的背景噪声温度。为此,设大气厚度为4000 m,求沿着水平线到达大气边界的最大距离 ℓ ,如下图所示(地球半径为6400 km)。现在假定平均大气衰减为0.005 dB/km,大气外的背景噪声温度为4 K,将背景噪声与大气衰减级联起来,求在地球上看到的噪声温度。分别对指向天顶和指向水平线的理想天线进行计算。



- 13.19 28 GHz的无线链路使用塔式反射器天线,其增益为32 dB,发射机功率为5 W。(a)求在天线主波束内不超过美国推荐的安全功率密度极限 10 mW/cm^2 的最小距离;(b)若假定最坏情况旁瓣电平低于主波束10 dB,在天线旁瓣区域内的位置上,这一距离如何变化?(c)这些距离是否在天线的远场区?假定圆形反射器具有孔径效率60%。
- 13.20 在晴朗天气,太阳在头顶上,从太阳光接收的功率密度大约为 1300 W/m^2 。若简化假定为这一功率通过单频平面波传输,求最终得到的入射电磁场的振幅。

附录

附录 A 用于构成十进制倍数和分数单位的词头

所表示的因数	词头	中文名	符号
10^{12}	tera	太	T
10^9	giga	吉	G
10^6	mega	兆	M
10^3	kilo	千	k
10^2	hecto	百	h
10^1	deka	十	da
10^{-1}	deci	分	d
10^{-2}	centi	厘	c
10^{-3}	milli	毫	m
10^{-6}	micro	微	μ
10^{-9}	nano	纳	n
10^{-12}	pico	皮	p
10^{-15}	femto	飞	f

附录 B 矢量分析

B.1 坐标变换

直角坐标到圆柱坐标:

	\hat{x}	\hat{y}	\hat{z}
$\hat{\rho}$	$\cos \phi$	$\sin \phi$	0
$\hat{\phi}$	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	0
\hat{z}	0	0	1

直角坐标到球坐标:

	\hat{x}	\hat{y}	\hat{z}
\hat{r}	$\sin \theta \cos \phi$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta$
$\hat{\theta}$	$\cos \theta \cos \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$-\sin \theta$
$\hat{\phi}$	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	0

圆柱坐标到球坐标:

	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	\hat{z}
\hat{r}	$\sin \theta$	0	$\cos \theta$
$\hat{\theta}$	$\cos \theta$	0	$-\sin \theta$
$\hat{\phi}$	0	1	0

这些表可用于变换单位矢量以及矢量分量, 即

$$\begin{aligned}\hat{\rho} &= \hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi \\ A_\rho &= A_x \cos \phi + A_y \sin \phi\end{aligned}$$

B.2 矢量微分算符

直角坐标系:

$$\begin{aligned}\nabla f &= \hat{x} \frac{\partial f}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial f}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial f}{\partial z} \\ \nabla \cdot \bar{A} &= \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ \nabla \times \bar{A} &= \hat{x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \\ \nabla^2 f &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \\ \nabla^2 \bar{A} &= \hat{x} \nabla^2 A_x + \hat{y} \nabla^2 A_y + \hat{z} \nabla^2 A_z\end{aligned}$$

圆柱坐标系:

$$\begin{aligned}\nabla f &= \hat{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial f}{\partial z} \\ \nabla \cdot \bar{A} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ \nabla \times \bar{A} &= \hat{\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \hat{\phi} \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \hat{z} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right] \\ \nabla^2 f &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \\ \nabla^2 \bar{A} &= \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla \times \nabla \times \bar{A}\end{aligned}$$

球坐标系:

$$\begin{aligned}\nabla f &= \hat{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{\hat{\phi}}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \\ \nabla \cdot \bar{A} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \\ \nabla \times \bar{A} &= \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] \\ &\quad + \frac{\hat{\phi}}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \\ \nabla^2 f &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} \\ \nabla^2 \bar{A} &= \nabla \nabla \cdot \bar{A} - \nabla \times \nabla \times \bar{A}\end{aligned}$$

矢量恒等式:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = |\bar{A}| |\bar{B}| \cos \theta, \quad \theta \text{ 是 } \bar{A} \text{ 和 } \bar{B} \text{ 的夹角} \quad (\text{B.1})$$

$$|\bar{A} \times \bar{B}| = |\bar{A}| |\bar{B}| \sin \theta, \quad \theta \text{ 是 } \bar{A} \text{ 和 } \bar{B} \text{ 的夹角} \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \times \bar{C} = \bar{A} \times \bar{B} \cdot \bar{C} = \bar{C} \times \bar{A} \cdot \bar{B} \quad (\text{B.3})$$

$$\bar{A} \times \bar{B} = -\bar{B} \times \bar{A} \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) = (\bar{A} \cdot \bar{C})\bar{B} - (\bar{A} \cdot \bar{B})\bar{C} \quad (\text{B.5})$$

$$\nabla(fg) = g\nabla f + f\nabla g \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla \cdot (f\bar{A}) = \bar{A} \cdot \nabla f + f\nabla \cdot \bar{A} \quad (\text{B.7})$$

$$\nabla \cdot (\bar{A} \times \bar{B}) = (\nabla \times \bar{A}) \cdot \bar{B} - (\nabla \times \bar{B}) \cdot \bar{A} \quad (\text{B.8})$$

$$\nabla \times (f\bar{A}) = (\nabla f) \times \bar{A} + f\nabla \times \bar{A} \quad (\text{B.9})$$

$$\nabla \times (\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{A}\nabla \cdot \bar{B} - \bar{B}\nabla \cdot \bar{A} + (\bar{B} \cdot \nabla)\bar{A} - (\bar{A} \cdot \nabla)\bar{B} \quad (\text{B.10})$$

$$\nabla \cdot (\bar{A} \times \bar{B}) = (\bar{A} \cdot \nabla)\bar{B} + (\bar{B} \cdot \nabla)\bar{A} + \bar{A} \times (\nabla \times \bar{B}) + \bar{B} \times (\nabla \times \bar{A}) \quad (\text{B.11})$$

$$\nabla \cdot \nabla \times \bar{A} = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$\nabla \times (\nabla f) = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \nabla \nabla \cdot \bar{A} - \nabla^2 \bar{A} \quad (\text{B.14})$$

注意, $\nabla^2 \bar{A}$ 只对 \bar{A} 的直角分量有意义。

$$\int_V \nabla \cdot \bar{A} dv = \oint_S \bar{A} \cdot d\bar{s} \quad (\text{散度定理}) \quad (\text{B.15})$$

$$\int_S (\nabla \times \bar{A}) \cdot d\bar{s} = \oint_C \bar{A} \cdot d\bar{\ell} \quad (\text{斯托克斯定理}) \quad (\text{B.16})$$

附录 C 贝塞尔函数

贝塞尔函数是如下微分方程的解:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{df}{d\rho} \right) + \left(k^2 - \frac{n^2}{\rho^2} \right) f = 0 \quad (\text{C.1})$$

式中 k^2 是实数, n 是整数。这个方程的两个独立的解称为第 1 类和第 2 类正常的贝塞尔函数, 表示为 $J_n(k\rho)$ 和 $Y_n(k\rho)$, 所以式(C.1)的通解是

$$f(\rho) = AJ_n(k\rho) + BY_n(k\rho) \quad (\text{C.2})$$

式中 A 和 B 是由边界条件决定的任意常数。

这两个函数表示成级数形式为

$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (x/2)^{n+2m}}{m!(n+m)!} \quad (\text{C.3})$$

$$Y_n(x) = \frac{2}{\pi} \left(\gamma + \ln \frac{x}{2} \right) J_n(x) - \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(n-m-1)!}{m!} \left(\frac{2}{x} \right)^{n-2m} - \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (x/2)^{n+2m}}{m!(n+m)!} \\ \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{m} + 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n+m} \right) \quad (\text{C.4})$$

式中 $\gamma = 0.5772\cdots$ 是欧拉常数, 且 $x = k\rho$ 。注意, 当 $x = 0$ 时, 自然对数(\ln)项会使 Y_n 变为无限大。从这些级数表示式中可得到小变量公式为

$$J_n(x) \sim \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n \quad (C.5)$$

$$Y_0(x) \sim \frac{2}{\pi} \ln x \quad (C.6)$$

$$Y_n(x) \sim \frac{-1}{\pi} (n-1)! \left(\frac{x}{2}\right)^n, \quad n > 0 \quad (C.7)$$

能推导出大变量公式为

$$J_n(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) \quad (C.8)$$

$$Y_n(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) \quad (C.9)$$

图 C.1 显示了每种类型的几个最低阶的贝塞尔函数。

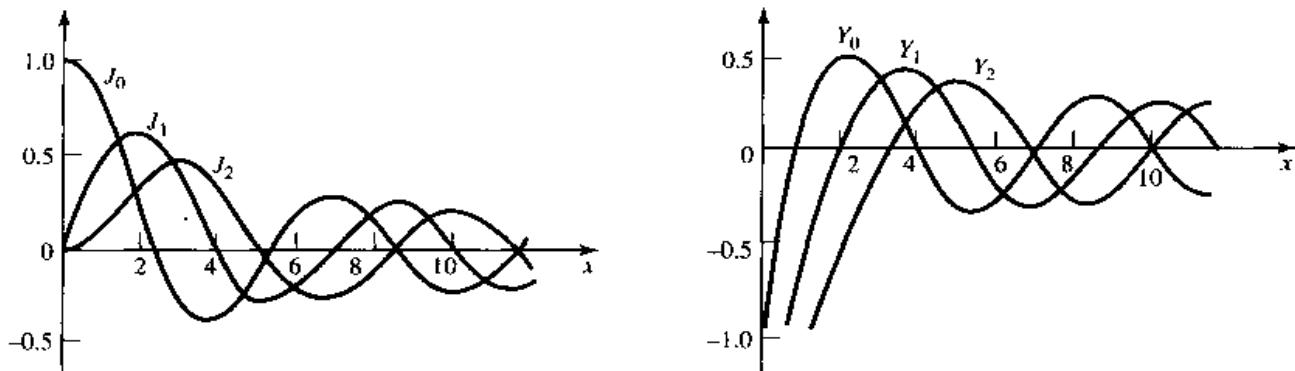


图 C.1 第 1 类和第 2 类贝塞尔函数

有关不同阶贝塞尔函数递归公式为

$$Z_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} Z_n(x) - Z_{n-1}(x) \quad (C.10)$$

$$Z'_n(x) = \frac{-n}{x} Z_n(x) + Z_{n-1}(x) \quad (C.11)$$

$$Z'_n(x) = \frac{n}{x} Z_n(x) - Z_{n+1}(x) \quad (C.12)$$

$$Z'_n(x) = \frac{1}{2}[Z_{n-1}(x) - Z_{n+1}(x)] \quad (C.13)$$

式中 $Z_n = J_n$ 或 Y_n 。下面含有贝塞尔函数的积分关系是有用的:

$$\int_0^x Z_m^2(kx)x dx = \frac{x^2}{2} \left[Z_n'^2(kx) + \left(1 - \frac{n^2}{k^2 x^2}\right) Z_n^2(kx)\right] \quad (C.14)$$

$$\int_0^x Z_n(kx) Z_n(\ell x) x dx = \frac{x}{k^2 - \ell^2} [k Z_n(\ell x) Z_{n+1}(kx) - \ell Z_n(kx) Z_{n+1}(\ell x)] \quad (C.15)$$

$$\int_0^{p_{nm}} \left[J_n'^2(x) + \frac{n^2}{x^2} J_n^2(x) \right] x dx = \frac{p_{nm}^2}{2} J_n'^2(p_{nm}) \quad (C.16)$$

$$\int_0^{p'_{nm}} \left[J_n'^2(x) + \frac{n^2}{x^2} J_n^2(x) \right] x \, dx = \frac{(p'_{nm})^2}{2} \left(1 - \frac{n^2}{(p'_{nm})^2} \right) J_n^2(p'_{nm}) \quad (\text{C.17})$$

式中 $J_n(p_{nm}) = 0$ 和 $J'_n(p'_{nm}) = 0$ 。 $J_n(x)$ 和 $J'_n(x)$ 的零点在下面的两个表中。

第 1 类贝塞尔函数的零点: $J_n(x) = 0, 0 < x < 12$

n	1	2	3	4
0	2.4048	5.5200	8.6537	11.7951
1	3.8317	7.0155	10.1743	
2	5.1356	8.4172	11.6198	
3	6.3801	9.7610		
4	7.5883	11.0647		
5	8.7714			
6	9.9361			
7	11.0863			

第 1 类贝塞尔函数的极值: $dJ_n(x)/dx = 0, 0 < x < 12$

n	1	2	3	4
0	3.8317	7.0156	10.1735	13.3237
1	1.8412	5.3314	8.5363	11.7060
2	3.0542	6.7061	9.9695	
3	4.2012	8.0152	11.3459	
4	5.3175	9.2824		
5	6.4156	10.5199		
6	7.5013	11.7349		
7	8.5778			
8	9.6474			
9	10.7114			
10	11.7709			

附录 D 其他数学结果

D.1 有用的积分

$$\int_0^a \cos^2 \frac{n\pi x}{a} dx = \int_0^a \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{a}{2}, \quad n \geq 1 \quad (\text{D.1})$$

$$\int_0^a \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi x}{a} dx = \int_0^a \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} dx = 0, \quad m \neq n \quad (\text{D.2})$$

$$\int_0^a \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} dx = 0 \quad (\text{D.3})$$

$$\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3} \quad (\text{D.4})$$

D.2 泰勒级数

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} + \frac{(x - x_0)^2}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_0} + \cdots \quad (\text{D.5})$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (D.6)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots, \quad |x| < 1 \quad (D.7)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots, \quad |x| < 1 \quad (D.8)$$

$$\ln x = 2 \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \dots, \quad x > 0 \quad (D.9)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \quad (D.10)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \quad (D.11)$$

附录 E 物理常数

- 真空介电常数 = $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m
- 真空磁导率 = $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
- 真空中的波阻抗 = $\eta_0 = 376.7 \Omega$
- 真空中的光速 = $c = 2.998 \times 10^8$ m/s
- 电子电荷 = $q = 1.602 \times 10^{-19}$ C
- 电子质量 = $m = 9.107 \times 10^{-31}$ kg
- 玻尔兹曼常数 = $k = 1.380 \times 10^{-23}$ J/K
- 普朗克常数 = $\hbar = 6.626 \times 10^{-34}$ J·s
- 旋磁比 = $\gamma = 1.759 \times 10^{11}$ C/Kg (对于 $g = 2$)

附录 F 某些材料的电导率

材料	电导率 S/m(20℃)	材料	电导率 S/m(20℃)
铝	3.816×10^7	镍铬合金	10×10^6
黄铜	2.564×10^7	镍	1.449×10^7
青铜	1.00×10^7	铂	9.52×10^6
铬	3.846×10^7	海水	3 ~ 5
铜	5.813×10^7	硅	4.4×10^{-4}
蒸馏水	2×10^{-4}	银	6.173×10^7
锗	2.2×10^6	硅钢	2×10^6
金	4.098×10^7	不锈钢	1.1×10^6
石墨	7.0×10^4	焊料	7.0×10^6
铁	1.03×10^7	钨	1.825×10^7
汞	1.04×10^6	锌	1.67×10^7
铅	4.56×10^6		

附录 G 一些材料的介电常数和损耗角正切

材料	频率	ϵ_r	$\tan\delta(25^\circ\text{C})$
氧化铝(99.5%)	10 GHz	9.5~10.	0.0003
钛酸钡	6 GHz	37±5%	0.0005
蜂蜡	10 GHz	2.35	0.005
氧化铍	10 GHz	6.4	0.0003
陶瓷(A-35)	3 GHz	5.60	0.0041
熔凝石英	10 GHz	3.78	0.0001
砷化镓	10 GHz	13.	0.006
硼硅酸(耐热)玻璃	3 GHz	4.82	0.0054
涂釉陶瓷	10 GHz	7.2	0.008
有机玻璃	10 GHz	2.56	0.005
尼龙(610)	3 GHz	2.84	0.012
石蜡	10 GHz	2.24	0.0002
树脂玻璃	3 GHz	2.60	0.0057
聚乙烯	10 GHz	2.25	0.0004
聚苯乙烯	10 GHz	2.54	0.00033
干制瓷料	100 MHz	5.04	0.0078
Rexolite(1422)①	3 GHz	2.54	0.00048
硅	10 GHz	11.9	0.004
泡沫聚苯乙烯(103.7)	3 GHz	1.03	0.0001
聚四氟乙烯	10 GHz	2.08	0.0004
二氧化钛(D-100)	6 GHz	96±5%	0.001
凡士林	10 GHz	2.16	0.001
蒸馏水	3 GHz	76.7	0.157

附录 H 一些微波铁氧体材料的特性

材料	Trans-Tech Number	$4\pi M_s$ G	ΔH Oe	ϵ_r	$\tan\delta$	T_c °C	$4\pi Mr$ G
镁铁氧体	TT1-105	1750	225	12.2	0.00025	225	1220
镁铁氧体	TT1-390	2150	540	12.7	0.00025	320	1288
镁铁氧体	TT1-3000	3000	190	12.9	0.0005	240	2000
镍铁氧体	TT2-101	3000	350	12.8	0.0025	585	1853
镍铁氧体	TT2-113	500	150	9.0	0.0008	120	140
镍铁氧体	TT2-125	2100	460	12.6	0.001	560	1426
锂铁氧体	TT73-1700	1700	<400	16.1	0.0025	460	1139
锂铁氧体	TT73-2200	2200	<450	15.8	0.0025	520	1474
钇铁氧体	G-113	1780	45	15.0	0.0002	280	1277
铝铁氧体	G-610	680	40	14.5	0.0002	185	515

① 这是美国 C-Lee Plastics 公司生产的一种聚苯乙烯微波塑料专利产品。——译者注

附录 I 标准矩形波导数据

波段	推荐的频率范围(GHz)	TE ₁₀ 截止频率(GHz)	EIA代号 WR-XX	内部尺寸 英寸(cm)	外部尺寸 英寸(cm)
L	1.12~1.70	0.908	WR-650	6.500 × 3.250 (16.51 × 8.255)	6.660 × 3.410 (16.916 × 8.661)
R	1.70~2.60	1.372	WR-430	4.300 × 2.150 (10.922 × 5.461)	4.460 × 2.310 (11.328 × 5.867)
S	2.60~3.95	2.078	WR-284	2.840 × 1.340 (7.214 × 3.404)	3.000 × 1.500 (7.620 × 3.810)
H (G)	3.95~5.85	3.152	WR-187	1.872 × 0.872 (4.755 × 2.215)	2.000 × 1.000 (5.080 × 2.540)
C (J)	5.85~8.20	4.301	WR-137	1.372 × 0.622 (3.485 × 1.580)	1.500 × 0.750 (3.810 × 1.905)
W (H)	7.05~10.0	5.259	WR-112	1.122 × 0.497 (2.850 × 1.262)	1.250 × 0.625 (3.175 × 1.587)
X	8.20~12.4	6.557	WR-90	0.900 × 0.400 (2.286 × 1.016)	1.000 × 0.500 (2.540 × 1.270)
Ku (P)	12.4~18.0	9.486	WR-62	0.622 × 0.311 (1.580 × 0.790)	0.702 × 0.391 (1.783 × 0.993)
K	18.0~26.5	14.047	WR-42	0.420 × 0.170 (1.07 × 0.43)	0.500 × 0.250 (1.27 × 0.635)
Ka (R)	26.5~40.0	21.081	WR-28	0.280 × 0.140 (0.711 × 0.356)	0.360 × 0.220 (0.914 × 0.559)
Q	33.0~50.5	26.342	WR-22	0.224 × 0.112 (0.57 × 0.28)	0.304 × 0.192 (0.772 × 0.488)
U	40.0~60.0	31.357	WR-19	0.188 × 0.094 (0.48 × 0.24)	0.268 × 0.174 (0.681 × 0.442)
V	50.0~75.0	39.863	WR-15	0.148 × 0.074 (0.38 × 0.19)	0.228 × 0.154 (0.579 × 0.391)
E	60.0~90.0	48.350	WR-12	0.122 × 0.061 (0.31 × 0.015)	0.202 × 0.141 (0.513 × 0.356)
W	75.0~110.0	59.010	WR-10	0.100 × 0.050 (0.254 × 0.127)	0.180 × 0.130 (0.458 × 0.330)
F	90.0~140.0	73.840	WR-8	0.080 × 0.040 (0.203 × 0.102)	0.160 × 0.120 (0.406 × 0.305)
D	110.0~170.0	90.854	WR-6	0.065 × 0.0325 (0.170 × 0.083)	0.145 × 0.1125 (0.368 × 0.2858)
G	140.0~220.0	115.750	WR-5	0.051 × 0.0255 (0.130 × 0.0648)	0.131 × 0.1055 (0.333 × 0.2680)

* 括号内的字母表示另一种名称。

附录 J 标准同轴线数据

RG/U 型号	阻抗 (英寸)	内导体直径 (英寸)	电介质 材料	电介质直径 (英寸)	电缆类型	总直径 (英寸)	电容 (pF/ft)	最大工作 电压 (在 1 GHz) (dB/100 ft)	损耗
RG-8A/U	52	0.0855	P	0.285	网状纺织	0.405	29.5	5000	9.0
RG-9B/U	50	0.0855	P	0.280	网状纺织	0.420	30.8	5000	9.0
RG-55B/U	54	0.0320	P	0.116	网状纺织	0.200	28.5	1900	16.5
RG-58B/U	54	0.0320	P	0.116	网状纺织	0.195	28.5	1900	17.5

(续表)

RG/U型号	阻抗	内导体直径 (英寸)	电介质 材料	电介质直径 (英寸)	电缆类型	总直径 (英寸)	电容 (pF/ft)	最大工作 电压	损耗 (在 1 GHz) (dB/100 ft)
RG-59B/U	75	0.0230	P	0.146	网状纺织	0.242	20.6	2300	11.5
RG-141A/U	50	0.0390	T	0.116	网状纺织	0.190	29.4	1900	13.0
RG-142A/U	50	0.0390	T	0.116	网状纺织	0.195	29.4	1900	13.0
RG-174/U	50	0.0189	P	0.060	网状纺织	0.100	30.8	1500	31.0
RG-178B/U	50	0.0120	T	0.034	网状纺织	0.072	29.4	1000	45.0
RG-179B/U	75	0.0120	T	0.063	网状纺织	0.100	19.5	1200	25.0
RG-180B/U	95	0.0120	T	0.102	网状纺织	0.140	15.4	1500	16.5
RG-187/U	75	0.0120	T	0.060	网状纺织	0.105	19.5	1200	25.0
RG-188/U	50	0.0201	T	0.060	网状纺织	0.105	29.4	1200	30.0
RG-195/U	95	0.0120	T	0.102	网状纺织	0.145	15.4	1500	16.5
RG-213/U	50	0.0888	P	0.285	网状纺织	0.405	30.8	5000	9.0
RG-214/U	50	0.0888	P	0.285	网状纺织	0.425	30.8	5000	9.0
RG-223/U	50	0.0350	P	0.116	网状纺织	0.211	30.8	1900	16.5
RG-316/U	50	0.0201	T	0.060	网状纺织	0.102	29.4	1200	30.0
RG-401/U	50	0.0645	T	0.215	半刚性	0.250	29.3	3000	—
RG-402/U	50	0.0360	T	0.119	半刚性	0.141	29.3	2500	13.0
RG-405/U	50	0.0201	T	0.066	半刚性	0.0865	29.4	1500	—

部分习题答案

- 1.4 (a) $\eta = 236 \Omega$, (b) $v_p = 1.88 \times 10^8 \text{ m/sec}$, (c) $\Delta\phi = 114^\circ$
1.10 (b) $t \approx 0.017 \text{ mm}$
1.11 (a) $P_t = 46.0 \text{ W/m}^2$, $P_r = 0.595 \text{ W/m}^2$, (b) 45.6 W/m^2
- 2.1 (a) $f = 2.4 \text{ GHz}$, (b) $\lambda = 0.0782 \text{ m}$, (c) $\epsilon_r = 2.55$, (d) $I = 1.2 \angle -80.3^\circ$
2.6 $\alpha = 0.38 \text{ dB/m}$
2.8 $Z_{in} = 203. - j5.2 \Omega$
2.9 $Z_0 = 66.7 \Omega$ or 150.0Ω
2.11 $\ell = 2.147 \text{ cm}$, $\ell = 3.324 \text{ cm}$
2.13 $Z_{in} = 19.0 - j20.6 \Omega$, $\Gamma_L = 0.62 \angle 83^\circ$
2.15 $P_L = 0.681 \text{ W}$
2.17 $P_{inc} = 0.250 \text{ W}$, $P_{ref} = 0.010 \text{ W}$, $P_{trans} = 0.240 \text{ W}$
2.19 $Z_{in} = 24.5 + j20.3 \Omega$, $\ell_{min} = 0.325 \lambda$, $\ell_{max} = 0.075 \lambda$
2.24 $Z_L = 99 - j46 \Omega$
2.30 $P_s = 0.600 \text{ W}$, $P_{loss} = 0.0631 \text{ W}$, $P_L = 0.1706 \text{ W}$
- 3.4 $\alpha_T = 6.71 \text{ dB/m}$
3.5 $\ell \approx 10.3 \text{ cm}$
3.8 $f_c = 5.06 \text{ GHz}$
3.13 $f_c(TE_{11}) = 7.245 \text{ GHz}$, $f_c(TE_{01}) = 15.080 \text{ GHz}$
3.15 $k_c a = 3.12$
3.19 $W = 0.147 \text{ cm}$, $\lambda_g = 6.74 \text{ cm}$
3.20 $W = 0.142 \text{ cm}$, $\lambda_g = 5.656 \text{ cm}$
3.21 $\ell = 2.0754 \text{ cm}$, $Z_{in} = 0.27 - j12.82 \Omega$
3.27 $v_p = 2.37 \times 10^8 \text{ m/s}$, $v_g = 1.83 \times 10^8 \text{ m/s}$
- 4.9 $V_1^+ = 14.1 \angle 45^\circ$, $V_1^- = 14.1 \angle -45^\circ$, $Z_{in}^{(1)} = 50 \angle -90^\circ$
4.16 (d) $IL = 8.0 \text{ dB}$, 延时 = 60° , (e) $\Gamma = 0.19 \angle 90^\circ$
4.17 $IL = 6.7 \text{ dB}$, 延时 = 105°
4.19 $Z_{11} = Z_{22}^* = 2.24 + j52.2 \Omega$, $Z_{12} = Z_{21} = j44.8 \Omega$
4.24 $V_L = 1 \angle -90^\circ$
4.31 $\Delta = 0.082 \text{ cm}$
- 5.1 (a) $b = 0.107$, $x = 1.78$ 或 $b = -0.747$, $x = -1.78$
5.3 $d = 0.2276\lambda$, $\ell = 0.3776\lambda$ 或 $d = 0.4059\lambda$, $\ell = 0.1224\lambda$
5.6 $d = 0.2917\lambda$, $\ell = 0.364\lambda$ 或 $d = 0.4583\lambda$, $\ell = 0.136\lambda$
5.9 $\ell_1 = 0.086\lambda$, $\ell_2 = 0.198\lambda$ 或 $\ell_1 = 0.375\lambda$, $\ell_2 = 0.375\lambda$
5.14 误差 = 4%
5.17 $Z_1 = 1.1067Z_0$, $Z_2 = 1.3554Z_0$
5.22 $Z_1 = 1.095Z_0$, $Z_2 = 1.363Z_0$
5.25 $RL < 6.4 \text{ dB}$
- 6.1 $f_0 = 355.9 \text{ MHz}$, $Q = 17.9$, $Q_L = 12.4$
6.5 $Q = 138$
6.9 $f_{101} = 4.802 \text{ GHz}$, $Q_{101} = 7,251$
6.14 $a = 2.107 \text{ cm}$, $d = 2.479 \text{ cm}$, $Q = 1,692$

- 6.18 $f_0 = 7.11 \text{ GHz}$
 6.21 (c) $f_0 = 93.8 \text{ GHz}$, $Q_c = 92\,500$
- 7.2 $RL = 26 \text{ dB}$, $C = 20 \text{ dB}$, $D = 6 \text{ dB}$, $I = 26 \text{ dB}$
 7.7 变化 = 1.2 dB
- 7.12 $s = 5.28 \text{ mm}$, $r_0 = 3.77 \text{ mm}$
 7.18 $s = 0.24 \text{ mm}$, $w = 2.1 \text{ mm}$
 7.21 $s = 1.15 \text{ mm}$, $w = 1.92 \text{ mm}$, $\ell = 6.32 \text{ mm}$
 7.32 $V_1^- = V_3^- = V_4^- = 0$, $V_2^- = V_5^- = -j0.707$
- 8.1 $V(z = \lambda/4) = 21.8 \text{ V}$
 8.7 $R = 2.66$, $C = 0.685$, $L = 1.822$
 8.8 $N = 5$
 8.9 $L_1 = L_5 = 2.28 \text{ nH}$, $C_2 = C_4 = 4.18 \text{ pF}$, $L_3 = 1.75 \text{ nH}$
 8.11 衰减 = 11dB
 8.17 $\beta\ell_1 = \beta\ell_5 = 29.3^\circ$, $\beta\ell_2 = \beta\ell_4 = 29.4^\circ$, $\beta\ell_3 = 43.7^\circ$
 8.19 衰减 = 30 dB
 8.23 $N = 3$
- 9.1 (b) $\mu = 0.849\mu_0$, $\kappa = -0.540\mu_0$
 9.4 $f_r = 3.64 \text{ GHz}$
 9.6 $L = 1.403 \text{ cm}$
 9.8 $229. \text{ Oe} < H_0 < 950. \text{ Oe}$
 9.12 (a) $H_0 = 2204 \text{ Oe}$, (b) $H_0 = 2857 \text{ Oe}$
 9.15 $\Delta\phi = 180^\circ$
 9.17 $L = 44.5 \text{ cm}$
 9.18 $L = 9.2 \text{ cm}$
- 10.1 $F = 5.0 \text{ dB}$
 10.5 $DR_t = 75 \text{ dB}$
 10.6 $F_{cas} = 4.3 \text{ dB}$
 10.9 (a) $F = 6 \text{ dB}$, (b) $F = 1.76 \text{ dB}$, (c) $F = 3 \text{ dB}$
 10.13 $DR_t = 86.7 \text{ dB}$, $DR_f = 60.5 \text{ dB}$
 10.15 比率 = 6 dB
 10.16 $P_3 = 20.8 \text{ dBm}$
 10.19 ON: $IL = 0.044 \text{ dB}$, OFF: $IL = 18.6 \text{ dB}$
- 11.1 (b) $G_A = 0.5$, $G_T = 0.444$, $G = 0.457$
 11.3 $C_L = 2.56/28^\circ$, $R_L = 1.37$, $K = 1.35$
 11.11 $-0.47 \text{ dB} < G_T - G_{TU} < 0.5 \text{ dB}$
 11.19 $N_{opt} = 6.33$
- 12.3 $Q_{\min} = 3.8$
 12.4 $L = 9.4 \text{ mH}$, $Q = 20\,000$, 0.25%
 12.10 (a) $\mathcal{L} = -181 \text{ dBc/Hz}$, (b) $\mathcal{L} = -153 \text{ dBc/Hz}$
 12.13 $\mathcal{L} = -121 \text{ dBm}$
 12.18 $f_{IM} = 1060 \text{ MHz}$ 或 740 MHz
- 13.1 $D = 4.8 \text{ dB}$
 13.3 $D = 33.6 \text{ dB}$
 13.5 $\eta_{rad} = 65\%$
 13.7 $G/T = 9.7 \text{ dB/K}$
 13.10 $R = 603 \text{ km}$
 13.12 $R = 1.9 \times 10^9 \text{ m}$ (for SNR = 0 dB)
 13.15 80~1600 Hz
 13.20 $|E| = 990 \text{ V/m}$

索引

A

ABCD parameters *ABCD* 参量 4.4.1
table for basic circuits 基本电路表 4.4.1
table for conversions 转换表 4.4.2
Admittance inverter 导纳倒相器 8.5.3
Admittance matrix 导纳矩阵 4.2
table for conversions 转换表 4.4.2
AM modulation AM 调制 10.3.2
Ampere's law 安培定律 1.2
Amplifier design 放大器设计 11.2 ~ 11.5
balanced 平衡 11.4.1
distributed 分布 11.4.2
low-noise 低噪声 11.3.3
maximum gain 最大增益 11.3.1
maximum stable gain 最大稳定增益 11.3.1
power 功率 11.5
specified gain 特定增益 11.3.2
stability 稳定性 11.2
Anisotropic media 各向异性媒质 1.3.1
Antenna 天线
aperture efficiency 孔径效率 13.1.4
directivity 方向性 13.1.2
effective aperture area 有效孔径面积 13.1.3
gain 增益 13.1.3
G/T G/T 13.2
noise temperature 噪声温度 13.1.5
pattern (辐射)图 13.1.2
radiation efficiency 辐射效率 13.1.3
types 类型 13.1.1
Aperture coupling 小孔耦合 4.8
Aperture efficiency 孔径效率 13.1.4
Attenuation 衰减
atmospheric 大气 13.5.1
transmission line 传输线 2.7
Attenuation constant for circular waveguide 圆波导衰减
常数 3.4.1, 3.4.2
dielectric loss 电介质损耗 3.1.4
microstrip line 微带线 3.8.1
parallel plate waveguide 平行板波导 3.2.3
plane wave in lossy dielectric 有耗电介质中的平面

波 1.4.3 ~ 1.4.4

rectangular waveguide 矩形波导 3.3.2
stripline 带状线 3.7.2
Attenuator 衰减器 4.3
Available power gain 可用功率增益 11.1.1

B

Background noise temperature 背景噪声温度 13.1.5
Balanced amplifiers 平衡放大器 11.4.1
Bandpass filters 带通滤波器
coupled line 耦合线 8.7
coupled resonator 耦合谐振器 8.8
lumped element 集总元件 8.4.2
Bandstop filters 带阻滤波器
coupled resonator 耦合谐振器 8.8.1
lumped element 集总元件 8.4.2
BARITT diode BARITT 二极管 10.3.4
Bessel functions 贝塞尔函数 附录 C
zeroes of 的零点 3.4.1, 3.4.2, 附录 C
Bethe hole coupler 倍兹孔耦合器 7.4.1
Binomial coefficients 二项式系数 5.6
Binomial filter response 二项式滤波器响应 8.3.1, 8.3.3
Binomial matching transformer 二项式匹配变换器 5.6
Biological effects 生物效应 13.6.3
Bipolar transistors 双极型晶体管 10.4, 10.4.2
Black body 黑体 13.4.1
Bloch impedance 布洛赫阻抗 8.1.2
Bode-Fano criterion Bode-Fano 准则 5.9
Boltzmann's constant 玻尔兹曼常数 10.1.2
Boundary conditions 边界条件 1.3
Brewster angle 布儒斯特角 1.8.2
Brightness temperature 亮度温度 13.1.4

C

Cavity resonators 空腔谐振器
cylindrical cavity 圆柱腔 6.4
dielectric resonator 介质谐振腔 6.5.1
rectangular cavity 矩形腔 6.3

- Cellular telephone systems 蜂窝电话系统 13.2.4
 Characteristic impedance 特性阻抗 2.1.1
 coaxial line 同轴线 2.2.2
 microstrip line 微带线 3.8.1
 parallel plate line 平行板传输线 3.2.2
 stripline 带状线 3.7.1
 Chebyshev 切比雪夫
 filter response 滤波器响应 8.3.1, 8.3.3
 matching transformers 匹配变换 5.7
 polynomials 多项式 5.7.1
 Chip capacitor, resistor 片状电容, 电阻 5.1.2
 Choke 扼流圈
 bias 偏置 10.3.2, 10.4.1
 flange 法兰盘 3.4
 Circular cavity(see Cavity resonators) 圆形腔(见空腔谐振器)
 Circular polarization 圆极化 1.5.1, 9.1.2
 Circular waveguide 圆波导 3.4
 attenuation 衰减 3.4.1, 3.4.2
 cutoff frequency 截止频率 3.4.1, 3.4.2
 propagation constant 传播常数 3.4.1, 3.4.2
 table for 表 3.4.2
 Circulator 环形器
 ferrite junction 铁氧体结 9.6.2
 general properties 一般特性 7.1.1, 9.6.1
 Coaxial connectors 同轴连接器 3.5.2
 Coaxial line 同轴线
 attenuation constant 衰减常数 2.7.2, 2.7.4
 characteristic impedance 特性阻抗 2.2.3
 data for standard lines 标准同轴线数据 附录 J
 distributed line parameters 分布线参量 2.2.1
 field analysis 场分析 2.2.2 ~ 2.2.3, 3.5
 higher-order modes 高阶模 3.5.2
 power capacity 功率容量 2.2.1
 Composite filters 复合滤波器 8.2.4
 Compression point 压缩点 10.1.1, 10.2.1
 Computer aided design(CAD) 计算机辅助设计(CAD) 4.6
 Conductivity 电导率 1.3
 table for metals 一些金属的电导率表 附录 F
 Conductor loss 导体损耗 1.6.1
 Conjugate matching 共轭匹配 2.6.3, 11.3.1
 Connectors, coaxial 连接器, 同轴线 3.5.2
 Constant gain circles 等增益圆 11.3.2
 Constant-*k* filters 定 *k* 式滤波器 8.2.2, 8.2.4
 Constant noise figure circles 等噪声系数圆 11.3.3
 Conversion loss, mixer 变换损耗, 混频器 12.6.1
 Coplanar waveguide 共面波导 3.11.1
 Coupled lines 耦合线 7.6.1
 characteristic impedance 特征阻抗 7.6.1
 couplers 耦合器 7.6.2 ~ 7.6.3
 filters 滤波器 8.7
 Couplers (see Directional couplers) 耦合器(见定向耦合器)
 Coupling 耦合
 aperture 小孔 4.8
 coefficient 系数 6.6.2
 critical 临界的 6.6.1
 resonator 谐振器 6.6
 Cross guide coupler 正交波导耦合器 7.9
 Current 电流
 displacement 位移 1.2
 electric, magnetic 电, 磁 1.2
 Cutoff frequency 截止频率
 circular waveguide 圆波导 3.4.1, 3.4.2
 parallel plate waveguide 平行板波导 3.2.2, 3.2.2
 rectangular waveguide 矩形波导 3.3
 Cutoff wavelength 截止波长 3.2.2, 3.2.3, 3.3.2, 3.4.2

D
 DC block 隔断直流 10.3.2, 10.4.1
 Decibel notation 分贝表示 2.3.1
 Demagnetization factor 退磁因子 9.1.4
 Detector 检波器 10.3.1
 sensitivity 灵敏度 10.3.2
 Dicke radiometer 迪克辐射计 13.4.3
 Dielectric constant, table 介电常数, 表 附录 G
 Dielectric loaded waveguide 电介质加载波导 3.3.2, 3.9.1
 Dielectric loss 电介质损耗 1.6.1
 Dielectric loss tangent, table 电介质损耗角正切, 表 附录 G
 Dielectric resonator oscillators 介质谐振腔振荡器 12.2.2
 Dielectric resonators 介质谐振腔 6.5.1
 Dielectric strength for air 空气的介电强度 3.11.1
 Dielectric waveguide 介质波导 3.11.1
 Diode 二极管
 BARITT BARITT 10.3.4
 detectors 检波器 10.3.1
 Gunn 耿氏 10.3.4, 12.5.1
 IMPATT IMPATT 10.3.4, 12.5.1

- I-V curve** *I-V* 曲线 10.3.1
mixer 混频器 12.6.2
multipliers 倍频器 12.4.1 ~ 12.4.2
PIN PIN 10.3.2
Schottky 肖特基 10.3.1
Varactor 变容管 10.3.3
Directional couplers 定向耦合器 7.1.2
 Rethe hole 倍兹孔 7.4.1
 coupled line 耦合线 7.6.2 ~ 7.6.3
 Lange Lange 7.7
 Moreno cross guide Moreno 正交波导 7.9
 multihole waveguide 多孔波导 7.4.2
 quadrature 正交 7.5.1
 Riblet short slot Riblet 短缝隙 7.9
 ring hybrid 环形混合网络 7.8.1
 Schwinger reversed phase Schwinger 反相 7.9
 tapered line 滤变线 7.8.2
Directivity 方向性
 antenna 天线 13.1.2
 coupler 耦合器 7.1.2
Discontinuities 不连续性 4.6
 microstrip 微带线 4.6.1
 waveguide 波导 4.6
Dispersion 色散 2.7.2, 3.10.1
Distortionless line 无畸变线 2.7.2
Double sideband modulation 双边带调制 12.6.5
Dynamic range 动态范围 10.1.1, 10.2.1, 10.2.4
- E**
- Effective aperture area** 有效孔径面积 13.1.3
Effective isotropic radiated power (EIRP) 有效各向同性辐射功率 (EIRP) 13.2.1
Effective permittivity, microstrip 有效介电常数, 微带 3.8.1
Efficiency 效率
 aperture 孔径 13.1.4
 power added 功率附加 11.5.1
 radiation 辐射 13.1.3
Electric energy 电能 1.6
Electric field 电场 1.2
Electric flux density 电流密度 1.2
Electric polarizability 电极化率 4.8
Electric potential 电势 3.1.1
Electric susceptibility 电极化 1.3
Electric wall 电壁 1.4.1
Electromagnetic spectrum 电磁频谱 1.1.1
Elliptic filter 椭圆滤波器 8.3.1
Emissivity 辐射率 13.4.1
Energy, electric, magnetic 能量, 电, 磁 1.6
Energy transmission 能量传输 13.6.2
E-plane T-junction E 平面 T 型结 7.2
Equal ripple filter response 等波纹滤波器响应 8.3.1, 8.3.3
Equivalent voltages and currents 等效电压和电流 4.1.1
Even-odd mode characteristic impedance 偶-奇模特性 阻抗 7.6.1
Exponential tapered line 指数渐变线 5.8.1
Extraordinary wave 非寻常波 9.2.2
- F**
- Fabry-Perot resonator** 法-布腔谐振器 6.7.2
Far field 远场 13.1.1
Faraday rotation 法拉第旋转 9.2.1
Faraday's law 法拉第定律 1.2
Ferrite devices 铁氧体器件
 circulators 环形器 9.6.2
 gyrator 回转器 9.5.3
 isolators 隔离器 9.4
 loaded waveguide 加载波导 9.3
 phase shifters 相移器 9.5
Ferrites 铁氧体 9.1
 loss in 铁氧体中的损耗 9.1.3
 permeability tensor for 铁氧体的张量磁导率 9.1.1
 plane wave propagation in 在铁氧体中平面波的传播 9.2
 table of properties 特性表 附录 H
- Field effect transistors** 场效应晶体管 10.4.1
Filters 滤波器
 bandpass 带通 8.4.2, 8.7.2 ~ 8.8
 bandstop 带阻 8.4.2, 8.8.1
 composite 复合 8.2.4
 constant-k 定 k 式 8.2.2, 8.2.4
 coupled line 耦合线 8.7
 elliptic 椭圆 8.3.1
 high pass 高通 8.2.4, 8.4.1
 high-Z, low-Z 高 Z, 低 Z 8.6.1
 implementation 实现 8.5
 linear phase 线性相位 8.3.1, 8.3.4
 low pass 低通 8.2.2 ~ 8.2.4, 8.4.1
 m-derived m 导出式 8.2.3, 8.2.4
 scaling 定标 8.4.1
 transformations 转换 8.4.2

Flanges, waveguide 法兰盘, 波导 3.3.3
 Flow graph 流图 4.5
 Frequency bands 频带 1.1.1, 13.2.4
 Frequency multipliers 频率倍增器 12.4
 Friis power transmission formula Friis 功率传输公式 13.2.1

G

Gain(also see Power gain) 增益(见功率增益)
 amplifier 放大器 11.1.2
 antenna 天线 13.1.3
 compression 压缩 10.2.1
 two-port power 二端口功率 11.1
Global Positioning System(GPS) 全球定位系统(GPS) 13.2.4
Group delay 群时延 8.3.1
Group velocity 群速度 3.10.1
 for periodic structures 对周期结构 8.1.3
 for waveguide 对波导 3.10.1
G/T G/T 13.2
Gunn diode 耿氏二极管 10.3.4, 12.5.1
Gyrator 回转器 9.5.3
Gyromagnetic ratio 旋磁比 9.1
Gyrotropic medium(see Ferrites) 旋转媒质(见铁氧体)

H

Helmholtz equations 亥姆霍兹方程 1.4.1
Hertz, H. 赫兹, H. 1.1.2
High pass filters 高通滤波器
 constant- k 定 k 式 8.2.2, 8.2.4
 m -derived m 导出式 8.2.4
 transformation to 转换到 8.4.1
High-Z, low-Z filters 高 Z, 低 Z 滤波器 8.6.1
History of microwave engineering 微波工程的历史 1.1.2
H-plane T-junction H 平面 T 型结 7.2
Hybrid junctions 混合网络连接
 coupled line 耦合线 7.6.2 ~ 7.6.3
 quadrature 正交 7.5.1
 ring(rat-race) 环(环形波导) 7.8.1
 scattering matrix 散射矩阵 7.5.1
 tapered coupled line 渐变耦合线 7.8.2
 waveguide magic-T 波导魔 T 7.9

I

Image frequency 镜像频率 12.6.1
Image impedance 镜像阻抗 8.2.1

Image parameters, filter design using 镜像参数, 用于
 滤波器设计 8.2
Image theory 镜像理论 1.9.2
IMPATT diode IMPATT 二极管 10.3.4, 12.5.1
Impedance 阻抗
 characteristic 特性 2.1.1
 concept of 概念 4.1.2
 image 镜像 8.2.1
 intrinsic 本征 1.4.3
 wave 波 1.4.3, 3.1.1
Impedance inverter 阻抗倒相器 8.5.3
Impedance matching 阻抗匹配 5.1
 Bode-Fano criterion Bode-Fano 约束条件 5.9
 double stub 双短截线 5.3
L-section L 节 5.1
 multisection transformer 多节变换 5.6 ~ 5.7
 quarter wave transformer 1/4 波长变换器 2.5, 5.4
 single stub 单短截线 5.2
 tapered line 渐变线 5.8
Impedance matrix 阻抗矩阵 4.2
 table for conversions 转换表 4.4.2
Impedance transformers(see Impedance matching) 阻抗
 变换(见阻抗匹配)
Incremental inductance rule, Wheeler 增量电感定则,
 惠勒 2.7.5
Insertion loss 插入损耗 2.3.1
Insertion loss method for filter design 滤波器设计的插
 入损耗方法 8.3
Intermodulation distortion 交调失真 10.2.2 ~ 10.2.3
Inverters, admittance, impedance 倒相器, 导纳, 阻抗
 8.5.3
Iris, waveguide 光阑, 波导 4.6
Isolators 隔离器
 field displacement 场位移 9.4
 resonance 谐振 9.4.1

J

Junction circulator 结型环形器 9.6.2

K

Kittel's equation 基太尔方程 9.1.4
Klopfenstein tapered line Klopfenstein 渐变线 5.8.3
Klystron 速调管 12.5.2
Kuroda identities 科洛达恒等关系 8.5.2 ~ 8.5.3

L

Lange coupler Lange 耦合器 7.7

- Line parameters (per unit length) 线参数(每单位长度) 2.2.1
- Line width, gyromagnetic resonance 线宽, 旋磁共振 9.1.3
- Linear dynamic range 线性动态范围 10.2.4
- Linear phase filter 线性相位滤波器 8.3.1, 8.3.4
- Linearly polarized plane waves 线偏振平面波 1.4.2 ~ 1.4.4
- Load pull contours 负载牵引等高线 11.5.2
- Loaded Q 有载 Q 6.1.3
- Loaded waveguide 加载波导
- dielectric loading 介质加载 3.3.2, 3.9.1
 - ferrite loading 铁氧体加载 9.3
- Loss (see also Attenuation constant) 损耗(也见衰减常数)
- conductor 导体 1.6.1
 - dielectric 电介质 1.6.1
 - ferrite 铁氧体 9.1.3
 - insertion 插入 2.3.1
 - return 回波 2.3
- Loss tangent 损耗角正切 1.3
- table 表 附录 G
- Lossy transmission lines 有耗传输线 2.7
- Low pass filters 低通滤波器
- constant- k 定 k 式 8.2.2, 8.2.4
 - high- Z , low- Z 高 Z , 低 Z 8.6.1
 - m -derived m 导出式 8.2.3, 8.2.4
 - prototype 原型 8.4.1
- L -section matching L 节匹配 5.1
- M**
- Magic-T 魔 T 7.9
- Magnetic energy 磁能 1.6
- Magnetic field 磁场 1.2
- Magnetic flux density 磁流密度 1.2
- Magnetic polarizability 磁极化率 4.8
- Magnetic susceptibility 磁化率 1.3.1
- Magnetic wall 磁壁 1.4.1
- Manley-Rowe relations Manley-Rowe 关系 12.4.1
- Matched line 匹配线 2.3
- Matching (see Impedance matching) 匹配(见阻抗匹配)
- Material constants 材料常数
- table of conductivities 电导率表 附录 G
 - table of dielectric constants and loss tangents 介电常数和损耗角正切表 附录 G
 - table of ferrite properties 铁氧体特性表 附录 H
- Maximally flat filter response 最平坦滤波器响应 8.3.1, 8.3.3
- Maximum power capacity 最大功率容量 3.11.1
- Maximum stable gain 最大稳定增益 11.3.1
- Maxwell, J. 麦克斯韦, J. 1.1.2
- Maxwell's equations 麦克斯韦方程 1.2
- m -derived filters m 导出式滤波器 8.2.3, 8.2.4
- MEMs 微机电系统 10.5.2
- Microstrip 微带线 3.8
- approximate analysis 近似分析 3.8.2
 - attenuation 衰减 3.8.1
 - characteristic impedance 特性阻抗 3.8.1
 - coupled 椅合 7.6.1
 - effective permittivity 有效介电常数 3.8.1
 - propagation constant 传播常数 3.8.1
- Microstrip discontinuities 微带不连续性 4.6.1
- Microwave heating 微波加热 13.6.1
- Microwave integrated circuits (MIC) 微波集成电路 10.5
- hybrid 混合 10.5.1
- monolithic (MMIC) 单片微波集成电路(MMIC) 10.5.2
- Microwave oven 微波炉 13.6.1
- Microwave sources 微波源 12.5
- Gunn diode 耿氏二极管 12.5.1
 - IMPATT diode IMPATT 二极管 12.5.1
 - oscillators 振荡管 12.1 ~ 12.2
- Microwave tubes 微波电子管 12.5.2
- backward wave oscillator 反波振荡管 12.5.2
 - crossed-field amplifier 交叉场放大器 12.5.2
 - extended interaction oscillator 扩展的相互作用振荡器 12.5.2
 - gyrator 回旋管 12.5.2
 - klystron 速调管 12.5.2
 - magnetron 磁控管 12.5.2
 - traveling wave tube 行波管 12.5.2
- Mixers 混频器 10.3.1, 12.6
- antiparallel diode 逆并联二极管 12.6.6
 - balanced 平衡 12.6.4
 - conversion loss 变换损耗 12.6.1
 - diode 二极管 12.6.2
 - double balanced 双平衡 12.6.6
 - FET 场效应管 12.6.3
 - image rejection 镜像抑制 12.6.5
 - image response 镜像响应 12.6.1
- Modal analysis 模式分析 4.6
- Modes 模式

- cavity modes 腔模 6.3.1, 6.4.1
 circular waveguide 圆波导 3.4
 parallel plate waveguide 平行板波导 3.2
 rectangular waveguide 矩形波导 3.3
 Modulation 调制 10.3.1
 Multiple reflections, on quarter wave transformer 多次反射, 在 $\lambda/4$ 波长变换器上 2.5.2
 Multipliers (see Frequency multipliers) 倍频器(见频率倍增器)
- N**
 Negative resistance oscillators 负阻振荡器 12.2
 Neper 分贝 2.3.1
 Network analyzer 网络分析仪 4.3.3
 Noise 噪声 10.1.1
 figure 系数 10.1.3 ~ 10.1.6
 phase 相位 12.3
 sources 源 10.1.1, 10.1.2
 temperature 温度 10.1.2 ~ 10.1.3
 Noise figure 噪声系数 10.1.3 ~ 10.1.6
 circles 圆 11.3.3
 of cascade 级联的 10.1.4
 of lossy line 有耗线的 10.1.3, 10.1.6
 of mixer 混频器的 12.6.1
 of passive network 无源网络的 10.1.5
 of transistor amplifier 晶体管放大器的 11.3.3
- O**
 Ohm's law for fields 场的欧姆定律 1.3
 Open circuit stub, impedance 开路短截线, 阻抗 2.3.1
 Oscillators 振荡器
 crystal 晶体 12.1.5
 dielectric resonator 介质谐振腔 12.2.2
 negative resistance 负阻 12.2
 transistor 晶体管 12.1, 12.2.1
- P**
 Parallel plate waveguide 平行板波导 3.2
 attenuation 衰减 3.2.3
 characteristic impedance(TEM) 特性阻抗(TEM)
 3.2.2
 table for 表 3.2.3
 Passive intermodulation (PIM) 无源交调(PIM) 10.2.6
 Periodic structures analysis 周期结构分析 8.1.1 ~ 8.1.2

 $k\beta$ diagram $k\beta$ 图 8.1.3
 phase and group velocities 相速和群速 8.1.3
 Permanent magnets 永久磁铁 9.1.4
 Permeability 磁导率 1.2, 1.3.1
 tensor, for ferrite 张量, 对铁氧体 9.1.1
 Permittivity 介电常数 1.2, 1.3.1
 of atmosphere 大气的 13.5
 Perturbation theory for attenuation 衰减的微扰理论 2.7.3
 cavity resonance 谐振腔 6.7
 ferrite loaded waveguide 铁氧体加载波导 9.3.1
 Phase constant (see Propagation constant) 相位常数(见传播常数)
 Phase matching 相位匹配 1.8.3
 Phase noise 相位噪声 12.3
 Phase shifters 相移
 Faraday rotation 法拉第旋转 9.5.2
 loaded line 加载线 10.3.2
 reflection 反射 10.3.2
 Reggia-Spencer 雷贾-斯本赛 9.5.2
 remanent(latching) 非互易(锁存) 9.5.1
 switched line 开关线 10.3.2
 Phase velocity 相速
 plane wave 平面波 1.4.2
 transmission line 传输线 2.1.2
 waveguide 波导 3.2.2, 3.2.3, 3.3.1, 3.5.2, 3.7.1
 Phasor notation 相量表示 1.2
 Physical constants, table 物理常数, 表 附录 F
 PIN diodes PIN 二极管 10.3.2
 phase shifters 相移器 10.3.2
 switches 开关 10.3.2
 Plane waves 平面波 1.4.2 ~ 1.5
 in conducting media 在导电媒质中 1.4.4
 in ferrites 在铁氧体中 9.2
 in lossless dielectric 在无耗电介质中 1.4.2
 reflection 反射 1.7 ~ 1.8
 Plasma 等离子体 13.5.3
 Polarizability 极化率 4.8
 Polarization, wave 极化, 波 1.5.1
 Power 功率 1.6
 Power added efficiency(PAE) 功率附加效率(PAE) 11.5.1
 Power amplifiers 功率放大器 11.5
 Power capacity of transmission line 传输线的功率容量 3.11.1
 Power divider(see also Directional coupler) 功分器(也

- 见定向耦合器)
- resistive 电阻性 7.2.1
- T-junction T型结 7.2
- Wilkinson Wilkinson 7.3~7.4.1
- Power gain 功率增益 11.1
- Power loss 功率损耗 1.6.1, 1.7.5, 2.7.4
- Poynting's theorem 坡印亭定理 1.6
- Poynting vector 坡印亭矢量 1.6
- Precession, magnetic dipole 进动, 磁偶极子 9.1.1
- Probe coupling 探针耦合 4.7.2
- Propagation 传播
- atmospheric effects 大气效应 13.5.1
 - ground effects 大地效应 13.5.2
 - plasma effects 等离子体效应 13.5.3
- Propagation constant for的传播常数
- circular waveguide 圆波导 3.4.1, 3.4.2
 - coaxial line 同轴线 2.2.4
 - microstrip line 微带线 3.8.1
 - parallel plate guide 平行板波导 3.2
 - plane waves in a good conductor 在良导体中的平面波 1.4.3, 1.4.4
 - plane waves in lossless dielectric 在无耗介质中的平面波 1.4.2, 1.4.4
 - rectangular waveguide 矩形波导 3.3.1, 3.3.2
 - stripline 带状线 3.7.1
 - TEM modes TEM 模 3.1.1
 - TM or TE modes TE 或 TE 模 3.1.3
- Q**
- Q* *Q* 6.1.1, 6.1.4
- for circular cavity 对圆形腔 6.4.2
 - for dielectric resonator 对介质谐振腔 6.5.1
 - for rectangular cavity 对矩形腔 6.3.2
 - for RLC circuit 对 RLC 电路 6.1.1, 6.1.3
 - for transmission line resonator 对传输线谐振腔 6.2.1, 6.2.2, 6.2.3
- Quadrature hybrid 正交混合网络 7.5.1
- Quarter-wave transformers 1/4 波长变换器
- multiple reflection viewpoint 多次反射观点 2.5.2
 - multisection 多节 5.6~5.7
 - single-section 单节 2.5, 5.4
- R**
- Radar cross section 雷达截面 13.3.4
- Radar systems 雷达系统 13.3
- Radiation 辐射
- condition 条件 1.4.1
 - efficiency 效率 13.1.3
 - hazards 危害性 13.6.3
 - patterns 图 13.1.2
- Radiometer systems 辐射计系统 13.4
- Rat-race (ring hybrid) 环形波导(环形混合网络) 7.8.1
- Receivers 接收机 13.2.2~13.2.3
- Reciprocal networks 互易网络 4.2.1, 4.3.1
- Reciprocity theorem 互易性理论 1.9.1
- Rectangular cavity (see Cavity resonators) 矩形腔(见空腔谐振器)
- Rectangular waveguide 矩形波导 3.3
- attenuation 衰减 3.3.1, 3.3.2
 - cutoff frequency 介质频率 3.3
 - group velocity 群速度 3.10.1
 - maximum power capacity 最大功率容量 3.11.1
 - phase velocity 相速度 3.3.1, 3.3.2
 - propagation constant 传播常数 3.3.1, 3.3.2
 - table for 表 3.3.2
 - table of standard sizes 标准尺寸表 附录 I
- Rectification 整流 10.3.1
- Reflection coefficient 反射系数 1.8.1, 2.3
- Reflectometer 反射计 7.9
- Remanent magnetization 剩磁 9.5.1
- Resonant circuits 谐振电路 6.1
- Return loss 回波损耗 2.3
- Richard's transformation 理查德变换 8.5.2
- Ridge waveguide 脊波导 3.11.1
- Root-finding algorithms 求根算法 3.6.2
- S**
- Saturation magnetization 饱和磁化强度 9.1.1
- Scattering matrix 散射矩阵 4.3
- for circulator 对环形器 7.1.1, 9.6.2
 - for directional coupler 对定向耦合器 7.1.2
 - for gyrator 对回转器 9.5.3
 - for quadrature hybrid 对正交混合网络 7.5.1
 - for ring hybrid 对环形混合网络 7.8
 - generalized 广义的 4.3.2
 - shift in reference planes 移动参考平面 4.3.2
 - table for conversions 转换表 4.4.2
- Schwinger reversed phase coupler Schwinger 反相耦合器 7.9
- Separation of variables 分离变量 1.5, 3.3.1, 3.4.1, 3.5.1, 3.5.2
- Short circuit stub impedance 短路短截线阻抗 2.3.1
- Signal flow graphs 信号流图 4.5

- Single side-band modulation 单边带调制 12.6.5
 Skin depth 趋肤深度 1.4.4
 Slot line 槽线 3.11.1
 Slotted line 开槽线 2.4.2
 Small reflection theory 小反射理论 5.5
 Smith chart Smith 圆图 2.4
 Snell's law 斯涅尔定律 1.8.4
 Sources (see Microwave sources) 源(见微波源)
 S parameters (see Scattering matrix) S 参量(见散射矩阵)
 Spectrum analyzer 频谱分析仪 10.3.2
 Spurious free dynamic range 无寄生动态范围 10.2.4
 Stability 稳定度
 amplifier 放大器 11.2
 circles 圆 11.2.1
 Standing wave ratio(SWR) 驻波比(SWR) 2.3
 Stepped impedance filters 阶跃阻抗滤波器 8.6.1
 Stripline 带状线 3.7
 approximate analysis 近似分析 3.7.2
 attenuation 衰减 3.7.2
 characteristic impedance 特性阻抗 3.7.1
 coupled 耦合 7.6.1
 propagation constant 传播常数 3.7.1
 Surface current 表面电流 1.2, 1.3.1
 Surface impedance 表面阻抗 1.7.5
 Surface resistance 表面电阻 1.7, 1.7.5
 Surface waves 表面波
 at dielectric interface 在电介质表面 1.8.3
 of dielectric slab 介质板的 3.6
 Switches, PIN diode 开关, PIN 二极管 10.3.2
- T
- Tapered coupled line hybrid 渐变耦合线混合网络 7.8.2
 Tapered transmission lines 渐变传输线
 exponential taper 指数渐变 5.8.1
 Klopfenstein taper Klopfenstein 渐变 5.8.3
 triangular taper 三角形渐变 5.8.2
 Telegrapher equations 电报方程 2.1, 2.2.2
 TE, TM modes TE, TM 模
 attenuation due to dielectric loss 由于电介质损耗引起的衰减 3.2
 propagation constant 传播常数 3.1.3
 wave impedance 波阻抗 3.1.3
 TEM waves and modes TEM 波和模
- attenuation due to dielectric loss 由于电介质损耗引起的衰减 3.2
 plane waves 平面波 1.4.2~1.5
 propagation constant 传播常数 3.1.1
 transmission lines 传输线 2.2.2~2.2.3
 wave impedance 波阻抗 1.4.3, 2.3, 3.1.1
 Terminated transmission line 端接传输线 2.3
 input impedance 输入阻抗 2.3.1
 reflection coefficient 反射系数 2.3
 voltage maxima and minima 电压最大和最小 2.3
 Third-order intercept 三阶截断点 10.2.3
 T-junction T型结 7.2
 Total reflection, plane wave 总反射, 平面波 1.8.3
 Transducer power gain 变换功率增益 11.1.1
 Transistor 晶体管
 amplifier 放大器 11.3~11.5
 characteristics 特性 10.4
 mixer 混频器 12.6.3
 models 模型 10.4
 multipliers 倍增器 12.4.3
 oscillator 振荡器 12.1, 12.2.1
 types 类型 10.4
 Transmission coefficient 传输系数 2.3.1
 Transmission line 传输线
 equations 方程 2.1.1
 input impedance 输入阻抗 2.3.1
 junctions 连接 2.3.1
 parameters 参量 2.2.1
 Transmission line resonators 传输线谐振器 6.2
 Transmission lines 传输线
 coaxial 同轴 2.2.1, 3.5
 microstrip 微带 3.8
 parallel plate 平行板 2.2.2, 3.2
 stripline 带状线 3.7
 two-wire 双导线 2.2.1
 Transverse resonance method 横向谐振方法 3.9
 Traveling wave amplifier (see Amplifier design) 行波放大器(见放大器设计)
 Traveling waves 行波
 plane waves 平面波 1.4.2
 on transmission lines 在传输线上 2.1.1
 TRL calibration TRL 校准 4.5.2
 Two-port networks, equivalent circuits 二端口网络, 等效电路 4.4.1
 Two-port power gains (see Power gain) 二端口功率增益(见功率增益)

U

- Unilateral device 单向器件 10.4.1
 Unilateral figure of merit 单向品质因数 11.3.2
 Unilateral transducer power gain 单向变换功率增益
 11.1.1
 Unit element 单位元 8.5.2
 Unit matrix 单位矩阵 3.11.1
 Unitary matrix幺正矩阵 3.11.1
 Unloaded Q 无载 Q 6.1.5

V

- Varactor diode 变容二极管 10.3.3
 Velocity (see Wave velocities) 速度(见波速)
 Voltage standing wave ratio (see Standing wave ratio) 电
 压驻波比(见驻波比)

W

- Wave equation 波动方程 1.4.2, 1.4.3, 1.4.4
 Wave velocities 波速
 group 群速 3.10.1, 8.1.3
 phase 相速 1.4.2, 2.1.2, 3.2.2, 3.2.3, 3.3.1,
 8.1.3
 Waveguide (see Rectangular waveguide; Circular waveguide;
 Loaded waveguide; Parallel plate waveguide) 波导
 (见矩形波导, 圆形波导, 加载波导, 平行板
 波导)
 Waveguide components 波导元件 3.3.2
 directional couplers 定向耦合器 7.4.1 ~ 7.4.2
 discontinuities 不连续性 4.6

- isolators 隔离器 9.4
 magic-T 魔 T 7.9
 phase shifters 相移器 9.5
 T-junctions T型结 7.2
 Waveguide excitation by 用……激励波导
 apertures 小孔 4.8
 arbitrary sources 任意源 4.7.2
 current sheets 电流片 4.7
 Waveguide flanges 波导法兰盘 3.3.3
 Waveguide impedance 波导阻抗 3.1.3
 Wavelength 波长
 in free-space 在自由空间 1.4.2
 for waveguide 对波导 3.2.2, 3.2.3, 3.3.1,
 3.3.2, 3.4.2
 on transmission line 在传输线上 2.1.2
 Wheeler incremental inductance rule 惠勒增量电感定
 则 2.7.5
 Wilkinson power divider Wilkinson 功分器 7.3 ~
 7.4.1
 Wireless systems 无线系统 13.2, 13.2.4

Y

- YIG-tuned oscillator YIG 可调振荡器 12.5.1
 Y-parameters (see Admittance matrix) Y参量(见导纳
 矩阵)

Z

- Z-parameters (see Impedance matrix) Z参量(见阻抗
 矩阵)