

Správa holých větví v BVS

Tým profesora Fabianrise Suchbauma z institutu Maxe Plancka v Saarbrückenu dosáhl v posledních letech významných pokroků na poli binárních vyhledávacích stromů (BVS). V současné době se tato veleúspěšná skupina zabývá binárními stromy, které vznikají při činnosti garbage collectoru a vyznačují se velkou hloubkou a relativně malým počtem větví.

Říkáme, že neprázdná posloupnost uzlů n_1, n_2, \dots, n_M v BVS je **holá větev** délky M , pokud jsou splněny následující podmínky:

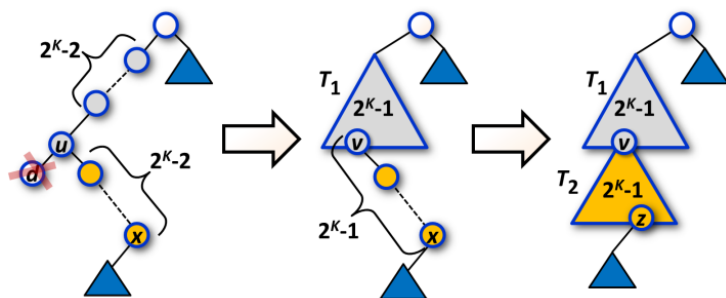
1. Každý uzel v posloupnosti má nejvíce jednoho potomka.
2. Pro každé $k = 1, 2, \dots, M-1$ je uzel n_k rodičem uzlu n_{k+1} .
3. Jestliže uzel n_1 není kořenem celého BVS, potom jeho rodič má dva potomky.

Saarbrückenští odborníci navrhuji mechanismus, který zabráni výskytu holých větví délky 2^K-1 pro danou konstantu K .

V případě, že holá větev B délky 2^K-1 vznikne v BVS důsledkem provedení operace Insert nebo Delete, potom musí být z BVS okamžitě odstraněna a nahrazena perfektně vyváženým podstromem T obsahujícím všech 2^K-1 uzlů větve B . Když existuje rodič P kořene větve B , potom se P stane rodičem kořene T , jinak se kořen T stane kořenem celého BVS. Pokud existuje potomek C nejhlubšího uzlu B , potom se C stane potomkem nějakého listu T . Pozice všech uzlů v T a pozice uzlu C relativně vůči T jsou určeny jednoznačně, protože celý strom je vyhledávacím stromem.

Po provedení jedné operace Insert vznikne nejvíce jedna holá větev délky 2^K-1 . Po provedení jedné operace Delete vzniknou maximálně dvě holé větve velikosti 2^K-1 . Příklad vzniku dvou takovýchto větví je ilustrován na Obrázku 1 níže.

Poznámka 1. Pořadí uzlů (shora dolů) v holé větvi obecně neodpovídá vzestupnému/sestupnému pořadí klíčů (zleva doprava) této větve. Neformálně řečeno, holá větev nemusí být rovná, v různých uzlech může měnit směr.



Obrázek 1. Vznik dvou holých větví délky 2^K-1 po smazání uzlu d . Obě holé větve jsou postupně odstraněny a nahrazeny perfektně vyváženými podstromy T_1 and T_2 . Uzel v je zároveň součástí T_1 i T_2 , uzel z je částí T_2 . Uzly u a v nemusí být totožné, stejně tak uzly x a z , viz Poznámka 1 výše. Malé modré trojúhelníky reprezentují části BVS, které zůstávají po vykonání uvažované operace Delete beze změn.

Úloha

Je dána konstanta K a konečná posloupnost operací Insert a Delete, které mají být vykonány v daném pořadí nad iniciálně prázdným BVS. Každá holá větev délky 2^K-1 , jež během provádění operací dočasně vznikne, musí být okamžitě odstraněna pomocí výše popsané metody. Spočítejte, kolik holých větví se během celého procesu odstraní.

Poznámka 2. V implementaci předpokládáme, že operace Delete nahrazuje smazaný uzel d nejlevějším uzlem pravého podstromu d , v případě, že d má dva potomky.

Vstup

První vstupní řádek obsahuje dvě celá kladná čísla K and N oddělená mezerou. Následuje N vstupních řádků, kde každý z nich specifikuje jednu operaci. Operace Insert je reprezentována velkým písmenem 'I', za kterým následuje mezera a celočíselný klíč. Operace Delete je reprezentována velkým písmenem 'D', za kterým opět následuje mezera a celočíselný klíč. Posloupnost vstupních operací nezpůsobí vkládání duplicitního klíče, stejně tak nezpůsobí mazání neexistující klíče.

Platí $2 \leq K \leq 12$; $2 \leq N \leq 1.4 \times 10^6$.

Výstup

Výstup sestává z jednoho řádku obsahujícího nezáporné číslo, jež je rovno celkovému počtu holých větví délky $2^K - 1$ nahrazených perfektně vyváženým stromem během provádění na vstupu specifikovaných operací.

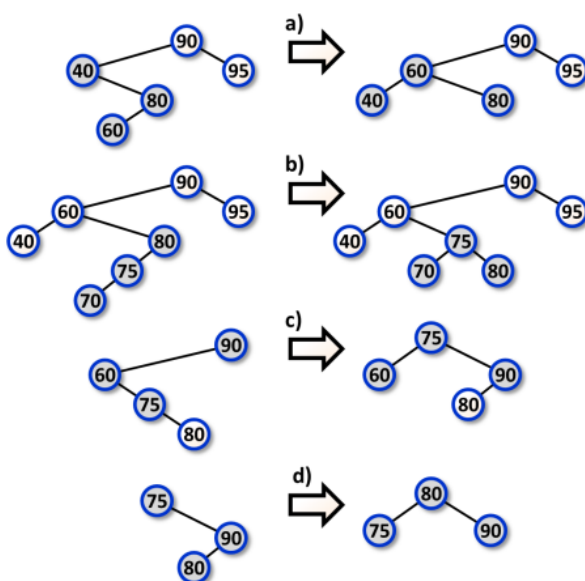
Příklad 1

Vstup

```
2 11
I 90
I 95
I 40
I 80
I 60
I 75
I 70
D 95
D 70
D 40
D 60
```

Výstup

4



Obrázek 2.1. Změny v BVS po provedení operace Insert(60), resp. Insert(70), resp. Delete(40), resp. Delete(60) v Příkladě 1 jsou zachycené jako transformace a), resp. b), resp. c), resp. d). Uzly původních holých větví jsou ve všech případech zvýrazněny šedě.

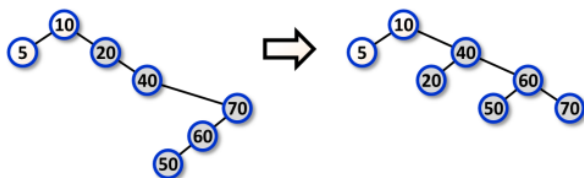
Příklad 2

Vstup

```
2 15
I 10
I 5
I 20
I 15
I 40
I 30
I 70
I 60
I 80
I 90
I 50
D 30
D 15
D 80
D 90
```

Výstup

2



Obrázek 2.2. Změna v BVS po provedení operace Delete(90) v Příkladu 2. Uzly původních holých větví jsou zvýrazněny šedě. Uvedená změna je instancí obecného případu zachyceného na Obrázku 1.

Veřejná data