

LS: Gong

(V.Franc, upravili O.Drbohlav, T.Werner, V.Voráček)

Časová řada je posloupnost reálných čísel y_0, y_1, \dots , která popisuje signál vzorkovaný v (ekvidistantních) časech $t = 0, 1, \dots, T$. Naším cílem je odhadnout parametry *autoregresního modelu*

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i}, \quad t \geq p,$$

časové řady, ve kterém každý prvek posloupnosti je lineární kombinace (se stejnými koeficienty) p předcházejících prvků a absolutního členu 1. Číslo $p \in \mathbb{N}$ je *řád modelu* a

$\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_p) \in \mathbb{R}^{p+1}$ jsou parametry. Odhadnutí parametrů z naměřeného vzorku

$$\mathbf{y} = (y_0, y_1, \dots, y_T) \in \mathbb{R}^{T+1}$$

časové řady se nazývá *identifikace modelu*. Jedna metoda identifikace hledá takové parametry, které odpovídají naměřenému vzorku ve smyslu nejmenšího součtu čtverců odchylek hodnot modelu od nameřených dat. Tj. optimální parametry minimalizují číslo

$$\sum_{t=p}^T (\hat{y}_t - y_t)^2.$$

Získaný model se dá použít například pro kompresi časové řady. V tomto případě postačí uchovat podposloupnost y_1, \dots, y_p a odhadnuté parametry. Zbývající členy posloupnosti y_{p+1}, \dots, y_T vygenerujeme rekurentním použitím modelu. Koeficient komprese je tedy $T/(2p+1)$. Na podobné myšlence je postavena komprese řečového signálu v reálném čase, která se používá například v mobilních telefonech.

Úkoly k vypracování:

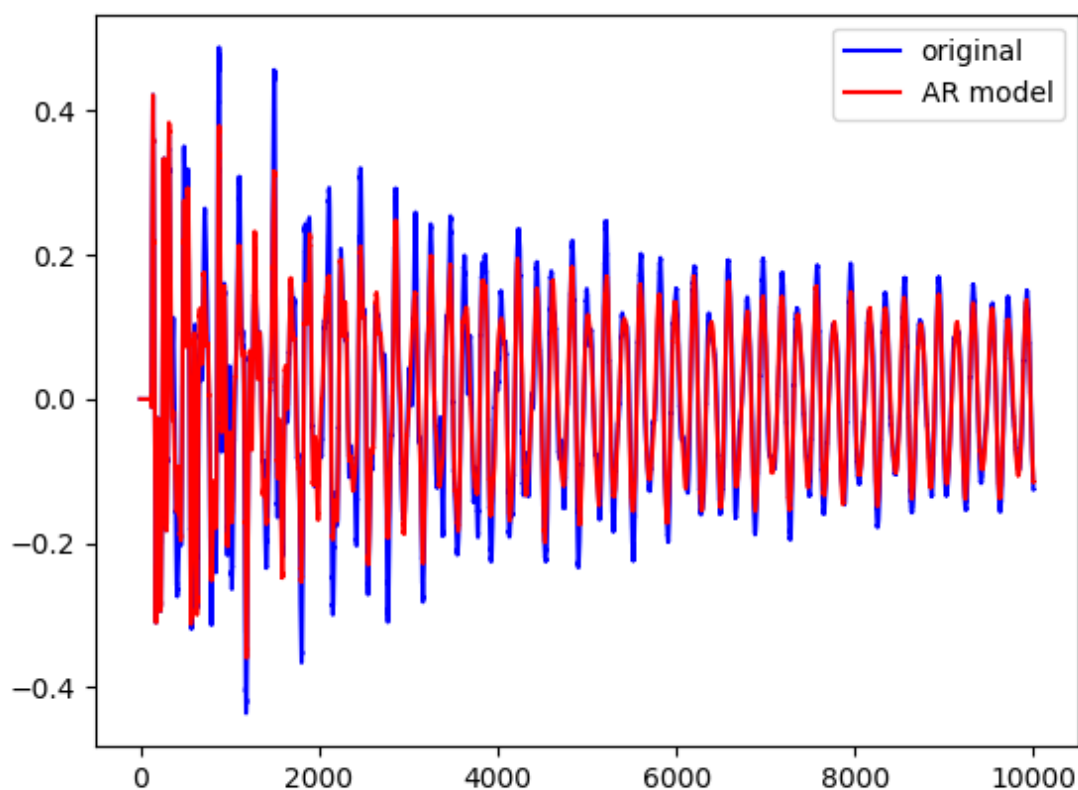
1. Napište funkci `a = ar_fit_model(y,p)`, kde sloupcový vektor `y` je naměřený vzorek, skalár `p` je řád modelu, a sloupcový vektor `a` jsou odhadnuté parametry. Doporučujeme úlohu nejdříve zformulovat jako minimalizaci funkce

$$\|\mathbf{M}\mathbf{a} - \mathbf{b}\|^2.$$

2. Napište funkci `y_pred = ar_predict(a,y0,N)`, kde sloupcový vektor `a` jsou parametry, vstupní sloupcový vektor `y0` délky `p` je počáteční podposloupnost, `N` je požadovaná délka

predikované posloupnosti, a výstupní sloupcový vektor y_{pred} délky N je predikovaná posloupnost.

Templaty, včetně skriptu pro testování si stáhněte zde: [template pro matlab](#) [/wiki/_media/courses/b0b33opt/cviceni/hw/lsq2/gong_matlab.zip], [template pro python](#) [/wiki/_media/courses/b0b33opt/cviceni/hw/lsq2/gong_python.zip]. Pro python spouštějte skript `gong.py`, pro matlab `du2.m`. Výsledný graf pro gong by měl vypadat jako níže. Pro další testování vymyslete jednoduché případy, u kterých umíte najít řešení i jinak. Například konstatní a lineární regrese ($p = 0,1$).



[/wiki/

[_detail/courses/b0b33opt/cviceni/hw/lsq2/gong.png?id=courses%3Ab0b33opt%3Acviceni%3Ahw%3Als2%3Astart\]](#)

courses/b0b33opt/cviceni/hw/lsq2/start.txt · Last modified: 2021/10/28 13:12 by wernetom