Taller : Ejercicios de Sistemas
Sandra Chávez

Punto Uno

- Solución Manualmente:

- Solución exacta por Symbolab:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10^{-4} & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10^{-4} & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad : \quad x = \begin{pmatrix} \frac{10000}{9999} \\ \frac{9998}{9999} \end{pmatrix}$$

- Solucionar por Gauss
  - Intercambiando filas:

$$\begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

$$\begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad : \quad x = \begin{pmatrix} \frac{10000}{9999} \\ \frac{9998}{9999} \end{pmatrix}$$

- Solucionar por Gauss Jordan

$$gauss\,jordan \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 10^{-4} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Relacionado »   Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

Reducir matriz a su forma escalonada reducida por renglones $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & b \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{10000}{9999} \\ 0 & 1 & \frac{9998}{9999} \end{pmatrix}$

$$gauss\ jordan \begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Relacionado »   Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

Reducir matriz a su forma escalonada reducida por renglones $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & b \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{10000}{9999} \\ 0 & 1 & \frac{9998}{9999} \end{pmatrix}$

Resultado algoritmo Gauss Jordan:


```
Matriz aumentada:
[[1.e+00 1.e+00 2.e+00]
 [1.e-04 1.e+00 1.e+00]]
Pivoteo parcial por filas
[[1.e+00 1.e+00 2.e+00]
 [1.e-04 1.e+00 1.e+00]]
eliminacion hacia adelante
[[1.     1.     2.    ]
 [0.     0.9999 0.9998]]
eliminación hacia atrás
[[1.00000000e+00 1.11022302e-16 1.00010001e+00]
 [0.00000000e+00 1.00000000e+00 9.99899990e-01]]
solución de X:
[[1.00010001]
 [0.99989999]]
Operaciones totales:
6
PS C:\Users\Sandra Isabel>
```

Punto Dos
Cramer 3x3:

```
resolver A*x = B
[[ 4 -1  5]
 [-1  4  6]
 [-1  7  4]] X =  [1 6 3]
Solucion por Cramer
[-1.11111111, -0.31623932, 1.02564103]
Operaciones totales 15
PS C:\Users\Sandra Isabel> []
```

Gauss Jordan 3x3:

```
Matriz aumentada:
[[ 4. -1.  5.  1.]
 [-1.  4.  6.  6.]
 [-1.  7.  4.  3.]]
Pivoteo parcial por filas
[[ 4. -1.  5.  1.]
 [-1.  7.  4.  3.]
 [-1.  4.  6.  6.]]
eliminacion hacia adelante
[[ 4.         -1.          5.          1.        ]
 [ 0.          6.75        5.25        3.25      ]
 [ 0.          0.          4.33333333  4.44444444]]
eliminación hacia atrás
[[ 1.          0.          0.         -1.11111111]
 [ 0.          1.          0.         -0.31623932]
 [ 0.          0.          1.          1.02564103]]
solución de X:
[[-1.11111111]
 [-0.31623932]
 [ 1.02564103]]
Operaciones totales:
14
PS C:\Users\Sandra Isabel> 
```

Gauss Jordan 5x5:

```
Matriz aumentada:
[[1. 1. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 4.]
 [1. 1. 3. 3. 1. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 2.]]
Pivoteo parcial por filas
[[1. 1. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 4.]
 [1. 1. 3. 3. 1. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 2.]]
```

```
Operaciones totales:
33
PS C:\Users\Sandra Isabel> 
```

Cramer 5x5:

```
resolver A*x = B
[[1 1 3 3 3]
 [1 1 3 3 3]
 [1 1 3 3 3]
 [1 1 3 3 1]
 [1 1 3 3 3]] X =  [2 2 4 2 2]
Solucion por Cramer
c:/Users/Sandra Isabel/Desktop/Nu
  R.append(round(np.linalg.det(ma
[nan, nan, nan, nan, nan]
Operaciones totales 45
PS C:\Users\Sandra Isabel> []
```

Gauss Jordan 10x10:

```
Matriz aumentada:
[[1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 4.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 6.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 1.]]
Pivoteo parcial por filas
[[1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 4.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 6.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.]
 [1. 1. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 1.]]
```

```
Operaciones totales:
118
PS C:\Users\Sandra Isabel> S
```

Cramer 10x10:

```
resolver A*x = B
[[1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]
 [1 1 3 3 3 3 3 3 3 3]] X =  [2 2 4 2 2 2 6 2 2 1]
Solucion por Cramer
c:/Users/Sandra Isabel/Desktop/Numerico/MetodoCramer
   R.append(round(np.linalg.det(matriz_aux)/np.linal
[nan, nan, nan, nan, nan, nan, nan, nan, nan, nan]
Operaciones totales 190
PS C:\Users\Sandra Isabel> []
```

Punto tres

Demostración Symbolab:

Método Gauss:

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos ▲▼

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad : \quad x = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 1 \\ \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

Método Gauss Jordan:

$$gauss\ jordan \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Relacionado »   Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos ▲▼

Reducir matriz a su forma escalonada reducida por renglones $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & b \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$

Solución algoritmo Gauss Jordan:

```
Matriz aumentada:
[[ 4. -1. -1.  1.]
 [-1.  4. -1.  2.]
 [-1. -1.  4.  3.]]
Pivoteo parcial por filas
[[ 4. -1. -1.  1.]
 [-1.  4. -1.  2.]
 [-1. -1.  4.  3.]]
eliminacion hacia adelante
[[ 4.         -1.         -1.          1.        ]
 [ 0.          3.75       -1.25        2.25      ]
 [ 0.          0.          3.33333333  4.        ]]
eliminación hacia atrás
[[1.  0.  0.  0.8]
 [0.  1.  0.  1. ]
 [0.  0.  1.  1.2]]
solución de X:
[[0.8]
 [1. ]
 [1.2]]
Operaciones totales:
13
PS C:\Users\Sandra Isabel>
```

Punto Cuatro

● Resolver de forma exacta y directa (symbolab)

$$\begin{pmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.7 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6 & 7.0 & 8.5 & 4.8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 50.78 \\ 47.36 \\ 91.48 \\ 98.17 \end{pmatrix}$$

Ir

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

$$\begin{pmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.7 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6 & 7 & 8.5 & 4.8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 50.78 \\ 47.36 \\ 91.48 \\ 98.17 \end{pmatrix} \quad : \quad x = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.2 \\ 4.1 \\ 5.4 \end{pmatrix}$$

Solución algoritmo Gauss Jordan:

```
Matriz aumentada:
[[ 2.6   0.3   2.4   6.2  50.78]
 [ 7.7   0.4   4.7   1.4  47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5  91.48]
 [ 6.    7.    8.5   4.8  98.17]]
Pivoteo parcial por filas
[[ 7.7   0.4   4.7   1.4  47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5  91.48]
 [ 6.    7.    8.5   4.8  98.17]
 [ 2.6   0.3   2.4   6.2  50.78]]
eliminacion hacia adelante
[[ 7.70000000e+00   4.00000000e-01   4.70000000e+00   1.40000000e+00
   4.73600000e+01]
 [ 0.00000000e+00   9.63506494e+00   6.38701299e+00   5.72727273e-01
   6.01116883e+01]
 [ 0.00000000e+00   0.00000000e+00   4.04030193e-01   3.31152446e+00
   1.95387559e+01]
 [ 0.00000000e+00   0.00000000e+00   0.00000000e+00  -4.98315263e-02
  -2.69090242e-01]]
eliminación hacia atrás
[[ 1.00000000e+00   0.00000000e+00   0.00000000e+00   6.33058613e-16
   2.50000000e+00]
 [ 0.00000000e+00   1.00000000e+00   0.00000000e+00   7.28617426e-16
   3.20000000e+00]
 [ 0.00000000e+00   0.00000000e+00   1.00000000e+00  -1.09914857e-15
   4.10000000e+00]
 [-0.00000000e+00  -0.00000000e+00  -0.00000000e+00   1.00000000e+00
   5.40000000e+00]]
solución de X:
[[2.5]
 [3.2]
 [4.1]
 [5.4]]
Operaciones totales:
25
PS C:\Users\Sandra Isabel> █
```

- Cambiar $a_{41} = 6$ por $a_{41} = 6.1$ ¿Qué efecto tiene esto en la solución, en % cómo cambió la solución? encontrar ese porcentaje de cambio sin tener que volver a solucionar el problema.

$$\begin{pmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.7 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6.1 & 7.0 & 8.5 & 4.8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 50.78 \\ 47.36 \\ 91.48 \\ 98.17 \end{pmatrix}$$

Ir

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

$$\begin{pmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.7 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6.1 & 7 & 8.5 & 4.8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 50.78 \\ 47.36 \\ 91.48 \\ 98.17 \end{pmatrix} \quad : \quad x = \begin{pmatrix} 0.14942... \\ 0.41822... \\ 8.34324... \\ 4.87778... \end{pmatrix}$$

Solución algoritmo Gauss Jordan:

```
Matriz aumentada:
[[ 2.6   0.3   2.4   6.2 50.78]
 [ 7.7   0.4   4.7   1.4 47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5 91.48]
 [ 6.1   7.    8.5   4.8 98.17]]
Pivoteo parcial por filas
[[ 7.7   0.4   4.7   1.4 47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5 91.48]
 [ 6.1   7.    8.5   4.8 98.17]
 [ 2.6   0.3   2.4   6.2 50.78]]
eliminacion hacia adelante
[[ 7.7        0.4        4.7        1.4        47.36      ]
 [ 0.         9.63506494 6.38701299 0.57272727 60.11168831]
 [ 0.         0.         0.34643483 3.29365144 18.95610055]
 [ 0.         0.         0.        -0.97235235 -4.74292117]]
eliminación hacia atrás
[[ 1.00000000e+00  0.00000000e+00 -4.78866920e-18  0.00000000e+00
   1.49421401e-01]
 [ 0.00000000e+00  1.00000000e+00  9.21818821e-17  0.00000000e+00
   4.18223069e-01]
 [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.00000000e+00  0.00000000e+00
   8.34324968e+00]
 [-0.00000000e+00 -0.00000000e+00 -0.00000000e+00  1.00000000e+00
   4.87778036e+00]]
solución de X:
[[0.1494214 ]
 [0.41822307]
 [8.34324968]
 [4.87778036]]
Operaciones totales:
25
PS C:\Users\Sandra Isabel> 
```

- **Tasa de cambio :** $a_{41} = 6 \; por \; a_{41} = 6.1$

$$\begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.2 \\ 4.1 \\ 5.4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.14942 \\ 0.41822 \\ 8.34324 \\ 4.87778 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.35058 \\ 2.78178 \\ -4.24324 \\ 0.52222 \end{pmatrix}$$

a4,1=6	a4,1=6.1	Tasa de cambio
2,50	0,15	9402,3%
3,20	0,42	8693,1%
4,10	8,34	-10349,4%
5,40	4,88	967,1%

- Cambiar $a_{23} = 4.7 \; por \; a_{23} = 4.8$ ¿Qué efecto tiene esto en la solución, en % cómo cambió la solución?

$$\begin{pmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.8 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6 & 7.0 & 8.5 & 4.8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 50.78 \\ 47.36 \\ 91.48 \\ 98.17 \end{pmatrix}$$

Ir

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

$$\begin{pmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.8 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6 & 7 & 8.5 & 4.8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 50.78 \\ 47.36 \\ 91.48 \\ 98.17 \end{pmatrix} \quad : \quad x = \begin{pmatrix} 4.27591... \\ 5.32220... \\ 0.87153... \\ 5.80230... \end{pmatrix}$$

Solución algoritmo Gauss Jordan:

```
Matriz aumentada:
[[ 2.6   0.3   2.4   6.2  50.78]
 [ 7.7   0.4   4.8   1.4  47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5  91.48]
 [ 6.    7.    8.5   4.8  98.17]]
Pivoteo parcial por filas
[[ 7.7   0.4   4.8   1.4  47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5  91.48]
 [ 6.    7.    8.5   4.8  98.17]
 [ 2.6   0.3   2.4   6.2  50.78]]
eliminacion hacia adelante
[[ 7.7          0.4          4.8          1.4          47.36       ]
 [ 0.           9.63506494   6.32077922   0.57272727  60.11168831]
 [ 0.           0.           0.37208519   3.31152446  19.5387559 ]
 [ 0.           0.           0.          -0.25455171  -1.47698642]]
eliminación hacia atrás
[[ 1.00000000e+00  0.00000000e+00  4.78866920e-18  0.00000000e+00
   4.27591399e+00]
 [ 0.00000000e+00  1.00000000e+00 -9.21818821e-17  0.00000000e+00
   5.32220467e+00]
 [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.00000000e+00  0.00000000e+00
   8.71532255e-01]
 [-0.00000000e+00 -0.00000000e+00 -0.00000000e+00  1.00000000e+00
   5.80230400e+00]]
solución de X:
[[4.27591399]
 [5.32220467]
 [0.87153225]
 [5.802304  ]]
Operaciones totales:
25
PS C:\Users\Sandra Isabel>
```

Tasa de cambio $a_{23} = 4.7 \; por \; a_{23} = 4.8$ **:**

$$\begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.2 \\ 4.1 \\ 5.4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4.27591 \\ 5.3222 \\ 0.87153 \\ 5.8023 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.77591 \\ -2.1222 \\ 3.22847 \\ -0.4023 \end{pmatrix}$$

a2,3=4.7	a2,3=4.8	Tasa de cambio
2,50	4,28	-7103,6%
3,20	5,32	-6631,9%
4,10	0,87	7874,3%
5,40	5,80	-745,0%

- Cambiar $a_{23} = 4.7 \; por \; a_{23} = 4.6$ ¿Qué efecto tiene esto en la solución, en % cómo cambió la solución?

Solución Symbolab:

Solución algoritmo Gauss Jordan:

```
Matriz aumentada:
[[ 2.6   0.3   2.4   6.2  50.78]
 [ 7.7   0.4   4.6   1.4  47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5  91.48]
 [ 6.    7.    8.5   4.8  98.17]]
Pivoteo parcial por filas
[[ 7.7   0.4   4.6   1.4  47.36]
 [ 5.1   9.9   9.5   1.5  91.48]
 [ 6.    7.    8.5   4.8  98.17]
 [ 2.6   0.3   2.4   6.2  50.78]]
eliminacion hacia adelante
[[ 7.7         0.4         4.6         1.4         47.36      ]
 [ 0.          9.63506494  6.45324675  0.57272727  60.11168831]
 [ 0.          0.          0.4359752   3.31152446  19.5387559 ]
 [ 0.          0.          0.          0.12488793  0.76179471]]
eliminación hacia atrás
[[ 1.          0.          0.          0.          5.5892858 ]
 [ 0.          1.          0.          0.          6.89167471]
 [ 0.          0.          1.          0.         -1.5160713 ]
 [ 0.          0.          0.          1.          6.09982671]]
solución de X:
[[ 5.5892858 ]
 [ 6.89167471]
 [-1.5160713 ]
 [ 6.09982671]]
Operaciones totales:
25
PS C:\Users\Sandra Isabel> 
```

Tasa de cambio $a_{23} = 4.7$ *por* $a_{23} = 4.6$

$$\begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.2 \\ 4.1 \\ 5.4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5.58928 \\ 6.89167 \\ -1.51607 \\ 6.09982 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.08928 \\ -3.69167 \\ 5.61607 \\ -0.69982 \end{pmatrix}$$

a2,3=4.7	a2,3=4.6	Tasa de cambio
2,50	5,59	-12357,1%
3,20	6,89	-11536,5%
4,10	-1,52	13697,7%
5,40	6,10	-1296,0%