

Лабораторная работа по сортировкам

Алпатова Александра

19 декабря 2022 г.

0. Пузырек и его товарищи

Мы написали три разных сортировки с временной сложностью $O(N^2)$. Это пузырек, блинная сортировка и гномья сортировка. Построим график зависимости времени работы от размера массива с тремя кривыми – по одной для каждой сортировки:

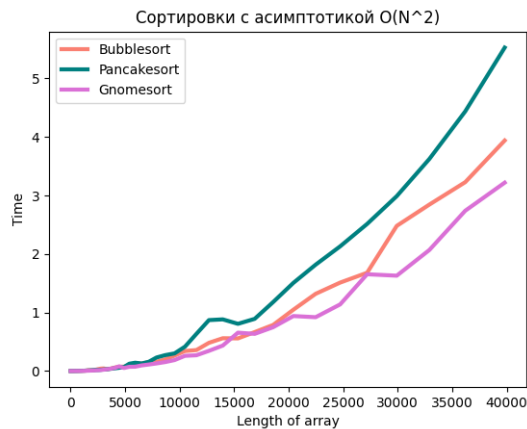


Рис. 1: Пузырек и его товарищи

Докажем, что сложность этих алгоритмов действительно $O(N^2)$. Так как мы предполагаем, что $t = O(N^2)$, то если привести обе оси к логарифмическому масштабу, выйдет, что $\ln t = \ln C + 2 \cdot \ln N$. То есть параболы в координатах t и N превратятся в прямые в координатах $\ln t$ и $\ln N$. Наклон прямых будет говорить о максимальной степени N , а высота над началом координат – о коэффициенте при этой максимальной степени. Соответственно коэффициент наклона должен равняться 2:

Предположения подтвердились, что можно заметить при сравнении наших графиков с графиком $y = \frac{N^2}{400000000}$. Отсюда же можно приблизительно найти коэффициент $C = 4 \cdot 10^{-8}$. Таким образом мы доказали асимптотику данных сортировок.

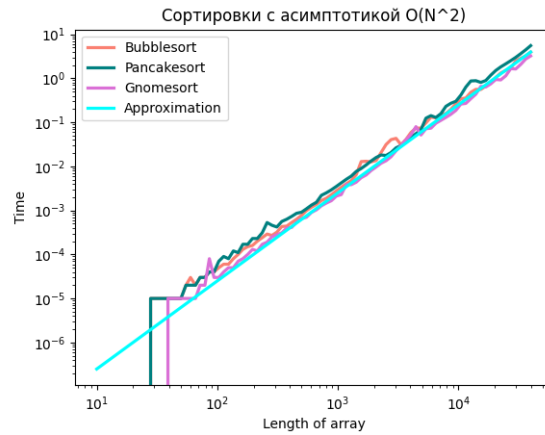


Рис. 2: Логарифмированные шкалы

1. Пузырек, но быстрее

Построим график с четырьмя кривыми для одной из сортировок за $O(N^2)$ – по одной кривой на каждую степень оптимизации. Для этого выберем гномью сортировку:

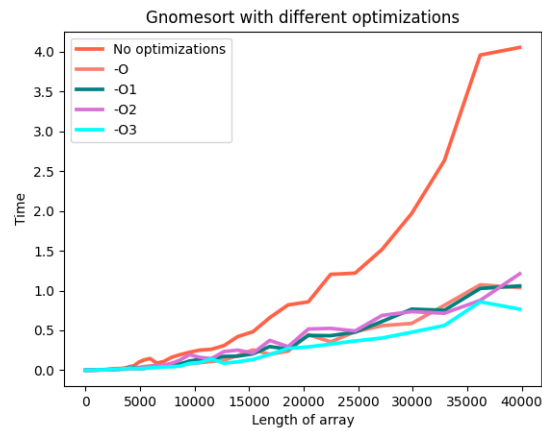


Рис. 3: степень оптимизации

Мы видим, что оптимизация значительно сокращает время работы алгоритма.

2. А теперь настоящие быстрые сортировки

Напишем три разных сортировки с временной сложностью $O(N \log N)$. У нас это Быстрая сортировка, Слияние и Пирамидальная сортировка. Построим график зависимости времени работы от размера сортируемого массива:

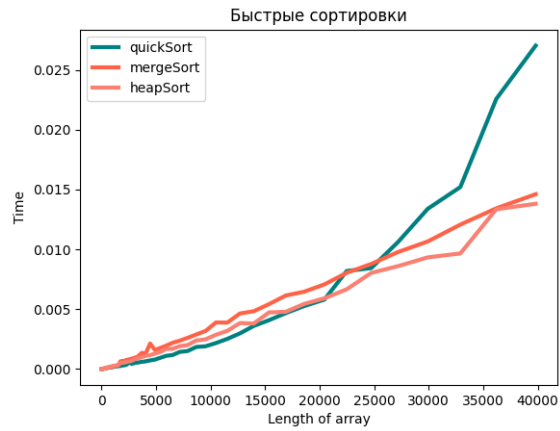


Рис. 4: Быстрые сортировки

Для того, чтобы доказать, что сложность этих алгоритмов действительно $O(N \log N)$ разделим T на $N \log N$. Если наше предположение верно, мы должны будем получить константу.

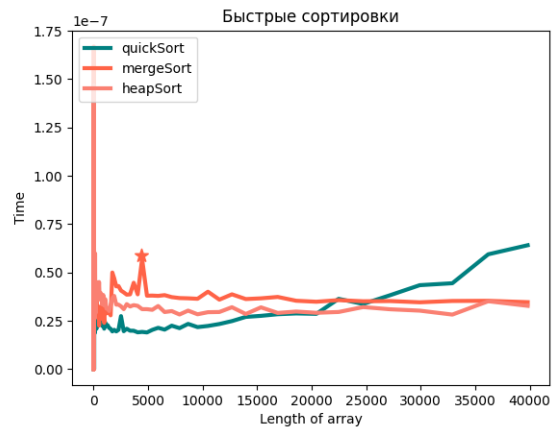


Рис. 5: асимптотика

Предположение оправдалось, таким образом мы доказали асимптотику наших "быстрых" сортировок.

3. $O(N^2)$ vs $O(N \cdot \log N)$

Нарисуем кривые из пунктов 0 и 2 на одном графике. Масштабы массивов соответствуют и оптимизация одинакова для всех расчетов в этом пункте. Однако чтобы графики визуально читались, пришлось прологарифмировать шкалы, ведь быстрые сортировки на порядок быстрее сортировок из пункта 0.

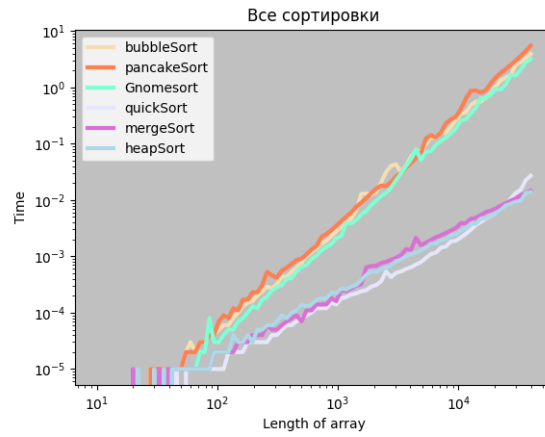


Рис. 6: все сортировки

4. Зависимость от начальных данных

Сравним время работы алгоритмов на отсортированном массиве (лучшем), массиве произвольных чисел (среднем) и массиве, отсортированном в обратную сторону (худшем). Для каждого из шести реализованных алгоритмов построим по три кривые – лучший, средний и худший случай.

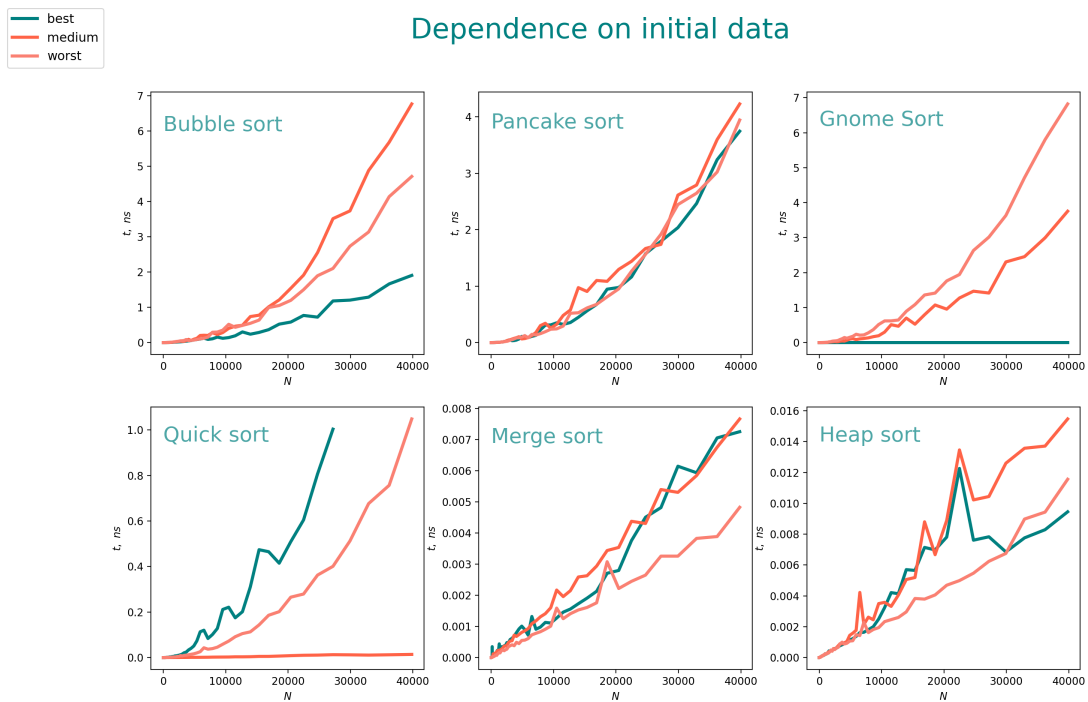


Рис. 7: начальные данные