

**Отчет о выполнении лабораторной  
работы 2.2.1 "Исследование взаимной  
диффузии газов"**

Алпатова Александра

### Цель работы:

- 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов;
- 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

### В работе используются:

- стеклянные сосуды ( $V_1 = V_2 = 800 \pm 5 \text{ см}^3$ ,  $L/S = 15,0 \pm 0,1 \frac{1}{\text{см}}$ );
- форвакуумный насос;
- баллон с газом (гелий);
- манометр ( $\sigma_P = 0,005 \cdot 760 \text{ торр} = 3,8 \text{ торр}$ );
- источник питания;
- магазин сопротивлений;
- гальванометр;
- секундомер.

## Теоретическое введение

Рассмотрим процесс выравнивания концентрации. Пусть концентрации одного из компонентов смеси в сосудах  $V_1$  и  $V_2$  равны  $n_1$  и  $n_2$ . Плотность диффузионного потока любого компонента (т. е. количество вещества, проходящее в единицу времени через единичную поверхность) определяется законом Фика:

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x},$$

где  $D$  — коэффициент взаимной диффузии газов, а  $j$  — плотность потока частиц.

В нашем случае ввиду того что, а) объем соединительной трубки мал по сравнению с объемами сосудов, б) концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объему. Диффузионный поток в любом сечении трубки одинаков. Поэтому,

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}.$$

Обозначим через  $\Delta n_1$  и  $\Delta n_2$  изменения концентрации в объемах  $V_1$  и  $V_2$  за время  $\Delta t$ . Тогда  $V_1 \Delta n_1$  равно изменению количества компонента в объеме  $V_1$ , а  $V_2 \Delta n_2$  — изменению количества этого компонента в  $V_2$ . Из закона сохранения вещества следует, что  $V_1 \Delta n_1 + V_2 \Delta n_2 = \text{const}$ , откуда  $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$ . Эти изменения происходят вследствие диффузии, поэтому:

$$V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2.$$

С другой стороны  $V_1 \Delta n_1 = J \Delta t$  и  $V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}$ . Аналогично  $V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l}$

Тогда

$$\frac{d(n_1 - n_2)}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} \quad (1)$$

Проинтегрируем и получим, что

$$n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-t/\tau},$$

где  $(n_1 - n_2)_0$  — разность концентраций в начальный момент времени,

$$\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD}.$$

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau} \quad (2)$$

Для измерения концентраций в данной установке применяются датчики теплопроводности  $D_1, D_2$  (см. рис. 1) используется зависимость теплопроводности газовой смеси от ее состава. Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема (рис. 1). Здесь  $D_1$  и  $D_2$  — датчики теплопроводности, расположенные в сосудах  $V_1$  и  $V_2$ . Сопротивления  $R_1, R_2$  и  $R$  служат для установки прибора на нуль (балансировка моста). В одну из диагоналей моста включен гальванометр, к другой подключается небольшое постоянное напряжение. Мост балансируется при заполнении сосудов (и датчиков) одной и той же смесью.

При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста. При незначительном различии в составах смесей показания гальванометра, подсоединённого к диагонали моста, будут пропорциональны разности концентраций примеси. В процессе диффузии разность концентраций убывает по экспоненте, и значит по тому же закону изменяются во времени показания гальванометра

$$U = U_0 \exp(-t/\tau).$$

## Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рис. 1. Там же показана схема электрических соединений и конструкция многоходового крана  $K_6$

Установка состоит из двух сосудов  $V_1$  и  $V_2$  соединенных краном  $K_3$ , форвакуумного насоса Ф.Н. с выключателем Т, манометра  $M$  и системы напуска гелия, включающей в себя краны  $K_6$  и  $K_7$ . Кран  $K_5$  позволяет соединять форвакуумный насос либо с установкой, либо с атмосферой. Между форвакуумным насосом и краном  $K_5$  вставлен предохранительный баллон П.Б., защищающий кран  $K_5$  и установку при неправильной эксплуатации ее от попадания форвакуумного масла из насоса Ф.Н. Сосуды  $V_1$  и  $V_2$  и порознь и вместе можно соединять как с системой напуска гелия, так и с форвакуумным насосом. Для этого служат краны  $K_1, K_2, K_4$  и  $K_5$ . Манометр  $M$  регистрирует давление газа, до которого заполняют тот или другой сосуды.

Для сохранения гелия, а также для уменьшения неконтролируемого попадания гелия в установку (по протечкам в кране  $K_6$ ) между трубопроводом подачи гелия и краном  $K_6$  поставлен металлический кран  $K_7$ . Его

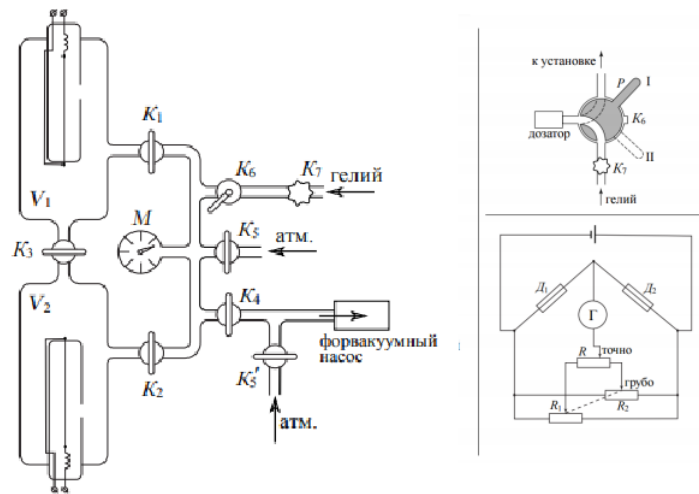


Рис. 1: схема установки

открывают только на время непосредственного заполнения установки гелием. Все остальное время он закрыт.

В силу того, что в сосуд требуется подавать малое давление гелия, между кранами  $K_7$  и  $K_4$  стоит кран  $K_6$ , снабженный дозатором. Дозатор - это маленький объем, который заполняют до давления гелия в трубопроводе, а затем уже эту порцию гелия с помощью крана  $K_6$  впускают в установку.

Описание схемы электрического соединения.  $D_1$  и  $D_2$  — сопротивления проволок датчиков парциального давления, которые составляют одно плечо моста. Второе плечо моста составляют сопротивления  $r_1$ ,  $R_1$  и  $r_2$ ,  $R_2$ .  $r_1 \ll R_1$ ,  $r_2 \ll R_2$ ,  $R_1$  и  $R_2$  спаренные, их подвижные контакты находятся на общей оси. Оба они используются для грубой регулировки моста. Точная балансировка моста выполняется потенциометром  $R$ . Последовательно с гальванометром  $G$ , стоящим в диагонали моста, поставлен магазин сопротивлений  $MR$ . Когда мост балансируют, магазин сопротивлений выводят на ноль. В процессе же составления рабочей смеси в сосудах  $V_1$  и  $V_2$  мост разбалансирован. Чтобы не сжечь при этом гальванометр, магазин  $MR$  ставят на максимальное сопротивление.

## 1 Ход работы

1. Включим питание электрической схемы установки рубильником  $B$ . Откроем краны  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ . Перепишем параметры установки:

$$V_1 = V_2 = V = 800 \pm 5 \text{ см}^3, \quad \frac{L}{S} = 15.0 \pm 0.1 \text{ см}^{-1}$$

Поскольку манометр измеряет разность давления внутри резервуаров с атмосферным в  $\frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$  необходимо записать показание манометра при полностью откачанном сосуде  $P_0 = 98.0 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$  (оно равно атмосферному) и в дальнейшем постоянно вычитать из него показания прибора, тем самым будет найдено давление внутри установки.

2. Очистим установку от всех газов, которые в ней есть. Для этого откроем кран  $K_4$ . Включим форвакуумный насос (Ф.Н.) выключателем Т, находящемся на насосе, и соединим насос с установкой, повернув ручку крана  $K_5$  длинным концом рукоятки влево (на установку). Откачаем установку до давления  $\approx 0.1$  торр, что достигается непрерывной работой насоса в течение 3–5 минут. Для прекращения откачки ручку крана  $K_5$  поставим длинным концом вверх.
3. Напустим в установку воздух до рабочего давления (вначале  $P \approx 40$  торр), чтобы сбалансировать мост на рабочем давлении. Для этого рукоятку крана  $K_5$  повернём из положения вправо (воздух поступает в насос) в положение влево (воздух из насоса поступает в установку). Эту операцию повторим несколько раз, пока не будет достигнуто нужное давление. Сбалансируем мост.
4. Заполним установку рабочей смесью согласно порядку предложенному в указании к работе: в сосуде  $V_2$  должен быть воздух, а в сосуде  $V_1$  — смесь воздуха, с гелием.
5. Проведём измерения. Для этого откроем кран  $K_3$ , включим компьютер и затем скачаем из него данные показаний гальванометра с течением времени. Процесс измерений продолжим до тех пор, пока разность концентраций (показания гальванометра) не упадет на 30–50%.
6. Будем продолжать аналогичные измерения при различных значениях  $P_{\text{рабочее}}$  в интервале 40–240 торр. Данные представлены по ссылке в репозитории на Github (<https://goo.su/AM3RRie>), ввиду того, что количество полученных благодаря автоматизированным измерениям точек слишком велико.

### Обработка результатов

7. Убедимся, что процесс диффузии подчиняется закону (2). С этой целью для каждого из рабочих давлений построим графики зависимости  $U(t)$  в логарифмическом масштабе по оси ординат. При логарифмировании уравнение примет вид:

$$\ln U = -\ln U_0 \cdot \frac{t}{\tau}$$

По угловым коэффициентам и известным геометрическим параметрам установки рассчитаем коэффициенты взаимной диффузии при выбранных рабочих давлениях (см. формулу (1)).

В общем случае формула для коэффициента диффузии:

$$D = \frac{1}{\tau} \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{S} = -k \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{S}$$

Так как  $V_1 = V_2$ , формула преобразуется в:

$$\tau = \frac{1}{D} \frac{VL}{2S} \Rightarrow$$

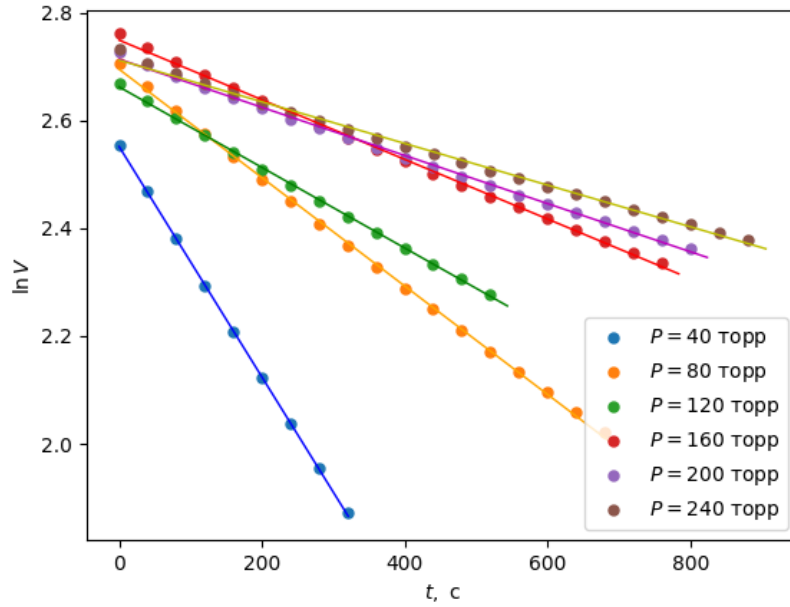


Рис. 2: Зависимость расхода от перепада давления  $Q(\Delta P)$

$P$ , торр	40	80	120	160	200	240
$k$ , $10^{-3}/c$	-2,136	-1,005	-0,747	-0,553	-0,446	-0,386
$D$ , $cm^2/c$	12,82	6,03	4,48	3,32	2,68	2,32

Таблица 1: Вычисления коэффициента взаимной диффузии при различных давлениях

$$\Rightarrow D = -k \frac{V L}{2 S}$$

Оценим погрешности результатов. У коэффициента наклона нет приборной погрешности, поэтому погрешность коэффициента наклона состоит только из случайной составляющей. Все погрешности будут усреднены, поэтому подойдут ко всем измеренным давлениям:

$$\varepsilon_k = \overline{\varepsilon_k} = 0,1\%$$

$$\varepsilon_{\text{приб}} = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_{L/S}^2} = 0,9\%$$

$$\varepsilon_D = \sqrt{\varepsilon_{\text{случ}}^2 + \varepsilon_{\text{приб}}^2} = 0,9\%$$

- Построим график зависимости коэффициента диффузии от обратного давления в координатах  $D(1/p)$ .

Экстраполируя график к атмосферному давлению, оценим соответствующий коэффициент диффузии. Сравним результат с табличным ( $D_{\text{табл}} =$

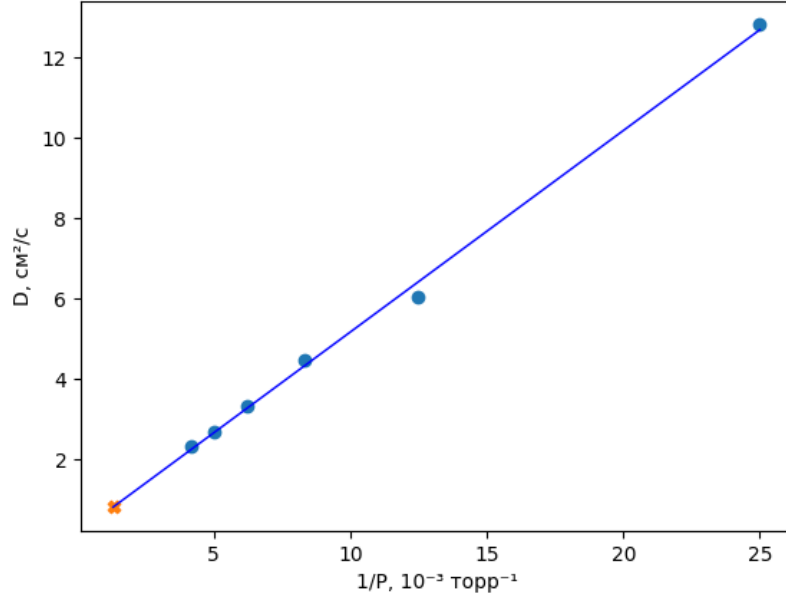


Рис. 3: Зависимость расхода от перепада давления  $Q(\Delta P)$

$0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ ). Видно, что зависимость с хорошей точностью можно назвать линейной:

$$D \approx D_0 \cdot \frac{P}{P_0},$$

Откуда

$$\varepsilon_{D_0} = \sqrt{\varepsilon_D^2 + \varepsilon_P^2} = 4,0\%$$

В итоге получаем:

$$D_0 = 0,81 \pm 0,03 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

Этот результат совпадает с табличным по порядку и близок по значению, отличаясь от него на 23 процента.

- По полученным результатам оценим длину свободного пробега атомов гелия в воздухе в условиях эксперимента, а также эффективное сечение столкновений атомов гелия с молекулами воздуха. Для этого воспользуемся формулами:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \text{ где } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \Rightarrow \lambda = 3D \sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} \approx 195 \text{ нм} \quad (3)$$

Эффективное сечение  $\sigma_0$  найдём по формулам:

$$\lambda = \frac{1}{n_0 \sigma}, \text{ где } n_0 = \frac{P_0}{kT_0} \Rightarrow \sigma_0 = \frac{kT_0}{P_0 \lambda} \approx 2,07 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2 \quad (4)$$

Величины совпали по порядку с их табличными значениями:

$$\lambda_{\text{табл}} = 175 \text{ нм}$$

Вычислим погрешности:

$$\varepsilon_\lambda = \sqrt{\varepsilon_{D_0}^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_T^2} = 4,0\%$$

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\varepsilon_\lambda^2 + \varepsilon_T^2} = 4,0\%$$

## 2 Вывод

В ходе работы:

- Была зарегистрирована зависимость концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при различных начальных давлениях смеси газов.
- По результатам измерений был определен коэффициент взаимной диффузии для смеси гелий-воздух:  $D_{\text{атм}} = (0,516 \pm 0,03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ , что совпадает по порядку величины с табличными данными:  $D_{\text{табл}} = 0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ .
- Была оценена длина свободного пробега гелия в воздухе:  $\lambda = (131,4 \pm 7,6) \text{ нм}$ , что опять-таки сходится с табличными данными по порядку величины:  $\lambda_{\text{табл}} = 175 \text{ нм}$ .

Основная доля ошибок приходится на барометр, и тот факт, что мы не можем полностью точно сбалансировать мост (он очень легко расстраивается).