Anastasia Sandstå
24.11.2024

OBLIG-TMA4101

Det hele startet med at jeg ikke visste hvilken oppgave jeg skulle velge. På grunn av fysioterapauttimer og egne treningstimer som kraskjer med matteforelesningene, og øvingene, så har jeg kun vært i 2 forelesninger (de to første). Så alt jeg kan er i matte er homogene difflikninger av første orden og imaginære tall (blir en spennende eksammensbesvarelse fra meg i år...). Derfor ble det oppgave ”elgtungen”.

Jeg skal prøve å gjøre denne rapporten “artig” siden du ba om det i oppgaveteksten, men jeg er verken komiker eller god i matte, så jeg beklager veldig på forhånd.

I denne oppgaven valgte jeg å lage brownies, for så å måle temperaturen når den ble avkjølt på kjøkkenbenken. I denne oppgaven har jeg, (egentlig Oliver), målt temperaturen til kaken etter at den ble tatt ut av ovnen. Målet var å plotte temperaturene inn i en graf, for så å sammenlikne den med Newtons avkjølingslov.

Som du kanskje ser på første bildet så leser Oliver av temperaturen som står på temperaturmåleren (som ligger på bakken). Det jeg ikke tenker over er at kaken er INNE I OVNEN. Noe som førte til at jeg fikk verdiene for temperaturen til brownisen ved steking. Han trodde jeg skulle ta ved avkjøling, mens han tok ved steking. Så om du ser nøye på bilde 2, så er temperaturmåleren fremdeles i kaka etter den er tatt ut, men ingen oss leste av temperaturen. Innså ikke at oppgaven sa at jeg kunne måle temperaturen ved oppvarming også:

Anastasia Sandstå
24.11.2024

Dersom du har en kokt elgtunge med temperatur $T(t)$ som kjøles ned (eller varmes opp) i omgivelser med temperatur T_k, er Newtons avkjølingslov

Så det endte med at JEG (ikke Oliver denne gangen... han fikk sparken), målte temperaturen til brownien. Altså, jeg dro på butikken, kjøpte en ny pose med toro brownie (en student har ikke tid eller rå til noe annet enn det). Jeg målte temperaturen ETTER at kaken ble tatt ut av ovnen. Jeg fikk disse verdiene:

Tid (min)	Temperatur (C)
1	124
2	94
3	86
4	78
5	74
6	73
7	72
8	71
9	67
10	62
11	60
12	57
13	53
14	50
15	48
16	46
17	44
18	41
19	38,5
20	37
21	36
22	35
23	34.5
24	34
25	33
26	32.5

Anastasia Sandstå
24.11.2024

27	32

Skal sies at store deler av brownien ble spist mens jeg leste av temperaturverdiene:

Før: Etter:


Her har du utregningen for difflikningen. Utrykket jeg får er det som skal brukes til å sette inn verdier slik at jeg kan plotte en graf for så å sammenlikne med newtons avkjølingslov:

$$\mathring{T}(t) = \alpha(T(t) - T_t)$$

$$\mathring{T}(t) = \alpha T(t) - \alpha T_t$$

$$\mathring{T}(t) - \alpha T(t) = \underbrace{-\alpha T_t}_{\text{konstant}}$$

$$p(t) = e^{\int -\alpha dt} = e^{-\alpha t}$$

Ganger begge sider med $e^{-\alpha t}$

$$\mathring{T}e^{-\alpha t} - \alpha T e^{-\alpha t} = -\alpha T_t e^{-\alpha t}$$

$$\frac{d}{dt}[e^{-\alpha t} \cdot T] = -\alpha T_t e^{-\alpha t}$$

Integrerer begge sider

$$\cancel{\int \frac{d}{dt}}[e^{-\alpha t} \cdot T]\, dt = \int -\alpha T_t e^{-\alpha t}\, dt$$

$$e^{-\alpha t} \cdot T = -\alpha T_t \int e^{-\alpha t}\, dt$$

$$e^{-\alpha t} \cdot T = \cancel{-\alpha} T_t \cdot \left(\frac{e^{-\alpha t}}{\cancel{-\alpha}}\right) + C$$

$$e^{-\alpha t} \cdot T = T_t \cdot e^{-\alpha t} + C \quad \Big| \cdot e^{\alpha t}$$

$$\underline{T(t) = T_t + Ce^{\alpha t}}$$

$$T(0) = T_0$$

$$T_t + Ce^{\alpha \cdot 0} = T_0 \qquad e^0 = 1$$

$$T_t + C = T_0$$

$$C = T_0 - T_t$$

Setter løsningen for C inn i den generelle løsningen:

$$T(t) = T_t + Ce^{\alpha t}$$

$$T(t) = T_t + (T_0 - T_t)e^{\alpha t}$$

Anastasia Sandstå
24.11.2024

Siden temperaturen syner med tanke på at det dreier seg om avkjøling må vi ha et negativt fortegn i eksponenten, hvis ikke vil funksjonen for newtons avkjøingslov øke i istedenfor å synke.

Utregning for å finne utrykket for alhpa:

synkende graf

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k)e^{-\alpha t}$$

$$T(t) - T_k = (T_0 - T_k)e^{-\alpha t} \qquad | \ln$$

$$\ln(T(t) - T_k) = \ln(T_0 - T_k) + \underbrace{\ln e^{-\alpha t}}_{\ln e^{k} = k}$$

$$\ln(T(t) - T_k) = \ln(T_0 - T_k) - \alpha t$$

$$\alpha t = \ln(T_0 - T_k) - \ln(T(t) - T_k)$$

$$\alpha = \frac{\ln(T_0 - T_k) - \ln(T(t)T_k)}{t}$$

Setter t lik $t_2 - t_1$:

$$\alpha = \frac{\ln(T(t_1) - T_k) - \ln(T(t_2) - T_k)}{t_2 - t_1}$$

Anastasia Sandstå
24.11.2024

Ut fra temperaturverdiene og utrykket lagde jeg dette programmet:

```python
@author: anast
"""

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

T_measured = [124, 94, 86, 78, 74, 73, 72, 71, 67, 62, 60, 57, 53, 50, 48, 46, 44, 41, 38.5, 37, 36, 35, 34.5, 34, 33, 32.5, 32]
tid = np.arange(0, len(T_measured), 1)
Tk = 24

t1 = 0
t2 = len(T_measured) - 1
T1 = T_measured[t1]
T2 = T_measured[t2]


ln_diff1 = np.log(T1 - Tk)
ln_diff2 = np.log(T2 - Tk)
alpha = (ln_diff1 - ln_diff2) / (t2 - t1)


T0 = T_measured[0]
T_model = Tk + (T0 - Tk) * np.exp(-alpha * tid)


plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(tid, T_measured, label='Målte verdier', color='blue', marker='s', linestyle='-')
plt.plot(tid, T_model, label=f'Newton (modell, alpha={alpha:.3f})', color='orange', linestyle='--', marker='o')
plt.title('Avkjøling av gjenstand')
plt.xlabel('Tid (minutter)')
plt.ylabel('Temperatur (°C)')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()

print(f"Beregnet verdi for alpha: {alpha:.3f}")
```

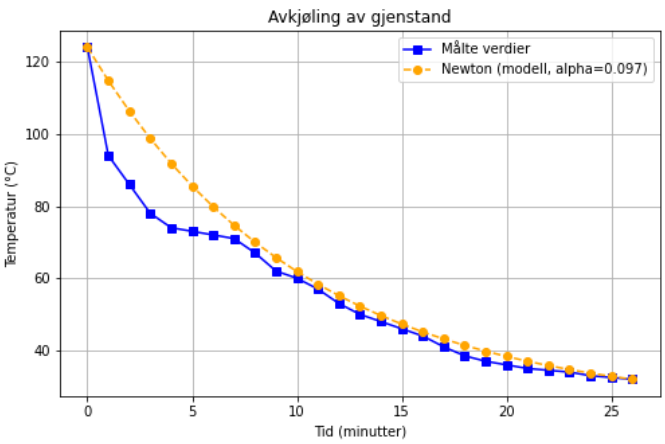
T0 = startemperaturen til brownien etter den er tatt ut av ovnen (124C)

Tk = temperaturen i rommet

T_model er selve utrykket gitt i oppgaveteksten (funksjonen for newtons avkjølingslov), bare utregnet slik du kan se ovenfor

T_measured er verdiene som danner grafen for avkjølingen av brownien

Når jeg kjørte programmet kom dette plottet opp. I tillegg til verdien for alpha:




```
In [16]: runfile('C:/Users/anast/untitled1.py', wdir='C:/Users/anast')
Beregnet verdi for alpha: 0.097
```

Anastasia Sandstå
24.11.2024

Mistenker at temperaturen kan ha gitt meg feil startverdi eller noe siden den faller så fort ned etter kun 1 minutt. Etter 7 minutter flytter jeg bakepapiret hvor kaken er over til et fat (som var meget kaldt). Derfor synker grafen enda raskere i den perioden enn når den fremdeles var i formen som også var varm. Dermed er nok denne grafen veldig forskjellig på grunn av feilkilder som jeg står for.

Takk for meg... Her har du noe at det jeg gjorde i løpet av de 27 minuttene hvor jeg leste av temperaturen til kaken (og mens jeg spise kaken underveis i prosjektet):

(Ikke det at jeg tror du kommer til å kåre dette som den "artigste" rapporten, men bare i tilfelle du har like dårlig humor som meg og faktisk synes dette ar en artig rapport, så ikke kår meg. Har ingen ønsker om at medstudenter skal se hvor dårlig humor jeg har.)