Logika v Računalništvu: Zapiski Vaj

Blaž Sovdat* Borja Bovcon† Martin Frešer‡

24. april 2014

Kazalo

1 Uvod **1**

2 Predstavitev formul **1**

3 Prevedbe problemov na SAT **1**

3.1 Barvanje grafov 1

3.2 Sudoku 2

3.3 Hadamard 2

3.4 Erdősev problem diskrepance 2

4 SAT solver **2**

1 Uvod

V delu.

2 Predstavitev formul

V delu.

3 Prevedbe problemov na SAT

V nadaljevanju pisemo $[n] := \{1, 2, \ldots, n\}$ za prvih n naravnih stevil in $\binom{[n]}{k}$ za druzino k-podmnozic mnozice $[n]$. Podpoglavja so grob opis prevedb nekaterih odlocitvenih problemov na SAT.

3.1 Barvanje grafov

Naj bo $G = (V, E)$ graf in naj bo $k > 0$. Graf G je k-obarvljiv, ce obstaja $c : V \to \{1, 2, \ldots, k\}$, da za vse $uv \in E$ velja $c(v) \neq c(u)$. Sedaj za dan (G, k) definiramo Boolovo formulo φ, da je φ satisfiable

*Email: `blaz.sovdat@gmail.com`.

†Email: `gojace@gmail.com`

‡Email: `martin.freser@gmail.com`

natanko tedaj, ko je $\chi(G) \leq k$. Pogoj, da so povezana vozlisca razlicnih barv:

$$\bigwedge_{uv \in E} \bigwedge_{i=1}^{k} \neg(c_{v,i} \wedge c_{u,i}) \tag{1}$$

Pogoj, da ima vsako vozlisce barvo:

$$\bigwedge_{v \in V} \bigvee_{i \in [k]} c_{v,i}$$

Nazadnje zagotovimo se, da je vsako vozlisce kvecjemu ene barve:

$$\bigwedge_{v \in V} \bigwedge_{(i,j) \in \binom{[k]}{2}} (\neg(c_{v,i} \wedge c_{v,j}))$$

Celotna Boolova formula je potem

$$\left(\bigwedge_{uv \in E} \bigwedge_{i=1}^{k} \neg(c_{v,i} \wedge c_{u,i}) \right) \wedge \left(\bigwedge_{v \in V} \bigvee_{i \in [k]} c_{v,i} \right) \wedge \left(\bigwedge_{v \in V} \bigwedge_{(i,j) \in \binom{[k]}{2}} (\neg(c_{v,i} \wedge c_{v,j})) \right).$$

Formula je velikosti priblizno $2mk + nk + 2n\binom{k}{2}$.

3.2 Sudoku

Sudoku prevedmo na barvanje grafa s tockckami $s_{11}, s_{12}, \ldots, s_{99}$. Naj bo s_{ij} polje v i-ti vrstici in j-tem stoplcu. Potem sestavimo $K_9[\{s_{i1}, \ldots, s_{i9}]$, poln graf na 9 tockah $\{s_{i1}, \ldots, s_{i9}\}$, za vsako vrstico i; podobno $K_9[\{s_{1j}, \ldots, s_{9j}\}]$ za vsak stolpec j. To pomeni $18 \cdot \binom{9}{2}$ povezav. Na koncu povezemo manjkajoce povezave iz 3×3 kvadratkov — dodamo povezame, da 3×3 kvadratki tvoriju K_9 — kar nam da se dodatnih $\cdot 9$ povezav.

3.3 Hadamard

V delu.

3.4 Erdősev problem diskrepance

Woo.

4 SAT solver

V delu.