

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

Факультет радиотехники и кибернетики
Кафедра инфокоммуникационных систем и сетей

Распознавание активности моторной коры
головного мозга по данным ЭЭГ

Выпускная квалификационная работа (бакалаврская работа)

Направление подготовки: 01.03.02
Прикладная математика и информатика

Выполнила:

Беляева Дарья Геннадиевна, гр. 117а

Научный руководитель:

Беляев Михаил Геннадьевич

Москва 2015

Abstract

This work presents classification algorithm for BCI (brain-computer interfaces), based on imaginary movements. This algorithm involves the concept of Riemannian geometry in manifold of covariance matrices. Main idea is to use spatial covariance matrices as descriptors of EEG data and classify in different frequency bands using topology of symmetric positive definite (SPD) matrices space.

In this work results of processing two datasets are presented. Also results are compared with results of popular algorithms for brain-computer interfaces.

Аннотация

Эта работа представляет алгоритм классификации для интерфейсов «мозг-компьютер», основанный на воображаемых движениях. В алгоритме используются понятия римановой геометрии на многообразии ковариационных матриц. Основная идея в использовании пространственных ковариационных матриц как характеристик данных ЭЭГ и классификации в различных частотных полосах с использованием топологии пространства симметричных положительно определенных матриц.

В работе представлены результаты работы алгоритма на двух наборах данных в сравнении с результатами известных алгоритмов для интерфейсов «мозг-компьютер».

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ГЛАВА 1 Введение	2
ГЛАВА 2 Постановка задачи	4
2.1 Описание экспериментальных данных	4
2.2 Формальная постановка задачи	5
2.3 Особенности задачи.....	6
ГЛАВА 3 Риманова геометрия	7
3.1 Пространство	7
3.2 Метрика Римана	8
3.3 Геодезические в римановом пространстве	8
3.4 Экспоненциальная проекция	9
3.5 Среднее СПО матриц	10
3.5.1 Евклидово среднее	10
3.5.2 Риманово среднее	10
ГЛАВА 4 Алгоритм классификации	11
4.1 Обозначения	11
4.2 Риманово многообразие ковариационных матриц	11
4.3 Классификация в римановом касательном пространстве	11
4.4 Многополосная фильтрация	12
4.5 Классификация	13
ГЛАВА 5 Результаты	14
5.1 Оценка качества.....	14
5.1.1 Метрики	14
5.2 Численные результаты	15
5.2.1 Случайное разбиение	15
5.2.2 Разбиение начало-конец	15
5.2.3 Разбиение на две сессии	15
5.3 Сравнение результатов	16
5.3.1 Сравнение результатов между наборами данных	16
5.3.2 Сравнение результатов трех классификаторов	17
5.4 Зависимость от параметра	18
ГЛАВА 6 Заключение	19
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	20

ГЛАВА 1

Введение

Интерфейс «мозг-компьютер» – это система для передачи нейронной активности мозга человека внешним устройствам. Классическая система взаимодействия «мозг-компьютер» представляет собой цикл, состоящий из трех основных частей. С одной стороны находится человек с устройством, считывающим сигналы его мозга и транслирующим их в устройство, проводящее их обработку и распознающее поданную команду [9]. Распознанная команда передается управляемому девайсу с другой стороны:

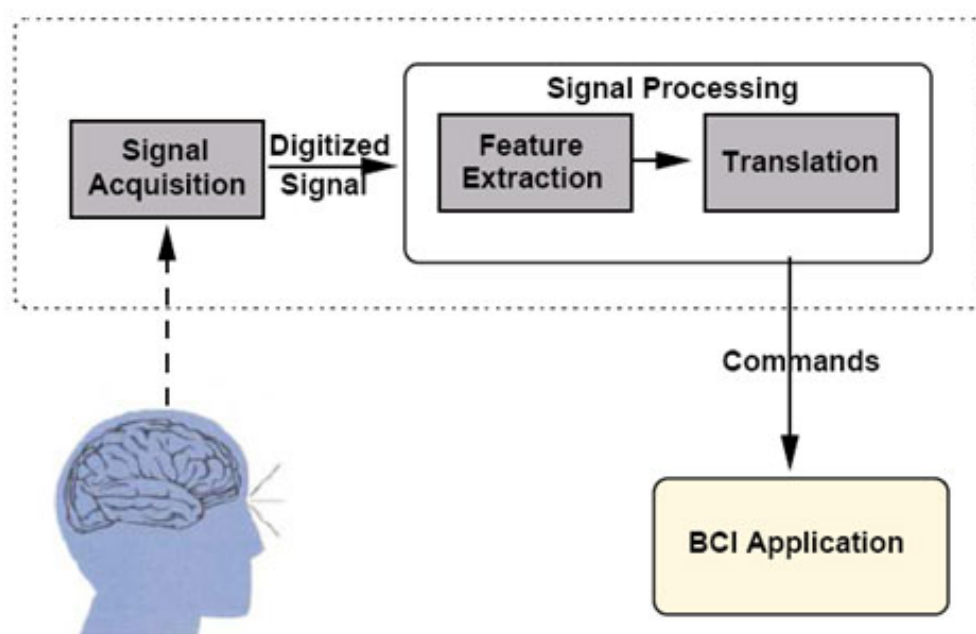


Рис. 1.1: Схема устройств «мозг-компьютер»

Такие системы предназначены, в первую очередь, для обеспечения коммуникации людям с серьезными повреждениями двигательного аппарата (парализованные, люди с острыми формами церебрального паралича, и т.д.), которые не имеют возможности пользоваться такими коммуникационными каналами как мышцы или речь для связи с окружающей средой. Также нейрокомпьютерные системы позволяют проводить реабилитацию больным, получившим искусственные конечности взамен ампутированных. Улучшение состояния больных и обучение их работе с искусственными конечностями достигается за счет положительной обратной связи от механических конечностей, движения которых больной может видеть.

Другое применение этой технологии – создание нового поколения техники, управляемой дистанционно с помощью мысленных сигналов. Для этой технологии создаются алгоритмы исследования сигналов мозга, применимые и в других областях. Так, например, на основе этих алгоритмов исследователи пытаются предсказывать на ранних

стадиях такие заболевания, как болезнь Альцгеймера.

Для считывания сигналов с мозга используются различные устройства, реализующие такие методы регистрации сигналов как электроэнцефалограмма (ЭЭГ), обычная и функциональная магнитно-резонансная томография (МРТ/фМРТ), магнитная энцефалография (МЭГ). Одной из проблем этих устройств является их громоздкость и стационарность, что затрудняет их использование. Сейчас ведутся разработки аналогичных портативных устройств для снятия ЭЭГ (примерами являются такие устройства как Muse и Emotiv Eroc), но уменьшение размеров ведет к потере точности данных, что затрудняет их последующую обработку.

ГЛАВА 2

Постановка задачи

2.1 Описание экспериментальных данных

В работе использовано два набора данных, один из которых был предоставлен НИЦН РАМН, а второй находится в открытом доступе и был использован в Berlin BCI Group Competition IV в 2008 году. В каждом наборе данные ЭЭГ снимались с человека, находящегося в спокойном состоянии. Испытуемый в течение некоторого времени мысленно воспроизводил одно из набора воображаемых движений.

	НИЦН РАМН	Berlin BCI Group
Число сессий	12	18
Число испытуемых	1	9
Число экспериментов в сессии	1	6
Число каналов	32	22
Частота дискретизации, Гц	500	250
Количество классов	3	4
Продолжительность сессии, мин.	8	6.5

Таблица 2.1: Описание данных

2.2 Формальная постановка задачи

Обозначим \mathbf{X} - множество объектов, \mathbf{Y} - множество ответов, $a : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$ - неизвестная зависимость.

Дано:

- $\{X_1 \dots X_l\} \subset \mathbf{X}$ - обучающая выборка
- $Y_i = y(X_i), i = 1, \dots, l$ - известные ответы

Найти:

- $\mu : (\mathbf{X} \times \mathbf{Y})^l \rightarrow \mathbf{A}$ - метод обучения
- $a : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$ - решающая функция, приближающая y на множестве \mathbf{X}

Идея приближения:

Модель - параметрическое семейство функций $\mathbf{A} = \{g(\mathbf{X}, \theta) | \theta \in \Theta\}$:

- Θ - множество значения параметра θ ,
- $g : \mathbf{X} \times \Theta \rightarrow \mathbf{Y}$ - фиксированная функция.

Метод обучения - отображение типа $\mu : (\mathbf{X} \times \mathbf{Y})^l \rightarrow \mathbf{A}$, которое произвольной выборке $\mathbf{X}^l = (X_i, y_i)_{i=1}^l$ ставит в соответствие алгоритм $a \in \mathbf{A}$

Таким образом, окончательная постановка задачи:

Найти метод обучения μ , такой что

$$\mu(X^l) = \arg \min_{a \in \mathbf{A}} \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \mathcal{L}(a, \mathbf{X}_i),$$

где $\mathcal{L}(a, X_i) = [a(X_i) \neq y(\mathbf{X}_i)]$ - функция потерь

2.3 Особенности задачи

Задача распознавания ЭЭГ имеет несколько особенностей [9]. Во-первых, это большая размерность пространства, поэтому одной из важных частей алгоритмов, позволяющих обрабатывать такие данные, является снижение размерности.

Другая проблема: сильная зашумленность сигнала. Сигналы, соответствующие действиям, отличаются от сигналов состояния спокойствия на порядок меньше, чем артефакты, возникающие, например, при моргании или движении лицевых мышц. Для решения этой проблемы в работе используется обработка данных на различных частотных полосах.

Третья особенность: индивидуальность сигналов в каждой сессии. Мозг каждого человека уникален, поэтому алгоритм, обученный на данных одного человека, даст гораздо менее точные данные на данных другого человека, более того, потеря точности может происходить и для одного человека в пределах разных сессий.

ГЛАВА 3

Риманова геометрия

В этой главе описаны принципы и инструменты геометрии Римана, используемые в предложенном алгоритме. Основная идея: пространственные ковариационные матрицы объектов лежат на римановом многообразии, и классификация может проходить непосредственно в римановом пространстве.

3.1 Пространство

Обозначим

$$S(n) = \{ \mathbf{S} \in M(n) \mid \mathbf{S}^T = \mathbf{S} \}$$

пространство всех симметричных матриц $n \times n$ в пространстве квадратных матриц с действительными значениями $M(n)$ и

$$C(n) = \{ \mathbf{C} \in S(n) \mid u^T \mathbf{C} u > 0, \forall u \in \mathbb{R}^n \}$$

- множество всех симметричных положительно определенных (СПО) матриц размера $n \times n$. СПО матрицы всегда диагонализуемы и имеют строго положительные действительные собственные значения. Наконец, обозначим $Gl(n)$ множество всех обратимых матриц размера $n \times n$ в $M(n)$.

Норма Фробениуса для матриц определяется как

$$\|A\|_F^2 = Tr(\mathbf{A}\mathbf{A}^T) = \sum |A_{ij}|^2,$$

где $Tr(\cdot)$ – оператор следа матрицы.

Для вектора \mathbf{a} норма \mathcal{L}_2 определяется как $\|\mathbf{a}\|_2$

Для СПО матриц в $C(n)$ матричная экспонента \mathbf{C} задается через собственные значения разложения \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \mathbf{U}^T,$$

где $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_n$ - собственные значения и \mathbf{U} - матрица собственных векторов \mathbf{C} . Это означает:

$$\exp(\mathbf{C}) = \mathbf{U} \text{diag}(\exp(\sigma_1), \dots, \exp(\sigma_n)) \mathbf{U}^T$$

Обратная операция – логарифм СПО матрицы:

$$\log(\mathbf{C}) = \mathbf{U} \text{diag}(\log(\sigma_1), \dots, \log(\sigma_n)) \mathbf{U}^T$$

Имеем следующие свойства:

- $\forall \mathbf{C} \in C(n), \det(\mathbf{C}) > 0$
- $\forall \mathbf{C} \in C(n), \mathbf{C}^{-1} \in C(n)$
- $\forall (\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) \in C(n)^2, \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \in C(n)$
- $\forall \mathbf{C} \in C(n), \log(\mathbf{C}) \in S(n)$
- $\forall \mathbf{S} \in S(n), \exp(\mathbf{S}) \in C(n)$

3.2 Метрика Римана

Пространство СПО матриц $C(n)$ – это дифференцируемое риманово многообразие \mathcal{M} . Производная матрицы \mathbf{C} на многообразии лежит в векторном пространстве $T_{\mathbf{C}}$, являющимся касательным пространством к этой точке. Касательное пространство лежит в пространстве $S(n)$. Многообразие и касательное пространство имеют размерность $m = n(n+1)/2$

Для каждого касательного пространства определено внутреннее произведение $\langle \cdot \rangle_{\mathbf{C}}$, гладко меняющееся от точки к точке. Натуральная метрика на многообразии СПО матриц определена локальным скалярным произведением:

$$\langle S_1, S_2 \rangle_{\mathbf{C}} = \text{Tr}(S_1 \mathbf{C}^{-1} S_2 \mathbf{C}^{-1}) \quad (3.1)$$

Через внутреннее произведение задаем норму касательных векторов:

$$\|\mathbf{S}\|_{\mathbf{C}}^2 = \langle \mathbf{S}, \mathbf{S} \rangle_{\mathbf{C}} = \text{Tr}(\mathbf{S} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{C}^{-1}) \quad (3.2)$$

Использование многообразия \mathcal{M} СПО матриц дает некоторые преимущества. Благодаря свойствам СПО матриц можно задать явные формулы для основных понятий римановой геометрии, поэтому они легко могут быть применены для обработки сигналов.

3.3 Геодезические в римановом пространстве

Обозначим $\Gamma(t) : [0, 1] \rightarrow C(n)$ - произвольный дифференцируемый путь из $\Gamma(0) = \mathbf{C}_1$ в $\Gamma(1) = \mathbf{C}_2$. Длина этого пути определяется как:

$$L(\Gamma(t)) = \int_0^1 \|\dot{\Gamma}(t)\|_{\Gamma(t)} dt, \quad (3.3)$$

где используется норма, определенная в предыдущем разделе формулой (3.2). Путь минимальной длины, соединяющий две точки многообразия, называется геодезической, и риманово расстояние между двумя точками определяется как длина этого пути. Натуральная метрика (3.1) задает геодезическое расстояние

$$\delta_R(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) = \|\log(\mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{C}_2)\|_F = \left[\sum_{i=1}^n \log^2 \lambda_i \right]^{1/2}, \quad (3.4)$$

где $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ - рациональные собственные значения $\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{C}_2$. Главные свойства риманового геодезического расстояния:

- $\delta_R(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) = \delta_R(\mathbf{C}_2, \mathbf{C}_1)$
- $\delta_R(\mathbf{C}_1^{-1}, \mathbf{C}_2^{-1}) = \delta_R(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2)$
- $\delta_R(\mathbf{W}^T \mathbf{C}_1 \mathbf{W}, \mathbf{W}^T \mathbf{C}_2 \mathbf{W}) = \delta_R(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) \forall \mathbf{W} \in Gl(n)$

3.4 Экспоненциальная проекция

Для каждой точки $\mathbf{C} \in C(n)$ можно задать касательное пространство $\tau_C \mathcal{M}$, образованное множеством векторов, касательных к \mathbf{C} . Каждый касательный вектор \mathbf{S}_i может рассматриваться как производная в точке $t = 0$ от геодезической $\Gamma_i(t)$ между \mathbf{C} и экспоненциальной проекцией $\mathbf{C}_i = \text{Exp}_{\mathbf{C}}(\mathbf{S}_i)$

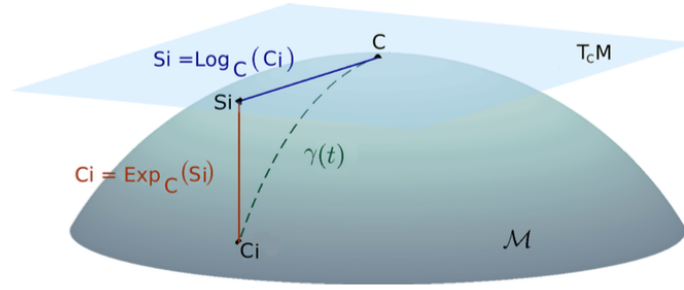


Рис. 3.1: Многообразие \mathcal{M} и соответствующее касательное пространство $\tau_C \mathcal{M}$ в точке \mathbf{C}

Экспоненциальная проекция определяется как:

$$\text{Exp}_{\mathbf{C}}(\mathbf{S}_i) = \mathbf{C}_i = \mathbf{C}^{1/2} \exp(\mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{S}_i \mathbf{C}^{-1/2}) \mathbf{C}^{1/2} \quad (3.5)$$

Обратная проекция определяется как логарифмическая проекция вида:

$$\text{Log}_{\mathbf{C}}(\mathbf{C}_i) = \mathbf{S}_i = \mathbf{C}^{1/2} \log(\mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{C}_i \mathbf{C}^{-1/2}) \mathbf{C}^{1/2} \quad (3.6)$$

В терминах проекции можно ввести эквивалентное определение риманового расстояния:

$$\begin{aligned} \delta_R(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) &= \|\text{Log}_{\mathbf{C}}(\mathbf{C}_i)\|_{\mathbf{C}} = \|\mathbf{S}_i\|_{\mathbf{C}} = \\ &= \|\text{upper}(\mathbf{C}^{-1/2} \text{Log}_{\mathbf{C}}(\mathbf{C}_i) \mathbf{C}^{-1/2})\|_2 = \|s_i\|_2, \end{aligned}$$

где $\text{upper}(\cdot)$ - оператор, оставляющий верхнетреугольную часть симметричной матрицы и векторизующий ее, добавляя единичный вес диагональным элементам и $\sqrt{2}$ вес

не-диагональным. s_i здесь - m -мерный вектор $upper(\mathbf{C}^{-1/2} \text{Log}_{\mathbf{C}}(\mathbf{C}_i) \mathbf{C}^{-1/2})$ нормализованного касательного пространства.

3.5 Среднее СПО матриц

Определим среднее для СПО матриц, которое будет использоваться далее в алгоритме для нахождения точки построения касательного многообразия

3.5.1 Евклидово среднее

Используя евклидово расстояние $\delta_E(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) = \|\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2\|_F$ на многообразии $\mathcal{M}(n)$ можно задать евклидово среднее $I > 1$ СПО матриц следующим образом:

$$\mathfrak{A}(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_I) = \arg \min_{\mathbf{C} \in C(n)} \sum_{i=1}^I \delta_E^2(\mathbf{C}, \mathbf{C}_i) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \mathbf{C}_i \quad (3.7)$$

3.5.2 Риманово среднее

Используя риманово геодезическое расстояние (3.4) риманово среднее $I > 1$ матриц задается следующим образом:

$$\mathfrak{G}(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_I) = \arg \min_{\mathbf{C} \in C(n)} \sum_{i=1}^I \delta_R^2(\mathbf{C}, \mathbf{C}_i) \quad (3.8)$$

Это среднее также называется геодезическим средним. Для многообразия с неположительной гауссовой кривизной (как $C(n)$) этот локальный минимум существует и единственен.

ГЛАВА 4

Алгоритм классификации

4.1 Обозначения

Во время обучающей стадии алгоритма на вход подаются данные, соответствующие известным классам мысленных движений, и вектор меток, обозначающих класс для каждого отрезка данных. При классификации тестировочный этап с неизвестными метками будет эмулироваться разделением вектора меток, часть из которых не подается классификатору.

Данные подаются в формате двумерного массива $X_0 \in \mathbb{R}^{N_c \times N_T}$, где N_c - количество каналов, N_T - общее время записи. Данные разбиваются на эпохи длиной в одну секунду, образуя трехмерный массив $X \in \mathbb{R}^{N_{exp} \times N_c \times N_t}$, где N_{exp} - количество эпох, N_c - количество каналов, N_t - количество отсчетов в одной эпохе (соответствует частоте дискретизации в начальной записи).

Обозначим $X_i \in \mathbb{R}^{N_c \times N_t}$ - одна эпоха. Для каждой эпохи считаем ковариационную матрицу с помощью следующей формулы:

$$C_i = \frac{1}{N_t} X_i X_i^T \quad (4.1)$$

Известно, что эти данные позволяют хорошо разделять информацию, соответствующую различным мысленным задачам.[5]

4.2 Риманово многообразие ковариационных матриц

Ковариационные матрицы являются симметричными положительно определенными матрицами в римановом пространстве[6] Более того, это многообразие хорошо изучено и доказано, что оно позволяет манипулировать ковариационными матрицами в их естественном пространстве.[13] Это позволяет использовать инструменты римановой геометрии, определенные в предыдущей главе, в частности, риманово среднее (3.8) и логарифмическая проекция на касательное многообразие (3.6)

4.3 Классификация в римановом касательном пространстве

Многие популярные и эффективные алгоритмы (такие как LDA, SVM, нейронные сети) [9] основаны на проекции данных на гиперплоскости. Соответственно, они не могут быть реализованы напрямую на римановом многообразии. Реализация более простых алгоритмов может осуществляться с использованием пространства, касательного

к геометрическому среднему всех эпох:

$$\mathbf{C}_{\mathfrak{G}} = \mathfrak{G}(\mathbf{C}_i, i = 1 \dots N_{exp}) \quad (4.2)$$

Каждая ковариационная матрица затем проецируется на касательное пространство, формируя m -мерные векторы, где $m = \frac{N_c(N_c+1)}{2}$:

$$\mathbf{s}_i = upper(\mathbf{P}_{\mathfrak{G}}^{-\frac{1}{2}} Log_{\mathbf{P}_{\mathfrak{G}}}(\mathbf{P}_i) \mathbf{P}_{\mathfrak{G}}^{-\frac{1}{2}}) \quad (4.3)$$

Таким образом мы переходим из нелинейного пространства, в котором невозможно использовать евклидово расстояние, в линейное с помощью заведомо линейного преобразования – проекции.

Algorithm 1: Проекция на касательное пространство

Вход → Множество ковариационных матриц $\mathbf{C}_i \in P(n)$, $i = 1 \dots N_{exp}$;

Выход → Множество векторов s_i , $i = 1 \dots N_{exp}$;

begin

$\mathbf{C}_{\mathfrak{G}} = \mathfrak{G}(\mathbf{C}_i, i = 1 \dots N_{exp});$
 for $i = 1 \dots N_{exp}$ do
 $\mathbf{s}_i = upper(\mathbf{P}_{\mathfrak{G}}^{-\frac{1}{2}} Log_{\mathbf{P}_{\mathfrak{G}}}(\mathbf{P}_i) \mathbf{P}_{\mathfrak{G}}^{-\frac{1}{2}});$
 return $\underline{\mathbf{s}}_i$

4.4 Многополосная фильтрация

С учетом особенностей данных ЭЭГ, алгоритмы дают очень разные результаты в зависимости от частотного диапазона, в котором данные были отфильтрованы. Это объясняется, в частности, существованием так называемых ритмов мозга: α -ритма (8-14 Гц), β -ритма (14-30 Гц) и так далее [7]. Известно, что разные типы мыслительной активности соответствуют различным частотам, поэтому имеет смысл рассматривать узкие частотные диапазоны для конкретных задач. [11]

В предложенном алгоритме использовались следующие наборы частот.

Для фильтрации применялся фильтр Баттерворта.

Для каждого частотного диапазона данные проецировались на риманово касательное пространство и выходные векторы склеивались, давая таким образом вектор $\hat{\mathbf{s}}_i = (\mathbf{s}_i^0, \dots, \mathbf{s}_i^B) \in \mathbb{R}^{Bm}$, где B - количество частотных диапазонов, \mathbf{s}_i^b - вектор, полученный при проекции данных, отфильтрованных в диапазоне f .

	Набор частот
2-полосный	(5, 25), (25, 40)
3-полосный	(8, 14), (15, 30), (30, 40)
4-полосный	(4, 12), (12, 20), (20, 28), (28, 40)

Таблица 4.1: Наборы частотных полос в предложенном алгоритме

Схема алгоритма представлена ниже:

Algorithm 2: Многополосная фильтрация

Вход \rightarrow Множество ковариационных матриц $\mathbf{C}_i \in P(n)$, $i = 1 \dots N_{exp}$,
набор частотных диапазонов $\{f_b, b = 1 \dots B\}$;
Выход \rightarrow Множество векторов $\{\hat{\mathbf{s}}_i, i = 1 \dots N_{exp}\}$;
begin
 for $b = 1 \dots B$ do
 $\mathbf{s}_i^b = \text{TangentSpaceMapping}(\mathbf{C}_i \in P(n), i = 1 \dots N_{exp})$; $\hat{\mathbf{s}}_i = (\hat{\mathbf{s}}_i, \mathbf{s}_i^b)$;
 return $\hat{\mathbf{s}}_i$

4.5 Классификация

Для классификации использовался алгоритм логистической регрессии [8], принимающий в качестве данных множество векторов $\hat{\mathbf{s}}_i, i = 1 \dots N_{exp}$. Для регуляризации (сокращения размерности через ограничения на вектор коэффициентов признаков) использовался метод LASSO [10], ограничивающий слишком большие значения коэффициентов.

ГЛАВА 5

Результаты

5.1 Оценка качества

Для оценки качества использовалось три способа кросс-валидации:

- Случайное разбиение в соотношении 70% для обучения к 30% для тестирования
- Разбиение на начало и конец сессии: первые 70% для обучения, последние 30% для тестирования
- Одна сессия для обучения, вторая для тестирования

Причина использования последнего способа в нестационарности данных (сильное отличие в данных между сессиями, разнесенными во времени). Такое разбиение позволяет понять, насколько хорошо алгоритм решает эту проблему.

Также важная задача – минимизировать время обучения алгоритма, для этого имеет смысл разделять сессию на начало и конец.

5.1.1 Метрики

Обозначим $\Lambda = (\lambda_{ij}) \in \mathbb{R}^{\mathbf{L} \times \mathbf{L}}$ - матрица ошибок, где \mathbf{L} - число распознаваемых классов, а λ_{ij} - элемент матрицы Λ , указывающий, сколько объектов класса i было классифицировано как объекты класса j .

Введем две матрицы для оценки качества:

$$accuracy = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \lambda_{ii} \quad (5.1)$$

$$kappa = \frac{\sum_{i=1}^L \lambda_{ii} \lambda_{0i} - \sum_{i=1}^L \lambda_{0i} \lambda_{i0}}{1 - \sum_{i=1}^L \lambda_{0i} \lambda_{i0}} \quad (5.2)$$

Метрика *accuracy* по сути – процент верно предсказанных ответов.

Метрика *kappa* выражает меру согласованности между двумя векторами ответов.

5.2 Численные результаты

5.2.1 Случайное разбиение

	accuracy				kappa			
	НЦН PAMH		Berlin BCI		НЦН PAMH		Berlin BCI	
	mean	best	mean	best	mean	best	mean	best
2 полосы	0.79	0.93	0.45	0.56	0.68	0.89	0.26	0.41
3 полосы	0.77	0.90	0.44	0.52	0.66	0.86	0.25	0.36
4 полосы	0.77	0.89	0.45	0.54	0.65	0.85	0.27	0.39

Таблица 5.1: Средние и лучшие значения метрик для каждой полосы частот

5.2.2 Разбиение начало-конец

	accuracy				kappa			
	НЦН PAMH		Berlin BCI		НЦН PAMH		Berlin BCI	
	mean	best	mean	best	mean	best	mean	best
2 полосы	0.47	0.78	0.44	0.55	0.18	0.65	0.25	0.39
3 полосы	0.46	0.77	0.44	0.54	0.19	0.66	0.25	0.38
4 полосы	0.46	0.77	0.44	0.53	0.19	0.66	0.25	0.37

Таблица 5.2: Средние и лучшие значения метрик для каждой полосы частот

5.2.3 Разбиение на две сессии

	accuracy				kappa			
	НЦН PAMH		Berlin BCI		НЦН PAMH		Berlin BCI	
	mean	best	mean	best	mean	best	mean	best
2 полосы	0.40	0.45	0.34	0.42	0.10	0.18	0.14	0.24
3 полосы	0.40	0.44	0.33	0.41	0.10	0.16	0.14	0.23
4 полосы	0.39	0.43	0.33	0.40	0.09	0.15	0.13	0.22

Таблица 5.3: Средние и лучшие значения метрик для каждой полосы частот

5.3 Сравнение результатов

5.3.1 Сравнение результатов между наборами данных

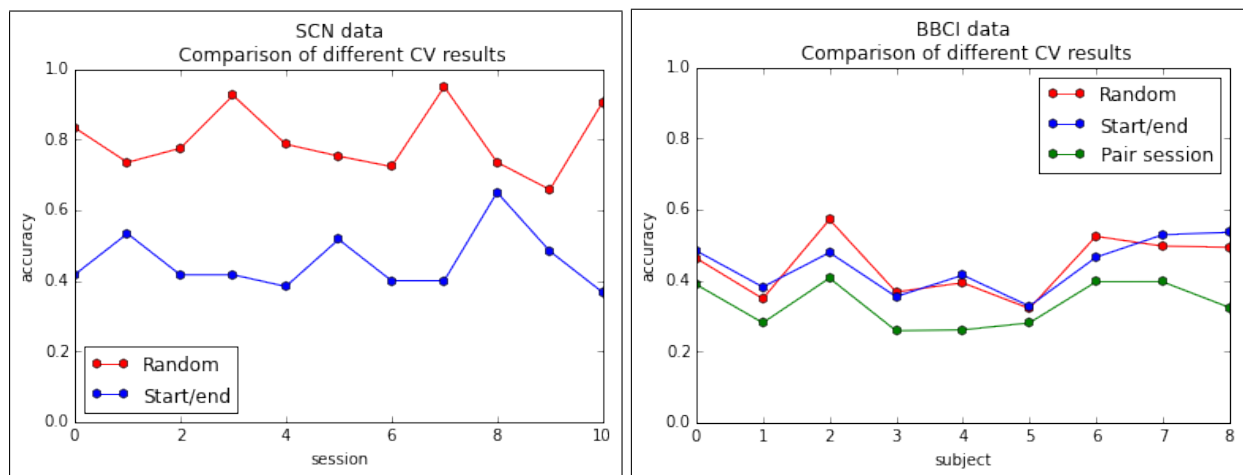


Рис. 5.1: Зависимость качества от типа разбиения выборки при 3-полосной фильтрации

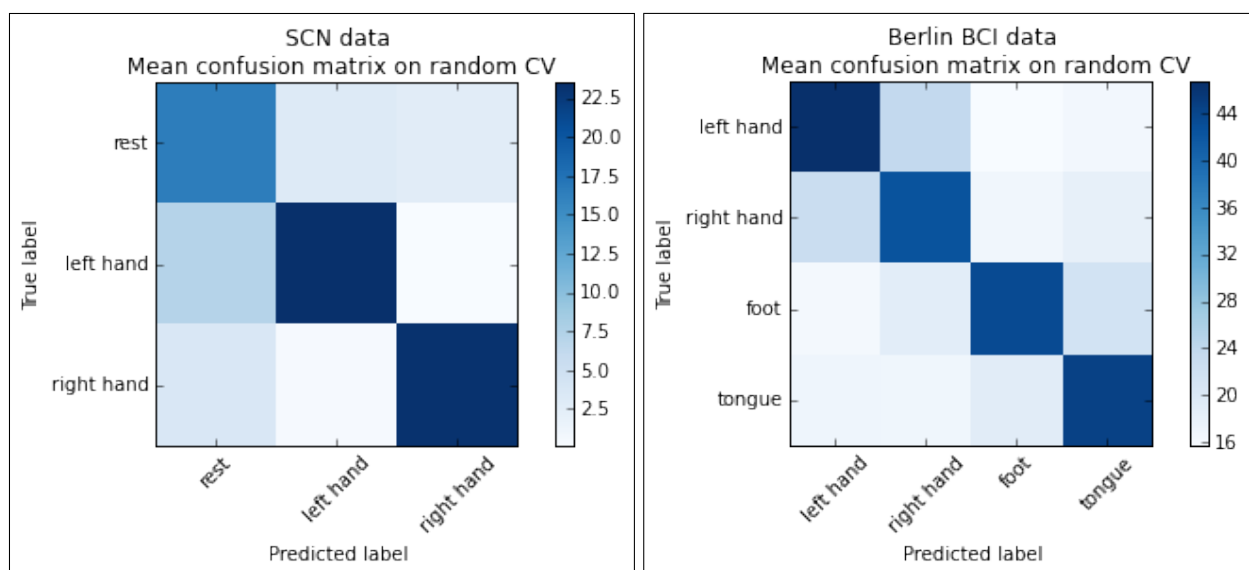


Рис. 5.2: Средние ошибки на случайном разбиении при 3-полосной фильтрации

5.3.2 Сравнение результатов трех классификаторов

Для сравнения использовано два алгоритма: байесовский классификатор с многомерным нормальным распределением [4] и алгоритм общих пространственных паттернов (CSP)[14]. Алгоритм CSP сейчас является одним из самых распространенных в применении к интерфейсам «мозг-компьютер». Перед подачей данные фильтровались в полосе 4-40 Гц.

	НЦН РАМН		Berlin BCI	
	Среднее	Лучшее	Среднее	Лучшее
Риманов классификатор	79%	93%	45%	56%
Общие пространственные паттерны	75%	89%	32%	35%
Байесовский классификатор	44%	59%	38%	45%

Таблица 5.4: Сравнение точности трех алгоритмов на случайном разбиении при 3-полосной фильтрации

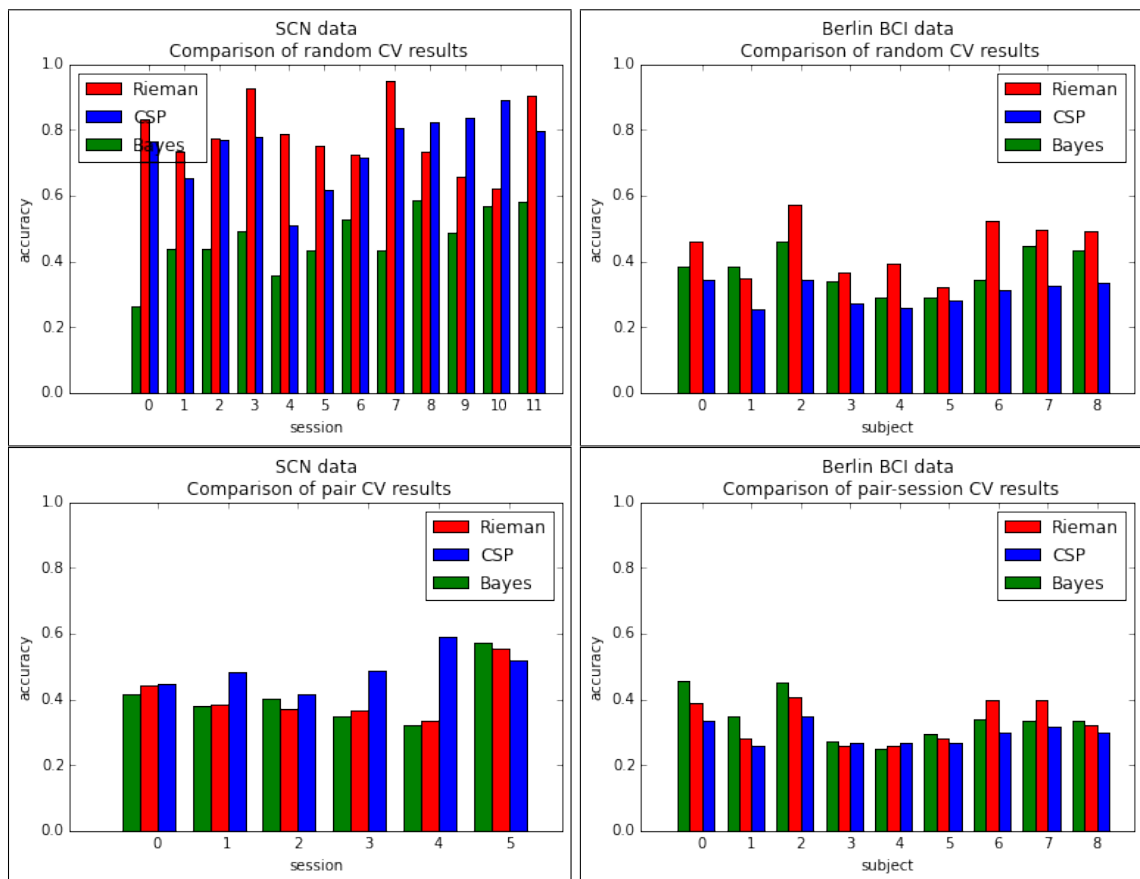


Рис. 5.3: Сравнение на случайном и попарном разбиении при 3-полосной фильтрации

5.4 Зависимость от параметра

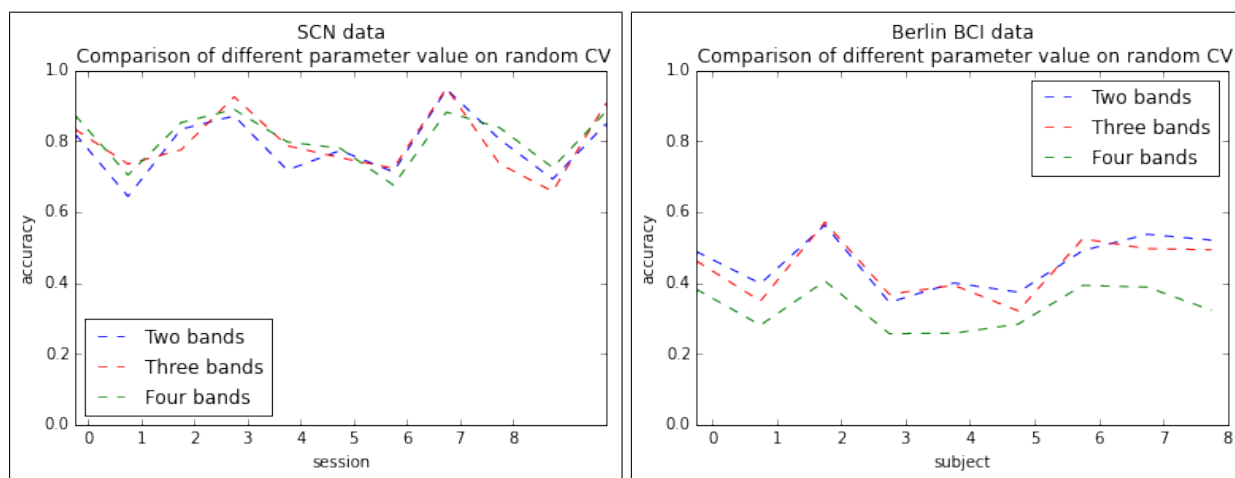


Рис. 5.4: Зависимость от количества полос в разбиении на случайном разбиении при 3-полосной фильтрации

ГЛАВА 6

Заключение

В работе описан и протестирован ранее не использовавшийся алгоритм. Результаты его работы проанализированы и сравнены с результатами других алгоритмов, применяемых в области интерфейсов «мозг-компьютер». По результатам анализа предложенный алгоритм дает результаты, сравнимые или превосходящие один из самых популярных алгоритмов этой области.

Можно предположить, что использование римановой геометрии в направлении анализа мозговых сигналов имеет большой потенциал. Этот подход можно продолжить развивать в более продвинутых алгоритмах, в частности, решив проблему обобщения концепции римановой геометрии на пространство полуопределенных матриц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A. Barachant, S. B. (2010). Riemannian geometry applied to bci classification. Lecture Notes in Computer Science Volume 6365, pages pp 629–636.
- [2] A. Barachant, S. B. e. a. (2011). Multiclass brain computer interface classification by riemannian geometry. IEEE Transactions on Biomedical Engineering.
- [3] A. Barachant, S. B. e. a. (2013). Classification of covariance matrices using riemannian-based kernel for bci applications. Neurocomputing.
- [4] A. Frolov, P. Bobrov, e. a. (2011). Comparison of four classifications methods for brain computer interface. Neural Network World.
- [5] B. Blankertz, R. T. e. a. (2008). Optimizing spatial filters for robust eeg single trial analysis. IEEE Signal Processing Magazine.
- [6] Barbaresco, F. (2008). Innovative tools for radar signal processing based on cartan geometry of spd matrices & information geometry. In Radar Conference, 2008. RADAR '08. IEEE.
- [7] Cl. Babilonia, F. Babilonia, e. a. (2002). Human cortical electroencephalography (eeg) rhythms during the observation of simple aimless movements: A high-resolution eeg study. NeuroImage Volume 17, pp 559-572, pages 559–572.
- [8] D. Kleinbaum, M. K. (2010). Statistics for Biology and Health, chapter Analysis of Matched Data Using Logistic Regression, pages 389–428.
- [9] F. Lotte, M. Congedo, e. a. (2007). A review of classification algorithms for eeg based brain computer interfaces. Journal of Neural Engineering.
- [10] Fu, W. J. (1997). Journal of Computational and Graphical Statistics, Volume 7 Issue 3, chapter Penalized Regressions: The Bridge versus the Lasso, pages 397–416.
- [11] G. Pfurtscheller, C. N. e. a. (1997). Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, chapter Eeg-based discrimination between imagination of right and left hand movement, page 64251.
- [12] G. Townsend, B. Graimann, G. P. (2006). A comparison of common spatial patterns with complex band power features in a four class bci experiment. IEEE Transactions on Biomedical Engineering.
- [13] Moakher, M. (2005). A differential geometric approach to the geometric mean of symmetric positive definite matrices. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications.
- [14] Y. Wang, Sh. Gao, X. G. (2005). Common spatial pattern method for channel selection in motor imagery based brain computer interface. In Engineering in Medicine and Biology Society. IEEE-EMBS. 27th Annual International Conference of the.