

Кафедра статистического моделирования  
Дипломная работа  
студентки 522-й группы Скориковой Татьяны Игоревны

# Статистическая модель реинтрантно-биномиального распределения с приложением в радиобиологии

Научный руководитель:

к. ф.-м. н., доцент Н.П.Алексеева

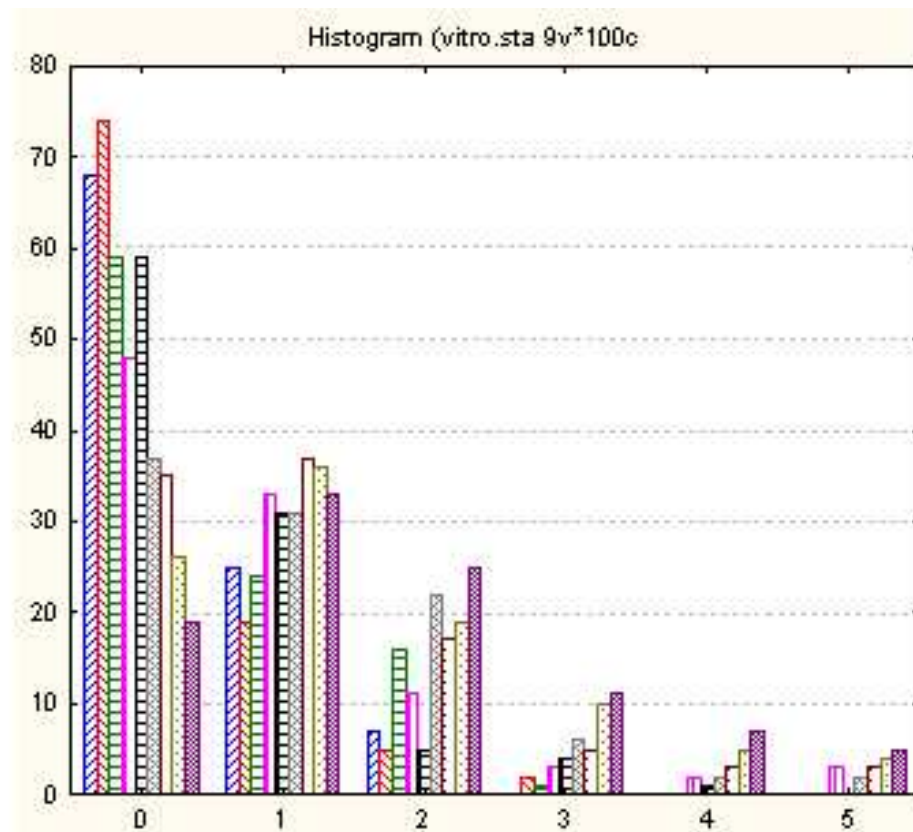
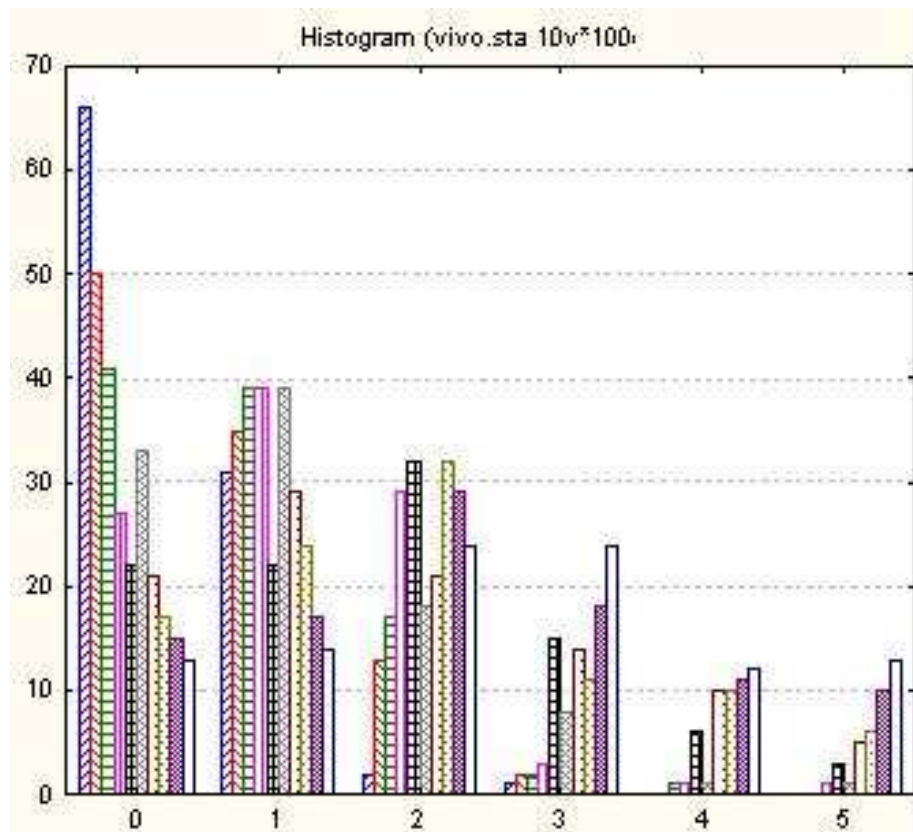
Рецензент:

к. ф.-м. н., доцент А.Н.Пепелышев

Санкт-Петербург

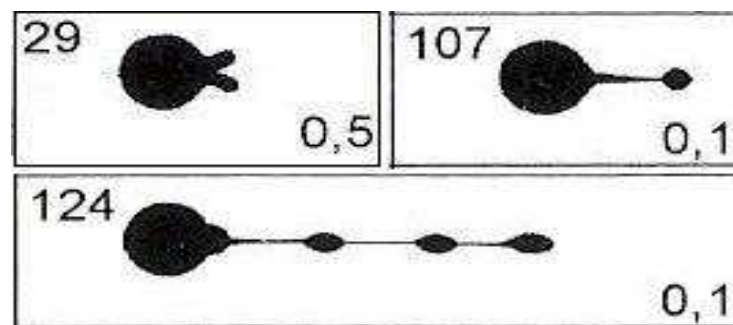
2006 г.

# распределения числа аномалий на ядрах клеток(\*)

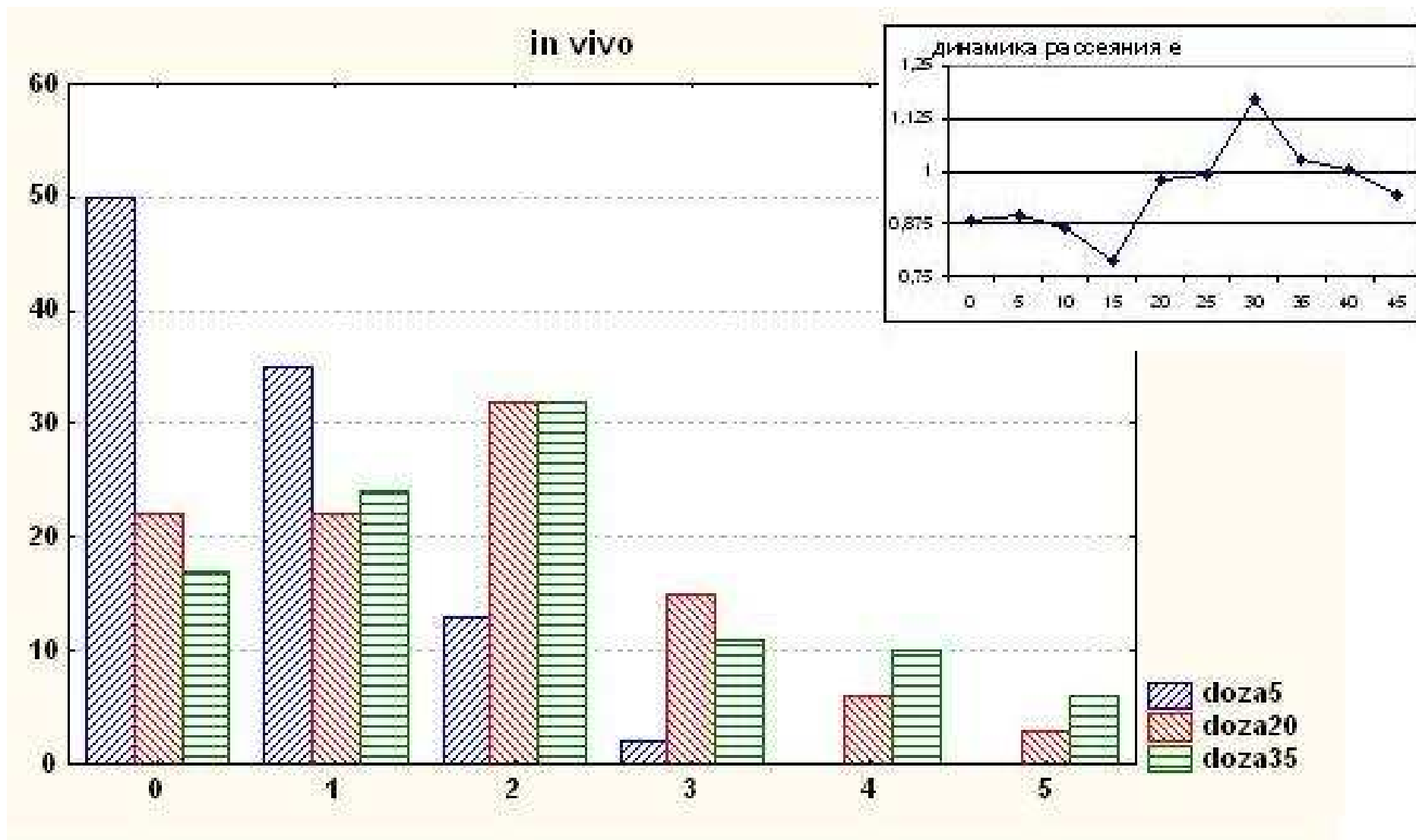


(\*) подкожных опухолевых трансплантатов РА-23 через 52 часа после облучения X-лучами при различных дозах (0-45Гр) (эксперимент **in vivo**).

и на ядрах клеток, полученных в результате прививок в переднюю камеру глаза суспензий опухолевых клеток, облученных непосредственно перед прививкой  $\gamma$  – лучами (0-40Гр) (эксперимент **in vitro**)



## Примеры эмпирических распределений (*in vivo*) для различных доз



# Реинтрантный бином и законы форм Спенсера-Брауна

$$h_1(\nu) = f_1(f_0(\nu)) = ((p_0\nu + q_0)^{n_0}p_1 + q_1)^{n_1}$$

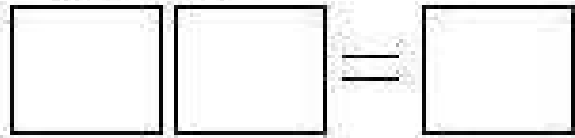
- производящая функция  $\beta_1(\cdot | p_0, p_1; n_0, n_1)$

$$h_2(\nu) = f_2(f_1(f_0(\nu))) = (((p_0\nu + q_0)^{n_0}p_1 + q_1)^{n_1}p_2 + q_2)^{n_2}$$

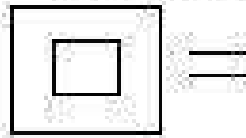
- производящая функция  $\beta_2(\cdot | p_0, p_1, p_2; n_0, n_1, n_2)$

■ Примарная арифметика

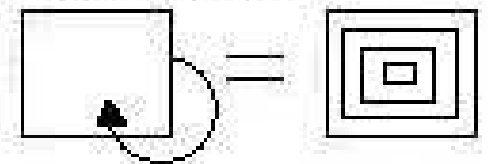
Calling



Crossing



re-entering mark



■ Утверждение (о соответствии примарной арифметики элементам булевой алгебры).

$$\begin{array}{lll} \top \leftrightarrow true & \text{тогда} & \top \top \leftrightarrow true \vee true \quad \neg \top \leftrightarrow Not(true) \\ \bot \leftrightarrow false & \text{тогда} & \bot \bot \leftrightarrow false \wedge false \quad \neg \bot \leftrightarrow Not(false) \end{array}$$

$$f_1(f_2(\dots f_k(\nu) \dots)) \rightarrow \neg \dots \neg \quad f_1(\nu)f_2(\nu) \dots f_k(\nu) \rightarrow \neg \dots \neg$$

## Моменты $\beta_m(\cdot|p_0, p_1, \dots, p_m; n_0, n_1, \dots, n_m)$

■ В случае  $\beta_1(\cdot|p_0, p_1; n_0, n_1)$ :

$$E(X) = (f_1(f_0))'(1) = n_1 n_0 p_1 p_0.$$

$$D(X) = n_1 n_0 p_1 p_0 (n_0 p_0 q_1 - p_0 + 1).$$

$$e = \frac{D}{E} = (n_0 p_0 q_1 - p_0 + 1) \begin{cases} > 1, & n_0 q_1 > 1 \\ < 1, & n_0 q_1 < 1 \end{cases}$$

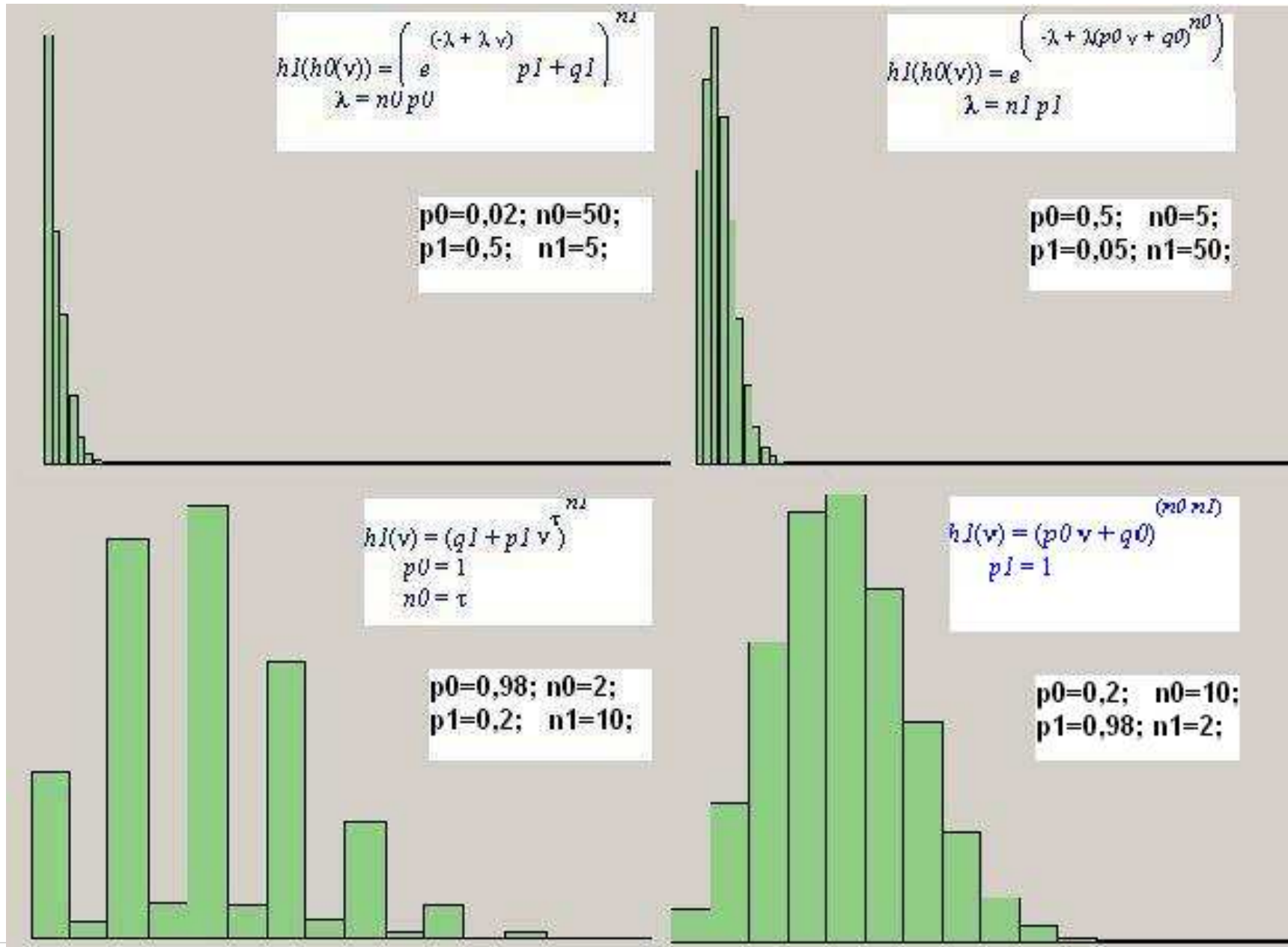
■ В случае  $\beta_2(\cdot|p_0, p_1, p_2; n_0, n_1, n_2)$ :

$$E(X) = (f_1(f_0))'(1) = n_2 n_1 n_0 p_2 p_1 p_0.$$

$$D(X) = n_2 n_1 n_0 p_2 p_1 p_0 ((n_2 - 1) n_1 n_0 p_2 p_1 p_0 + (n_1 - 1) n_0 p_1 p_0 + (n_0 - 1) p_0).$$

$$e = \frac{D}{E} = ((n_2 - 1) n_1 n_0 p_2 p_1 p_0 + (n_1 - 1) n_0 p_1 p_0 + (n_0 - 1) p_0).$$

# Моделирование реинтрантного бинома



# Оценивание параметров $\beta_m(\cdot|p_0, p_1, \dots, p_m; n_0, n_1, \dots, n_m)$

## ■ Теорема (Алексеевой)

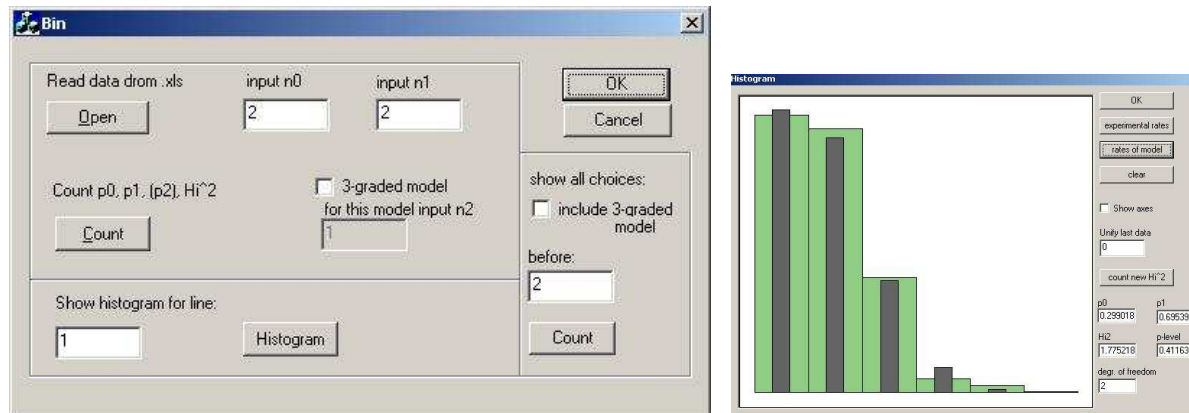
$$P\{\xi_m = k_0\} = \sum_{k_m=\tau(m)}^{n_m} \sum_{k_{m-1}=\tau(m-1)}^{n_{m-1}k_m} \dots \sum_{k_1=\tau(1)}^{n_1k_2} \prod_{i=0}^m \beta(k_i|n_i k_{i+1}; p_i).$$

$$P\{\xi_1 = k_0\} = \sum_{k_1=\lceil \frac{k_0}{n_0} \rceil}^{n_1} \beta(k_1|n_1; p_1) \beta(k_0|n_0 k_1; p_0).$$

$$P\{\xi_2 = k_0\} = \sum_{k_2=\lceil \frac{k_0}{n_0 n_1} \rceil}^{n_2} \beta(k_2|n_2; p_2) \sum_{k_1=\lceil \frac{k_0}{n_0} \rceil}^{n_1 k_2} \beta(k_1|n_1 k_2; p_1) \beta(k_0|n_0 k_1; p_0).$$

## ■ Программа О.М.П. $p_0, p_1, p_2$

$$h_1(h_0(\nu)) = ((p_0\nu + q_0)^{n_0} p_1 + q_1)^{n_1} = \sum_{i=0}^{n_0 n_1} P_i \nu^i$$

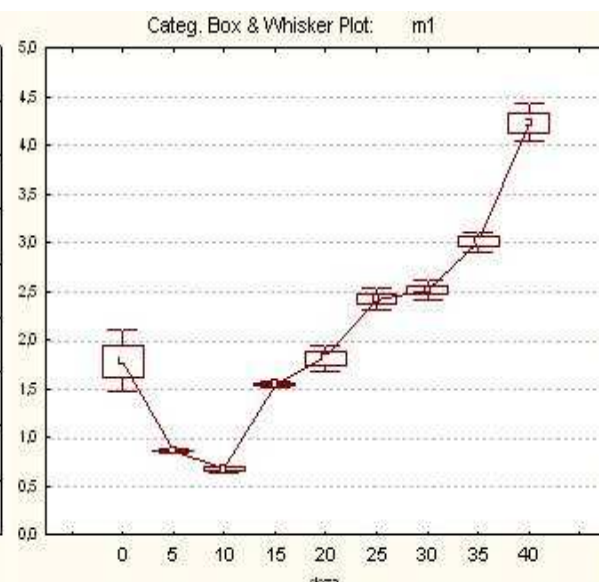
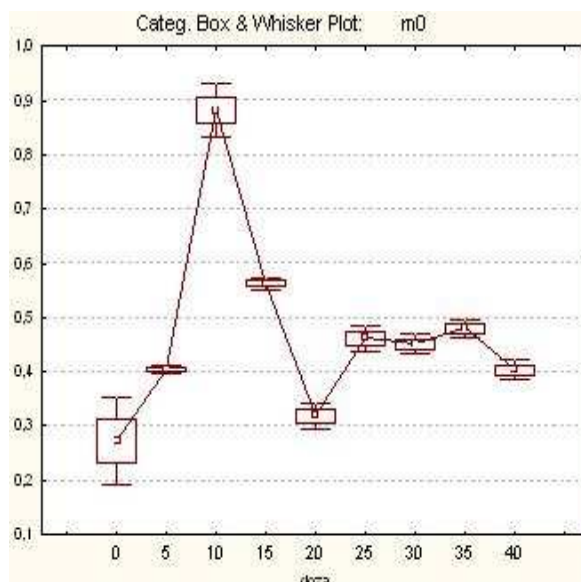




# Динамика средних двух реинтрантных компонент

$$m_0 = n_0 p_0, \quad m_1 = n_1 p_1$$

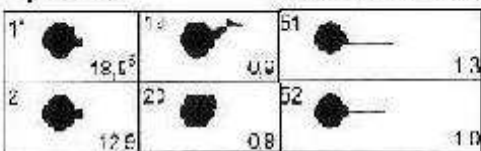
оценки p0, p1 м.м.п						
n0	n1	p0	p1	m0	m1	p-level
5	7	0,084	0,119	0,421	0,831	0,632
6	6	0,070	0,139	0,418	0,837	0,641
6	7	0,068	0,123	0,406	0,862	0,642
6	9	0,065	0,099	0,391	0,895	0,645
7	5	0,059	0,168	0,416	0,841	0,637
7	6	0,058	0,144	0,405	0,864	0,645
7	7	0,056	0,127	0,392	0,891	0,644
8	4	0,053	0,204	0,428	0,818	0,634
8	5	0,051	0,171	0,410	0,853	0,645
8	7	0,049	0,129	0,388	0,901	0,656
9	5	0,044	0,176	0,396	0,882	0,636
9	6	0,043	0,150	0,387	0,902	0,647
v = Sx/Ex		0,203	0,202	0,035	0,034	



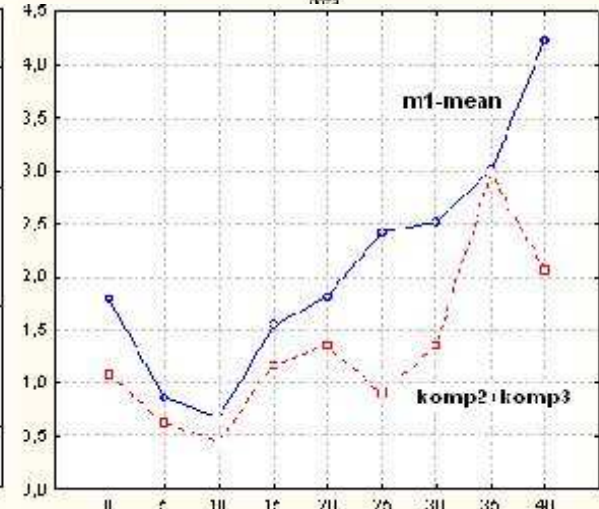
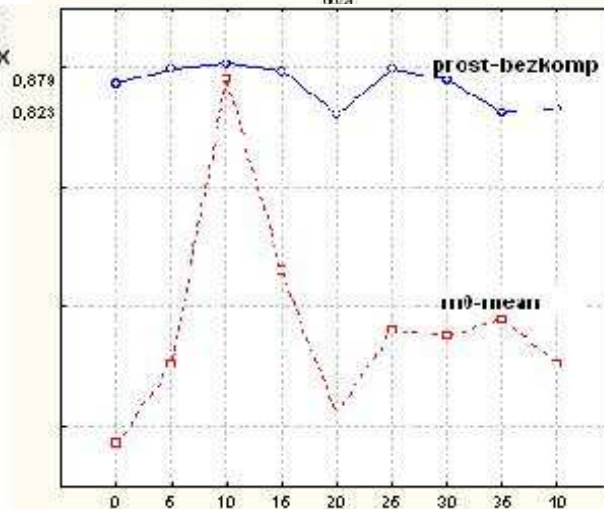
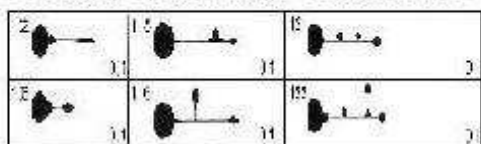
Морфологические варианты ядерных протрузий при  $\gamma$ -облучении в клетках рабдомиосаркомы крыс Ра-23

простые

сложные без компл

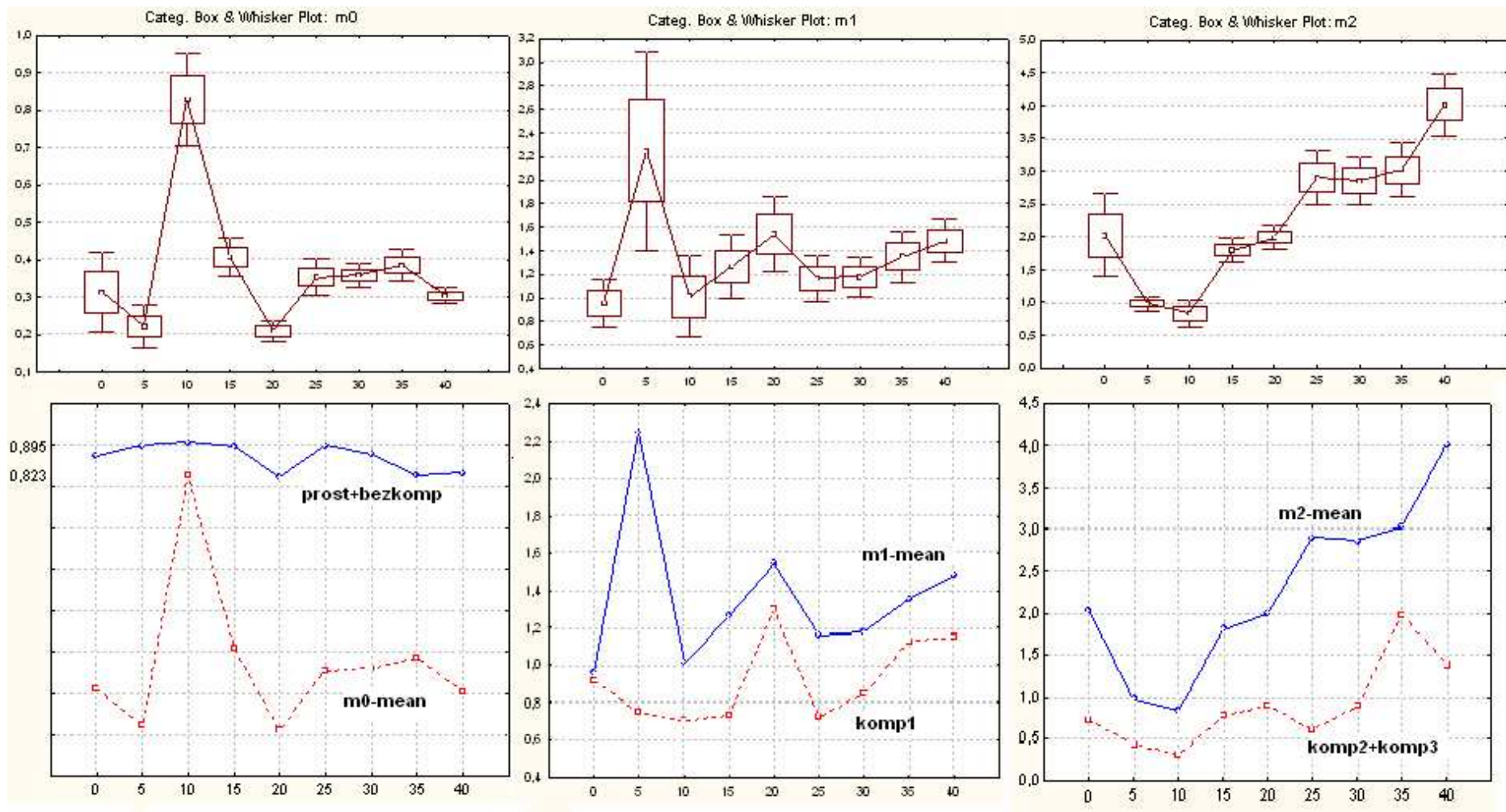


с 1 компл. с 2-мя компл. с 3-мя и более

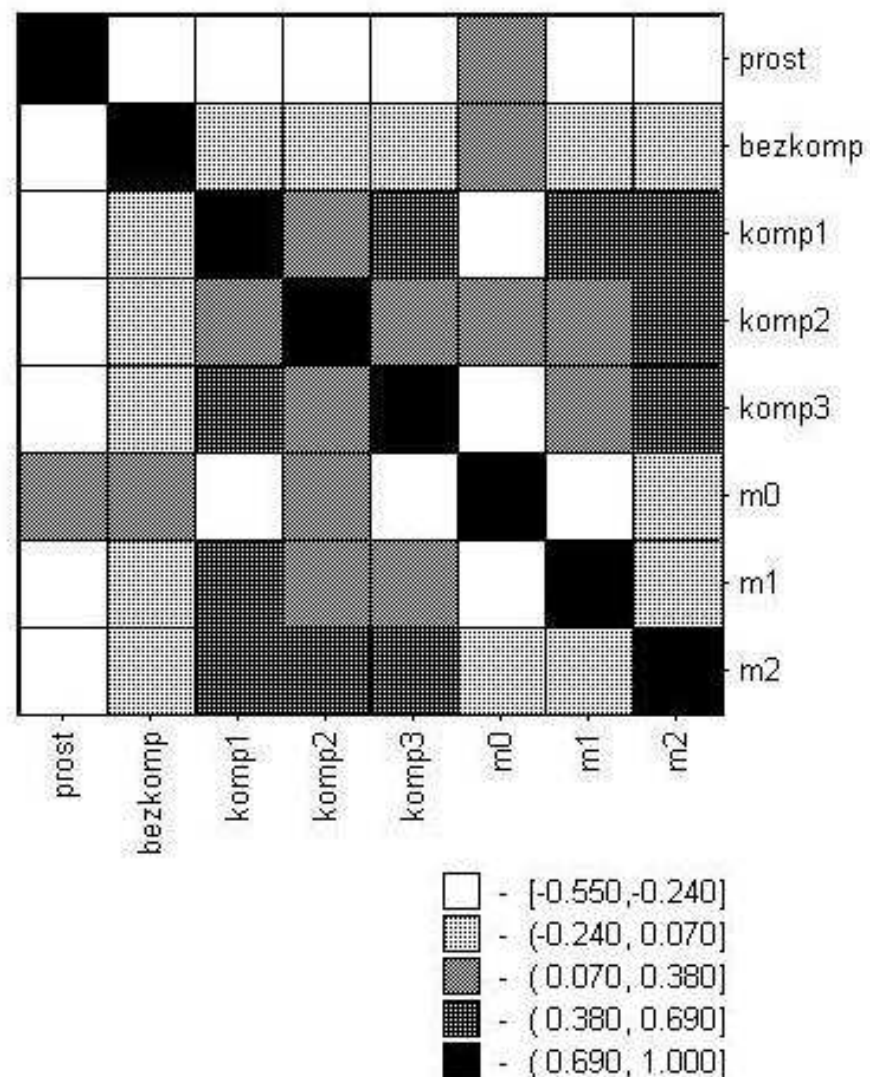
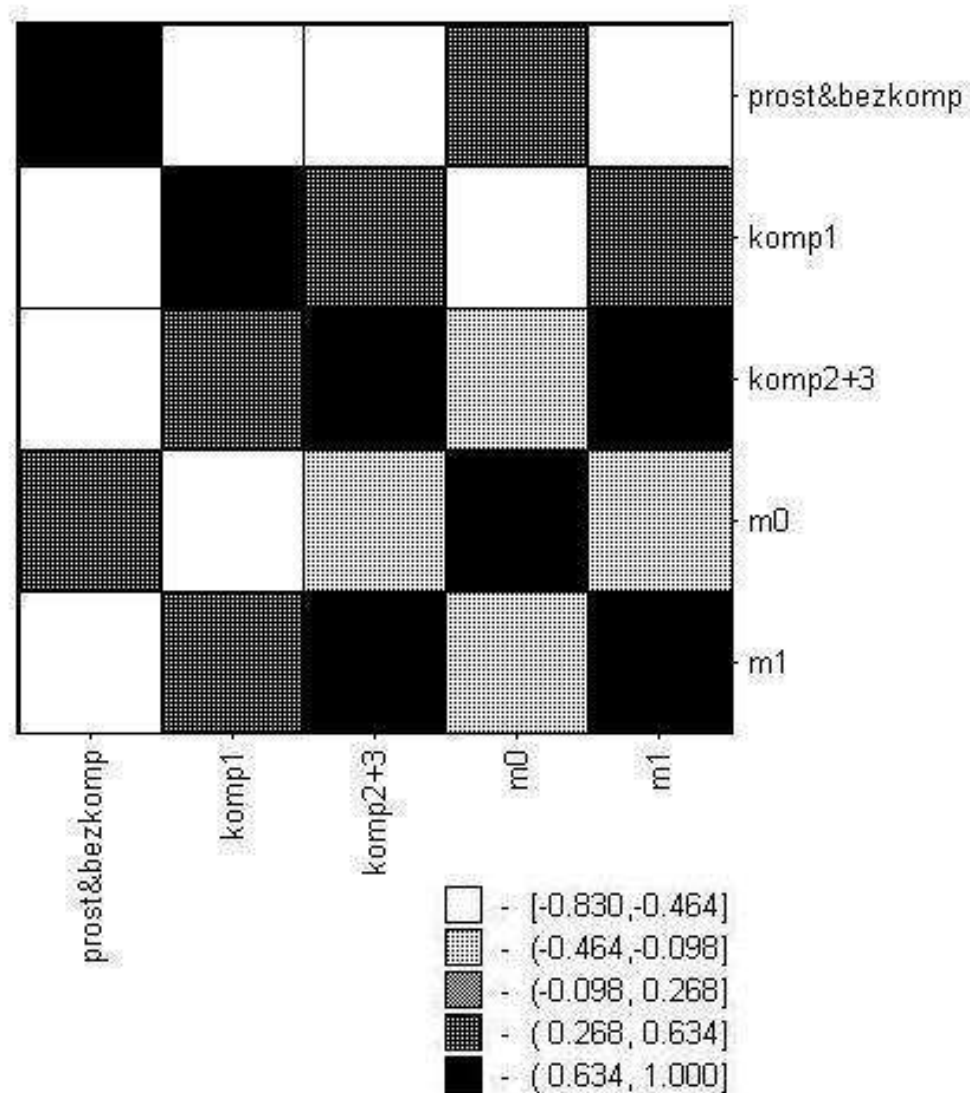




# Динамика средних трех реинтрантных компонент



## Корреляции между средними реинтр. компонентами и частотами разл. форм аномалий



## Сравнение динамик средних реинтрантных компонент двух экспериментов

$\beta_1(\cdot|p_0, p_1; n_0, n_1)$ .

