«О представимости стационарных нечетких автоматов периодически нестационарными нечеткими автоматами»

Булович Надежда Сергеевна, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н. профессор Чирков М.К.
Рецензент: ассистент каф. общ. мат. и инф. Мосягина Е.Н.

Санкт-Петербург
2012г.

Исследуемые автоматные модели

Алгебраическая система $\mathcal{L} = ([0,1], \max, \min, \leq)$,
где $\forall a, b \in [0,1] \quad a + b = \max(a,b), \quad ab = \min(a,b)$.
Обобщенный стационарный нечеткий автомат, заданный над $\mathcal{L}$

$$\mathcal{A}_f = \langle X, A, Y, \mathbf{r}_A, \{\mathbf{R}_A(s,l)\}, \mathbf{q}_A \rangle.$$

Обобщенный периодически нестационарный нечеткий автомат, заданный над $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{B}_{fv} = \langle X^{(\tau)}, B^{(\tau)}, Y^{(\tau)}, \mathbf{r}^{(\mathbf{0})}, \{\mathbf{D}^{(\tau)}(s,l)\}, \mathbf{q}^{(\tau)}, t_p, T \rangle,$$

$$\tau = \tau(t) = \begin{cases} t, & \text{если} \quad t \leq t_p; \\ (t - t_p - 1)(\text{mod} T) + t_p + 1, & \text{если} \quad t \geq t_p. \end{cases}$$

$$|B^{(\tau)}| = m_\tau,\ B^{(t_p+T)} = B^{(t_p)},\ \mathbf{q}^{(t_p+T)} = \mathbf{q}^{(t_p)},\ \tau = \overline{0, t_p + T}.$$

Обобщенное нечеткое отображение. Эквивалентность автоматов

Множество допустимых слов:

$$Z_{\text{доп}} = \{(\omega, \nu) | \omega = x_{s_1} \dots x_{s_d}, \nu = y_{l_1} y_{l_2} \dots y_{l_d} : \\ \forall t = \overline{1, d} \quad x_{s_t} \in X^{(\tau(t))},\ y_{l_t} \in Y^{(\tau(t))}\} \cup \{(e, e)\}.$$

Обобщенное автоматное нечеткое отображение $\Phi_{\mathcal{B}} : Z_{\text{доп}} \to [0, 1]$

$$\Phi_{\mathcal{B}}(\omega, \nu) = \begin{cases} \mathbf{r}^{(0)} \mathbf{q}^{(\tau(d))}, & \text{если } |\omega| = |\nu| = d = 0; \\ \mathbf{r}^{(0)} \prod_{t=1}^{d} \mathbf{D}^{(\tau(t))}(s_t, l_t) \mathbf{q}^{(\tau(d))}, & \text{если } |\omega| = |\nu| = d \neq 0. \end{cases}$$

Эквивалентность автоматов: $\mathcal{A}_f \sim \mathcal{B}_{fv}$, если

$$\Phi_{\mathcal{A}}(\omega, \nu) = \Phi_{\mathcal{B}}(\omega, \nu), \quad \forall (\omega, \nu) \in Z_{\text{доп}}.$$

Минимальные формы

$\mathcal{B}_{fv}$ *находится в минимальной форме* (при заданных t_p и T), если не существует эквивалентного ему автомата $\mathcal{C}_{fv}$ с теми же t_p и T:

$$m_\tau^{(C)} \leq m_\tau^{(B)}, \quad \tau = \overline{1, t_p + T}, \quad \sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau^{(C)} < \sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau^{(B)}.$$

$\mathcal{B}_{fv}$ находится в *специальной минимальной форме*, если он находится в минимальной форме и не существует находящегося в минимальной форме эквивалентного ему автомата $\mathcal{C}_{fv}$:

$$\sum_{\tau=0}^{t'_p+T'-1} m_\tau^{(C)} m_{\tau+1}^{(C)} \leq \sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau^{(B)} m_{\tau+1}^{(B)}.$$

Формулировка задачи

Критерий оценки оптимальности

Пусть $\tilde{\mathcal{B}}_{fv}$ — множество всех $\mathcal{B}_{fv} \sim \mathcal{A}_f$, заданных над $\mathcal{L}$ и пусть m – число состояний автомата $\mathcal{A}_f$.

Введем величину

$$M(\mathcal{B}_{fv}) = \sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau m_{\tau+1}. \tag{1}$$

Будем искать $M_{\min} = \min_{B_{fv} \in \tilde{B}_{fv}} M(\mathcal{B}_{fv}) < m^2$.

$$K_{\text{п}} = \frac{m^2}{\sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau m_{\tau+1}}. \tag{2}$$

Цель работы

Пусть задан стационарный нечеткий автомат $\mathcal{A}_f$.Требуется построить эквивалентный ему периодически нестационарный нечеткий автомат $\mathcal{B}_{fv}$,находящийся в специальной минимальной форме.

Удаление недостижимых состояний

Недостижимое в такте $\tau = \tau(d)$ состояние $b_i \in B^{(\tau)}$:

$$\forall(\omega,\nu) \in Z_{\text{доп}}, \quad \mathbf{r}^{(\mathbf{0})} \prod_{t=1}^{d} \mathbf{D}^{(\tau(t))}(s_t, l_t)\mathbf{e}_i^{(m_{(\tau(d))})} = 0.$$

Определим $\mathcal{N}(M)$ для $\forall$ матрицы M: $\mathcal{N}(m_{ij}) = \begin{cases} 0, & m_{ij} = 0; \\ 1, & m_{ij} \neq 0. \end{cases}$

Алгоритм удаления недостижимых состояний:

Пусть $\mathbf{D}^{(\tau)} = \cup_{s,l}\mathcal{N}(\mathbf{D}^{(\tau)}(s,l)), \tau = \overline{1, t_p + T}$.

1. Предпериод, $\tau = \overline{0, t_p - 1}$:
   - $\gamma^{(0)} = \mathcal{N}(\mathbf{r}^{(\mathbf{0})})$; $\gamma^{(\tau+1)} = \gamma^{(\tau)}\mathbf{D}^{(\tau+1)}$.
2. Период:
   - $\gamma_0^{(t_p)} = \gamma^{(t_p)}$; $\gamma_0^{(\tau+1)} = \gamma_0^{(\tau)}\mathbf{D}^{(\tau+1)}, \tau = \overline{t_p, t_p + T - 1}$.
   - $\gamma_\mu^{(\tau)}, \tau = \overline{t_p + 1, t_p + T}$:
     $\gamma_{\mu+1}^{(t_p)} = \gamma_\mu^{(t_p+T)}, \gamma_{\mu+1}^{(\tau)} = \gamma_{\mu+1}^{(\tau-1)}\mathbf{D}^{(\tau)}$, $\mu = 0, 1, 2, \dots$
   - Остановка при μ: если $\forall i$, $\gamma_\mu^{(\tau)}(i) = 1$ или $\gamma_\mu^{(\tau)} = \gamma_{\mu+1}^{(\tau)}$.

     Пусть $\gamma^{(\tau)} = \cup_{d=0}^{(\mu)}\gamma_d^{(\tau)}$, и если $\gamma^{(\tau)}[i] = 0$, то i— недостижимое состояние в такте τ.

Семейста правосторонне приведенных матриц

$$\Phi_i(\omega,\nu) = \mathbf{e}_i \prod_{t=1}^{d} \mathbf{D}^{(\tau(t))}(s_t, l_t)\mathbf{q}^{(\tau(d))}, \quad (\omega,\nu) \in Z_{\text{доп}}.$$

Начально эквивалентные в такте τ состояния $b_i, b_j \in B^{(\tau)}$:

$$\Phi_i(\omega,\nu) = \Phi_j(\omega,\nu)$$

$$\forall(\omega,\nu): \quad \left[\begin{array}{ll} |\omega| = |\nu| = \tau, & \tau = \overline{0, t_p}; \\ |\omega| = |\nu| = \tau + (k-1)T, & \forall k = 1,2,\ldots, \ \tau = \overline{t_p+1, t_p+T}. \end{array} \right.$$

$\Omega^{(\tau)} = \{\Omega_1^{(\tau)}, \ldots, \Omega_{\rho(\tau)}^{(\tau)}\}$ — разбиение состояний автомата $\mathcal{B}_{fv}$ на классы начально эквивалентных состояний в такте τ при данном $\mathbf{q}^{(\tau)}$.

Правосторонняя преобразующая матрица $\mathbf{H}_q^{(\tau)} = (h_\sigma^{(\tau)})_{\sigma=\overline{1,\rho(\tau)}}$: каждый столбец $h_\sigma^{(\tau)}$ сопоставлен одному классу $\Omega_\sigma^{(\tau)}$.
Псевдообратная матрица к матрице $\mathbf{H}_q^{(\tau)}$ называется любая $(\rho(\tau) \times m_\tau)$–матрица $\mathbf{H}_q^{(\tau)I}$: $\mathbf{H}_q^{(\tau)I}\mathbf{H}_q^{(\tau)} = \mathbf{I}(\rho(\tau))$.

Алгоритм построения семейста правосторонних приведенных матриц

1. Период, $\tau = \overline{t_p + 1, t_p + T}$:
   - По разбиению состояний в векторе–столбце $\mathbf{q}^{(\tau)}$ на начально 0–эквивалентные строим $\mathbf{H}_q^{(\tau)}(0)$.
   - Пусть построено $(k-1)$–ое приближение $\mathbf{H}_q^{(\tau)}(k-1)$. Строим
   $$\widetilde{\mathbf{h}}_q^{(\tau-1)}(x_s, y_l) = \mathbf{D}^{(\tau)}(s,l)\widetilde{\mathbf{h}}_q^{(\tau)}(s,l), \quad x_s \in X^{(\tau)}, y_l \in Y^{(\tau)}. \qquad (3)$$
   Выделяем начально k–эквивалентное разбиение состояний для $\tau - 1$ и строим $\mathbf{H}_q^{(\tau-1)}(k)$.
   - Остановка при k': $\Omega_{k-1'}^{(\tau)} = \Omega_{k'}^{(\tau)}$ или $\mathbf{H}_q^{(\tau)}(k') = \mathbf{I}(m_\tau)$.
2. Предпериод, $\tau = \overline{0, t_p}$:
   - $\mathbf{H}_q^{(t_p)} = \mathbf{H}_q^{(t_p+T)}$. Рассмотрим $\mathbf{q}^{(\tau-1)}$ и вектора (3), выделим классы начально эквивалентных состояний в такте $\tau - 1$ и строим $\mathbf{H}_q^{(\tau-1)}$.

Правосторонне приведенная форма

Правосторонне приведенной формой автомата $\mathcal{B}_{fv}$ называется автомат $\mathcal{C}_{fv}$, такой что $\mathcal{C}_{fv} \sim \mathcal{B}_{fv}$ и $\mathbf{H}_q^{(\tau)}(\mathcal{C}) = \mathbf{I}(m_\tau^{(C)})$ при всех $\tau = \overline{0, t_p}$.
(т.е. $\mathcal{C}_{fv}$ не имеет ни одной пары начально эквивалентных состояний)

Теорема 1

Если автомат $\mathcal{C}_{fv}$ получен из автомата $\mathcal{B}_{fv}$ с помощью преобразования:

$$\mathbf{r}_C^{(0)} = \mathbf{r}_B^{(0)}\mathbf{H}_q^{(0)},\ \mathbf{D}_C^{(\tau)}(s,l) = \mathbf{H}_q^{(\tau-1)I}\mathbf{D}_B^{(\tau)}(s,l)\mathbf{H}_q^{(\tau)},\ \mathbf{q}_C^{(\tau)} = \mathbf{H}_q^{(\tau)I}\mathbf{q}_B^{(\tau)}$$

то $\mathcal{C}_{fv} \sim \mathcal{B}_{fv}$ и автомат $\mathcal{C}_{fv}$ правосторонне приведен.

Семейста левосторонне приведенных матриц

$$\Phi^j(\omega,\nu) = \mathbf{r}^{(0)} \prod_{t=1}^{d} \mathbf{D}^{(\tau(t))}(s_t, l_t)\mathbf{e}_j, \quad (\omega,\nu) \in Z_{\text{доп}}.$$

Финально эквивалентные в такте τ состояния $b_i, b_j \in B^{(\tau)}$:

$$\Phi^i(\omega,\nu) = \Phi^j(\omega,\nu)$$

$$\forall(\omega,\nu): \quad \left[\begin{array}{ll} |\omega| = |\nu| = \tau, & \tau = \overline{0, t_p}; \\ |\omega| = |\nu| = \tau + (k-1)T, & \forall k = 1,2,\ldots, \tau = \overline{t_p + 1, t_p + T}. \end{array} \right.$$

$\sum_{(\tau)} = \{\sum_{(\tau)}^1, \ldots, \sum_{(\tau)}^{g(\tau)}\}$ — разбиение состояний автомата на классы финально эквивалентных состояний в такте τ при данном $\mathbf{r}^{(\mathbf{0})}$.

Левосторонняя приведенная матрица $\mathbf{H}_r^{(\tau)} = (h_{(\tau)}^{\xi})^{\xi=\overline{1,g(\tau)}}$: каждый столбец $h_{(\tau)}^{\xi}$ сопоставлен одному классу $\sum_{(\tau)}^{\xi}$.

Псевдообратной матрицей к матрице $\mathbf{H}_r^{(\tau)}$ называется любая $(m_\tau \times g(\tau))$–матрица $\mathbf{H}_r^{(\tau)I}$: $\mathbf{H}_r^{(\tau)}\mathbf{H}_r^{(\tau)I} = \mathbf{I}(g(\tau))$.

Алгоритм построения семейста левосторонних приведенных матриц

1. Предпериод:
   - По разбиению состояний в $\mathbf{r}^{(0)}$ на финально 0–эквивалентные строим $\mathbf{H}_r^{(0)}$. Для $\forall \tau = \overline{0, t_p - 1}$ строим
   $$\widetilde{\mathbf{h}}_r^{(\tau+1)}(x_s, y_l) = \widetilde{\mathbf{h}}_r^{(\tau)}(s,l)\mathbf{D}^{(\tau+1)}(s,l), \quad x_s \in X^{(\tau)}, y_l \in Y^{(\tau)}. \qquad (4)$$
   Выделим классы финально эквивалентных состояний в такте $\tau + 1$ и строим $\mathbf{H}_r^{(\tau+1)}, \tau = \overline{0, t_p - 1}$.
2. Период, $\tau = \overline{t_p + 1, t_p + T}$:
   - $\mathbf{H}_r^{(t_p+T)}(0) = \mathbf{H}_r^{(t_p)}$. $\mathbf{H}_r^{(\tau)}(0)$ — «пустые» матрицы $\tau = \overline{t_p + 1, t_p + T - 1}$.
   - Пусть построено $(k-1)$–ое приближение $\mathbf{H}_r^{(\tau)}(k-1)$. Строим всевозможные вектор–строки вида (4), выделяем k–эквивалентное разбиение состояний для $\tau + 1$ и строим $\mathbf{H}_r^{(\tau+1)}(k)$.
   - Остановка при k': $\sum_{k'}^{(\tau)} = \sum_{k'+1}^{(\tau)}$ или $\mathbf{H}_r^{(\tau)}(k') = \mathbf{I}(m_\tau)$.

Левосторонне приведенная форма

Левосторонне приведенной формой автомата $\mathcal{B}_{fv}$ называется автомат $\mathcal{C}_{fv}$, такой что $\mathcal{C}_{fv} \sim \mathcal{B}_{fv}$ и $\mathbf{H}_r^{(\tau)}(\mathcal{C}) = \mathbf{I}(m_\tau^{(C)}), \tau = \overline{0, t_p + T}$.
(т.е. $\mathcal{C}_{fv}$ не имеет ни одной пары финально эквивалентных состояний)

Теорема 2

Если автомат $\mathcal{C}_{fv}$ получен из автомата $\mathcal{B}_{fv}$ с помощью преобразования:

$$\mathbf{r}_C^{(0)} = \mathbf{r}_B^{(0)}\mathbf{H}_r^{(0)I},\ \mathbf{D}_C^{(\tau)}(s,l) = \mathbf{H}_r^{(\tau-1)}\mathbf{D}_B^{(\tau)}(s,l)\mathbf{H}_r^{(\tau)I},\ \mathbf{q}_C^{(\tau)} = \mathbf{H}_r^{(\tau)}\mathbf{q}_B^{(\tau)}$$

то $\mathcal{C}_{fv} \sim \mathcal{B}_{fv}$ и автомат $\mathcal{C}_{fv}$ левосторонне приведен.

Теорема минимизации

Автомат $\mathcal{B}_{fv}$ находится в минимальной форме в том и только том случае, когда он левосторонне и правосторонне приведен и в каждом такте у него все состояния достижимы.

Соответственно получаем алгоритм. Если:

1. удалить все недостижимые состояния автомата $\mathcal{B}_{fv}$
2. построить левосторонне приведенную форму, из нее —
3. построить правосторонне приведенную форму,

то полученный автомат $\mathcal{C}_{fv}$ будет находиться в минимальной фоме. При этом, если поменять п.2 и п.3 местами, то получившийся в результате автомат так же будет находиться в минимальной форме.

Общий метод приведения автомата $\mathcal{A}_f$ к $\mathcal{B}_{fv}$

1. Нахождение минимальной формы $\mathcal{A}'_f$ для автомата $\mathcal{A}_f$, используя алгоритм предложенный М.К. Чирковым, А.Ю. Пономаревой.
2. Приведение обобщенного стационарного нечеткого автомата $\mathcal{A}'_f$ к периодически нестационарному нечеткому автомату $\mathcal{B}_{fv}$, находящегося в специальной минимальной форме. Для этого должна быть минимальной величина

$$M(\mathcal{B}_{fv}) = \sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau m_{\tau+1}.$$

- Рассмотрим $\mathcal{B}'_{fv}$ с произвольными t_p и T : $\forall \tau(t) : B'^{(\tau)} = A', \mathbf{D}'^{(\tau)}(s,l) = \mathbf{R}_{A'}(s,l), \mathbf{q}'^{\tau} = \mathbf{q}_{A'}, \mathbf{r}'^{(\mathbf{0})} = \mathbf{r}_{A'}.$
- Минимизируем автомат $\mathcal{B}'_{fv}$ с выбором оптимальных t_p и T, дающих минимум $M(\mathcal{B}_{fv})$.

Алгоритм приведения

1 Применим к $\mathcal{B}'_{fv}$ процедуру построения левосторонних приведенных матриц для непериодической части:

$$\mathbf{r}'^{(t+1)}(x_s, y_l) = \mathbf{r}'^{(t)}\mathbf{D}'(s,l), \qquad x_s \in X,\, y_l \in Y. \tag{5}$$

Фиксируем на каждом шаге $t = 0, 1, \ldots$ появление состояний в таблицу.

2 Остановка в момент t_0, если

a) $\mathbf{H}_r^{(t_0)} = \mathbf{I}(m)$, то $M(\mathcal{B}_{fv}) > m^2$;

b) $\exists j \in \overline{0, t_0 - 1}$: элементы столбца t_0 в таблице являются подмножеством или равны элементам столбца j. Тогда $t_p = j$ и $T = t_0 - j$;

c) $M \geq m^2$. При $t_p + T \geq t_0$ $\mathcal{B}_{fv}$ будет не лучше $\mathcal{A}'_f$. Значит $t < t_0$ и $\forall\, t_p \geq 0,\, T > 1,\, t_p + T = t$, строим $\mathbf{H}_r^{(\tau)}, \tau = \overline{0, t_p + T}$ и представляем в виде таблицы, чтобы найти автомат с минимальным M.

3 Производим минимизацию:

$$\mathbf{r}^{(\mathbf{0})} = \mathbf{r}'^{(\mathbf{0})}\mathbf{H}'^{(0)I}_r, \quad \mathbf{D}^{(\tau)}(s,l) = \mathbf{H}'^{(\tau-1)}_r\mathbf{D}'^{(\tau)}(s,l)\mathbf{H}'^{(\tau)I}_r, \quad \mathbf{q}^{(\tau)} = \mathbf{H}'^{(\tau)}_r\mathbf{q}'^{(\tau)}.$$

Теорема приведения

Для любого обобщенного стационарного нечеткого автомата

$$\mathcal{A}_f = \langle X, A, Y, \mathbf{r}_A, \{\mathbf{R}_A(s,l)\}, \mathbf{q}_A \rangle,$$

который находится в минимальной форме и имеет m состояний, можно построить эквивалентный ему обобщенный периодически нестационарный автомат

$$\mathcal{B}_{fv} = \langle X^{(\tau)}, B^{(\tau)}, Y^{(\tau)}, \mathbf{r}^{(\mathbf{0})}, \{\mathbf{D}^{(\tau)}(s,l)\}, \mathbf{q}^{(\tau)}, t_p, T \rangle.$$

При этом величина $M(\mathcal{B}_{fv}) \in [m, m^2]$, соответственно величина $K_{\text{п}} \in [1, m]$, где

$$M(\mathcal{B}_{fv}) = \sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau m_{\tau+1}, \quad K_{\text{п}} = \frac{m^2}{\sum_{\tau=0}^{t_p+T-1} m_\tau m_{\tau+1}}.$$

Пример

Пусть задан $\mathcal{A}_f$: $X = \{x_0, x_1\}$, $Y = \{y_0, y_1\}$, $A = \{a_0, \ldots, a_8\}$,

$$\mathbf{r} = (0.8 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots), \quad \mathbf{q} = (0.,3 \quad 0.2 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad \ldots)^T, \quad \{\mathbf{R}_A(s,l)\}.$$

После процедуры минимизации получаем автомат $\mathcal{A}'_f$:

$$A' = \{a'_0, \ldots, a'_5\}, \quad \{\mathbf{R}_{A'}(s,l)\},$$

$$\mathbf{r}_{A'} = (0.8 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots), \quad \mathbf{q} = (0.3 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0 \quad \ldots)^T.$$

Приведение $\mathcal{A}'_f$ к $\mathcal{B}_{fv}$:

1	$\mathbf{rD} =$	$\begin{matrix} 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$
2	$\mathbf{rD}(2) =$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \end{matrix}$
3	$\mathbf{rD}(3) =$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{matrix}$
4	$\mathbf{rD}(2) =$	$\begin{matrix} 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

	$H^{(0)}$	$H^{(1)}$	$H^{(2)}$	$H^{(3)}$	$H^{(4)}$
0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0

Пример: результаты

Останавливаем процесс построения и $t_p = 1,\ T = 3$.
Получили автомат $\mathcal{B}_{fv}$:

$$B^{(0)} = \{b_0\},\ B^{(1)} = B^{(4)} = \{b_1, b_2\},\ B^{(2)} = \{b_3, b_4\},\ B^{(3)} = \{b_5\},$$

$$X = \{x_0, x_1\},\ Y = \{y_0, y_1\},\ \{\mathbf{D}^{(\tau)}(s,l)\} \quad x_s \in X,\ y_l \in Y, \tau = \overline{1,4},$$

$$\mathbf{r}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0,8 \end{pmatrix}, \quad q^{(0)} = \begin{pmatrix} 0,3 \end{pmatrix}, \quad q^{(1)} = q^{(4)} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,6 \end{pmatrix},$$

$$q^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,5 \end{pmatrix}, \quad q^{(3)} = \begin{pmatrix} 0,8 \end{pmatrix}.$$

Сравниваем значения M:
$M(\mathcal{A}_f) = 9 \times 9 = 81;$
$M(\mathcal{A}'_f) = 6 \times 6 = 36, \quad K_{\text{П}} = 81 \div 36 = 2,25;$
$M(\mathcal{B}_{fv}) = 1 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times 2 = 10, \quad K_{\text{П}} = 36 \div 10 = 3,6.$

Результаты

В данной работе сформулированы:

1. алгоритмы и теоремы оптимизации обобщенного периодически нестационарного нечеткого автомата:
   - построение левосторонней приведенной формы;
   - построение правосторонней приведенной формы;
   - построение минимальной формы;
2. алгоритм приведения обобщенного стационарного нечеткого автомата к обобщенному периодически нестационарному нечеткому автомату.
   - приведен пример, который детально показывает все шаги предложенного алгоритма;
   - сформулирована теорема, которая определяет в каких пределах находится общее количество элементов в нечетких матрицах весов переходов полученного автомата.