

Статистическое исследование случайного поиска

Кушербаева Виктория Тимуровна, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

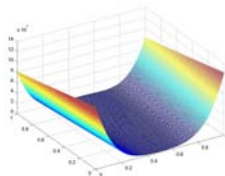
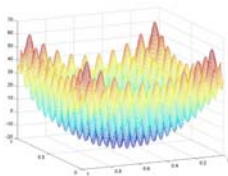
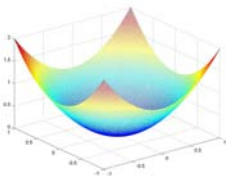
Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Сушков Ю.А.
Рецензент: Прудникова Ю.А.



Санкт-Петербург
2007г.

*"В мире не происходит ничего, в чем бы не был виден смысл
какого-нибудь максимума или минимума."*

Леонард Эйлер.



Обобщенная постановка:

создание диалоговой системы принятия решения по выбору параметров глобального поиска и решения задачи оптимизации, как на основе статистического исследования, так и на основе эмпирических данных.

Цель данной работы:

статистическое исследование алгоритма глобальной оптимизации и его модернизация на базе логистической кривой:

- исследование результатов в зависимости от параметров алгоритма и параметров логистической кривой;
- с помощью многокритериальной оптимизации выявление наилучшего параметра (множества наилучших параметров), универсального для всех классов функций;
- сравнение с показательным законом.

Пространство оптимизации : $X = [0, 1]^n$ – компактное метрическое пространство.

Целевая функция : Φ – ограниченная снизу функция, заданная на X , непрерывная в окрестности точки x^* .

Требуется определить такой вектор $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, где $0 \leq x_i \leq 1, i \in 1 : n$, при котором целевая функция $\Phi(x^*)$ принимает минимальное значение:

$$\Phi(x) \rightarrow \min_{x \in X},$$

где $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \in [0, 1]^n$.

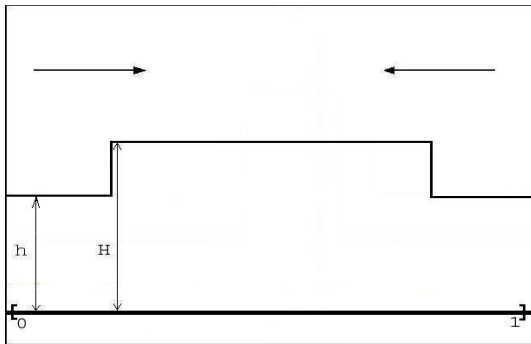
Параметры:

n_{step} – число шагов;

$\epsilon = q_{eps}$ – точность, с которой ищется минимум;

p_{min} – значение, до которого уменьшается вероятность в процессе поиска;

q_{min} – определяет n -мерный объем s_{min} : пока $s_j > s_{min}$, плотность h_j не меняется.



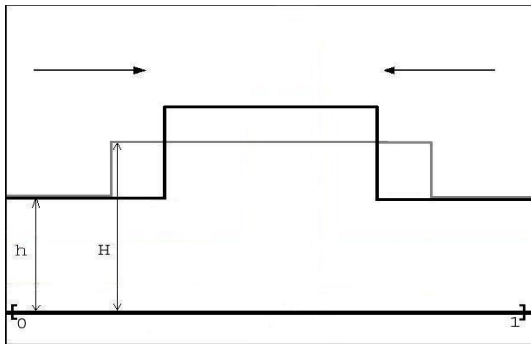
Параметры:

n_{step} – число шагов;

$\epsilon = q_{eps}$ – точность, с которой ищется минимум;

p_{min} – значение, до которого уменьшается вероятность в процессе поиска;

q_{min} – определяет n -мерный объем s_{min} : пока $s_j > s_{min}$, плотность h_j не меняется.



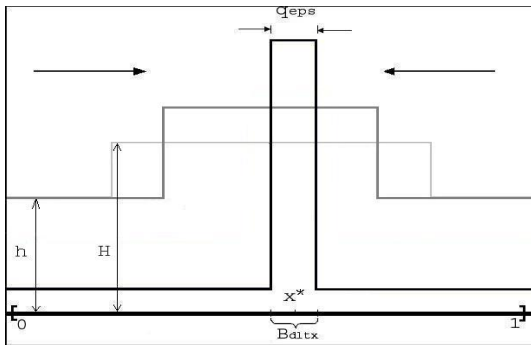
Параметры:

n_{step} – число шагов;

$\epsilon = q_{eps}$ – точность, с которой ищется минимум;

p_{min} – значение, до которого уменьшается вероятность в процессе поиска;

q_{min} – определяет n -мерный объем s_{min} : пока $s_j > s_{min}$, плотность h_j не меняется.



Логистическая кривая и ее параметры

Логистическое уравнение:

$$\frac{dv}{dt} = \mu \left(1 - \frac{v}{V_{\infty}} \right) v,$$

μ – мальтузианский параметр (скорость изменения знаний о задаче).
В данном исследовании логистическая кривая имеет вид:

$$q = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{1 + (\frac{1}{V_0} - 1)e^{-\frac{\mu}{n_{step}}K_{step}}} \right).$$

Зависимость параметра V_0 логистической кривой от q_{eps} :

$$V_0 = \frac{1}{\frac{q_{eps}}{1-q_{eps}}e^{\mu} + 1}.$$

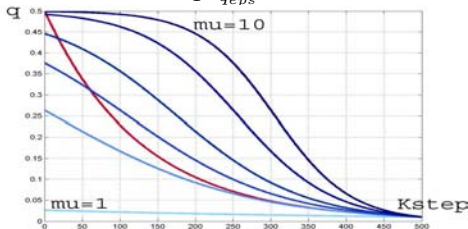


Схема решения

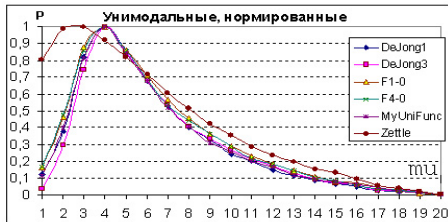
Таблица вероятностей для функций внутри каждого класса:

$$F_i:$$

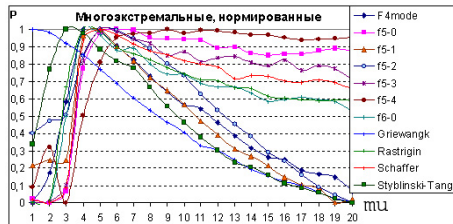
f_1^i	\dots	f_n^i
p_1^1		p_1^n
\vdots	\dots	\vdots
p_m^1		p_m^n

$i=1:3$

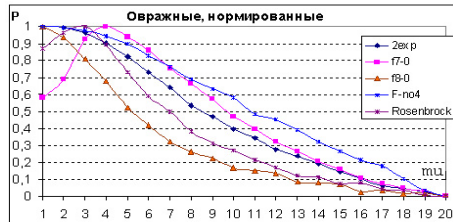
уни模альные



многоэкстремальные



овражные



Следующий этап

Задача многокритериальной оптимизации для нескольких функций одного класса. Критерии – функции.

Условие оптимальности для нахождения множества Парето:

$$\Phi(f(x), \lambda) = \sum_{i=1:l} \lambda_i f_i(x) \rightarrow \min_{\mu \in M},$$

$$\text{где } \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^l \lambda_i = 1$$



Таблица упорядочений параметров для классов функций–критериев:

F_1	F_2	F_3
μ_{j_1}	μ_{k_1}	μ_{l_1}
\vdots	\vdots	\vdots
μ_{j_m}	μ_{k_m}	μ_{l_m}

МПР
(табличный метод)



$$\{\mu_i\}_{i=1}^k = \{4, 5\}.$$

Следующий этап

Задача многокритериальной оптимизации для нескольких функций одного класса. Критерии – функции.

Условие оптимальности для нахождения множества Парето:

$$\Phi(f(x), \lambda) = \sum_{i=1:l} \lambda_i f_i(x) \rightarrow \min_{\mu \in M}, \Rightarrow$$

$$\text{где } \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^l \lambda_i = 1$$

МПР
(табличный метод)

Таблица упорядочений параметров для классов функций–критериев:

F_1	F_2	F_3
μ_{j_1}	μ_{k_1}	μ_{l_1}
\vdots	\vdots	\vdots
μ_{j_m}	μ_{k_m}	μ_{l_m}

$$\{\mu_i\}_{i=1}^k = \{4, 5\}.$$

Задача многокритериальной оптимизации для нескольких функций одного класса. Критерии – функции.

Условие оптимальности для нахождения множества Парето:

$$\Phi(f(x), \lambda) = \sum_{i=1:l} \lambda_i f_i(x) \rightarrow \min_{\mu \in \mathcal{M}}, \Rightarrow$$

$$\text{где } \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^l \lambda_i = 1$$

МПР
(табличный метод)

Таблица упорядочений параметров для классов функций–критериев:

F_1	F_2	F_3
μ_{j_1}	μ_{k_1}	μ_{l_1}
\vdots	\vdots	\vdots
μ_{j_m}	μ_{k_m}	μ_{l_m}

$$\{\mu_i\}_{i=1}^k = \{4, 5\}.$$

Задача многокритериальной оптимизации для нескольких функций одного класса. Критерии – функции.

Условие оптимальности для нахождения множества Парето:

$$\Phi(f(x), \lambda) = \sum_{i=1:l} \lambda_i f_i(x) \rightarrow \min_{\mu \in \mathcal{M}}, \Rightarrow$$

$$\text{где } \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^l \lambda_i = 1$$

МНР
(табличный метод)



Таблица упорядочений параметров для классов функций–критериев:

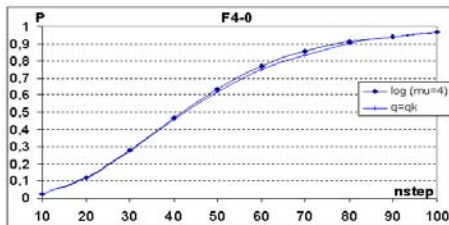
F_1	F_2	F_3
μ_{j_1}	μ_{k_1}	μ_{l_1}
\vdots	\vdots	\vdots
μ_{j_m}	μ_{k_m}	μ_{l_m}

$$\{\mu_i\}_{i=1}^k = \{4, 5\}.$$

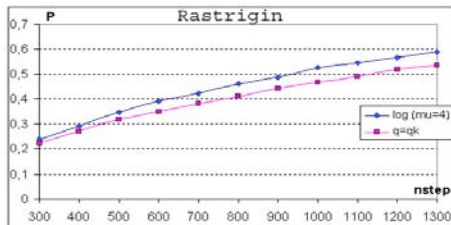
Результаты и выводы

Графики вероятности в зависимости от числа шагов для оптимального μ и показательного закона:

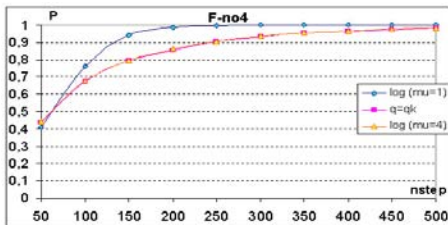
униmodalная



многоэкстремальная

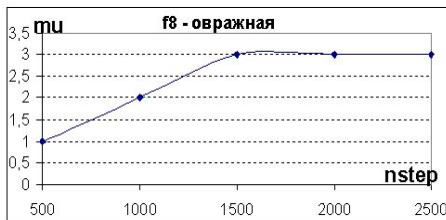
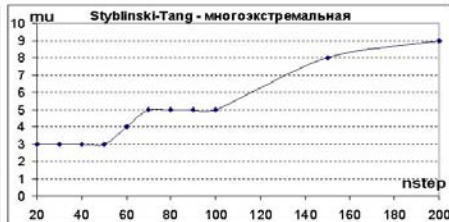
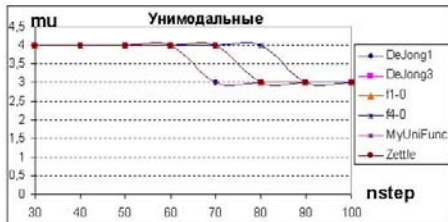


овражная



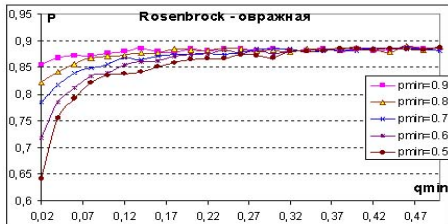
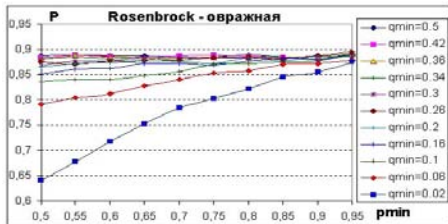
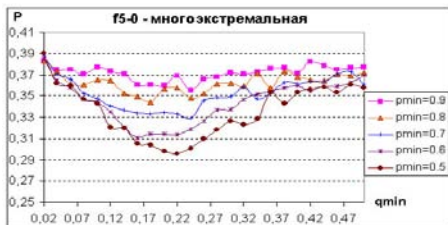
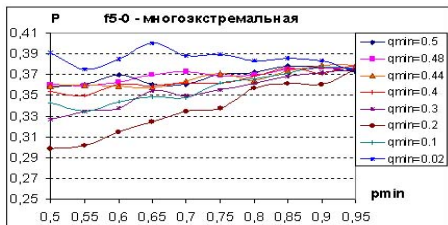
Параметр $\mu(n_{step})$

Параметр μ в зависимости от n_{step} на примере некоторых функций:



Параметры p_{min} , q_{min}

Некоторые результаты исследования вероятности сходимости поиска в зависимости от p_{min} , q_{min} :



На данном этапе исследования предлагается брать $p_{min} \simeq 0.95$,
 $q_{min} \simeq 0.4$.

Проведено статистическое исследование алгоритма глобальной оптимизации, его модернизация на базе логистической кривой:

- выявлены закономерности в результатах в зависимости от параметров алгоритма и параметров логистической кривой;
- сравнение с показательным законом;
- выявлены наилучшие параметры, универсальные для всех классов функций;
- разработаны рекомендации по использованию параметров для различных классов функций.

В дальнейшем планируется создать диалоговую систему по выбору параметров глобального случайного поиска и решения задачи оптимизации.