Некоторые задачи анализа временных рядов и идентификация компонент в методе "Гусеница"-SSA

Шлемов Александр Юрьевич, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель — к.ф.-м.н. **Н.Э. Голяндина**
Рецензент — к.ф.-м.н. **А.И. Коробейников**

СтатМод

Санкт-Петербург
2011г.

Постановка задачи и структура работы

Временной ряд $F = (f_1, f_2, \ldots, f_N)$.

Модель:
$F = S + R$, где S — некоторый сигнал, а R — случайный шум.

Задачи:

1. S — **?**;
2. s_{N+1}, s_{N+K} — **?**;
3. Пусть $S = T + C^{(1)} + C^{(2)} + \ldots + C^{(p)}$, где T — тренд; $C^{(i)}$ — периодические компоненты. T — **?**; $C^{(i)}$ — **?**.

Решение: на основе метода "Гусеница"-SSA
(«SSA and Related Techniques», G., N., Z., 2001)

Структура работы:

1. Метод "Гусеница"-SSA и понятия, связанные с ним
2. Восстановление и прогноз в методе SSA на языке фильтров
3. Методы автоматической идентификации гармонических компонент

Ряд $S = (s_1, \ldots, s_N)$ называется рядом конечного порядка, если:

$$s_j = \sum_{i=1}^{r} c_i s_{j-d+i};$$

r — порядок линейной рекуррентной формулы (ЛРФ);
если r минимальное, то его называют порядком ряда.

$X^{(i)} = (s_i, s_{i+1}, \ldots, s_{i+L-1})^{\mathrm{T}}$ — вектора L-вложения

$\mathbb{S}^L(S) = \operatorname{span}\{X^{(i)}\}_{i=1}^{N-L+1}$ — L-сигнальное подпространство

$P = (p_1, \ldots, p_L)^{\mathrm{T}} = \mathbf{P}_{\mathbb{S}^{\mathbb{L}}(\mathbb{F})}\, e_L$ — проекция L-го орта на $\mathbb{S}^L(F)$.
Пусть $(P)_L \neq 1$, тогда вектор

$$C = \frac{P^{\nabla}}{1-(P)_L} = \frac{1}{1-p_L} \cdot (p_1, \ldots, p_{L-1})^{\mathrm{T}} \quad -$$

задает коэффициенты т.н. “миннормЛРФ”, управляющей S;
$\|C\| = \min$ среди всех ЛРФ порядка $\leq L-1$.
Применив ЛРФ, можно построить продолжение ряда S.

Пусть $F = S_1 + S_2 + \ldots + R$; S_l — конечного порядка;
$F = (f_1, \ldots, f_N)$

Схема SSA:

$$F \xrightarrow[\boxed{L}]{\mathcal{T}} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \ldots & f_K \\ f_2 & f_3 & \ldots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \ldots & f_N \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{\{1, \ldots, d\} = \bigsqcup_l I_l}]{\text{SVD}: \{\sqrt{\lambda_i}, U^{(i)}, V^{(i)}\}_{i=1}^d}$$

$$\begin{cases} \widehat{\mathbb{S}^L(S_l)} = \operatorname{span}\{U^{(i)}\}_{i \in I_l} \\ \widehat{\mathbf{X}_l} = \sum_{i \in I_l} U^{(i)} (U^{(i)})^{\mathrm{T}} \mathbf{X} = \mathbf{P}_{\widehat{\mathbb{S}^L(S_l)}} \mathbf{X} \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{H}} \widetilde{\mathbf{X}_l} = \mathcal{H}\widehat{\mathbf{X}_l} \xrightarrow{\mathcal{T}^{-1}} \widetilde{S}_l$$

Рекуррентный прогноз:

1. оценка коэффициентов миннормЛРФ $\widehat{P} = \mathbf{P}_{\widehat{\mathbb{S}^L(S_l)}} e_L$;
2. применение ЛРФ к восстановленному ряду.

Вопросы:

- Восстановление и прогноз в терминах линейных фильтров.
- Отбор, идентификация гармонических компонент.

$\mathbf{x} = (\ldots,\, x_{-1},\, \overset{0}{x_0},\, x_1,\, x_2,\, \ldots)$ — последовательность.
Оператор $\Phi\colon \mathbf{x} \mapsto \mathbf{y}$ будем называть фильтром, если:

1. $\Phi(\mathbf{x})$ — линейный;
2. $\Phi(\mathcal{L}^i \mathbf{x}) = \mathcal{L}^i \Phi(\mathbf{x}) \qquad \forall \mathbf{x}, \forall i.$

Для конечного ряда $F = (f_1,\, \ldots,\, f_N)$:

$$\big(\Phi(F)\big)_j = \Big(\Phi\big((0,\, \ldots,\, \overset{0}{0},\, f_1,\, f_2,\, \ldots,\, f_N,\, 0,\, \ldots)\big)\Big)_j .$$

Любой фильтр Φ можно записать: $\big(\Phi(\mathbf{x})\big)_j = \sum\limits_{i=-\infty}^{+\infty} h_i x_{j-i}.$

Последовательность $\mathbf{h}_\Phi = (\ldots,\, h_{-1},\, \overset{0}{h_0},\, h_1,\, \ldots)$ — импульсная характеристика.

КИХ-фильтр: $\big(\Phi(\mathbf{x})\big)_j = \sum\limits_{i=-r_1}^{r_2} h_i x_{j-i}.$

Причинный КИХ-фильтр: $\big(\Phi(\mathbf{x})\big)_j = \sum\limits_{i=0}^{r-1} h_i x_{j-i}.$

Будем говорить, что фильтр имеет порядок $\leq r$.
Если $h_{r-1} \neq 0$, то r — порядок фильтра.

$H_\Phi(z) = \sum_i h_i z^{-i}$ — передаточная функция;
$A_\Phi(\omega) = |H_\Phi(e^{i\omega})|$ — АЧХ; $\varphi_\Phi(\omega) = \operatorname{Arg} H_\Phi(e^{i\omega})$ — ФЧХ.

Смысл АЧХ и ФЧХ:

$$(\mathbf{x})_j = \cos(\omega j) \quad \Rightarrow \quad \big(\Phi(\mathbf{x})\big)_j = A_\Phi(\omega)\cos(\omega j + \varphi_\Phi(\omega)).$$

$\mathcal{E}\Phi = \sum_i h_i^2$ — мощность фильтра.

Полоса пропускания фильтра: $\mathrm{f}_a\Phi = \{\omega \in [0, \pi] \colon A_\Phi(\omega) \geq a\}$
$\Delta \mathrm{f}_a\Phi = \operatorname{mes} \mathrm{f}_a\Phi$ — ширина полосы. Свойство: $\Delta \mathrm{f}_a\Phi \leq \dfrac{\pi}{a^2} \cdot \mathcal{E}\Phi$.

Предложение (Значение мощности)

Пусть наблюдается $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \varepsilon$, где ε_j — н.с.в., $\mathsf{E}\varepsilon_j = 0$, $\mathsf{D}\,\varepsilon_j = \sigma^2$; пусть известен фильтр Φ: $\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ и $\widetilde{\mathbf{x}} = \Phi(\hat{\mathbf{x}})$, тогда:

$$\mathsf{E}(\widetilde{\mathbf{x}})_j = (\mathbf{x})_j; \quad \mathsf{D}(\widetilde{\mathbf{x}})_j = \sigma^2 \cdot \mathcal{E}\Phi$$

Таким образом: $\mathcal{E}\Phi \to 0 \quad \Rightarrow \quad \mathsf{D}(\widetilde{\mathbf{x}})_j \to 0.$

Пусть $\{U_L^{(i)}\}_{i=1}^d$ — сигнальные вектора SSA-разложения; определим:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_{\Theta_L^{(i)}} & = (\ldots, 0, \overset{0}{u}{}_L^{(i)}, 0, \ldots), \\ \mathbf{h}_{\Theta_{L-1}^{(i)}} & = (\ldots, 0, u_{L-1}^{(i)}, \overset{0}{u}{}_L^{(i)}, 0, \ldots), \\ & \ldots \\ \mathbf{h}_{\Theta_1^{(i)}} & = (\ldots, 0, u_1^{(i)}, \ldots, u_{L-1}^{(i)}, \overset{0}{u}{}_L^{(i)}, 0, \ldots); \\ \mathbf{h}_{\Psi^{(i)}} & = \operatorname{rev} \mathbf{h}_{\Theta_1^{(i)}} = (\ldots, \overset{0}{u}{}_L^{(i)}, \ldots, u_1^{(i)}, 0, \ldots). \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Phi_L^{(i)} & = \Theta_L^{(i)} \circ \Psi^{(i)}, \\ \Phi_{L-1}^{(i)} & = \Theta_{L-1}^{(i)} \circ \Psi^{(i)}/2, \\ & \ldots \\ \Phi_1^{(i)} & = \Theta_1^{(i)} \circ \Psi^{(i)}/L; \\ \Phi_k^{(I)} & = \sum_{i \in I} \Phi_k^{(i)}. \end{cases}$$

Теорема

SSA-фильры восстановления.

- $\left(\Phi_k^{(I_l)}(F)\right)_{N-L+k} = (\widetilde{F}_l)_{N-L+k}$ *для всех* k *таких, что* $1 < k \le L$;
- $\left(\Phi_1^{(I_l)}(F)\right)_j = (\widetilde{F}_l)_j$ *для* j *таких, что* $L \le j \le N - L + 1$.

$\Phi_1^{(I_l)}$ — фильтр средней точки (ФСТ);
$\Phi_L^{(I_l)}$ — фильтр последней точки (ФПТ).

Восстановление для $L \ll N$ — применение симметричного фильтра средней точки $\Phi_1^{(I)}$.

Свойство ФСТ:

Симметричность $\Rightarrow$ ФЧХ$\varphi_{\Phi^{(I)}1} \equiv 0 \Rightarrow$ сохранение фазы гармоники.

Результат:

$$\mathcal{E}\Phi_1^{(I)} \leq (\#I)^2/L.$$

Следовательно:

$$\Delta \mathrm{f}_a \Phi_1^{(I)} \leq \pi(\#I)^2/a^2/L.$$

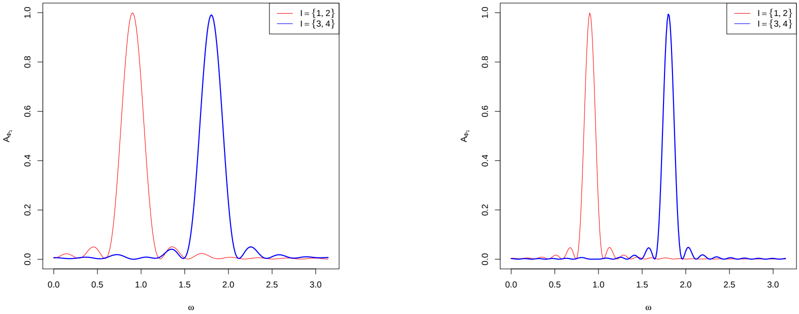
Таким образом, увеличивая L, пропорционально уменьшаем полосу SSA-фильтра восстановления.

Результат: АЧХ SSA-фильтра восстановления средней точки по вектору U пропорциональна периодограмме вектора U.

Следовательно: Частотная SSA-разделимость может быть сформулирована на языке SSA-фильтра средней точки.

Модель:

Ряд F длины $N = 400$ вида $f_n = s_n + r_n$, где
$s_n = 2\cos(2\pi n/3) + \cos(2\pi n/7)$.



$L = 20$ $\qquad$ $L = 40$

Амплитудно-частотная характеристика фильтра средней точки

Рекуррентный прогноз как фильтр:

$$\widetilde{s}_{N+1} = \sum_{i=1}^{L-1} c_i \widetilde{s}_{N-d+i} = \sum_{i=1}^{N} c_i' f_i, \quad \text{где: } \begin{cases} c_i = \mathfrak{F}_i(\widehat{\mathbb{S}^L(S)}), \\ c_i' = \mathfrak{G}_i(\widehat{\mathbb{S}^L(S)}). \end{cases}$$

Одношаговый прогноз $\sim$ причинный КИХ-фильтр Υ с импульсной характеристикой $\mathbf{h}_\Upsilon = (\ldots, 0, \overset{0}{0}, c_N', \ldots, c_1', 0, \ldots)$.

Предложение

Пусть $\left(\Phi(S)\right)_j = \sum_{i=0}^{r} h_i s_{j-i} = s_j$ *для любого* $j \geq L$, $h_0 \neq 1$; *тогда* Φ *порождает линейную рекуррентную формулу* $\Upsilon = \Upsilon(\Phi)$, *управляющую рядом* S, *вида* $S_j = \frac{1}{1-h_0} \sum_{i=1}^{r} h_i s_{j-i}$.

Предложение

Любую ЛРФ Υ, *управляющую* S, *можно дополнить до сохраняющего фильтра* $\Phi_\alpha = \Phi_\alpha(\Upsilon)$ *для любого* α: $\Phi_\alpha = (1-\alpha)\Upsilon + \alpha\mathbb{I}$.

$$\mathcal{E}\Phi_\alpha \to \min,\ \alpha - ?$$

Пусть $\mathbb{S}^L(S) = \operatorname{span}\{U_L^{(i)}\}_{i \in I}$.

Оптимальная эквивалентность между ФПТ и миннормЛРФ:

Предложение

Пусть $\Phi_L^{(I)}$ *— ФПТ и ЛРФ* $\Upsilon = \Upsilon(\Phi_L^{(I)})$. *Тогда* Υ *— миннормЛРФ пространства* $\mathbb{S}^L(S)$.

Теорема

Пусть Υ *— миннормЛРФ пространства* $\mathbb{S}^L(S)$. *Тогда ФПТ* $\Phi_L^{(I)} = \Phi_{\alpha_0}(\Upsilon)$, *где* $\alpha_0 = \operatorname*{argmin}_{\alpha} \mathcal{E}\Phi_\alpha(\Upsilon)$.

Оптимальные восстанавливающие свойства ФПТ:

Теорема

1. *ФПТ сохраняет сигнал* S, *т.е.* $\left(\Phi_L^{(I)}(S)\right)_j = s_j$ *для* $j \geq L$;
2. *ФПТ — оптимальный фильтр порядка* $\leq L$, *сохраняющий* S;

$F = (f_1, \ldots, f_N)$, $F = S + R$
Восстановление: $\widetilde{s}_N = \widehat{\text{ФПТ}}_L(F)$
Прогноз: $\widetilde{s}_{N+1} = \widehat{\text{ЛРФ}}_{L-1}(F)$

Задача: $\mathsf{D}\,\widetilde{s}_N \to \min\,,\quad \mathsf{D}\,\widetilde{s}_{N+1} \to \min$

Имеем противоречивые рекомендации:

1. $L \to \max$, т.к. тогда $\mathcal{E}\Phi_L^{(I)} \to \min$, $\mathcal{E}\Upsilon \to \min$;
2. $L \to \min$, т.к. тогда $\mathbb{S}(S)$ оценивается точнее (Golyandina, 2010).

Идея решения:
Строить оценку базиса подпространства с малой длиной окна,
а затем увеличивать длину базисных векторов

$$\{U_L^{(i)}\}_{i=1}^r \xrightarrow{?} \{U_{L'}^{(i)}\}_{i=1}^r$$

Для восстановления последней точки: $L' = N$;
для прогноза: $L' = N + 1$.

Рассмотрим ряд $F = (f_1, \ldots, f_N)$ порядка r, где $f_j = \sum\limits_{i=1}^{r} b_i \mu_i^j$,

$\mu_i \in \mathbb{C}$; $\quad Q_L^{(i)} = (\mu_i^1, \ldots, \mu_i^L)^{\mathrm{T}}$.

Алгоритм:

$\{U_L^{(i)}\}_{i=1}^r$ — ортонормированный базис $\widehat{\mathbb{S}^L(S)}$, $r < L$.

$$\{U_L^{(i)}\}_{i=1}^r \xrightarrow{ESPRIT} \{\mu_i\}_{i=1}^r \xrightarrow{\mu^t} \{Q_{L'}^{(i)}\}_{i=1}^r \xrightarrow{EVD} \{U_{L'}^{(i)}\}_{i=1}^r.$$

Получили $\{U_{L'}^{(i)}\}_{i=1}^r$ — ортонормированный базис $\widehat{\mathbb{S}^{L'}(S)}$.

Модификация для стационарных рядов:

$$\{\mu_i\}_{i=1}^r \xrightarrow{\mu^* = \mu/|\mu|} \{\mu_i^*\}_{i=1}^r$$

Имея базис $\{U_{L'}^{(i)}\}_{i=1}^r$, можно построить ФПТ и ЛРФ по нему.

Модель эксперимента:
Зашумленный стационарный ряд конечного порядка вида:

$$f_j = \sum_{k=1}^{m} b_k \cos(\omega_k j + \varphi_k) + \varepsilon_j, \quad j \in \{1, \ldots, N\}.$$

Длина окна $L \approx N/2$ и $L \approx N/3$.

Улучшение от применения алгоритма растяжения базиса:
для восстановления последней точки 6-7% (общий случай) и 50-60% (стационарный);
для прогноза — 2-3% и 50-60% соответственно.

Выводы:

- Модификация улучшает восстановление последней точки и прогноз.
- Для стационарных рядов наблюдается существенное улучшение.

Постановка задачи:
Имеется ряд F и его SSA-разложение $\{\sqrt{\lambda_i}, U^{(i)}, V^{(i)}\}_{i=1}^d$. Требуется найти $\mathcal{I}$ — множество компонент, соответствующих э.-м. гармоникам с частотами из интервала $(0, 0.5)$.

Известные факты:
Собственные вектора, порожденные экспоненциально-модулированной гармоникой, имеют вид:

$$\begin{aligned} (U^{(1)})_n &= B_1 e^{\alpha n} \cos(2\pi\vartheta n + \varphi_1), \\ (U^{(2)})_n &= B_2 e^{\alpha n} \cos(2\pi\vartheta n + \varphi_2); \end{aligned} \tag{1}$$

кроме того:

$$\lambda_1 \approx \lambda_2.$$

Таким образом:

- достаточно проверять соседние пары с номерами $(i, i+1)$;
- пары вида (1) можно находить на основе периодограмм собственных векторов.

Периодограмма вектора $U = (u_1, u_2, \ldots, u_L)^{\mathrm{T}}$:

$$\Pi_U(\theta) = \frac{2}{L}\sum_{j=0}^{L-1} e^{-i2\pi\theta j} u_{j+1}, \qquad \theta \in D_L = \{k/L\}_{k=0}^{\lfloor L/2 \rfloor}.$$

Алгоритм идентификации э.-м. гармоник:
(Vautard, Yiou, Ghil, 1992, Александров, 2006)

Параметры: Δ, s, $\Gamma^{(s)}$.

Результат идентификации: $(U^{(1)}, U^{(2)})$ э.-м. гармоника ?

Первый этап
– статистика $\delta = |\operatorname*{argmax}_k \Pi_{U^{(1)}}(k/L) - \operatorname*{argmax}_l \Pi_{U^{(2)}}(l/L)|$;
– если $\delta > \Delta$, то НЕТ.

Второй этап
– $S\Pi(k) = 0.5(\Pi_{U^{(1)}}(k/L) + \Pi_{U^{(2)}}(k/L))$;
– статистика $\gamma^{(s)} = \max_k \sum_{l=k}^{k+s-1} S\Pi(l)$;
– если $\gamma^{(s)} > \Gamma^{(s)}$, НЕТ; иначе, ДА.

Будем рассматривать вектор $W = (w_1, \ldots, w_L)^{\mathrm{T}}$ длины L следующего вида:

$$w_t = e^{\alpha(t-1)} \cos(\omega(t-1) + \varphi), \quad |\alpha| > 0, \quad \omega \in (0, \pi). \tag{2}$$

Введем некоторые обозначения:

$$A = A(\varphi, \alpha, \omega, L) = \cos\varphi - e^{L\alpha}\cos(L\omega + \varphi),$$
$$B = B(\varphi, \alpha, \omega, L) = e^{\alpha}(\cos(\varphi - \omega) - e^{L\alpha}\cos(L\omega + \varphi - \omega)),$$
$$\mathcal{P}(\varkappa) = \frac{e^{-2\alpha}}{2L} \cdot \frac{A^2 + B^2 - 2AB\cos\varkappa}{(\cos\varkappa - \cosh\alpha\cos\omega)^2 + \sinh^2\alpha\sin^2\omega}.$$

Теорема (Вид периодограммы э.-м. гармоники)

Функция $\mathcal{P}(\varkappa)$ совпадает с периодограммой вектора (2) везде, где периодограмма определена:

$$\Pi(\theta) = \mathcal{P}(2\pi\theta) \quad \textit{при } \theta \in D_L = \{k/L\}_{k=0}^{\lfloor L/2 \rfloor}.$$

Глава 3: Теоретический результат для первого этапа

$$(U^{(1)})_n = B_1 e^{\alpha n} \cos(2\pi\vartheta n + \varphi_1), \; (U^{(2)})_n = B_2 e^{\alpha n} \cos(2\pi\vartheta n + \varphi_2).$$

Вопрос: $(U^{(1)}, U^{(2)})$ проходят первый этап **?**

Теорема

Пусть

$$\cosh \alpha - 1 < 2\cos(\pi/L)\big(1 - \cos(\pi/L)\big), \qquad (3)$$

тогда при любой частоте $\vartheta \in (0,\, 0.5)$ *и при любых фазах* $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{R}$*:*

$$|\operatorname*{argmax}_k \Pi_{U^{(1)}}(k/L) - \operatorname*{argmax}_l \Pi_{U^{(2)}}(l/L)| \le 1.$$

Таким образом, при выполнении (3) достаточно рассматривать $\Delta = 1$.

Предложение

Пусть $\alpha = \alpha_L = \Lambda/L$, *тогда при* $|\Lambda| < \sqrt{2}\pi (\approx 4.44)$ *найдется такое* L_0, *что для всех* $L > L_0$ *выполняется* (3).

Например, для $\Lambda = 4$, достаточно $L > 5$.

$(U^{(1)})_n = B_1 e^{\alpha n} \cos(2\pi\vartheta n + \varphi_1)$, $(U^{(2)})_n = B_2 e^{\alpha n} \cos(2\pi\vartheta n + \varphi_2)$.

Вопрос: $(U^{(1)}, U^{(2)})$ вид статистики второго этапа $\gamma^{(s)}$?

Введем вспомогательные функции:

$$\beta(\vartheta, L) = L \cdot \mathrm{dist}(\vartheta, D_L) = \min(\{L\vartheta\}, 1 - \{L\vartheta\}),$$
$$g(\beta, \Lambda) = 2 \cdot \frac{\Lambda(\cosh\Lambda - \cos 2\pi\beta)}{(\Lambda^2 + 4\pi^2\beta^2)\sinh\Lambda}$$

и семейство функций

$$g^{(1)}(\beta, \Lambda) = g(\beta, \Lambda), \quad g^{(2)}(\beta, \Lambda) = g(\beta, \Lambda) + g(1-\beta, \Lambda),$$
$$g^{(3)}(\beta, \Lambda) = g(\beta, \Lambda) + g(1-\beta, \Lambda) + g(1+\beta, \Lambda), \quad \ldots$$

Теорема

Пусть $\alpha = \alpha_L = \Lambda/L$, тогда при $L \to \infty$ для любых s, ϑ и Λ верно:

$$\gamma^{(s)} = g^{(s)}(\beta(\vartheta, L), \Lambda) + \mathcal{O}(1/L).$$

Виды ошибок автоматической идентификации:

- ошибки первого рода (не идентифицировать гармонику);
- ошибки второго рода (идентифицировать негармонику).

Для зашумленного сигнала MSE восстановления сигнала при фиксированном пороге $\Gamma^{(s)}$ имеет бимодальную структуру:

- большое MSE с маленькой вероятностью (результат ошибки первого рода);
- маленькое MSE с большой вероятностью (результат ошибок второго рода).

Статистический подход:

1. фиксировать ν — вероятность ошибки первого рода, и выбрать в качестве порога $\Gamma^{(s)}$ ν-квантиль распределения статистики $\gamma^{(s)}$;
2. подобрать s, минимизируя среднюю ошибку второго рода.

Пример: зашумленный сигнал, $r = 2$.

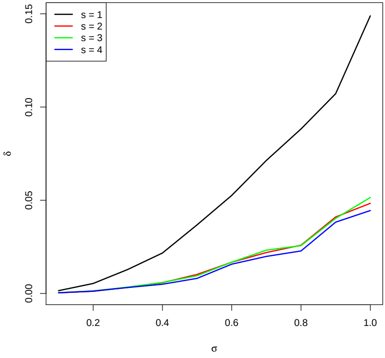
Параметр s второго этапа критерия зафиксирован.
$\gamma^{(s)} = \gamma^{(s)}((U^{(1)}, U^{(2)}))$, где $U^{(1)}$, $U^{(2)}$ — первая пара собственных векторов.
Фиксируем ν — вероятность ошибки первого рода.
Согласно ν-подходу, порог критерия $\Gamma^{(s)} = \gamma_\nu^{(s)}$ — ν-квантиль распределения $\gamma^{(s)}$

Моделирование показало:
$\mathsf{E}\gamma^{(s)} \approx g^{(s)}$, где $g^{(s)}$ найдено теоретически.

Выводы:

1. Аппроксимации $g^{(s)}$ хорошо оценивают средние $\mathsf{E}\gamma^{(s)}$.
2. Квантиль $\gamma_\nu^{(s)}$ незначительно отличается от $\mathsf{E}\gamma^{(s)}$.
3. Аппроксимации $g^{(s)}$ можно использовать для выбора параметров $\Gamma^{(s)}$.

Пусть вероятность ошибки первого рода $\nu = 0.05$, длина ряда $N = 200$, $f_n = s_n + r_n$, длина окна $L = 50$, $s_n = e^{0.01n}\cos(\pi n/4)$, $\mathsf{D}\, r_n = \sigma^2$.



Суммарный вклад ошибок ошибок второго рода в зависимости от σ.

Основные результаты

1. Этап восстановления метода SSA исследован с точки зрения теории линейной фильтрации.
2. Построен алгоритм улучшения восстановления последней точки/прогноза.
3. Доказаны теоретические факты о периодограммах экспоненциально-модулированных гармоник и статистиках периодограммного критерия автоматической идентификации.
4. Полученные теоретические результаты применены в рамках статистического подхода к выбору параметров периодограммного критерия идентификации.