

Статистическое моделирование, ч.1 (3/6, 2008/2009)

Некруткин В.В., вопросы к экзамену 4/7.

Моделирование распределений

- 1 Моделирование случайных величин, общая схема. Табличные методы для дискретных распределений: последовательный и модифицированный последовательный.
- 2 Моделирование дискретного равномерного распределения. Табличные методы обратных функций: простейший табличный, дихотомия, Чжень.
- 3 Моделирование биномиального и геометрического распределений.
- 4 Моделирование распределения Пуассона.
- 5 Общий метод обратных функций. Моделирование дискретной смеси распределений. Варианты и примеры. Сужение распределений.
- 6 Метод отбора. Варианты и примеры.
- 7 Моделирование равномерного распределения на окружности и нормального распределения.
- 8 Моделирование распределений: равномерного на сфере и Коши.
- 9 Моделирование распределений: степенного, показательного, гамма и бета.

Слабая сходимость вероятностных распределений

1. Измеримые топологические пространства. Сепарабельность и компактность. Произведение пространств.
2. Меры в метрических пространствах.
3. Слабая сходимость. Основная теорема.
4. Слабая сходимость и отображения. Следствие об интеграле Римана. Равномерно интегрируемые семейства мер и слабая сходимость.
5. Классы функций, определяющие слабую сходимость. Роль условия плотности семейства распределений. Следствия о моментах и характеристических функциях. Пример.
6. Сходимость по вариации и теорема Шеффе. Следствия.
7. Топологии и сигма-алгебры на кубе и торе. Слабая сходимость распределений на торе и ее метризация.
8. Слабая сходимость распределений на кубе. Критерий Вейля.

Мультипликативный генератор псевдослучайных чисел и спектральный тест

1. Леммы о мультипликативном генераторе. Теорема о периоде.
2. Вероятностные модели мультипликативного генератора. Спектральные метрики. Интерпретация спектральной метрики для дискретной и непрерывной моделей.
3. Свойства волновых чисел.
4. Предельные теоремы для моделей мультипликативного генератора. Допустимые и оптимальные последовательности генераторов. Спектральный тест. Волновые числа, вычисление интегралов и моделирование распределений.

Сходимость по вероятности, слабая сходимость и предельные теоремы

1. Сходимость по вероятности к константе в метрическом пространстве. Характеризации сходимости по вероятности (пп. 1,2,3 Утверждения).
2. Сходящиеся по вероятности к нулю случайные величины как «бесконечно малые» (свойства 4,5,6 и 8 Утверждения).
3. Сходимость условных распределений (свойство 7) и модифицированная теорема Леви. Построение доверительных интервалов для среднего.
4. Сохранение гауссовского предела при линейном отображении (свойство 9) и теорема о гладком отображении. Примеры.

Условные математические ожидания

- 1 УМО относительно σ -алгебр и отображений. Примеры и простейшие свойства УМО. Функция регрессии. Примеры.
- 2 Предельный переход под знаком УМО. Свойства, связанные с измеримостью и независимостью.
- 3 Неравенство Йенсена. УМО как проектор. Условная дисперсия и ее свойства. Основное дисперсионное тождество.
- 4 Регулярный вариант условного распределения. Существование. Частные случаи. Дисперсия выборочного среднего для условно независимых случайных величин.
- 5 Теорема о монотонном классе. Применение к УМО. Следствие.