

## Статистическое моделирование, ч.1 (3/6, 2012/2013)

Некруткин В.В., вопросы к экзамену 4/7, 2013/2014.

### Моделирование распределений

1. Моделирование случайных величин, общая схема. Табличные варианты метода обратных функций для дискретных распределений: последовательный и модифицированный последовательный.
2. Моделирование дискретного равномерного распределения. Табличные варианты метода обратных функций для дискретных распределений: простейший табличный и дихотомия.
3. Метод Чжень. Идея метода Уолкера.
4. Моделирование биномиального и геометрического распределений.
5. Моделирование распределения Пуассона.
6. Общий метод обратных функций. Метод дискретной декомпозиции. Варианты и примеры.
7. Метод отбора. Варианты и примеры.
8. Моделирование равномерного распределения на окружности и нормального распределения.
9. Моделирование распределений: равномерного на сфере и Коши.
10. Моделирование распределений: степенного, показательного, гамма и бета.

### Слабая сходимость вероятностных распределений. Общая теория

1. Метрика и топология: сепарабельность, компактность, непрерывность, произведение пространств.
2. Измеримые метрические пространства. Меры в метрических пространствах.
3. Слабая сходимость. Основная теорема (вспомогательные утверждения).
4. Слабая сходимость. Основная теорема (доказательство).
5. Слабая сходимость и отображения. Примеры.
6. Равномерная интегрируемость и слабая сходимость.
7. Классы функций, определяющие слабую сходимость. Роль условия плотности семейства распределений. Следствие о моментах.
8. Классы функций, определяющие слабую сходимость. Примеры: теорема непрерывности для характеристических функций и сходимость beta-распределений.
9. Сходимость по вариации и теорема Шеффе.

### Слабая сходимость вероятностных распределений. Применение в статистике

1. Сходимость по вероятности к константе.
2. Замена мешающего параметра на его состоятельную оценку. Модифицированная теорема Леви. Построение доверительных интервалов для среднего.
3. Многомерная теорема Леви и сохранение гауссовского предела при линейном отображении. Примеры.
4. Теорема о гладком отображении. Примеры.

### Условные математические ожидания

1. УМО относительно сигма-алгебр и отображений. Примеры и простейшие свойства УМО. Функция регрессии. Примеры.
2. Предельный переход под знаком УМО. Свойства, связанные с измеримостью и независимостью.
3. Неравенство Иенсена. УМО как проектор. Условная дисперсия и ее свойства. Основное дисперсионное тождество.
4. Регулярный вариант условного распределения. Существование. Частные случаи. Дисперсия выборочного среднего для условно независимых случайных величин.
5. Теорема о монотонном классе. Применение к УМО. Следствие.