

Математическое моделирование и обработка данных (4/7),  
Ермаков М.С. (2008/2009 уч.год)

1. Задачи математической статистики. Параметрические, семипараметрические, непараметрические статистические выводы. Описательная статистика. Теория статистических выводов. Типы данных: количественные и качественные; первичные, вторичные (степень их достоверности). Случайная и систематическая ошибки. Примеры.
2. Выборка. Статистика. Частота. Относительная частота. Связь относительной частоты события и вероятности события.
3. Эмпирическая функция распределения и гистограмма. Их связь с теоретической функцией распределения и плотностью распределения. Уметь их строить.
4. Основные числовые характеристики выборки и общий принцип построения их оценок. Выборочные среднее и дисперсия, начальный и центральный моменты.
5. Оценки параметров положения. Медиана, мода, выборочное среднее.
6. Оценки параметров рассеяния. Выборочная дисперсия, стандартное отклонение, абсолютное отклонение, квантили, квартили, персентили, интерквартильный размах, размах.
7. Оценки параметров формы плотности. Асимметрия и эксцесс.
8. Роль нормального распределения в статистике.
9. Теорема об асимптотической нормальности функций от асимптотически нормальных случайных величин. Ее следствия.
10. Теория статистического оценивания. Общая постановка задачи. Определения статистики, статистической оценки, квадратичной функции риска и ее связь с дисперсией оценки. Примеры статистических оценок.
11. Доверительное оценивание (зачем оно нужно?). Доверительный интервал, уровень доверия.
12. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения (дисперсия известна и неизвестна). Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения. Доверительный интервал для биномиального распределения.
13. Построение доверительного интервала на основе асимптотически нормальных статистических оценок. Многомерное нормальное распределение. Доверительный эллипсоид.
14. Двумерное нормальное распределение для единичной и диагональной ковариационной матрицы. Его плотность и график. Болезнь размерности.
15. Двумерное нормальное распределение для произвольной ковариационной матрицы. Его плотность и график. Теорема о представлении двумерного нормального вектора.
16. Арифметика нормального распределения. Независимость выборочных средних и дисперсии.
17. Распределения связанные с нормальным: хи-квадрат, Стюдента, Фишера. Где каждое из них применяется.
18. Требования к статистическим оценкам. Состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность, асимптотическая эффективность.
19. Несмещенные оценки с равномерно минимальной дисперсией. Неравенство Рао - Крамера. Информационное количество Фишера. Эффективность выборочного среднего в нормальной модели.
20. Асимптотическая нормальность. Стандартная ошибка. Асимптотическая эффективностью Нижняя граница в асимптотически эффективном оценивании.
21. Метод моментов. Обобщенный метод моментов. Метод наименьших квадратов. Метод хи-квадрат. Асимптотическая нормальность оценок.
22. Байесовский подход к теории оценивания. Априорная и апостериорная плотности распределения. Апостериорный байесовский риск.
23. Критерии выбора байесовской модели. Примеры байесовских оценок.

24. Оценки максимума апостериорной вероятности. Оценки максимума правдоподобия (ОМП). Асимптотическая нормальность и эффективность ОМП. Метод накопления Фишера.
25. М-оценки Их асимптотическая нормальность
26. Функция влияния. Производная по Гато. Зачем это нужно. Асимптотическая нормальность.
27. Вычисление производных по Гато статистических оценок.
28. Асимптотическая эффективность дифференцируемых статистических функционалов.
29. Минимаксный подход к задачам статистического оценивания. Связь минимаксного и байесовского рисков. Минимаксность выборочного среднего.
30. Проверка статистических гипотез. Простые и сложные гипотезы. Статистический критерий. Область принятия гипотезы. Критическая область. Тестовая статистика. Вероятности ошибок первого и второго рода. Статистические аспекты выбора гипотезы и альтернативы. Мощность критерия. Р-значение.
31. Лемма Неймана-Пирсона. Наиболее мощные критерии. Критерий отношения правдоподобия. Замечание к лемме Неймана Пирсона.
32. Равномерно наиболее мощные (РНМ) и равномерно наиболее мощные несмещенные (РНМН) критерии в нормальной модели. Примеры. Содержательный смысл понятия несмещенности.
33. Связь доверительного оценивания и проверки гипотез.
34. Асимптотически эффективные критерии. Асимптотическая эффективность по Питману. Проверка гипотез на основе асимптотически нормальных оценок.
35. Байесовские критерии проверки сложных гипотез. Критерий максимума отношения правдоподобия для проверки сложных гипотез.
36. Корреляционный и регрессионный анализ. Выборочная ковариация и корреляция. Уметь считать.
37. Функция регрессии. Многомерная линейная регрессия. Метод наименьших квадратов. Матричная запись метода наименьших квадратов. Геометрическая интерпретация метода наименьших квадратов.
38. Метод наименьших квадратов для больших размерностей. Метод регуляризации, штрафная функция.
39. Решение интегрального уравнения методом регуляризации.
40. Многомерные гауссовские наблюдения и модель линейной регрессии.
41. Простая линейная регрессия. Свойства оценок МНК простой линейной регрессии.
42. Коэффициент детерминации, его содержательный смысл и связь с выборочным коэффициентом корреляции. Основное тождество " $SST = SSE + SSR$ ", его содержательный смысл
43. Нелинейная регрессия. МНК. Асимптотическая нормальность оценок МНК.
44. Непараметрическое оценивание. Проекционные оценки. Сплайны. Функции Хаара. вейвлеты. Болезнь размерности.
45. Критерии существования состоятельных оценок в  $L_2$ . Критерий компактности в  $L_2$ .
46. Адаптивное оценивание. Метод Акаике.
47. Ядерные оценки плотности. Оптимальный выбор ширины окна в зависимости от гладкости Непараметрическое оценивание регрессии
48. Непараметрическая проверка гипотез. Метод расстояний. Тестовая статистика Колмогорова и омега-квадрат. Ее независимость от распределения гипотезы.