

# Синтез МАИ и табличного метода в задачах принятия решений

Шубников Алексей Юрьевич, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет  
Математико-механический факультет  
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Сушков Ю.А.  
Рецензент: асп. Кушербаева В.Т.



Санкт-Петербург  
2010г.

# Основные определения

- $A = a_1, a_2, \dots, a_n$  – множество альтернатив
- $H = h_1, h_2, \dots, h_n$  – множество критериев

Типы рассматриваемых задач:

- $(a_1, a_2, \dots, a_n) \rightarrow (s_1, s_2, \dots, s_n)$  – **задача упорядочения**
- $(a_1, a_2, \dots, a_n) \rightarrow (w_1, w_2, \dots, w_n)$ , где  $w_i > 0$ ,

$$\sum_{i=1}^n (w_i) = 1$$

– **задача распределения весов**

- $(a_1, a_2, \dots, a_n) \rightarrow (a_{s_1}, a_{s_2}, \dots, a_{s_d})$ , где  $a_{s_1}, \dots, a_{s_d} \subset A$  – **задача сокращения альтернатив**

# Основные определения

- $K = k_1, k_2, \dots, k_n$  – множество экспертов

Через  $k_i(a_p)$  обозначим оценку эксперта  $k_i$  альтернативы  $a_p$ . Введем отношение порядка на множестве оценок.

## Определение

Если эксперт  $k_i$  предпочитает альтернативу  $a_l$  альтернативе  $a_p$ , будем обозначать это как  $k_i(a_p) \prec k_i(a_l)$ .

$$\forall a_p, a_l \in A \& \forall k_i \in K$$

$$k_i(a_p) \prec k_i(a_l) \bigvee k_i(a_p) \succ k_i(a_l)$$

## Определение

$k_i(A) = (s_1, s_2, \dots, s_n)$  - вектор предпочтений эксперта  $k_i$ ,  $s_1, s_2, \dots, s_n$  получаются перестановкой множества  $1, 2, \dots, n$ .

Для вектора предпочтений выполнено:

$$\forall h, j \in 1..n, h < j \left( k_i(a_{s_h}) \succ k_i(a_{s_j}) \right)$$

## Определение

$K(a_p) = (k_1(a_p), k_2(a_p), \dots, k_m(a_p))$  - оценочный вектор альтернативы  $a_p$

Среди множества альтернатив  $A$  можно ввести отношение порядка следующим образом:

$$a_i \succ a_j \Leftrightarrow \forall l \in 1 : m \left( k_l(a_i) \succ k_l(a_j) \right).$$

## Определение

$$WP(A) = \left\{ a^* \mid \nexists a \in A \left( \forall i \in 1 : m \left( k_i(a^*) \succ k_i(a) \right) \right) \right\} - \text{множество}$$

Паретто несравнимых альтернатив.

## Определение

Границей называется вектор  $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$

## Определение

$$A_2 = \left\{ a \in A \mid \exists i \in 1 : m \left( k_i(a) \prec k_i(a_{sc_i}) \right) \right\} - \text{множество недопустимых}$$

альтернатив

## Определение

$A_1 = A \setminus A_2$  - множество допустимых альтернатив

# Метод анализа иерархий

Метод анализа иерархий основан на двух принципах - построение иерархии заданной задачи и попарные сравнения элементов иерархии нижнего уровня по критерию иерархии верхнего уровня.



Рис.: МАИ

# Табличный метод

Рассмотрим матрицу, составленную из векторов предпочтений экспертов и границу

- $M(K, WP(A)) = \{(k_1(WP(A)))^T (k_2(WP(A)))^T \dots (k_m(WP(A)))^T\}$
- $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$

Эксперт 1		Эксперт 2	...	Эксперт m
Альтернатива 1.1		Альтернатива 2.1	...	Альтернатива m.1
Альтернатива 1.2		Альтернатива 2.2	...	Альтернатива m.2
...		...	...	...
Альтернатива 1.n		Альтернатива 2.n	...	Альтернатива m.n

Рис.: Табличный метод

## Синтез МАИ и табличного метода



Рис.: Синтез МАИ и табличного метода



## Синтез МАИ и табличного метода

Рассмотрим следующую функцию:

$$g : A \rightarrow R$$

$$g(a) = \sum_{i=1}^m ((c_i - k_i(a)) \cdot w_i$$

Задача усиления границы сводится к задаче:

$$g(a) \rightarrow \min, a \in WP(A)_1$$

Задача ослабления границы сводится к задаче:

$$g(a) \rightarrow \max, a \in WP(A)_2$$

Обозначим  $\omega_i = f(a_i) + n - 1$ . Весом альтернативы  $a_i$  будет являться в таком случае

$$w_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^n \omega_j}$$

# Начало работы

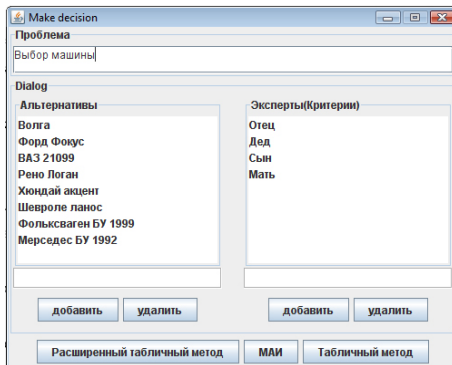


Рис.: Начало работы

# Реализация МАИ

Make Decision - ANP method - Основная задача

Сравните критерии

Отец	лучше	▼	существенно	▼	Дед
Отец	лучше	▼	существенно	▼	Сын
Отец	лучше	▼	существенно	▼	Мать
Дед	лучше	▼	существенно	▼	Сын
Дед	лучше	▼	существенно	▼	Мать
Сын	лучше	▼	существенно	▼	Мать

☒ Мультипликативная
 ☐ Аддитивная
 ☐ Логистическая

далее

Рис.: Реализация МАИ

# Расширенный табличный метод



Рис.: Расширенный табличный метод

# Расширенный табличный метод

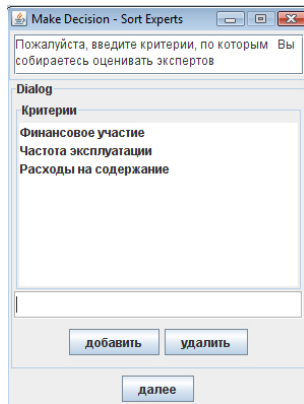


Рис.: Расширенный табличный метод

# Расширенный табличный метод

Make Decision - Table method

Таблица

Отец(0,66)	Дед(0,2)	Мать(0,09)	Сын(0,05)
Волга	Мерседес БУ 1992	Форд Фокус	Волга
Фольксваген БУ 1999	Форд Фокус	ВАЗ 21099	ВАЗ 21099
Форд Фокус	Хюндай акцент	Рено Логан	Хюндай акцент
Хюндай акцент	Волга	Мерседес БУ 1992	Шевроле ланос
ВАЗ 21099	ВАЗ 21099	Хюндай акцент	Фольксваген БУ 1999
Рено Логан	Рено Логан	Волга	Форд Фокус
Шевроле ланос	Шевроле ланос	Шевроле ланос	Рено Логан
Мерседес БУ 1992	Фольксваген БУ 1999	Фольксваген БУ 1999	Мерседес БУ 1992

Alternatives

Волга  
Хюндай акцент

задать границу    добавить альтернативу    поднять  
 посчитать веса    удалить альтернативу    опустить

Рис.: Расширенный табличный метод

# Расширенный табличный метод



Рис.: Распределение весов