

Теория случайных процессов (4/8, 2014/2015)

Некруткин В.В., темы к коллоквиуму 4/8.

1. Общие понятия. Цилиндрические множества. Распределения случайных процессов. Конечномерные распределения процессов. Классификация случайных процессов.
2. Теорема Колмогорова о конечномерных распределениях (ход доказательства).
3. Согласованность конечномерных распределений в терминах характеристических функций. Существование гауссовских процессов.
4. Существование процессов с независимыми приращениями. Примеры.
5. Теорема Колмогорова о непрерывных реализациях.
6. Броуновское движение и пуассоновский процесс. Моделирование броуновского движения.
7. Свойства процесса Пуассона.
8. Комплекснозначные процессы с конечными вторыми моментами. Ковариационная функция и ее свойства. Теорема существования процесса с заданной ковариационной функцией.
9. Лемма о сходимости в L^2 . Непрерывность и дифференцируемость в среднем квадратическом.
10. Интегрирование случайных процессов. Закон больших чисел в L^2 .
11. Разложение процессов в биортогональный ряд (разложение Карунена-Лоэва).
12. Стохастические ортогональные меры. Интеграл по стохастической ортогональной мере, его свойства.
13. Леммы об стохастических интегралах.

Вопросы к коллоквиуму.

1. Алгебра цилиндрических множеств и согласованность конечномерных распределений процессов.
2. Распределение случайного процесса. Объяснение конструкции. Классификация процессов.
3. Теорема Колмогорова о конечномерных распределениях (ход доказательства). Пример: почему существует бесконечная последовательность независимых случайных величин с произвольными распределениями?
4. Согласованность конечномерных распределений в терминах характеристических функций. Существование гауссовских процессов.
5. Существование процессов с независимыми приращениями. Примеры.
6. Теорема Колмогорова о непрерывных реализациях на конечном и бесконечном промежутках. Ход доказательства.
7. Броуновское движение. Его существование, свойства и моделирование.
8. Процесс Пуассона, его существование и конструктивное задание.
9. Процесс Пуассона, его существование. Пуассоновский процесс как простейший поток событий.

10. Комплекснозначные процессы с конечными вторыми моментами. Ковариационная функция и ее свойства. Лемма о сходимости в L^2 и стиль ее использования.
11. Теорема существования комплекснозначного процесса с заданной ковариационной функцией.
12. Лемма о сходимости в L^2 . Непрерывность и дифференцируемость в среднем квадратическом.
13. Интегрирование случайных процессов. Закон больших чисел в L^2 .
14. Разложение процессов в биортогональный ряд (разложение Карунена-Лозва).
15. Стохастические ортогональные меры. Интеграл по стохастической ортогональной мере, его свойства.
16. Леммы об стохастических интегралах.