

Статистическое моделирование, ч.1 (3/6, 2009/2010)

Некруткин В.В., вопросы к экзамену 4/7.

Моделирование распределений

1. Моделирование случайных величин, общая схема. Табличные методы дискретных распределений: последовательный и модифицированный последовательный.
2. Моделирование дискретного равномерного распределения. Табличные методы обратных функций: простейший табличный, дихотомия, Чжень.
3. Моделирование биномиального и геометрического распределений.
4. 4 . Моделирование распределения Пуассона.
5. Общий метод обратных функций. Моделирование дискретной смеси распределений. Варианты и примеры.
6. Метод отбора. Варианты и примеры.
7. Моделирование равномерного распределения на окружности и нормального распределения.
8. Моделирование распределений: равномерного на сфере и Коши.
9. Моделирование распределений: степенного, показательного, гамма и бета.

Многомерное гауссовское распределение и его моделирование

1. Линейные преобразования случайных векторов и матриц.
2. Многомерное гауссовское распределение: определение, характеристическая функция, независимость компонент гауссовского вектора, линейные преобразования гауссовских векторов.
3. Лемма о существовании случайных величин и векторов с заданным распределением. Существование гауссовских векторов. Моделирование гауссовских векторов.
4. Плотность многомерного гауссовского распределения. Двумерный случай (явный вид и условные распределения).

Слабая сходимость вероятностных распределений

1. Измеримые топологические пространства. Меры в метрических пространствах.
2. Слабая сходимость. Основная теорема.
3. Слабая сходимость и отображения. Примеры. Следствие об интеграле Римана. Функции, равномерно интегрируемые с семейством мер и слабая сходимость.
4. Классы функций, определяющие слабую сходимость. Роль условия плотности семейства распределений. Следствия о моментах и характеристических функциях. Примеры сходимости beta-распределений и многомерная теорема Леви .

Сходимость по вероятности и предельные теоремы в \mathbb{R}^d

1. Сходимость по вероятности к константе в метрическом пространстве. Характеризации сходимости по вероятности (пп. 1,2,3 Утверждения).
2. Сходящиеся по вероятности к нулю случайные величины как «бесконечно малые» (свойства 4,5,6 и 8 Утверждения).
3. Сходимость условных распределений (свойство 7) и модифицированная теорема Леви. Построение доверительных интервалов для среднего.
4. Сохранение гауссовского предела при линейном отображении (свойство 9) и теорема о гладком отображении. Примеры.

Условные математические ожидания

- 1 УМО относительно σ -алгебр и отображений. Примеры и простейшие свойства УМО. Функция регрессии. Примеры.
- 2 Предельный переход под знаком УМО. Свойства, связанные с измеримостью и независимостью.
- 3 Неравенство Иенсена. УМО как проектор. Условная дисперсия и ее свойства. Основное дисперсионное тождество.
- 4 Регулярный вариант условного распределения. Существование. Частные случаи. Дисперсия выборочного среднего для условно независимых случайных величин.
- 5 Теорема о монотонном классе. Применение к УМО. Следствие.