

Методы принятия решений и нечетких множеств в выборе оптимального расположения станции метрополитена

Калюжная Юлия Юрьевна, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Сушков Ю.А.
Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Пономарева А.Ю.



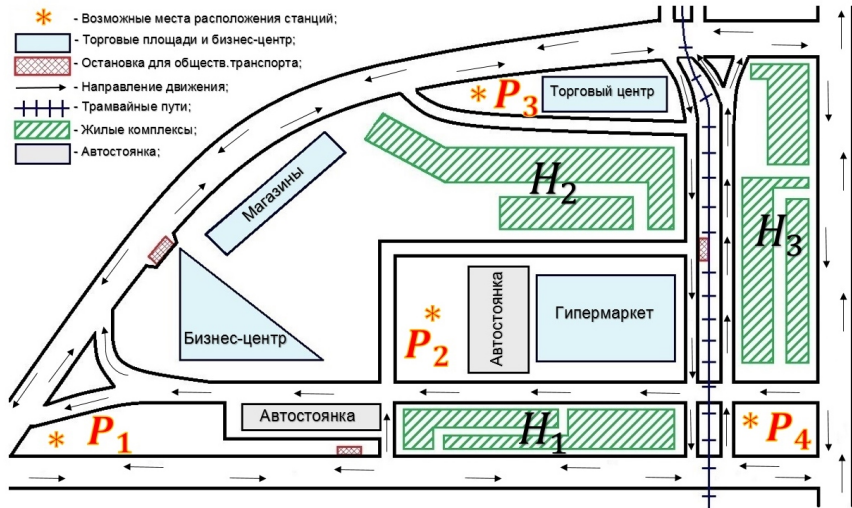
Санкт-Петербург
2014г.

Постановка задачи

Задан план микрорайона города, в котором предложены возможные места расположения станции метрополитена $P = \{p_m\}$ ($m = \overline{1, 4}$) и расположены жилые комплексы $H = \{H_k\}$ ($k = \overline{1, 3}$), торговые площади, бизнес-центр, автостоянки, дороги, по которым движется общественный транспорт, и три остановки для общественного транспорта. Необходимо **решить задачу принятия решения о выборе оптимального расположения станции метрополитена** с учетом признаков из заданного множества $Y = \{y_l\}$, $l = \overline{1, 7}$:

- y_1 – удобство;
- y_2 – расстояние до поверхности (км);
- y_3 – затраты на павильон (млрд. руб.);
- y_4 – расстояние до ближайшего наземного транспорта (км);
- y_5 – пропускная способность вестибюля (число эскалаторов);
- y_6 – средняя площадь вокруг станции для офисов, торговых площадей и автостоянок (тыс. м²);
- y_7 – расстояние до центра тяжести пассажиропотока (км).

Карта микрорайона города



Методы решения поставленной задачи

Заданы:

$P = \{p_1, \dots, p_m\}$ – множество альтернатив или вариантов;

$Y = \{y_1, \dots, y_l\}$ – множество признаков, по которым оцениваются альтернативы.

Задача – определить наилучшую альтернативу по признакам из множества Y .

Для **решения** скомбинированы:

- Метод многокритериального анализа на основе парных сравнений, которые осуществляются с помощью девятибалльной шкалы Саати.
- Принцип Беллмана-Заде для определения наилучшего варианта.
- Метод определения центра тяжести физической модели системы распределения.
- Метод вычисления взвешенных степеней предпочтения, основанный на решении задачи разделения на торговые зоны в нечетких условиях, предложенный Й. Леунгом.

Метод нечеткого многокритериального анализа вариантов; принцип Беллмана-Заде

Матрицы парных сравнений Q_i
 $(q_{kk} = 1, q_{kj} = 1/q_{jk} \ (k, j = \overline{1, m}))$
 элементов множества альтернатив P ,
 $i = \overline{1, l}$ для каждого признака $y_i \in Y$:

$$Q_i = \begin{matrix} & p_1 & \dots & p_m \\ \begin{matrix} p_1 \\ \vdots \\ p_m \end{matrix} & \begin{pmatrix} q_{11} & \dots & q_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & \dots & q_{mm} \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Система уравнений:

$$\begin{cases} Q_i \cdot Z = \lambda_{max} \cdot Z, \\ z_1 + z_2 + \dots + z_m = 1, \end{cases}$$

где λ_{max} – макс. собств. значение Q_i ,
 $Z = (z_1, \dots, z_m)$ – собств. вектор Q_i ,
 соответствующий макс. собств. числу.

$$\tilde{Q}_i = \left\{ \frac{\mu_{Q_i}(p_1)}{p_1}, \dots, \frac{\mu_{Q_i}(p_m)}{p_m} \right\}, \quad (1)$$

где $\mu_{Q_i}(p_j)$ – степень принадлежности $p_j \in P$ к нечеткому множеству \tilde{Q}_i .

- Случаи равновесных и неравновесных признаков:

$$\tilde{G} = \tilde{Q}_1^{s_1} \cap \dots \cap \tilde{Q}_l^{s_l} = \left\{ \frac{\min_{i=\overline{1, l}} [\mu_{Q_i}(p_1)]^{s_i}}{p_1}, \dots, \frac{\min_{i=\overline{1, l}} [\mu_{Q_i}(p_m)]^{s_i}}{p_m} \right\}, \quad (2)$$

где s_i – вес признака y_i . Для равновесных признаков все s_i равны 1, в случае неравновесных признаков – $s_1 + \dots + s_l = 1$.

Вычисление взвешенных степеней предпочтения для признака «Удобство»

- Задан микрорайон города, в котором предложены возможные места расположения $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ нового объекта и расположены жилые комплексы $H = \{H_1, \dots, H_K\}$.
- Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ — множество категорий населения, которое проживает в данных жилых комплексах.
- Разбиение на категории по признакам: *возраст и частота пользования метрополитеном*.
- Каждая категория x_n , $n = \overline{1, N}$ принимает решение о выборе *наиболее удобного* расположения некоторого нового объекта на основании $t + 1$ критериев $G = \{g_1, g_2, \dots, g_t, r\}$.
- Задана матрица $\Omega = (\Omega_{nk})_{n=\overline{1, N}}^{k=\overline{1, K}}$ расселения по жилым комплексам H_k , где Ω_{nk} — число жителей категории x_n , которые проживают в жилом комплексе H_k .

Этапы решения

- Построение согласованных матриц парных сравнений для каждой категории населения x_n :
 - $B_n = (b_{u\tilde{u}})_{u=\overline{1,t+1}, \tilde{u}=\overline{1,t+1}}$, где $b_{u\tilde{u}}$ – степень преимущества критерия g_u над критерием $g_{\tilde{u}}$,
 - $C_u = (p_{j\theta})_{j=\overline{1,m}, \theta=\overline{1,m}}$, $u = \overline{1,t}$ и C^k , где $p_{j\theta}$ – степень преимущества расположения p_j над p_θ по критерию g_u , $k = \overline{1,K}$.
- Построение отношения $R : X \times G \rightarrow [0, 1]$ степеней относительной важности критерия g_u по оценке категории x_n .
- Построение матриц $S_k = (\pi_{S_k}(g_u, p_j))_{u=\overline{1,t}, j=\overline{1,m}}^{j=\overline{1,m}}$, $k = \overline{1,K}$ – степеней принадлежности p_j к g_u , найденных методом парных сравнений (Saaty Т. Exploring the interface between hierarchies, multiple objectives and fuzzy sets).

Этапы решения

- Нахождение нечетких множеств $E_j, j = \overline{1, m}$ с предпочтениями p_j для категории населения x_n^k , объединение их функций принадлежности в матрицы $T_k, (k = \overline{1, K})$, элементы которой – взвешенная степень предпочтения p_j категорией населения x_n^k (Й. Леунг. Разделение на торговые зоны в нечетких условиях).
 - Получение матриц попарного сравнения W_k из T_k .
 - Вычисление порога делимости \tilde{l}^k для каждой матрицы T_k .
 - Получение уровней множеств $M_j^k, j = \overline{1, m}$ из матриц T_k , иллюстрирующих сколько человек из различных категорий населения жилого комплекса H_k предпочитает расположение p_j .
- Вычисление взвешенных степеней предпочтения χ_j^k индивидуумами из жилого комплекса H_k ($k = \overline{1, K}$) расположения p_j ($j = \overline{1, m}$).
- Составление искомого вектора взвешенных степеней предпочтения:

$$V = (v_1, v_2, \dots, v_m), \text{ где } v_j = \sum_{k=1}^K \chi_j^k.$$

Метод определения центра тяжести физической модели системы распределения

Дана модель некоторого района города с заданной дорожной инфраструктурой.

Ограничение: в рассматриваемой модели должна быть достаточно развитая система дорог.

Пусть $D = \{d_1, \dots, d_m\}$ – множество объектов (потребителей).

Необходимо: определить координаты расположения распределительного центра.

- Ввод системы координат с осями \tilde{X} и \tilde{Y} . Перенос на нее контура заданного района.
- Пусть задан грузооборот Γ_j для каждого объекта $d_j, j = \overline{1, m}$.

Искомые координаты центра тяжести грузооборота для объектов потребителей d_1, \dots, d_m :

$$\tilde{X}_{center} = \frac{\sum_{j=1}^m \Gamma_j \cdot \tilde{x}_j}{\sum_{j=1}^m \Gamma_j}, \tilde{Y}_{center} = \frac{\sum_{j=1}^m \Gamma_j \cdot \tilde{y}_j}{\sum_{j=1}^m \Gamma_j}, \quad (3)$$

где \tilde{x}_j, \tilde{y}_j – координаты j -го объекта.

Расчет взвешенных степеней предпочтения для признака «Удобство»

Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ — множество категорий населения микрорайона, разделенного по признакам: *возраст* и *частота пользования метрополитеном*, каждый из которых рассматриваем как нечеткое множество с соответствующей функцией принадлежности.

- x_1 — молодые и редко пользующ.; • x_3 — пожилые и редко пользующ.;
- x_2 — молодые и часто пользующ.; • x_4 — пожилые и часто пользующ..

Дана матрица $\Omega = (\Omega_{nk})_{n=\overline{1,4}}^{k=\overline{1,3}}$ расселения по жилым комплексам $H_k, k = \overline{1,3}$:

$$\Omega = \begin{matrix} & \begin{matrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 510 & 431 & 420 \\ 294 & 387 & 264 \\ 205 & 125 & 272 \\ 231 & 153 & 128 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Дано множество критериев $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4, r\}$, где

- g_1 — возможность подъехать на общественном транспорте,
- g_2 — наличие магазинов и торговых площадей,
- g_3 — наличие автомобильных стоянок,
- g_4 — расположение наземного вестибюля на поверхности или под землей,
- r — расстояние до жилых комплексов по прямой.

Искомый вектор взвешенных степеней предпочтения и центр тяжести пассажиропотока

- $B_n, n = \overline{1,4}$:
 - для категории x_1 :
 $B_1 : g_3 > g_2 > g_1 > r > g_4$
 - для категории x_2 :
 $B_2 : g_1 > g_2 > g_3 > g_4 > r$
 - для категории x_3 :
 $B_3 : g_1 > g_2 > r > g_3 > g_4$
 - для категории x_4 :
 $B_4 : g_4 > g_1 > r > g_2 > g_3$
- $C_p, p = \overline{1,4}$:
 - для критерия g_1 :
 $C_1 : p_4 > p_1 > p_3 > p_2$
 - для критерия g_2 :
 $C_2 : p_2 > p_3 > p_4 > p_1$
 - для критерия g_3 :
 $C_3 : p_1 > p_2 > p_4 > p_3$
 - для критерия g_4 :
 $C_4 : p_3 > p_2 > p_1 > p_4$
- $C^k, k = \overline{1,3}$:
 - для жилого комплекса H_1 :
 $C^1 : p_2 > p_4 > p_1 > p_3$
 - для жилого комплекса H_2 :
 $C^2 : p_3 > p_2 > p_1 > p_4$
 - для жилого комплекса H_3 :
 $C^3 : p_4 > p_3 > p_2 > p_1$

Искомый **вектор взвешенных степеней предпочтения** предполагаемых мест расположения станций $p_m, m = \overline{1,4}$ для всех категорий населения, проживающего в жилых комплексах микрорайона:

$$V = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ 1.178 & 1.307 & 0.483 & 1.187 \end{pmatrix}.$$

Вычисленные **координаты** расположения **центра тяжести пассажиропотока**:

$$(\tilde{X}_{center}, \tilde{Y}_{center}) = (348, 93).$$

Нечеткие множества для заданных признаков

Таблица: Значения признаков для оценки мест расположения станции

Признаки	p_1	p_2	p_3	p_4
Удобство (y_1)	1.178	1.307	0.483	1.187
Расстояние до поверхности (y_2)	0.02	0.034	0.03	0.015
Затраты на павильон (y_3)	4.2	3.15	3.05	3.9
Расстояние до ближайш. наземн. транспорта (y_4)	0.28	0.55	0.3	0.24
Пропускная способность вестибюля (y_5)*	2	3	2	4
Средняя площадь вокруг станции для торг. площадей и автомобильных стоянок (y_6)	20	66	15	27
Расст-е до центра тяжести пассажиропотока (y_7)	0.26	0.088	0.22	0.20

* – p_1 : 1 на вход (6:00–10:00), 1 на выход; p_2 : 2 на вход (6:00–10:00), 1 на выход;
 p_3 : 1 на вход, 1 на выход; p_4 : 2 на вход, 2 на выход;

$$\tilde{Q}_1 = \left\{ \frac{0.123}{p_1}, \frac{0.570}{p_2}, \frac{0.041}{p_3}, \frac{0.266}{p_4} \right\},$$

$$\tilde{Q}_2 = \left\{ \frac{0.287}{p_1}, \frac{0.043}{p_2}, \frac{0.091}{p_3}, \frac{0.579}{p_4} \right\},$$

$$\tilde{Q}_3 = \left\{ \frac{0.050}{p_1}, \frac{0.300}{p_2}, \frac{0.546}{p_3}, \frac{0.105}{p_4} \right\},$$

$$\tilde{Q}_4 = \left\{ \frac{0.278}{p_1}, \frac{0.053}{p_2}, \frac{0.150}{p_3}, \frac{0.519}{p_4} \right\},$$

$$\tilde{Q}_5 = \left\{ \frac{0.048}{p_1}, \frac{0.242}{p_2}, \frac{0.102}{p_3}, \frac{0.608}{p_4} \right\},$$

$$\tilde{Q}_6 = \left\{ \frac{0.103}{p_1}, \frac{0.647}{p_2}, \frac{0.059}{p_3}, \frac{0.191}{p_4} \right\},$$

$$\tilde{Q}_7 = \left\{ \frac{0.049}{p_1}, \frac{0.655}{p_2}, \frac{0.087}{p_3}, \frac{0.209}{p_4} \right\}.$$

Случаи равновесных и неравновесных признаков

- Случай **равновесных признаков**:

$$\tilde{G} = \tilde{Q}_1 \cap \dots \cap \tilde{Q}_7 = \left\{ \frac{0.048}{p_1}, \frac{0.043}{p_2}, \frac{0.041}{p_3}, \frac{0.105}{p_4} \right\}.$$

- Случай **неравновесных признаков**:

- Оценки признаков: $y_1 - 5$; $y_2 - 1$; $y_3 - 2$; $y_4 - 3$; $y_5 - 4$; $y_6 - 4$; $y_7 - 3$.
- Веса признаков: $y_1 - 0.227$; $y_2 - 0.045$; $y_3 - 0.091$; $y_4 - 0.136$; $y_5 - 0.182$; $y_6 - 0.182$; $y_7 - 0.136$.

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_1 &= \left\{ \frac{0.621}{p_1}, \frac{0.880}{p_2}, \frac{0.484}{p_3}, \frac{0.740}{p_4} \right\}, & \tilde{Q}_5 &= \left\{ \frac{0.575}{p_1}, \frac{0.772}{p_2}, \frac{0.660}{p_3}, \frac{0.913}{p_4} \right\}, \\ \tilde{Q}_2 &= \left\{ \frac{0.945}{p_1}, \frac{0.868}{p_2}, \frac{0.898}{p_3}, \frac{0.976}{p_4} \right\}, & \tilde{Q}_6 &= \left\{ \frac{0.661}{p_1}, \frac{0.924}{p_2}, \frac{0.597}{p_3}, \frac{0.74}{p_4} \right\}, \\ \tilde{Q}_3 &= \left\{ \frac{0.761}{p_1}, \frac{0.896}{p_2}, \frac{0.946}{p_3}, \frac{0.815}{p_4} \right\}, & \tilde{Q}_7 &= \left\{ \frac{0.664}{p_1}, \frac{0.944}{p_2}, \frac{0.717}{p_3}, \frac{0.808}{p_4} \right\}, \\ \tilde{Q}_4 &= \left\{ \frac{0.840}{p_1}, \frac{0.671}{p_2}, \frac{0.773}{p_3}, \frac{0.915}{p_4} \right\}, \end{aligned}$$

$$\tilde{G} = \left\{ \frac{0.575}{p_1}, \frac{0.671}{p_2}, \frac{0.484}{p_3}, \frac{0.740}{p_4} \right\}.$$

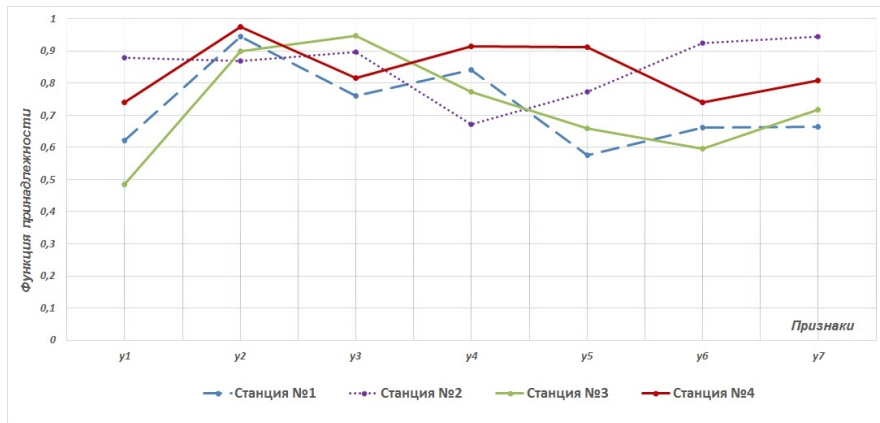


Рис.: «Сравнение вариантов расположения станции с учетом важности признаков»

Заключение

Таким образом, поставленная задача полностью решена. В результате проделанной работы были получены следующие результаты:

- максимально полная модель, принимающая во внимание различные критерии, как объективные, такой как уменьшение расходов на строительство или максимизация пропускной способности станции, так и субъективные с точки зрения разных категорий населения, проживающего в данном микрорайоне;
- решена задача принятия решения на основании оценок, проводимых экспертами, о выборе наиболее удобного для населения, проживающего в рассмотренном микрорайоне города, расположения новой станции метрополитена из возможных мест;
- определены координаты центра тяжести пассажиропотока данного микрорайона;
- скомбинированы некоторые методы принятия решений с использованием нечетких множеств, учитывая полученные в ходе вычислений результаты, на их основе был разработан метод выбора оптимального расположения новой станции метрополитена из числа предложенных вариантов мест;
- написана программа на языке Mathcad для решения поставленной задачи и проведен анализ полученных результатов.

Спасибо за внимание!