

Перебор графов функционирования систем

Гориславский Ростислав, гр. 422

Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Вычислительная стохастика и статистические модели

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Сушков Ю. А.
Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Каштанов Ю. Н.



Санкт-Петербург
2016г.

Определение

Система — система массового обслуживания.

Определение

Аппарат — такой элемент системы, который способен выполнять некоторые операции над поступающими в систему заявками.

Рассматривается система S

- 2 аппарата: A и B ;
- 2 операции: Ω_i^j , за среднее время τ_i^j при $i = 1, 2, j = A, B$;
- $\Omega_1 \succ \Omega_2$.

Цель работы:

- описание множества допустимых схем функционирования систем;
- создание программы, позволяющей моделировать работу таких систем.

Решаемые задачи:

- создание классификации схем функционирования систем;
- перечисление всех возможных схем функционирования таких систем;
- реализация аналитических и статистических моделей функционирования полученных схем;
- разработка программы.

Ω_i^j : операция Ω_i является *основной* на аппарате j ;

M_i : аппарат, на котором операция Ω_i является основной;

Условные операции:

- (Ω_i^j) : выполняется, когда M_i занят;
- (Ω_i^j, Θ) : сначала ждет Θ пока M_i не освободится, M_i освободился — выполняется на M_i , не освободился — выполняется на j ;
- (Ω_i^j, ∞) : ждет на j , пока M_i не освободится.

$\overline{\Omega}_i^j$: операция Ω_i не выполняется на аппарате j ;

Ω_{12}^j : совокупность последовательного выполнения операций Ω_1 и Ω_2 на аппарате j .

Таблица: Общий вид схем функционирования систем.

	Аппарат A	Аппарат B
Операция 1	$\Omega_1 (\Omega_1) \Omega_{12}$	$\Omega_1 (\Omega_1) \Omega_{12}$
Операция 2	$\Omega_2 (\Omega_2)$	$\Omega_2 (\Omega_2)$

Ограничения на схемы:

- Ω_1 выполняется на аппарате A ;
- ровно одна операция из Ω_i^A и Ω_i^B должна быть основной.

Выделенные классы:

1	Ω_1	(Ω_1)	3	Ω_1	(Ω_{12})	5	Ω_{12}	(Ω_1)	7	Ω_{12}	(Ω_{12})
	Ω_2	(Ω_2)		(Ω_2)	Ω_2		(Ω_2)	Ω_2		Ω_2	(Ω_2)
2	Ω_1	(Ω_1)	4	Ω_{12}	(Ω_1)	6	Ω_1	(Ω_{12})	8	Ω_{12}	(Ω_{12})
	(Ω_2)	Ω_2		Ω_2	(Ω_2)		Ω_2	(Ω_2)		(Ω_2)	Ω_2

В результате были произведены перебор и классификация схем:

- выделено 5 непересекающихся классов схем;
- выявлено 27 неизоморфных схем.

Допустимые состояния аппаратов: $S_1 = 0, 1, 2, \overline{12}, w, v_1, v_2$.

Допустимые состояния системы: $S = S_1 \times S_1$.

Определение

Граф перехода состояний системы — взвешенный ориентированный граф, вершины — возможные состояния системы, а ребра — интенсивности перехода из одного состояния в другое (величины, обратные среднему времени работы).

Допустимые переходы для состояния $i0$, $i = 1, 2, \overline{12}$:

- iw , если $scheme[1, 2] == "(1, inf)"$;
- iv_1 , если $scheme[1, 2] == "(1, \Theta)"$;
- $i1$, если $scheme[1, 2] == "(1)"$;
- $i\overline{12}$, если $scheme[1, 2] == "(\overline{12})"$.

Создан алгоритм, который позволяет по заданной схеме генерировать граф переходов состояний.

Методы моделирования систем:

- аналитическая вероятностная модель[Н. Ю. Кропачева, 2001];
- метод узловых точек[Ю. А. Сушков, 2003];
- принцип Δt [Ю. А. Сушков, 2003].

- выбор схемы работы и допустимых состояний;
- составление графа переходов состояний системы;
- выбор метода моделирования и законов распределения времени;
- указание времени работы системы и количества реализаций процесса работы;
- выбор характеристики системы, которая будет наблюдаться;
- построение гистограммы распределения наблюдаемой характеристики.

Пример

В систему поступают заявки с интенсивностью $1/6$. При поступлении заявки в систему на аппарате A выполняется операция Ω_1 за среднее время 5 сек. Если аппарат A занят, заявка покидает систему. Далее после выполнения Ω_1 при наличии свободного аппарата B Ω_2 выполняется на нем за 7 сек, иначе Ω_2 выполняется на A за 6 сек.

Заметим

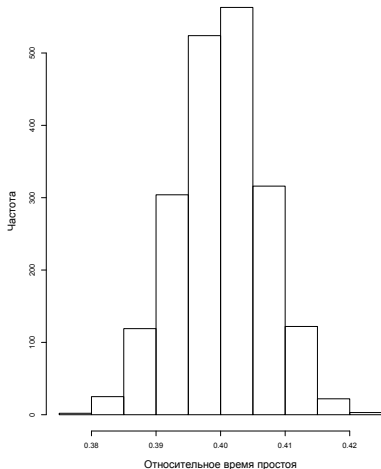
- схема:
$$\begin{matrix} \Omega_1 & \bar{\Omega}_1 \\ (\Omega_2) & \Omega_2 \end{matrix} ;$$
- допустимые состояния: 00, 10, 02, 20, 12, 22.

	0 0	1 0	1 2	2 2	2 0	0 2
0 0	0.0000000	0.1666667	0.0000000	0.0	0.0000000	0.0000000
1 0	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0	0.0000000	0.2000000
1 2	0.0000000	0.1666667	0.0000000	0.2	0.0000000	0.0000000
2 2	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0	0.1666667	0.1428571
2 0	0.1428571	0.0000000	0.0000000	0.0	0.0000000	0.0000000
0 2	0.1666667	0.0000000	0.1666667	0.0	0.0000000	0.0000000

Рис.: Матрица смежности графа перехода состояний для примера.

- $N = 2000$;
- $T = 1000, \Delta t = 1$;
- распределение времени обслуживания — экспоненциальное;
- методы моделирования: узловые точки, принцип Δt .

Распределение времени простоя аппарата А



Распределение времени простоя аппарата А

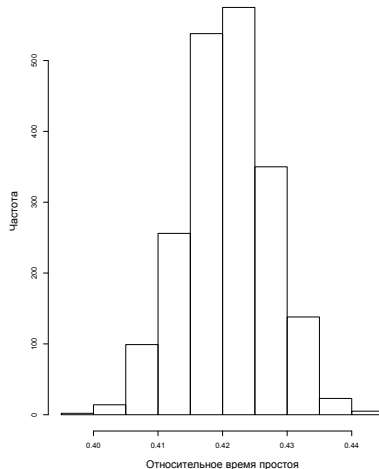


Рис.: Метод узловых точек.

Рис.: Принцип Δt .

В работе:

- произведена классификация схем функционирования систем;
- осуществлен перебор схем функционирования систем;
- написана программа:
 - составление графа перехода состояний;
 - 3 метода моделирования;
 - анализ различных характеристик системы.