

Оптимальный выбор вакантного места расположения торговой точки методами теории нечетких множеств

Рузиева Алина Викторовна, гр.522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор М.К.Чирков
Рецензент: к.ф.-м.н., доцент А.Ю.Пономарева

Санкт-Петербург
2009г.

Задан план микрорайона на территории которого размещены:

- торговые точки (магазины шаговой доступности), предоставляющие заданному множеству покупателей товары одинакового характера;
- множество домов, в которых проживают покупатели;
- множество четко и нечетко определенных структурных факторов
 - дистанционных,
 - экономических,
 - социально-психологических.

С учетом исходных данных требуется **найти** оптимальное расположение новой торговой точки на одном из вакантных мест, удовлетворяющее интересам как населения, так и фирм, характеризующих данный микрорайон и его население.

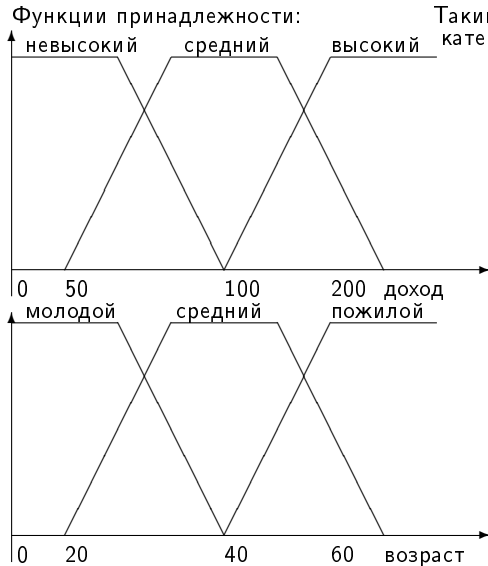
Исходные данные

- Задан микрорайон, на территории которого, размещены торговые точки (*фирмы*) $Z = \{z_m\}$, $m = \overline{1, M}$.
- Множество всех *покупателей* на данном рынке разбиваем на *активные группы* $X = \{x_n\}$, $n = \overline{1, N}$, в соответствии с признаками, которыми обладают потребители.
- В качестве таких признаков будем рассматривать *доходный* и *возрастной* признаки.
- Также задана таблица расселения по домам:

$$\Delta = \begin{matrix} & D_1 & D_2 & \dots & D_H \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{matrix} & \begin{bmatrix} \delta_1^1 & \delta_1^2 & \dots & \delta_1^H \\ \delta_2^1 & \delta_2^2 & \dots & \delta_2^H \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_N^1 & \delta_N^2 & \dots & \delta_N^H \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

- Элемент этой матрицы δ_n^h равен числу жителей категории x_n , $n = \overline{1, N}$, которые проживают в доме D_h , $h = \overline{1, H}$.

Разбиение множества покупателей на категории



Таким образом получаем 9 категорий покупателей:

- x_1 - молодые с высоким доходом,
- x_2 - среднего возраста с высоким доходом,
- x_3 - пожилые с высоким доходом,
- x_4 - молодые со средним доходом,
- x_5 - среднего возраста со средним доходом,
- x_6 - пожилые со средним доходом,
- x_7 - молодые с невысоким доходом,
- x_8 - среднего возраста с невысоким доходом,
- x_9 - пожилые с невысоким доходом.

Исходные данные

- Пусть каждая категория покупателей x_n , $n = \overline{1, N}$ принимает решение о выборе торговой точки на основании $P + 1$ независимых признаков $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_P, d\}$.
- Признак d относится к влиянию фактора расстояния.
- Выбираем из каждой категории покупателей **экспертов** (работы Ларичева О. И.), которые производят оценки y_1, y_2, \dots, y_P признаков.
 - В качестве признаков, влияющих на принятие решения, можно, например, выбрать влияние рекламы, качества, уровня обслуживания и цены.
- Соответственно, каждая фирма z_m , $m = \overline{1, M}$, характеризуется множеством $Y_m^h = \{y_1, y_2, \dots, y_P, d_{h,m}\}$ из $P + 1$ признаков.
- Признак $d_{h,m}$ относится к влиянию расстояния от дома h , $h = \overline{1, H}$, в котором проживают представители этой категории потребителей, до каждой фирмы z_m , $m = \overline{1, M}$.

Задача: выбрать для размещения новой на рынке фирмы $F = z_{M+1}$ одно из множества вакантных (свободных) мест $A = \{a_t\}$, $t = \overline{1, T}$.

Этапы решения задачи

- Составление матриц предпочтения (отношения) (R и $S_h(t)$, $t = \overline{0, T}$) методом парных сравнений (Saaty T. "Exploring the interface between hierarchies, multiple objectives and fuzzy sets").
- Вычисление матриц предпочтения $U_h(t)$, $t = \overline{0, T}$, (Йю Леунг "Разделение на торговые зоны в нечетких условиях").
 - Получение матриц попарного сравнения $W_h(t)$ из $U_h(t)$.
 - Вычисление порога делимости $l^h(t)$ для каждой матрицы $U_h(t)$, $t = \overline{0, T}$, $h = \overline{1, H}$.
 - Составление уровней множеств $M_m^h(t)$, $m = \overline{1, M+1}$, из матрицы $U_h(t)$ для всех $t = \overline{0, T}$ и всех $h = \overline{1, H}$.
- Вычисление взвешенных степеней предпочтения $\chi_m^h(t)$, $m = \overline{1, M+1}$, для каждого $t = \overline{0, T}$ и каждого $h = \overline{1, H}$.
- Составление результирующей таблицы взвешенных степеней предпочтения $H(M+1, T)$.

Метод парных сравнений

- Обозначим оценку признака y_p по сравнению с признаком y_j для x_n как b_{pj}^n , $(p, j = \overline{1, P+1})$.
- Тогда оценки b_{pj}^n составляют **матрицу парных сравнений** $B_n = \|b_{pj}^n\|$ ($b_{pj}^n = 1/b_{jp}^n$), $n = \overline{1, N}$.
- *Матрица отношений экспертов из всевозможных категорий потребителей к признакам:*

$$R = \begin{matrix} & y_1 & \dots & y_P & d \\ \begin{matrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} \Phi_R(x_1, y_1) & \dots & \Phi_R(x_1, y_P) & \Phi_R(x_1, d) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_R(x_N, y_1) & \dots & \Phi_R(x_N, y_P) & \Phi_R(x_N, d) \end{array} \right] \end{matrix}.$$

- Получим **матрицы парных сравнений** $C_p = \|c_{mk}^p\|$, $p = \overline{1, P}$, $m, k = \overline{1, M+1}$ и $C^h(a)$ $h = \overline{1, H}$ и $t = \overline{0, T}$.

$$S_h(t) = \begin{matrix} & z_1 & \dots & z_M & z_{M+1} \\ \begin{matrix} y_1 \\ \vdots \\ y_P \\ d_h \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} \pi_S(y_1, z_1) & \dots & \pi_S(y_1, z_M) & \pi_S(y_1, z_{M+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_S(y_p, z_1) & \dots & \pi_S(y_p, z_M) & \pi_S(y_p, z_{M+1}) \\ d_{h,1} & \dots & d_{h,M} & d_{h,t} \end{array} \right] \end{matrix}.$$

Матрица отношений покупателей к фирмам

- Из R и $S_h(t)$ вычисляем матрицы $U_h(t) = \text{diag}(\gamma_1^{-1}, \dots, \gamma_n^{-1})RS_h(t)$ ($h = \overline{1, H}$, $t = \overline{0, T}$), $\gamma_j = \sum_y \Phi_R(x_j^h, y)$.

$$U_h(t) = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & \dots & z_M & z_{M+1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1^h \\ \vdots \\ x_N^h \end{matrix} & \begin{bmatrix} \mu_{G_1}(x_1^h, z_1) & \dots & \mu_{G_M}(x_1^h, z_M) & \mu_{G_{M+1}}(x_1^h, z_{M+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{G_1}(x_N^h, z_1) & \dots & \mu_{G_M}(x_N^h, z_M) & \mu_{G_{M+1}}(x_N^h, z_{M+1}) \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

- Функция принадлежности $\mu_{G_i}(x_n^h, z_i) = \frac{\sum_y \Phi_R(x_n^h, y) \cdot \pi_S(y, z_i)}{\sum_y \Phi_R(x_n^h, y)}$.
- По теореме об ограниченных множествах [Zadeh L. A. "Fuzzy Sets"] максимальная степень пересечения $G_i \cap G_j$ ($i = \overline{1, M}$, $j = \overline{2, M+1}$) равна $K_{ij}^h(t) = \sup_{x_n^h} \mu_{G_i \cap G_j}(x_n^h)$.

$$W_h(t) = \begin{bmatrix} \mu_{G_1 \cap G_2}(x_1^h) & \dots & \mu_{G_1 \cap G_{M+1}}(x_1^h) & \dots & \mu_{G_M \cap G_{M+1}}(x_1^h) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{G_1 \cap G_2}(x_N^h) & \dots & \mu_{G_1 \cap G_{M+1}}(x_N^h) & \dots & \mu_{G_M \cap G_{M+1}}(x_N^h) \end{bmatrix}.$$

- Число столбцов матрицы $W_h(t)$ равно C_{M+1}^2 .

Распределение категорий покупателей среди торговых точек

- Порог разделимости $l^h(t) < \min_{ij} [\max_{x_n^h} (\mu_{G_i \cap G_j}(x_n^h))] = \inf_{i,j} K_{ij}^h(t)$,
 $i = \overline{1, M}, j = \overline{2, M+1}$.
- Из $U_h(t)$ выбираем наибольшее возможное значение, которое меньше числа $\inf_{i,j} K_{ij}^h(t)$ для всех $h = \overline{1, H}$ и всех $t = \overline{0, T}$.
- Уровневое множество

$$M_m^h(t) = \{x_n^h | \mu_{G_m}(x) \geq \inf_{i,j} K_{ij}^h\}.$$

- Взвешенная степень предпочтения потребителями фирмы z_m ,
 $m = \overline{1, M+1}$, для каждого $t = \overline{0, T}$: $\chi_m^h(t) = \frac{\sum_{x_n \in M_m^h(t)} \delta_n^h \mu_{G_m}(x_n, z_m)}{\sum_n \delta_n^h}$.

Распределение категорий покупателей среди торговых точек

- Таблица взвешенных **степеней предпочтения** составляется из элементов $\chi_{G_m}(t, m) = \sum_h \chi_m^h(t)$.

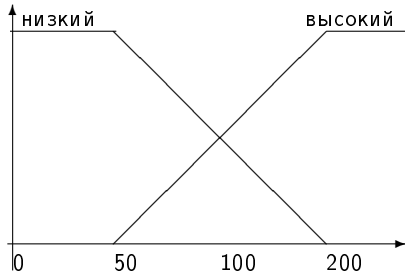
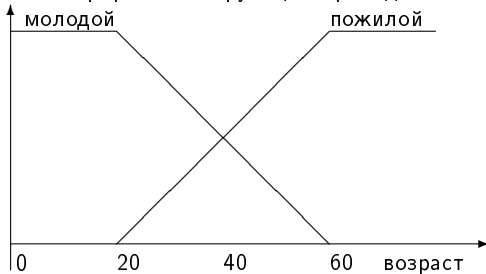
$$H(M+1, T) = \begin{matrix} & z_1 & \dots & z_M & z_{M+1} \\ \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_H \end{matrix} & \begin{bmatrix} \chi_{G_1}(0, 1) & \dots & \chi_{G_M}(0, M) & 0 \\ \chi_{G_1}(1, 1) & \dots & \chi_{G_M}(1, M) & \chi_{G_{M+1}}(1, M+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{G_1}(H, 1) & \dots & \chi_{G_M}(H, M) & \chi_{G_{M+1}}(H, M+1) \end{bmatrix} \end{matrix},$$

где a_0 - отсутствие на рынке фирмы z_{M+1} .

- Исходя из выполнения условия существования фирмы в процентном соотношении:
 - выполнено $\chi_{G_m}(m, t) \geq q(m, t)$, $\forall m = \overline{1, M+1}$, $\forall t = \overline{1, T}$, $q(m, t)$ - заданы.
- Множество всех допустимых мест $\hat{T} = \{a_t | \chi_{G_m}(m, t) \geq q(m, t), m = \overline{1, M+1}\}$.
- Выбираем такое место, что $\max_{t \in \hat{T}} \chi_{G_{M+1}}(M+1, t)$.

Разбиение множества покупателей на категории

Заданы три дома $D_1 - D_3$, фирмы $z_1 - z_3$, вакантные места a_1, a_2 для новой фирмы z_4 и функции принадлежности:



Пусть есть 4 категории потребителей, введем следующие признаки:

- x_1 - молодые и высокого дохода,
- x_2 - пожилые и высокого дохода,
- x_3 - молодые и невысокого дохода,
- x_4 - пожилые и невысокого дохода.
- y_1 - заинтересованность (влияние рекламы),
- y_2 - качество,
- y_3 - уровень обслуживания,
- y_4 - цена,
- d - влияние расстояния.

Матрицы предпочтений

- $B_n, n = \overline{1,4}$:

- Для категории x_1 B_1 :
 $y_2 > y_1 > y_3 > d > y_4$
- Для категории x_2 B_2 :
 $y_2 > y_3 > y_1 > d > y_4$
- Для категории x_3 B_3 :
 $y_4 > y_2 > y_1 > y_3 > d$
- Для категории x_4 B_4 :
 $y_4 > d > y_2 > y_3 > y_1$

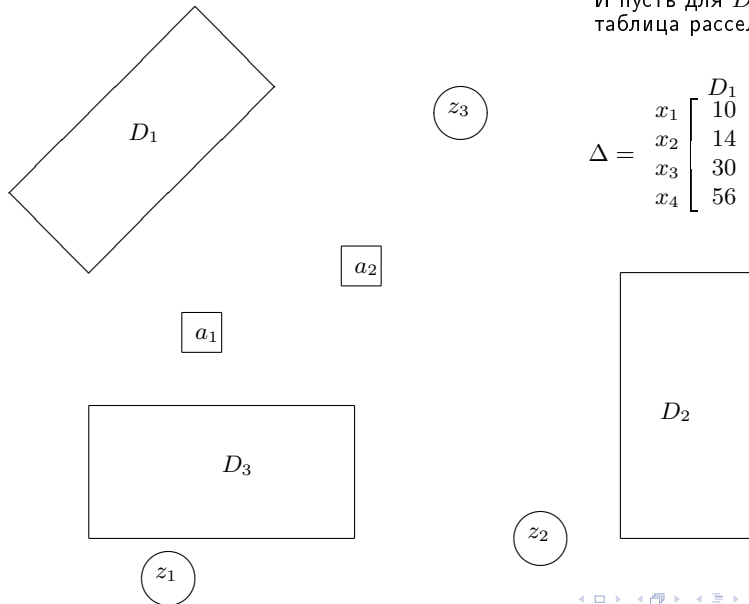
- Допустим, $C_p = \|c_{mk}^p\|, p = \overline{1,4}$:

- Для признака реклама y_1 :
 $C_1 : z_1 > z_4 > z_2 > z_3$
- Для признака качество y_2 :
 $C_2 : z_2 > z_1 > z_4 > z_3$
- Для признака уровень обслуживания y_1 :
 $C_3 : z_4 > z_2 > z_1 > z_3$
- Для признака цена y_4 :
 $C_4 : z_4 > z_3 > z_2 > z_1$

- $C^h(a), h = \overline{1,3}$:

- для **первого** вакантного места a_1 :
для дома D_1 :
 $C^1(1) : z_3 > z_4 > z_1 > z_2$
- для дома D_2 :
 $C^2(1) : z_3 > z_4 > z_1 > z_2$
- для дома D_3 :
 $C^3(1) : z_1 > z_2 > z_3 > z_4$
- для **второго** вакантного места a_2 :
для дома D_1 :
 $C^1(2) : z_4 > z_3 > z_1 > z_2$
- для дома D_2 :
 $C^2(2) : z_3 > z_1 > z_4 > z_2$
- для дома D_3 :
 $C^3(2) : z_4 > z_1 > z_2 > z_3$

План микрорайона



И пусть для D_h , $h = \overline{1, 3}$,
таблица расселения по домам:

$$\Delta = \begin{matrix} & \begin{matrix} D_1 & D_2 & D_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 10 & 13 & 20 \\ 14 & 17 & 17 \\ 30 & 25 & 46 \\ 56 & 25 & 30 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- Получили таблицу взвешенных **степеней предпочтения**:

$$H(4, 2) = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,9315 & 1,5882 & 1,4036 & 0 \\ 0,6291 & 1,0614 & 1,2630 & 1,6462 \\ 0,6552 & 1,0455 & 1,2367 & 1,7255 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

- Теперь, если дан порог $q = 0,65$, то выбор торгового места a_2 становится более благоприятным как для покупателей различных категорий и для фирмы z_1 , которая по-прежнему останется на рынке, так и для других фирм, сохраняющих конкуренцию.

Заключение

Таким образом поставленная задача полностью решена. В результате проделанной работы были построены:

- максимально полная модель, принимающая во внимание различные структурные факторы, такие как дистанционные, экономические и социально-психологические, с учетом целого ряда характеристик торговых точек и субъективных предпочтений жителей;
- процедуры получения и обработки четких и нечетких данных, характеризующие перечисленные выше факторы;
- процедура последовательного повтора решения задачи при отсутствии новой фирмы для каждого дома (в котором проживают потребители различных категорий), и при ее расположении в различных вакантных местах и для каждого дома;
- процедура анализа соответствия выбранному критерию полученных решений и выбора наиболее оптимального;
- программа на языке MATLAB, реализующая процесс решения задачи (текст программы дан в приложении к дипломной работе).