Метод собственного вектора и логистическая кривая

Матвеев Дмитрий Сергеевич, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Сушков Ю.А.
Рецензент: Прудникова Ю.А.

СтатМод

Санкт-Петербург
2007г.

Метод собственного вектора

Метод собственного вектора:

- Исходит из информации о попарном сравнении альтернатив по каждому критерию.
- Итоговый вектор весов альтернатив — собственный вектор, соответствующий максимальному по модулю собственному числу матрицы превосходств.

Самые часто используемые модификации метода:

- Метод Анализа Иерархий (МАИ).
- Метод Расстановки Приоритетов (МРП).

Качественные характеристики

Качественные характеристики:

- равносильность,
- слабое превосходство,
- умеренное превосходство,
- сильное превосходство,
- высшее превосходство.

Шкалы методов:

- шкала МАИ
  $\frac{1}{9}\quad\frac{1}{7}\quad\frac{1}{5}\quad\frac{1}{3}\quad 1\quad 3\quad 5\quad 7\quad 9\quad - x^{\pm 1}$
- шкала МРП
  $0.2\quad 0.4\quad 0.6\quad 0.8\quad 1\quad 1.2\quad 1.4\quad 1.6\quad 1.8\quad - 1 \pm y$

Качественные характеристики

Качественные характеристики:

- равносильность,
- слабое превосходство,
- умеренное превосходство,
- сильное превосходство,
- высшее превосходство.

Шкалы методов:

- шкала МАИ
  $\frac{1}{9} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{3} \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad - x^{\pm 1}$
- шкала МРП
  $0.2 \quad 0.4 \quad 0.6 \quad 0.8 \quad 1 \quad 1.2 \quad 1.4 \quad 1.6 \quad 1.8 \quad - 1 \pm y$

Проблемы

Проблемы:

- Узкий взгляд обеих модификаций на природу различий альтернатив.
- Недостаточная обоснованность шкал.
- Отсутствие чётких критериев выбора шкалы.

Цели

Цели работы:

- Предложить требования (аксиомы) к свойствам новой, более приемлемой шкалы.
- Найти функцию шкалы, соответствующую этим требованиям.
- Написать программный продукт - диалоговую систему, в основе которой будет лежать новый метод.
- Показать пример практического применения.

Аксиомы функции шкалы

Требования к функции шкалы $\varphi(x)$:

- $\varphi(x)$ монотонно возрастающая,
- $\varphi(1) = 1$,
- $\varphi(x)$ симметрична относительно точки $(1; \varphi(1))$,
- $\varphi(x)$ при увеличении разницы важности альтернатив уменьшает её значимость.

Аксиомы функции шкалы

Требования к функции шкалы $\varphi(x)$:

- $\varphi(x)$ монотонно возрастающая,
- $\varphi(1) = 1$,
- $\varphi(x)$ симметрична относительно точки $(1; \varphi(1))$,
- $\varphi(x)$ при увеличении разницы важности альтернатив уменьшает её значимость.

Аксиомы функции шкалы

Требования к функции шкалы $\varphi(x)$:

- $\varphi(x)$ монотонно возрастающая,
- $\varphi(1) = 1$,
- $\varphi(x)$ симметрична относительно точки $(1; \varphi(1))$,
- $\varphi(x)$ при увеличении разницы важности альтернатив уменьшает её значимость.

Аксиомы функции шкалы

Требования к функции шкалы $\varphi(x)$:

- $\varphi(x)$ монотонно возрастающая,
- $\varphi(1) = 1$,
- $\varphi(x)$ симметрична относительно точки $(1; \varphi(1))$,
- $\varphi(x)$ при увеличении разницы важности альтернатив уменьшает её значимость.

Аксиомы функции шкалы

Требования к функции шкалы $\varphi(x)$:

- $\varphi(x)$ монотонно возрастающая,
- $\varphi(1) = 1$,
- $\varphi(x)$ симметрична относительно точки $(1; \varphi(1))$,
- $\varphi(x)$ при увеличении разницы важности альтернатив уменьшает её значимость.

Логистическая кривая

Вид функции:

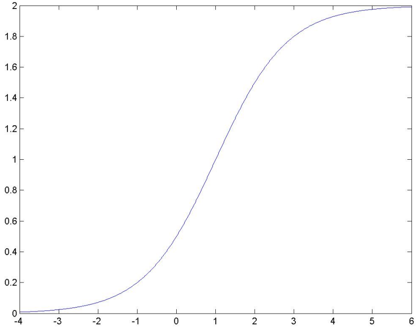


Рис.: график $\varphi(x)$

Функция шкалы

$$\frac{d\varphi}{dt} = \mu(1-\varphi)\varphi$$

Общий вид $\varphi(t)$:

Логистическая кривая

$\varphi(t) = \frac{1}{\frac{1}{M_\infty}+\left(\frac{1}{M_0}-\frac{1}{M_\infty}\right)e^{-\mu t}}$

После применения наложенных аксиомами условий

полученная формула для $\varphi(t)$

$\varphi(t) = \frac{2}{1+e^{\mu(1-t)}}$

Функция шкалы

$$\frac{d\varphi}{dt} = \mu(1-\varphi)\varphi$$

Общий вид $\varphi(t)$:

Логистическая кривая

$\varphi(t) = \frac{1}{\frac{1}{M_\infty} + \left(\frac{1}{M_0} - \frac{1}{M_\infty}\right)e^{-\mu t}}$

После применения наложенных аксиомами условий

полученная формула для $\varphi(t)$

$\varphi(t) = \frac{2}{1+e^{\mu(1-t)}}$

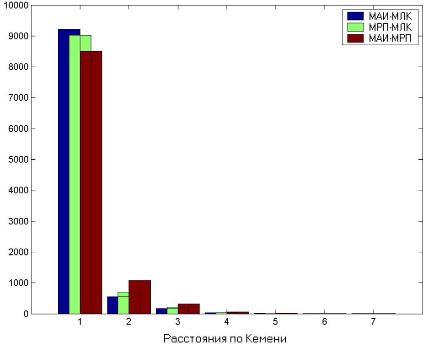
Критерии сравнения:

1. среднее расстояние по методу Кемени-Снелла,
2. отношение точно совпавших перестановок к их общему числу.

	Рассмотренные пары методов		
Критерии	МАИ-МЛК	МАИ-МРП	МРП-МЛК
(1)	0.41	0.67	0.46
(2)	0.69	0.52	0.65

Таблица: Результаты сравнения

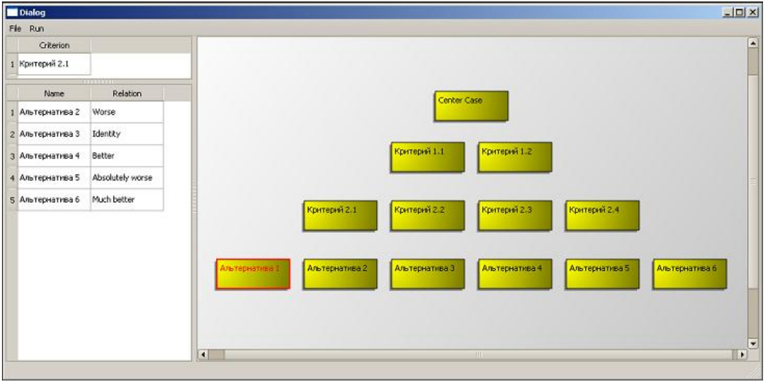
Гистограммы для расстояния Кемени



Гистограммы для расстояния по методу Кемени-Снелла.

Диалоговая система

Диалоговая система, основанная на описанном подходе



Спасибо.