

Статистическое моделирование. Часть 2.
Предельные теоремы в математической статистике и
основы метода Монте-Карло (4/7, 2017/2018))

Некруткин В.В., вопросы.

1 Применение предельных теорем в статистике.

1. Сходимость по вероятности к константе. Общие утверждения.
2. Теорема о замене мешающего параметра на его состоятельную оценку. Примеры.
3. Построение реализуемых асимптотических доверительных интервалов. Общая схема.
4. Асимптотические доверительные интервалы в случае предельного нормального распределения. Модифицированная теорема П. Леви и построение доверительных интервалов для неизвестного среднего. Особенности.
5. Многомерная ЦПТ. Примеры. Сохранение предельной нормальности при линейных отображениях.
6. Предельная теорема критерия хи-квадрат.
7. Теорема о сохранении асимптотической нормальности при гладких отображениях. Стабилизация предельной дисперсии.
8. Построение доверительных интервалов для условной вероятности.
9. Предельные теоремы для выборочных характеристик, выражающихся через первые и вторые моменты.

2 Вычисление интегралов методом Монте-Карло

- 1 Заряды и их свойства.
- 2 Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Общая схема.
- 3 Методы уменьшения трудоемкости: выделение главной части и существенная выборка.
- 4 Методы уменьшения трудоемкости: использование преобразования, сохраняющего меру и понижение порядка интегрирования.
- 5 Метод расщепления. Пример.
- 6 Вычисление функций от интегралов. Метод зависимых испытаний.

3 Решение линейных уравнений методом Монте-Карло

- 1 Вычисление суммы ряда. Оценка "по поглощению" одной координаты решения линейного алгебраического уравнения методом Монте-Карло. Несмещенность.
- 2 Решение лин. алг. уравнений. Оценка "по поглощению" одной координаты решения. Дисперсия. Минимальная дисперсия.
- 3 Вычисление линейных функционалов от решения линейного алгебраического уравнения. Оценки решения. Примеры.
- 4 Леммы о марковских цепях и минимальном решении уравнений.
- 5 Решение интегральных уравнений. Условие мажорируемой сходимости.
- 6 Решение интегральных уравнений. Оценка "по поглощению": несмещенность, дисперсия, минимальная дисперсия.
- 7 Решение интегральных уравнений. Оценка "по столкновениям". Пример.
- 8 Интегральные уравнения относительно мер. Простейшая задача переноса излучений.
- 9 Решение внутренней задачи Дирихле для оператора Лапласа в R^3 . Построение оценки и ее свойства.