

Диалоговая система принятия решения и анализ различных шкал

Буракова Василиса Вячеславовна, гр. 522

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Кафедра статистического моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Сушков Ю. А.
Рецензент: Тамазян Г.С.



Санкт-Петербург
2015г.

- С проблемами выбора сталкиваются в таких сферах как:
 - экономика,
 - проектирование,
 - распознавание образов,
 - и многие другие.
- Ситуации, в которых необходимо принять решение, бывают неоднозначными.
- Возможность принимать решение с помощью математического подхода и его реализацией на компьютере.

- С проблемами выбора сталкиваются в таких сферах как:
 - экономика,
 - проектирование,
 - распознавание образов,
 - и многие другие.
- Ситуации, в которых необходимо принять решение, бывают неоднозначными.
- Возможность принимать решение с помощью математического подхода и его реализацией на компьютере.

- С проблемами выбора сталкиваются в таких сферах как:
 - экономика,
 - проектирование,
 - распознавание образов,
 - и многие другие.
- Ситуации, в которых необходимо принять решение, бывают неоднозначными.
- Возможность принимать решение с помощью математического подхода и его реализацией на компьютере.

- С проблемами выбора сталкиваются в таких сферах как:
 - экономика,
 - проектирование,
 - распознавание образов,
 - и многие другие.
- Ситуации, в которых необходимо принять решение, бывают неоднозначными.
- Возможность принимать решение с помощью математического подхода и его реализацией на компьютере.

Цель и задачи работы

- Цель:
 - Выяснить, какой из методов ранжирования объектов наиболее устойчив относительно ошибок в попарных сравнениях между ними.
 - Создать диалоговое приложение, с помощью которого пользователь может получить результаты по всем рассматриваемым методам.
- Рассматриваемые методы:
 - Метод анализа иерархии (МАИ) с использованием:
 - шкалы Саати (мультипликативной),
 - шкалы Брука (аддитивной),
 - логистической шкалы;
 - Модифицированный метод Борда.
- Задачи:
 - Нахождение наиболее рациональной, с точки зрения лица, принимающего решение (ЛПР), шкалы МАИ.
 - Сравнение МАИ с модифицированным методом Борда.
 - Разработка диалоговой системы поддержки принятия решения, реализующей МАИ и модифицированный метод Борда.

Цель и задачи работы

- Цель:
 - Выяснить, какой из методов ранжирования объектов наиболее устойчив относительно ошибок в попарных сравнениях между ними.
 - Создать диалоговое приложение, с помощью которого пользователь может получить результаты по всем рассматриваемым методам.
- Рассматриваемые методы:
 - Метод анализа иерархии (МАИ) с использованием:
 - шкалы Саати (мультипликативной),
 - шкалы Брука (аддитивной),
 - логистической шкалы;
 - Модифицированный метод Борда.
- Задачи:
 - Нахождение наиболее рациональной, с точки зрения лица, принимающего решение (ЛПР), шкалы МАИ.
 - Сравнение МАИ с модифицированным методом Борда.
 - Разработка диалоговой системы поддержки принятия решения, реализующей МАИ и модифицированный метод Борда.

Цель и задачи работы

- Цель:
 - Выяснить, какой из методов ранжирования объектов наиболее устойчив относительно ошибок в попарных сравнениях между ними.
 - Создать диалоговое приложение, с помощью которого пользователь может получить результаты по всем рассматриваемым методам.
- Рассматриваемые методы:
 - Метод анализа иерархии (МАИ) с использованием:
 - шкалы Саати (мультипликативной),
 - шкалы Брука (аддитивной),
 - логистической шкалы;
 - Модифицированный метод Борда.
- Задачи:
 - Нахождение наиболее рациональной, с точки зрения лица, принимающего решение (ЛПР), шкалы МАИ.
 - Сравнение МАИ с модифицированным методом Борда.
 - Разработка диалоговой системы поддержки принятия решения, реализующей МАИ и модифицированный метод Борда.

Определение

Шкала — отображение, позволяющее поставить в соответствие качественным характеристикам количественные.

- Качественные характеристики:
 - эквивалентность;
 - слабое превосходство;
 - сильное превосходство;
 - очевидное превосходство;
 - абсолютное превосходство;
 - и промежуточные оценки.
- Численные обозначения качественных характеристик r_{ij} :
 $-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8$.
- Шкала Саати: $f(r_{ij}) = (|r_{ij}| + 1)^{\text{sign}(r_{ij})}$,
 $\frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1, 3, 5, 7, 9$.
- Шкала Брука: $f(r_{ij}) = \frac{1+0.1r_{ij}}{2}$,
 $0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$.
- Логистическая шкала: $f(r_{ij}) = \frac{1}{1+e^{-r_{ij}}}$,
 $0.02, 0.05, 0.12, 0.27, 0.5, 0.73, 0.88, 0.95, 0.98$.

Определение

Шкала — отображение, позволяющее поставить в соответствие качественным характеристикам количественные.

- Качественные характеристики:
 - эквивалентность;
 - слабое превосходство;
 - сильное превосходство;
 - очевидное превосходство;
 - абсолютное превосходство;
 - и промежуточные оценки.
- Численные обозначения качественных характеристик r_{ij} :
 $-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8$.
- Шкала Саати: $f(r_{ij}) = (|r_{ij}| + 1)^{\text{sign}(r_{ij})}$,
 $\frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1, 3, 5, 7, 9$.
- Шкала Брука: $f(r_{ij}) = \frac{1+0.1r_{ij}}{2}$,
 $0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$.
- Логистическая шкала: $f(r_{ij}) = \frac{1}{1+e^{-r_{ij}}}$,
 $0.02, 0.05, 0.12, 0.27, 0.5, 0.73, 0.88, 0.95, 0.98$.

Определение

Шкала — отображение, позволяющее поставить в соответствие качественным характеристикам количественные.

- Качественные характеристики:
 - эквивалентность;
 - слабое превосходство;
 - сильное превосходство;
 - очевидное превосходство;
 - абсолютное превосходство;
 - и промежуточные оценки.
- Численные обозначения качественных характеристик r_{ij} :
 $-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8$.
- Шкала Саати: $f(r_{ij}) = (|r_{ij}| + 1)^{\text{sign}(r_{ij})}$,
 $\frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1, 3, 5, 7, 9$.
- Шкала Брука: $f(r_{ij}) = \frac{1+0.1r_{ij}}{2}$,
 $0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$.
- Логистическая шкала: $f(r_{ij}) = \frac{1}{1+e^{-r_{ij}}}$,
 $0.02, 0.05, 0.12, 0.27, 0.5, 0.73, 0.88, 0.95, 0.98$.

Модифицированный метод Борда

- Использует представление задачи в виде иерархии.
- Использует качественные оценки.
- Этапы модифицированного метода Борда:
 - После попарных сравнений строятся матрицы $A_k = (a_{ij}^k)$;
 - По каждой строке матрицы альтернативам выставляются баллы по методу Борда, равные порядковому номеру предпочтения;
 - Подсчитываем суммарное количество баллов для каждой альтернативы;
 - Проводим нормировку вектора;
 - Вычисляем итоговый вектор приоритетов альтернатив.
- Плюсы:
отсутствие выбора шкалы.
- Минусы:
величина различия между сравниваемыми объектами не учитывается.

Модифицированный метод Борда

- Использует представление задачи в виде иерархии.
- Использует качественные оценки.
- Этапы модифицированного метода Борда:
 - После попарных сравнений строятся матрицы $A_k = (a_{ij}^k)$;
 - По каждой строке матрицы альтернативам выставляются баллы по методу Борда, равные порядковому номеру предпочтения;
 - Подсчитываем суммарное количество баллов для каждой альтернативы;
 - Проводим нормировку вектора;
 - Вычисляем итоговый вектор приоритетов альтернатив.
- Плюсы:
 - отсутствие выбора шкалы.
- Минусы:
 - величина различия между сравниваемыми объектами не учитывается.

Модифицированный метод Борда

- Использует представление задачи в виде иерархии.
- Использует качественные оценки.
- Этапы модифицированного метода Борда:
 - После попарных сравнений строятся матрицы $A_k = (a_{ij}^k)$;
 - По каждой строке матрицы альтернативам выставляются баллы по методу Борда, равные порядковому номеру предпочтения;
 - Подсчитываем суммарное количество баллов для каждой альтернативы;
 - Проводим нормировку вектора;
 - Вычисляем итоговый вектор приоритетов альтернатив.
- Плюсы:
отсутствие выбора шкалы.
- Минусы:
величина различия между сравниваемыми объектами не учитывается.

Статистическое исследование методов

Проводились исследования, показывающие:

- Насколько устойчивы методы относительно ошибок в значениях попарных сравнений между ними после использования шкал

$$\varphi(r_{ij}) = \begin{cases} f(r_{ij})(1 + \epsilon_{ij}p\%), & \text{если } f(r_{ij})(1 + \epsilon_{ij}p\%) \in F, \\ S_{ub}, & \text{если } f(r_{ij})(1 + \epsilon_{ij}p\%) > S_{ub}, \\ S_{lb}, & \text{если } f(r_{ij})(1 + \epsilon_{ij}p\%) < S_{lb}, \end{cases}$$

где S_{ub}, S_{lb} — верхняя и нижняя границы шкалы соответственно.

- В этом случае $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{i,j=1}^n = (\varphi(r_{ij}))_{i,j=1}^n$.
- Насколько устойчивы методы относительно ошибок в качественных значениях попарных сравнений.
 - В этом случае $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{i,j=1}^n = (f(r_{ij} + \epsilon_{ij}))_{i,j=1}^n$.

Критерии устойчивости:

- Оценка вероятности совпадения порядков предпочтения альтернатив,
- Оценка математического ожидания значения предпочтения альтернативы,
- Оценка среднего отклонения значения предпочтения альтернативы.

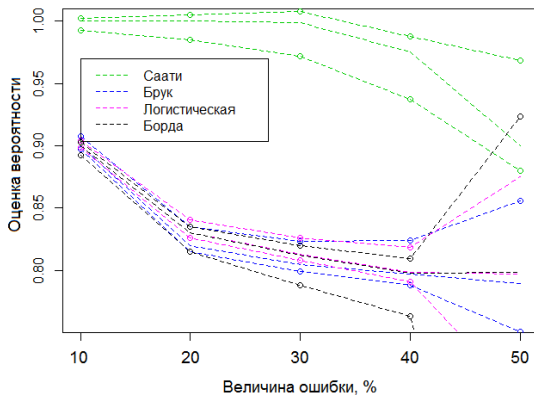
Статистическое исследование методов

Этапы программной реализации:

- ❶ Моделирование исходных сравнений в иерархии. Генерация иерархии производится M число раз.
- ❷ Вычисление итогового вектора приоритетов альтернатив.
- ❸ Моделирование ошибок в попарных сравнениях различными методами. Генерация наборов ошибок для иерархии производится N число раз.
- ❹ Подсчет итогового вектора приоритетов для изменённых оценок иерархии.
- ❺ Сравнение результатов. В случае совпадения порядков приоритетов альтернатив производится подсчёт:
 - выборочных средних значений приоритетов альтернатив,
 - выборочных средних отклонений приоритетов от исходных значений,
 - 95% доверительных интервалов для значений выборочных средних.
- ❻ Вычисление оценок средних вероятностей совпадения итогового упорядочения до и после внесения ошибок в попарные сравнения.

Результаты первого исследования

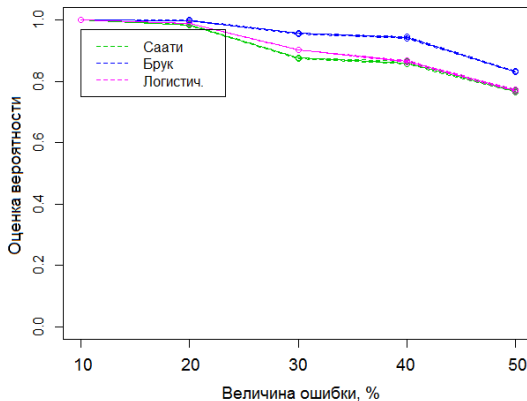
Оценки вероятности совпадения порядка приоритетов альтернатив



Вероятности совпадения упорядочения в зависимости от ошибки
для различных методов

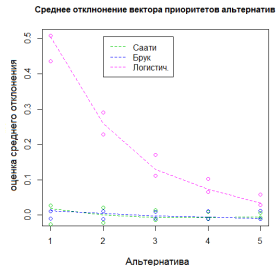
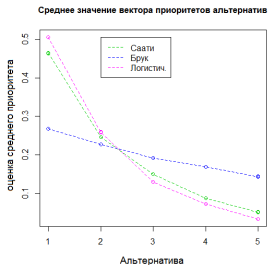
Результаты второго исследования

Оценки вероятности совпадения порядка приоритетов альтернатив

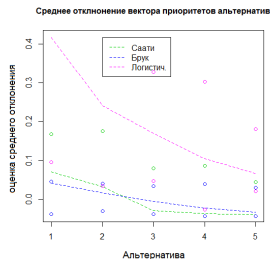
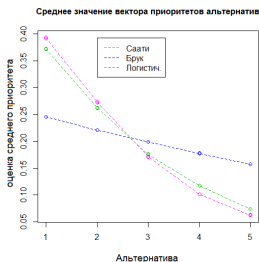


Вероятности совпадения упорядочения в зависимости от ошибки
для различных методов

Результаты второго исследования



ошибка 20%



ошибка 50%

Оценки средних значений вектора приоритетов для пяти альтернатив
и 95% доверительные интервалы значений

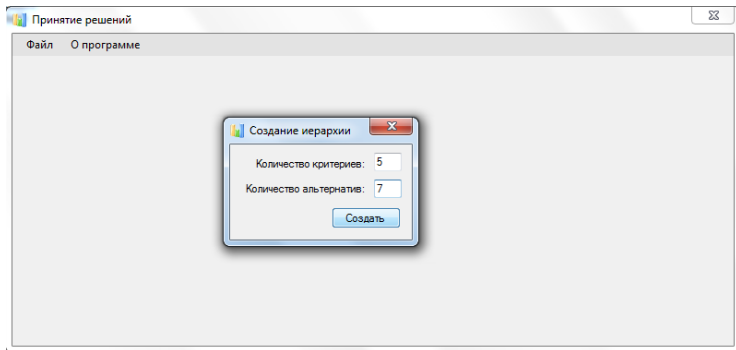
Выводы

- Рассмотрев оценки вероятности совпадения итоговых порядков приоритетов альтернатив сделаны следующие выводы:
 - В результате первого исследования наибольшую оценку вероятности показал МАИ с использованием шкалы Саати.
 - В результате второго исследования — МАИ с использованием шкалы Брука.
- После анализа оценок средних значений итоговых приоритетов альтернатив было выявлено, что МАИ с использованием шкал Саати и логистической выделяет значимо лучше наиболее приоритетную из альтернатив.
- С точки зрения оценок средних отклонений приоритетов альтернатив от исходных значений, наиболее предпочтительными выявлены МАИ с использованием шкал Саати и Брука.

Выводы

- В случае, когда ЛПР необходимо решить задачу с наименьшим влиянием ошибок в попарном сравнении на результат решения, наиболее предпочтительным является МАИ с использованием шкалы Брука.
- Если ЛПР требуется найти более предпочтительную альтернативу и её приоритет должен явно отличаться от приоритетов остальных альтернатив, наиболее подходящим для решения задачи оказывается МАИ с использованием шкалы Саати.
- Все результаты верны только в рамках решения поставленной задачи.

Построение иерархии



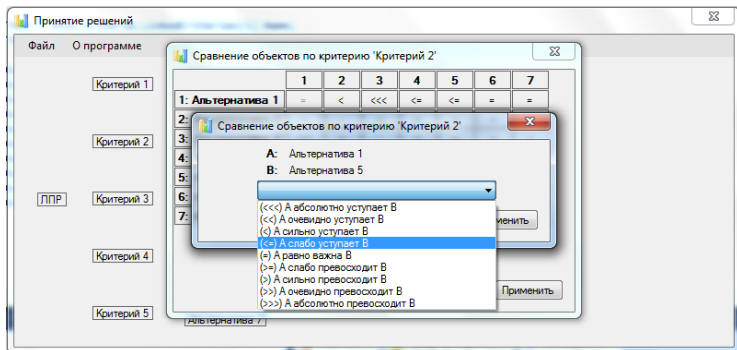
Построение иерархии

Иерархия



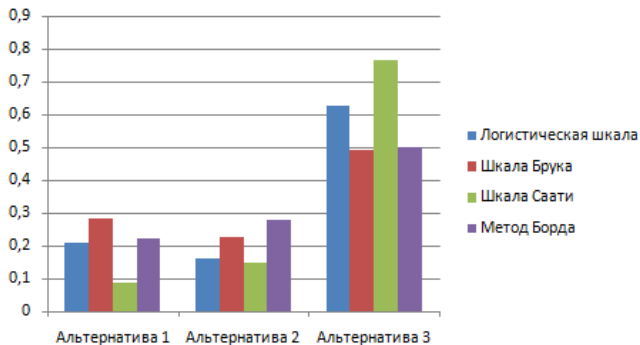
Иерархия для пяти критериев и семи альтернатив

Попарные сравнения



Попарное сравнение альтернатив
по критерию 'Критерий 2'

Вывод результатов



Значения приоритетов альтернатив по различным методам решения для трех альтернатив

- Проведено статистическое исследование рассматриваемых методов в результате которого:
 - выявлены методы наиболее устойчивые к ошибкам в попарных сравнениях;
 - определены методы, которые значимо больше выделяют самую предпочтительную из альтернатив;
 - сделаны выводы, с помощью которых пользователь может выбрать метод наиболее подходящий для решения конкретной задачи.
- Разработано пользовательское диалоговое приложение, реализующее решение задачи различными методами.

- Проведено статистическое исследование рассматриваемых методов в результате которого:
 - выявлены методы наиболее устойчивые к ошибкам в попарных сравнениях;
 - определены методы, которые значимо больше выделяют самую предпочтительную из альтернатив;
 - сделаны выводы, с помощью которых пользователь может выбрать метод наиболее подходящий для решения конкретной задачи.
- Разработано пользовательское диалоговое приложение, реализующее решение задачи различными методами.