Sandra Orduña Mendoza
Tarea - Filtros digitales FIR

Diseño de un filtro digital:

1.- Especificaciones. Determinadas por la aplicación.

2.- Aproximaciones. Se establece la descripción del filtro que aproxime las especificaciones.

3.- Implementación. Descripción del filtro en forma de ecuaciones de diferencia, una función de transferencia $H(z)$, o una respuesta impulsiva $h(n)$.

Propiedades del filtro FIR:

• Respuesta al impulso de duración finita

Filtro FIR de coeficientes b_k: $h[n] = \sum_{k=0}^{L-1} b_k \delta[n-k]$

Transformada Z de la respuesta al impulso: $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[n] z^{-n} = \sum_{k=0}^{L-1} b_k z^{-k}$

Características:

→ Fase lineal si se cumple la respuesta al impulso: $h[n] = \pm h[L-1-n]$ con $n = 0, 1, \dots (L-1)$

→ Estables, debido a su estructura no recursiva.

→ Requieren un orden mucho mayor, frente a los filtros IIR

Filtros FIR de fase lineal

Pueden diseñarse para que presenten fase lineal. La linealidad de fase implica que se verifiquen ciertas condiciones de simetría

Considerando un sistema FIR con coeficientes reales, una secuencia conjugada simétrica se dice que es secuencia Par; si es conjugada antisimétrica es impar.

Tipo de simetría	Número de términos	Simetría
1	impar	Simétrico $h(k) = h(N-1-k)$
2	par	Simétrico $h(k) = h(N-1-k)$
3	impar	Antisimétrico $h(k) = -h(N-1-k)$
4	par	Antisimétrico $h(k) = -h(N-1-k)$

Método de las ventanas

Se basa en truncar la respuesta impulsional infinita de un filtro ideal.

Procedimiento:

1.- Obtener la respuesta impulsional del filtro ideal que se desea diseñar $h(n)$.

2.- Enventanar (truncar) dicha respuesta impulsional $h(n) = h_i(n) \cdot w(n)$, donde $w(n)$ es la respuesta impulsional de la ventana y $h_i(n)$ es la respuesta del filtro ideal.

$$w(n) = \begin{cases} \text{función simétrica en el intervalo } \frac{N-1}{2} \le n \le \frac{N-1}{2} \\ 0 \text{ en el resto} \end{cases}$$

3.- Desplazar la respuesta impulsional enventanada un número adecuado de muestras para hacerla causal.

Como el producto en el dominio del tiempo equivale a una convolución en el dominio de la frecuencia, podemos estudiar el efecto que este enventanado tiene sobre la respuesta del filtro.

Fenómeno de Gibbs: a medida que el número de términos (ventana de mayor longitud) aumenta, el nivel de oscilación va disminuyendo, hasta hacerse cero cuando $N \to \infty$, excepto en la discontinuidad en la que aparece una oscilación de amplitud aproximada igual al 11% de la amplitud en la discontinuidad, tanto en la banda pasante como en la no pasante. Este comportamiento en las proximidades de la discontinuidad se conoce como fenómeno de Gibbs.

Tipo de filtro	Respuestas de impulso ideales	
	$h_D(n),\ n \neq 0$	$h_D(0)$
Pasa bajos	$2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$2f_c$
Pasa altas	$-2f_c \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c}$	$1-2f_c$
Pasa banda	$2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2(f_2-f_1)$
Rechaza banda	$2f_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2f_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2}$	$1-2(f_2-f_1)$

Método del muestreo en frecuencia

Se define la respuesta en frecuencia de un filtro a partir de fijar N puntos de $H(\omega)$, distribuidos por todo el espectro digital. Se obtiene $h(n)$ a partir de la Transformada de Fourier inversa de $\{H(K)\}$, versión muestreada de la $H(\omega)$.

$$h(n) = \frac{1}{N}\left\{ A(0) + \sum_{K=1}^{\frac{N-1}{2}} 2 \cdot A(K) \cos\left[2\pi \frac{K}{N}\left(n - \frac{N-1}{2}\right)\right]\right\}$$

Obteniendo un filtro cuya respuesta en frecuencia pasa por los puntos fijados.

H(z) puede expresar una descomposición en cascada de dos filtros:

$$H(z) = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{K=0}^{N-1} H(K) \cdot \frac{1}{1-e^{\frac{j2\pi}{N}K} \cdot z^{-1}}$$

A su vez, el segundo filtro está expresado como una descomposición en paralelo que tendrá tantos términos como valores no nulos tenga $H(K)$.

Características del filtro diseñado:

- El error de aproximación (diferencia entre el filtro ideal y el diseñado) es cero en las frecuencias muestreadas.
- El error de aproximación en el resto de frecuencias depende de la respuesta ideal. Las transiciones bruscas en la respuesta en frecuencia implican mayores errores.
- El error es mayor en los límites de las bandas y menor dentro de ellas.